

工學碩士 學位論文

탄성 커플링용 고무재료의 진동응답 특성에 관한 연구

A Study on the Vibration Response Characteristics  
of Elastic Coupling Rubber

指導教授 王之錫

2004年 2月

韓國海洋大學校 大學院

機 械 工 學 科

郭 鍾 植

本 論 文 을 郭 鍾 植 의 工 學 碩 士 學 位 論 文 으 로 認 准 함

委 員 長 : 工 學 博 士 金 允 海 (印)

委 員 : 工 學 博 士 李 明 勳 (印)

委 員 : 工 學 博 士 王 之 錫 (印)

2004年 2月

韓 國 海 洋 大 學 校 大 學 院

機 械 工 學 科

郭 鍾 植

# 목차

## ABSTRACT

### 기호설명

<b>제 1 장 서론</b> .....	1
1.1 연구배경 .....	1
1.2 연구목적 및 내용 .....	2
1.3 연구방법 .....	3
<b>제 2 장 점탄성 재료의 응력과 변형률 거동</b> .....	4
2.1 사각함수에 대한 응답 .....	4
2.2 크립함수와 응력경감 함수 .....	6
2.3 응력과 변형률의 관계 .....	9
<b>제 3 장 점탄성 재료의 기계적인 모델</b> .....	11
3.1 막스웰 모델 .....	11
3.2 보이트 모델 .....	15
3.3 표준선형 모델 .....	18
3.4 막스웰 보이트 모델 .....	21
3.5 수정 막스웰 모델 .....	25
<b>제 4 장 고무재료의 강제진동 특성</b> .....	28
<b>제 5 장 실험 및 고찰</b> .....	36
5.1 실험장치 및 실험방법 .....	36

5.2 강제진동에 의한 스프링 상수 $k_1, k_2$ , 점성 감쇄계수 $c$ .....	42
5.3 주파수에 대한 고무재료의 응답특성 .....	47
5.3.1 소실에너지와 동강성 계수 .....	47
5.3.2 응력경감 함수와 크립함수 .....	49
5.3.3 복소영계수 .....	52
<b>제 6 장 결론</b> .....	54

# **A Study on the Vibration Response Characteristics of Elastic Coupling Rubber**

## **ABSTRACT**

The high or medium speed diesel engine of the ships have the reduction gears in general to fit the high or medium rotating speed of the engine to the relatively low rotating speed of the screw propeller. In this case, the highly flexible elastic coupling is installed in the power driving shaft system to protect the reduction gears from the explosive forces of the engine.

The rubber elastic couplings are widely used in the power driving propulsion shaft system because of the high flexibility of rubber materials and the low manufacturing price.

The rubbers are visco-elastic materials and the relation between the stress and strain is non-linear and dependant to the strain rate. So, the torsional stiffness of the rubber elastic coupling is changed according to the frequency and the amplitude of the fluctuating transmitted torque. To estimate the vibration characteristics of the propulsion shaft system, the exact dynamic torsional stiffness of the elastic coupling is necessary in the operating frequency range.

In this study, the dynamic characteristics of the rubber materials are investigated to use on the basic data in calculating the dynamic torsional stiffness of the rubber elastic coupling. The several mathematic models

are suggested to understand the stress-strain relation. The stress relaxation function and the creep function are also presented for every mathematic models.

The standard linear model is adopted to show the vibration response characteristics of elastic coupling rubber and the experimented method is presented in this paper to obtain the material constants. The forced vibration system is designed and manufactured for experiment of this study, The 3 examples of NBR, Viton and Si rubber are investigated to obtain material constants and their variation trends according to the frequency are shown. The energy dissipations are also shown as the function of frequency.

$\sigma$  : 응력(Stress)  
 $\varepsilon$  : 변형율(Strain)  
 $t$  : 시간(Time)  
 $\dot{\varepsilon}$  : 변형율 속도(Strain rate)  
 $j$  : 단위 허수(Unit imaginary number)  
 $\omega$  : 각진동수(Angular frequency)  
 $L$  : 길이(Length)  
 $S$  : 단면적(Area of section)  
 $c$  : 대슈퓏트의 점성감쇄계수(Viscous damping factor of dashpot)  
 $m$  : 추의 질량(Mass of weight)  
 $g$  : 중력의 가속도(Acceleration of gravity)  
 $f$  : 로오드 셀에 검출된 힘(Force detected by load cell)  
 $T$  : 진동의 주기(Period of vibration)  
 $a$  : 감쇄자유진동의 감쇄지수(Damping exponential of damped free vibration)  
 $t_1$  : 시간 간격(Time interval)  
 $\sigma_0$  : 일정 응력(Constant stress)  
 $\varepsilon_0$  : 일정 변형율(Constant strain)  
 $\varepsilon_s$  : 스프링의 변형율(Strain of spring)  
 $\varepsilon_d$  : 대슈퓏트의 변형율(Strain of dashpot)  
 $\varepsilon_e$  : 탄성변형율(Instantaneous elastic strain)  
 $\varepsilon_d$  : 지연 탄성변형율(Delayed elastic strain)  
 $\varepsilon_v$  : 점성흐름(Viscous flow)  
 $x_s$  : 정적 범위(Static displacement)  
 $\dot{\sigma}$  : 응력 속도(Stress rate)  
 $E^*$  : 복소 영계수(Complex Young's modulus)  
 $E'$  : 복소 영계수의 실수부(Real part of complex Young's modulus)  
 $E''$  : 복소 영계수의 허수부(Imaginary part of complex Young's modulus)

- $F_m$  : 로오드 셀에 검출된 힘의 평균치(Mean value of load cell force)  
 $A_m$  : 강제진동변위의 평균치(Mean value of forced vibratory displacement)  
 $F(t)$  : 크립 함수(Creep function)  
 $R(t)$  : 응력 경감함수(Stress relaxation function)  
 $F, F'$  : 힘(Force) 또는 힘의 진폭(Amplitude of force)  
 $A, B$  : 진폭(Amplitude)  
 $k_1, k_2$  : 스프링 상수(Spring constants)  
 $x_1, x_2$  : 점 1, 2의 변위(Displacement of points 1, 2)  
 $K_{dym}$  : 동강성계수(Dynamic stiffness)  
 $\phi, \xi$  : 위상각(Phase angle)  
 $E, E_1, E_2$  : 영계수(Young's modulus)  
 $\eta, \eta_1, \eta_2$  : 점성계수(Viscosity modulus)  
 $\delta_{12}, \delta_{23}, \delta_{34}$  : 점 1-2, 2-3, 3-4의 신장량(Extension of points 1-2, 2-3, 3-4)  
 $\dot{\delta}_{12}, \dot{\delta}_{23}, \dot{\delta}_{34}$  : 점 1-2, 2-3, 3-4의 신장속도(Extension speed of points 1-2, 2-3, 3-4)  
 $\delta, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$  : 변위(Displacement)  
 $\dot{\delta}, \dot{\delta}_1, \dot{\delta}_2, \dot{\delta}_3, \dot{\delta}_4$  : 속도(Velocity)  
 $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 \dots$  : 응력-변형을 관계식의 응력항 상수  
 (Constants of stress-strain relation)  
 $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4 \dots$  : 응력-변형을 관계식의 변형율항 상수  
 (Constants of stress-strain relation)

# 제 1 장 서 론

## 1.1 연구배경

고무재료를 써서 탄성 커플링을 제작하려면 설계단계에서 고무소재에 대한 기계적 성질을 철저히 파악하여야 한다. 소재의 기계적 성질을 파악하기 위하여 재료시험을 하여야 하는데 고무재료의 경우 사용 응력범위 내에서 점탄성 재료(Visco-elastic materials) 이기 때문에 재료시험이 간단하지가 않다. 고무재료는 탄성과 점성의 성질을 같이 가지고 있으므로 응력과 변형률의 관계가 변형률의 속도(Strain rate)에 따라 다르다. 이에 따라 고무소재를 사용하는 탄성커플링의 강성계수도 전달 토크의 크기와 더불어 토크의 시간에 따른 변화량 또는 비틀림 각과 비틀림 각속도에 따라 다르다. 이것은 변동토크의 주파수에 따라 탄성커플링의 강성계수가 달라짐을 의미한다.<sup>1),2)</sup>

이런 강성계수의 주파수에 따른 변화 때문에 탄성커플링에서 강성계수를 측정할 때에 소정의 전달 토크를 걸고 변동토크의 주파수를 여러 가지로 바꾸어 가면서 측정하여야 한다. 이는 탄성커플링을 실물로 측정하여야 하기 때문에 실험이 어려워지고 큰 용량의 장비가 필요하게 된다. 이를 회피하기 위해 다음과 같은 시도가 필요하게 된다.<sup>3),9)</sup> 고무 탄성커플링의 실물완제품으로 시험하지 말고, 고무소재의 필요한 기계적인 물성치를 시험하여 알고 있으면 커플링의 설계단계에서 치수와 형상을 가지고 실물 완제품의 강성계수를 계산하는 시도를 해 볼만하다.

또한 고무소재는 점탄성 재료이기 때문에 변동토크를 받으면 한 사이클 당  $\sin\theta$ 에 비례하는 에너지 소실이 생기게 된다. 여기서  $\theta$ 는 변동 토크와 비틀림 각과의 위상각(Phase angle)이다. 이 에너지 소실분이 열의 형태로 나타나기 때문에 이 열이 고무소재에 쌓이면서 고무의 온도가 올라 가게 된다. 이런 온도의 상승은 재료의 물성치가 변화하게 하고 토크의 전달성에 문제점을 야기한다. 이에 따라 소재의 온도가 안전한 사용온도 이하가

되도록 적당한 생각방식을 고안하여야 하고 그러기 위해선 재료에 발생하는 온도분포의 해석이 필요하다. 소재에 발생하는 열량을 정확히 추정하기 위해 점탄성 재료가 반복응력을 받을 때의 거동을 정확하게 파악할 필요가 있다.

## 1.2 연구목적 및 내용

본 연구에서는 고무소재와 같은 점탄성 재료의 거동을 파악하기 위하여 점탄성 재료를 기계적인 모델로 간주하고 이 모델의 역학적인 거동을 파악함으로써 크립응답과 응력 경감을 알 수 있도록 하였고 여러 주파수에서의 복소 영계수를 알 수 있도록 하였다. 점탄성 재료에 관한 여러 가지 기계적인 모델을 제시하고 각 모델에 따르는 크립특성과 응력 경감특성을 유도하여 나타내었다. 또한 여러 가지 기계적인 모델중 점탄성 재료의 기계적인 특성을 나타내는 것들 중의 하나를 택하여 점탄성 재료의 여러 가지 특성과 임의 주파수에서의 복소 영계수를 구할 수 있도록 하였다. 또한 고무재료가 반복응력을 받으면 내부마찰에 의해 사이클당 일정한 열량이 발생하는데 이 열량이 주파수의 어떤 함수인지 나타내었고 이에 따라 재료의 단위시간당, 단위체적당 발열량을 추정할 수 있도록 하였다.

### 1.3 연구방법

금속재료의 경우 사용응력 범위 내에서 탄성의 성질만 있으므로 정적시험이나 동적시험이나 별로 차이가 없어 손쉬운 정적 시험하면 된다. 그러나 고무재료는 점탄성 재료이기 때문에 이 재료가 반복응력을 받는 곳에 쓰인다면 정적 시험의 결과만 가지고 기계부품의 거동을 측정할 수 없다. 따라서 점탄성 재료는 동적시험을 하여야한다. 이런 동적 시험을 하기 위해 본 연구에서는 이에 맞게 시험기를 설계 제작하였고 실제의 고무재료를 기계적인 모델로 간주하여 각 모델에서의 스프링 상수와 대슈풋트의 점성 감쇄계수를 구할 수 있는 시험방법을 제시하고 이들 가운데서 표준 선형모델을 선택하여 점탄성 재료의 물성치를 구하였다.

## 제 2 장 점탄성 재료의 응력과 변형을 거동

### 2-1. 사각함수에 대한 응답

점탄성 재료는 재료가 탄성과 점성의 성질을 다 같이 가지고 있는 재료이다. Fig. 2.1 은 재료에 일정 시간동안 일정 응력을 가할 때 (a), 탄성 재료 (b), 점성 재료(c), 점탄성 재료(d), 의 변형거동을 나타내는 그림이다. 이 그림의 (a)에서 보는 바와 같이 응력은 시간  $t=0$ 일 때에 순간적으로 일정크기  $\sigma_0$ 로 가하여지고 일정 시간동안 유지한 뒤 시간  $t=t_1$  일 때에 순간적으로 제거된다고 한다. 이 그림의 (b)는 탄성 재료의 변형거동을 나타내고 있다. 이 그림에서 보는 바와 같이 응력을 가하면 변형률은 이 응력에 비례하는 변형률  $\varepsilon_0$ 에 즉시 도달되고 이 응력이 일정하게 유지되는 동안 변형률도 일정하게 유지되다가 이 응력을 제거하면 변형률도 즉시 영으로 된다. 즉 응력과 변형률은 항상 비례하여 나타난다. 이에 반하여 이 그림의 (c)에서 보이는 바와 같이 점성재료는 변형률 속도가 응력에 비례하는 거동을 보여서 응력이 걸리고 있는 시간동안에는 변형률이 시간에 비례하여 증가하는데, 이때의 증가율, 즉 직선의 기울기가 응력에 비례한다. 그러다가 응력이 제거되면 변형률은 더 이상 증가하지 않으나 이미 생성된 변형률은 그 크기가 일정히 유지된다. 이런 재료의 예로는 진흙, 플라스틱(Plasticine), 온도  $A_1$  변태점 이상의 철강재료 등이 있다. 이 그림의 (d)는 점탄성 재료의 변형거동을 나타내고 있다. 이 그림에서 보는 바와 같이 일정 응력을 가하면 즉시 나타나는 탄성 변형률(Instantaneous elastic strain)과 일정 시간을 두고 늦게 나타나는 지연 탄성 변형률(Delayed elastic strain) 및 일정 응력이 가하여지고 있는 시간동안에 시간에 비례하여 나타나는 점성흐름(Viscous flow)이 있다. 지연 탄성변형률이 일어나고 있는 시간 동안에는 곡선의 기울기가 처음에는 크다가 점차 작아져서 나중에는 점성흐름의 기울기와 일치한다. 응력을 제거하면 탄성변형률은 응력을 제거함과 동시에 없어지고, 지연 탄성변형율은 일정시간을 두고 서서히 없어진다. 하지만 점성흐름은 없어지지 않고 영구히 남게 된다. 이것이 일정 시간동안 인가하였다가 제거하였을 때의 점탄성 재료가 보이는 변형거동이다. <sup>4)~7)</sup>

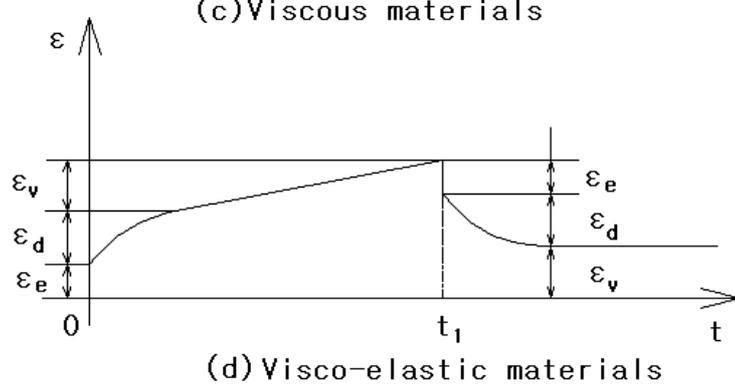
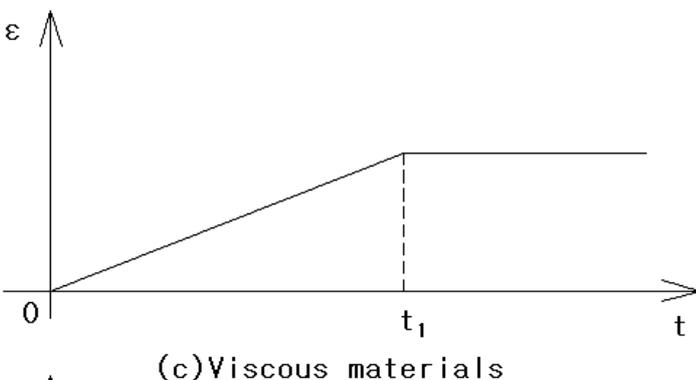
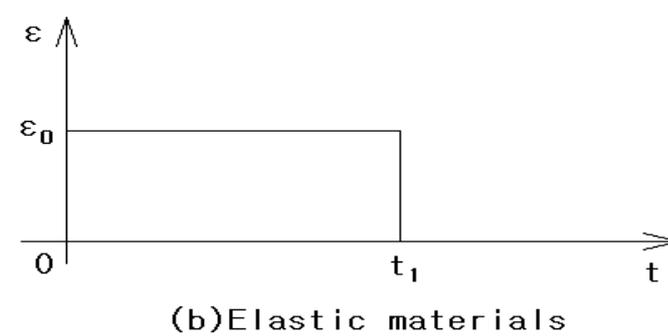
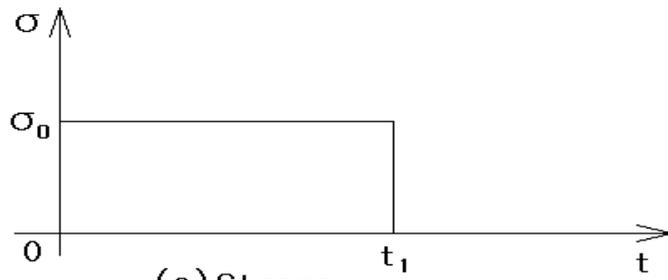


Fig. 2.1 Responses of materials to the stress.

## 2-2. 크립함수와 응력경감함수

점탄성 재료의 특성을 가장 잘 나타내는 현실적인 관점은 일정 응력하에서의 크립 반응과 일정 변형률에서의 응력 경감 반응이다. 이 두 가지 반응은 선형 점탄성 이론을 정립하는데 중요한 특성을 제공하게 된다. 점탄성 재료에 일정한 하중을 유지하면서 가하게 되면 변형률은 시간이 경과함에 따라 증가한다. 지금 Fig. 2.2 (a)에서 보는 바와 같이 시간  $t=0$ 에서 일정크기의 응력  $\sigma_0$ 를 가하고 일정히 유지하면 이 그림 (b)에서와 같이 변형률  $\varepsilon(t)$ 는 시간이 경과함에 따라 증가하는 이 변형률 성분은 다음과 같은 세 가지 성분으로 구분할 수 있다.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e + \varepsilon_d(t) + \varepsilon_v(t)$$

(2.1)

$\varepsilon_e$  : 탄성변형률 (Instantaneous elastic strain)

$\varepsilon_d(t)$ : 지연 탄성 변형률 (Delayed elastic strain)

$\varepsilon_v(t)$ : 점성흐름 (Viscous flow)

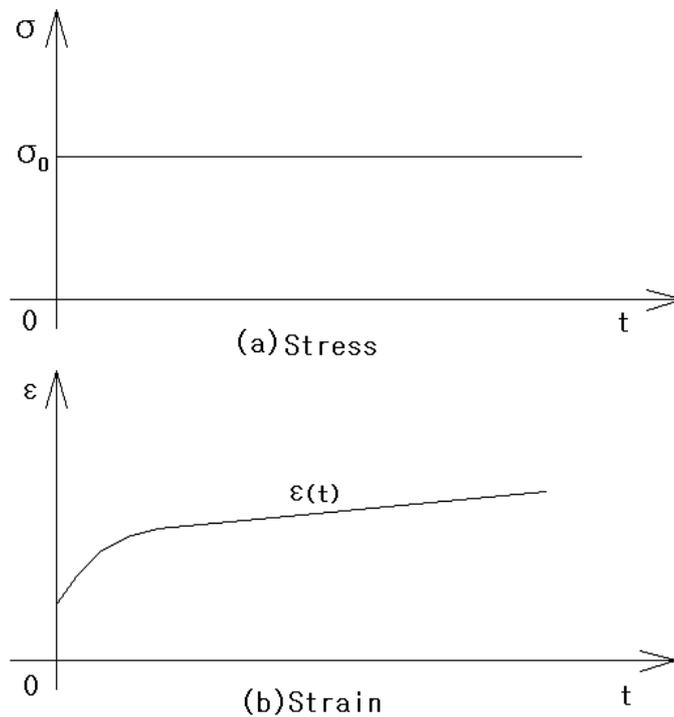
그리고 크립 함수 (Creep function)  $F(t)$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$F(t) = \varepsilon(t) / \sigma_0 = \varepsilon_e / \sigma_0 + \varepsilon_d(t) / \sigma_0 + \varepsilon_v(t) / \sigma_0$$

(2.2)

점성재료의 탄성변형률은 반데르 왈쓰(Van der Waals) 결합의 변형에 기인된다고 볼 수 있다. 지연 탄성변형률의 증가율은 일정 응력이 작용하고 있는 동안에는 시간이 경과함에 따라 점차적으로 감소한다. 이 변형률도 탄성 변형률이기 때문에 응력을 제거하면 원상태로 돌아가게 되는데 완전한 원상 회복까지는 약간의 시간이 소요된다. 이 변형률을 1차 크립(Primary creep)이라고 한다. 점탄성 재료에서 발생하는 이러한 변형률은 결합풀림(Chain uncoiling)에 기인된다고 보고 있다. 점성흐름은 일정 응력이 가하여지고 있

는 시간동안에 시간이 경과함에 따라 선형으로 증가하는 성분으로서 원상회복이 되지 않는 성분이다. 고분자 재료의 경우 이 변형률은 결합간의 미끄러움(Interchain slipping)에 의해 발생하는 것으로 추정되는데 이러한 변형률을 2차 크립(Secondary creep)이라고 한다. 탄성변형률과 지연 탄성변형률은 응력을 제거하면 원상태로 회복되나 점성흐름은 회복되지 않고 영구히 남아서 소성변형률과 같은 역할을 한다는 것에 주의할 필요가 있다.



**Fig. 2.2 Response of visco-elastic materials.**

점탄성 재료에 일정 변형률을 주고 이것을 일정히 유지 시키면 응력은 시간이 경과함에 따라 점차 감소하게 된다. Fig. 2.3 은 이런 특성을 나타내는 그림이다. 이 그림 (a)에서와 같이 시간  $t=0$  일 때에 일정변형률  $\epsilon_0$ 를 주고 이것을 일정하게 유지시키면 응력  $\sigma(t)$ 는 이 그림의 (b)에서와 같이 시간이 경과함에 따라 단조 감소한다. 이 때에 응력경감 함수(Stress relaxation function)  $R(t)$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$R(t) = \sigma(t) / \varepsilon_0$$

(2.3)

일정한 변형률을 주었을 때, 아무리 적은 응력하에서라도 점성흐름이 계속 일어나는 재료라면 응력은 계속 감소할 것이고 충분한 시간이 경과한 뒤에 응력은 0으로 수렴하게 될 것이다. 그 반면에 응력의 값이 어느 한계 이하가 되면 점성흐름이 더 이상 일어나지 않는 재료인 경우에는 응력은 영으로 떨어지지 않고 어느 일정한 값으로 수렴하게 된다.

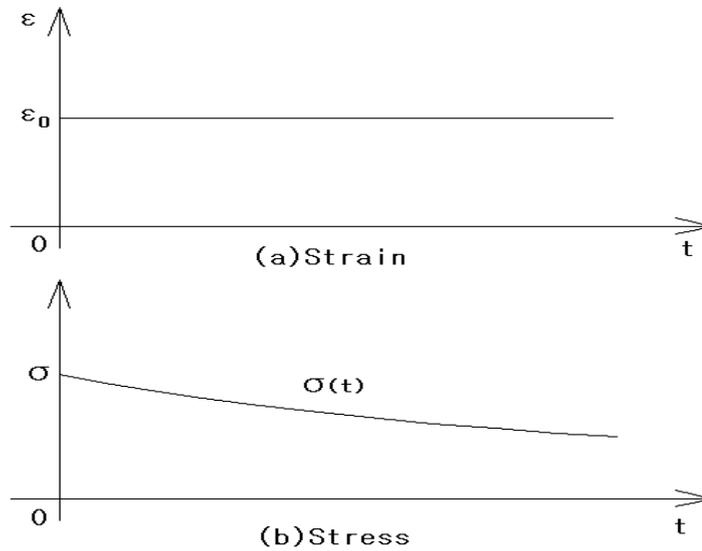


Fig. 2.3 Stress relaxation response of visco-elastic materials.

### 2-3 응력과 변형률의 관계

점탄성 재료는 응력  $\sigma$ 와 변형률  $\varepsilon$ 이 비례하는 후크의 법칙과 응력과 변형률 속도  $\dot{\varepsilon}$ 에 비례하는 점성의 성질이 같이 있는 재료를 뜻한다. 위의 정의는 이상화된 정의로서 실제의 재료는 이보다 훨씬 복잡한 양상으로 응력과 변형률이 관계한다. 즉 변형률이 정확히 응력에 비례하는 것도 아니고 변형률 속도가 응력에 비례하는 것도 아니다. 일반적으로 응력과 응력이 가하여진 속도 또는 응력의 시간에 관한 고차 미분이 변형률과 변형률 속도 및 변형률의 시간에 관한 고차 미분과 관계한다. 이를 수식으로 나타내면

$$\begin{aligned} a_0\sigma + a_1\frac{d\sigma}{dt} + a_2\frac{d^2\sigma}{dt^2} + a_3\frac{d^3\sigma}{dt^3} + \dots \\ = b_0\varepsilon + b_1\frac{d\varepsilon}{dt} + b_2\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + b_3\frac{d^3\varepsilon}{dt^3} + \dots \end{aligned} \quad (2.4)$$

식 (2.4)와 같이 되고 여기서  $a_0, a_1, a_2, a_3 \dots$ ,  $b_0, b_1, b_2, b_3 \dots$ 는 상수이고  $t$ 는 시간을 나타낸다. 이식을 정리하면

$$\sum_{i=0}^{\infty} a_i \frac{d^i \sigma}{dt^i} = \sum_{i=0}^{\infty} b_i \frac{d^i \varepsilon}{dt^i} \quad (2.5)$$

와 같이 된다. 이때 점탄성 재료가 반복하중을 받게되면 응력과 변형률은 주기 함수가 되므로 응력과 변형률을 식 (2.6)과 같이 나타내게 된다.

$$\sigma = Ae^{j\omega t}, \quad \varepsilon = Be^{j\omega t} \quad (2.6)$$

여기서  $A, B$ 는 응력과 변형률의 복소 진폭을 나타내고  $j=\sqrt{-1}$  을 의미하고  $\omega$ 는 각진동수(rad/sec) 이며,  $t$ 는 시간(sec) 이다. 이들의 고차미분은 식 (2.7)과 같이 된다.

$$\frac{d^i \sigma}{dt^i} = A(j\omega)^i e^{j\omega t}, \quad \frac{d^i \varepsilon}{dt^i} = B(j\omega)^i e^{j\omega t} \quad (2.7)$$

(2.7)의 식을 (2.5)식에 대입하여 나타내면 (2.8) 식이 된다.

$$\sum_{i=0}^{\infty} a_i A(j\omega)^i = \sum_{i=0}^{\infty} b_i B(j\omega)^i \quad (2.8)$$

위의 식에 의해 응력과 변형률의 비  $\frac{\sigma}{\varepsilon} = E^*$  는 식 (2.6)과 식 (2.8)에 의해 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$E^* = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{A}{B} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} b_i (j\omega)^i}{\sum_{i=0}^{\infty} a_i (j\omega)^i}$$

(2.9)

여기서  $E^*$ 를 복소 영계수 (Complex young's modulus) 라 하는데, 이를 식 (2.9)를 풀어서 나타내면 다음과 같이 된다.

$$E^* = E'(w) + jE''(w) = \frac{a'b' + a''b''}{a'^2 + a''^2} + j \frac{a'b' - a''b''}{a'^2 + a''^2}$$

(2.10)

$$a'(w) = a_0 - a_2 w^2 + a_4 w^4 \cdot \cdot \cdot, \quad b'(w) = b_0 - b_2 w^2 + b_4 w^4 \cdot \cdot \cdot$$

$$a''(w) = a_1 - a_3 w^3 + a_5 w^5 \cdot \cdot \cdot, \quad b''(w) = b_1 - b_3 w^3 + b_5 w^5 \cdot \cdot \cdot$$

### 제 3 장 점탄성 재료의 기계적인 모델

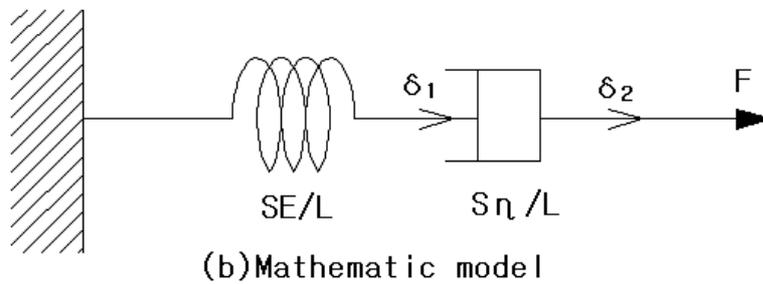
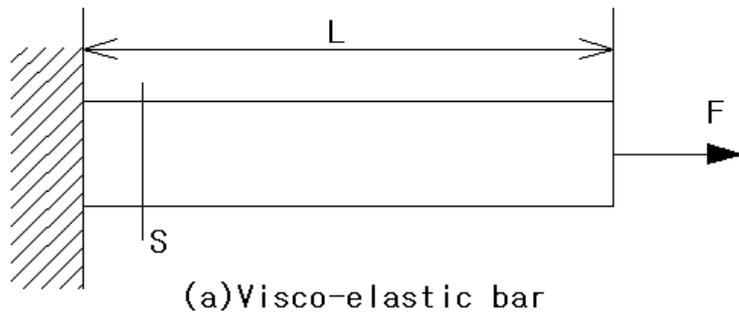
점탄성 재료를 이용하여 기계부품을 설계할 때에 복소 영계수는 가장 기본이 되고 중요한 재료물성치중의 하나이다. 그런데 식 (2.10)에서 보는 바와 같이 복소 영계수는 각 진동수  $\omega$ 의 함수이므로 진동 주파수에 따라 달라진다. 그러므로 주파수를 여러 가지로 변경하여 가며 재료의 복소 영계수를 측정하여야 하는데, 재료의 사용 주파수 범위를 모르는 상태에서 복소 영계수를 측정하기가 매우 난처하고 불가능하다는 것을 느끼게 될 것이다. 따라서 거의 모든 경우에 점탄성 재료의 성질을 후크의 뉴턴의 법칙을 따르는 스프링과 점성 대슈포트(Viscous dashpots)의 직렬 또는 병렬에 의한 다수의 결합에 의한 모델에 의하여 나타내어 질 수 있다고 가정하는 것이 보통이다. 그렇게 하면 점탄성 거동은 이 두 요소에 의한 기계적인 모델에 의해 편리하게 나타내어 질 수 있고 특히 이것은 점탄성 재료의 기계부품을 설계 및 제작할 때에 어느 임의의 주파수에서 어떤 거동을 보일 것인가를 예측할 수가 있어서 유효하게 적용할 수가 있다.

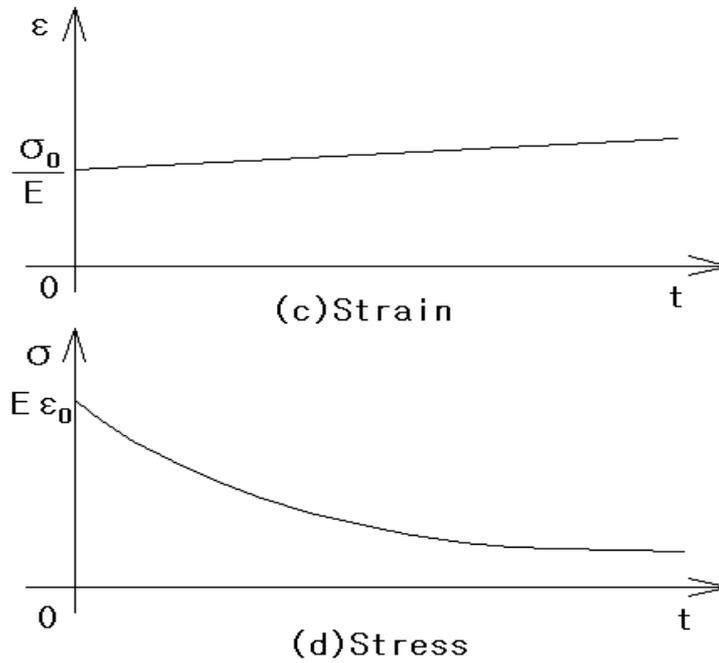
#### 3.1 막스웰 모델 (The Maxwell model)

Fig. 3.1의 (a)에서 보는 바와 같이 길이  $L$ 이고 단면적  $S$  인 막대형 점탄성 재료의 한쪽을 고정하고 다른 쪽인 자유단에 인장력  $F$ 를 가한다고 할 때 재료를 스프링과 대슈포트가 직렬로 결합되어 있는 모델로 간주하고 재료의 거동을 해석한다. 이때 스프링의 상수는  $SE/L$  이고 점성감쇄계수  $\eta/L$ 이 된다. 인장력이 재료에 작용하게 되면 스프링은 즉시 늘어나서 인장력에 비

레하는  $\delta_1$ 의 변위가 발생하고, 동시에 대슈퓏트의 변위도  $\delta_2 - \delta_1$  만큼 증가하기 시작한다.  $\delta_2$ 는 막대의 자유단 변위이다. 이 때에 인장력과 변위 사이의 관계는 다음의 식 (3.1) 과 같이 된다.

$$F = \frac{SE}{L} \delta_1 = \frac{S\eta}{L} (\delta_2 - \delta_1) \quad (3.1)$$





**Fig. 3.1 The Maxwell model**

이 식의 양변을 면적  $S$ 로 나누어 응력과 변형률의 관계를 구한다.

$$\frac{F}{S} = \sigma = E\varepsilon = \eta \dot{\varepsilon}_d \quad (3.2)$$

여기서  $\varepsilon_s = \delta_1/L$ 로서 스프링의 변형률이고  $\dot{\varepsilon}_d = (\dot{\delta}_2 - \dot{\delta}_1)/L$ 로서 대슈  
 푸트의 변형률속도이다. 물론  $\varepsilon_d = (\delta_2 - \delta_1)/L$ 로서 대슈푸트의 변형률이고  
 막대의 변형률은  $\varepsilon = \delta_2/L$ 이므로  $\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_d$ 가 되어 결국 응력  $\sigma$ 와 변형률  
 $\varepsilon$ 사이의 관계는 다음과 같이 된다.

$$\sigma + \frac{F}{S} \dot{\sigma} = \eta \dot{\varepsilon} \quad (3.3)$$

이것이 막스웰 모델에서의 응력과 변형률의 관계식인데, 이 식을 식 (2.4)와  
 비교하여 상수를 나타내면

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 1, & a_1 &= \frac{n}{E}, & b_0 &= 0, & b_1 &= n, \\
 a_2 &= a_3 = a_4 = \dots = b_2 = b_3 = b_4 \dots = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

이 값들을 식 (2.10)에 대입하면 막스웰 모델의 복소 영계수를 구할 수 있다.

$$E^* = E'(w) + j(E'') = \frac{\frac{n^2}{E} w^2}{1 + (\frac{n}{E} w)^2} + \frac{n w}{1 + (\frac{n}{E} w)^2}
 \tag{3.5}$$

막스웰 모델의 크립응답을 구하기 위하여 식 (3.3)에다  $\sigma = \sigma_0 = constant$  를 대입하면  $\dot{\sigma} = 0$  이 되고  $\sigma_0 = n \dot{\epsilon}$  이 된다. 이에 의해 변형률  $\epsilon(t)$ 와 크립함수  $R(t)$ 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 \epsilon(t) &= \sigma_0 \left( \frac{1}{n} t + \frac{1}{E} \right) \\
 R(t) &= \frac{\epsilon(t)}{\sigma_0} = \left( \frac{1}{n} t + \frac{1}{E} \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

일정 변형률을 주었을 때, 막스웰 모델의 응력 경감응답을 구하기 위하여 식 (3.3)에다  $\epsilon = \epsilon_0 = constant$  를 대입하면  $\dot{\epsilon} = 0$  이므로 응력  $\sigma(t)$ 와 응력 경감함수  $R(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 \sigma(t) &= E \epsilon_0 e^{-\frac{E}{n} t} \\
 R(t) &= \frac{\sigma(t)}{\epsilon_0} = E e^{-\frac{E}{n} t}
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

Fig. 3.1의 (c)의 막스웰 모델의 경우 크립 응답을 나타내고 (d)는 응력 경

감응답을 나타낸다. 일정응력  $\sigma_0$  를 주면 변형률은 초기치  $\sigma_0/E$  로부터 기울기  $\sigma_0/\eta$  로 직선적으로 증가하며, 일정변형률  $\varepsilon_0$  를 주면 응력은 초기치  $E\varepsilon_0$  로부터 단조 감소하여 시간이 무한대로 증가하면 영에 수렴한다.

### 3.2 보이트 모델 (The Voigt model)

이 모델은 점탄성 재료를 Fig. 3.2 (a)에서 보이는 바와 같이 스프링과 대쉬포트가 병렬로 결합되어 있는 모델이다. 막대에 작용하는 인장력을  $F$  에 의한 변위  $\delta$ 의 관계식은 다음과 같다.

$$F = \frac{SE}{L} \delta + \frac{S\eta}{L} \dot{\delta} \quad (3.8)$$

여기서  $\delta/L = \varepsilon, \dot{\delta}/L = \dot{\varepsilon}$  를 감안하면 보이트 모델의 응력과 변형률의 관계식은 다음과 같이 된다.

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (3.9)$$

이 식을 식 (2.4) 와 비교하여 보면 식 (2.4)의 상수들은

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 1, & a_1 &= a_2 = a_3 = a_4 = \dots = 0, \\
 b_0 &= E, & b_1 &= n, & b_2 &= b_3 = b_4 \dots = 0
 \end{aligned}$$

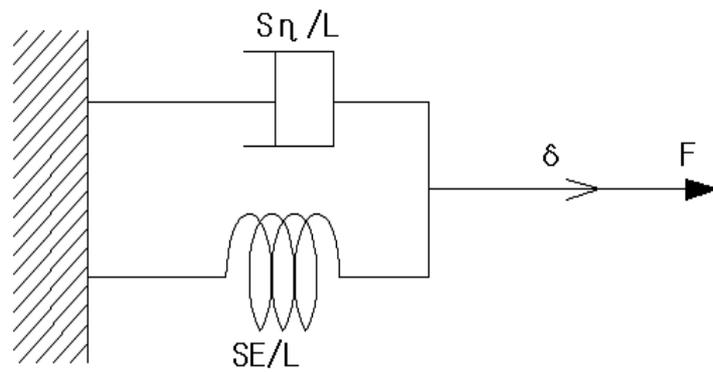
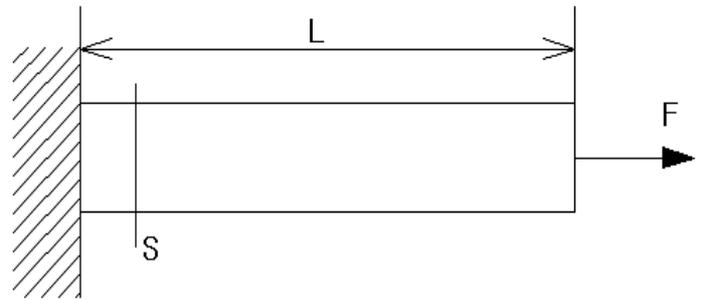
(3.10)

와 같고 이것을 식 (2.10)에 대입하면 보이트 모델의 복소 영계수를 구할 수 있다.

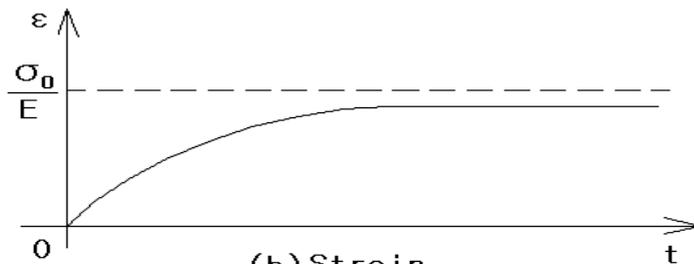
$$E^* = E'(w) + jE''(w) = E + \mathcal{N}w \quad (3.11)$$

보이트 모델의 크립응답을 구하기 위하여 식 (3.9)에다  $\sigma = \sigma_0 = \text{constant}$  를 대입하면  $\dot{\sigma} = 0$  이 되고  $\sigma_0 = E\varepsilon + n\dot{\varepsilon}$  이 된다. 이것으로 변형률  $\varepsilon(t)$  와 크립함수  $F(t)$  를 구하면 다음과 같이 된다.

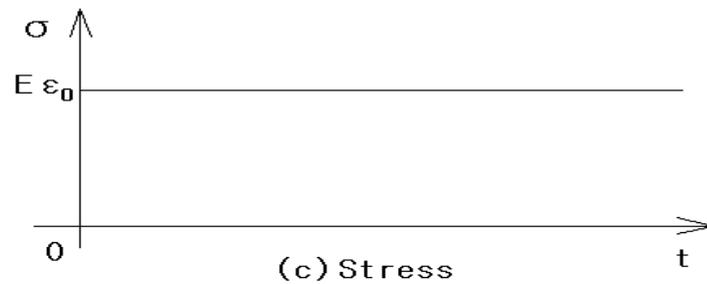
$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-\frac{E}{n}t}), \quad F(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E} (1 - e^{-\frac{E}{n}t}) \quad (3.12)$$



(a) Mathematic model



(b) Strain



(c) Stress

Fig. 3.2 The Voigt model.

일정 변형률을 주었을 때, 보이트 모델의 응력 경감응답을 구하기 위하여 식 (3.9)에다  $\varepsilon = \varepsilon_0 = constant$  를 대입하면  $\dot{\varepsilon} = 0$  이므로 응력  $\sigma(t) = E\varepsilon_0$  이 되어 응력 경감이 일어나지 않음을 알 수 있다.

Fig. 3-2의 (b)는 보이트 모델의 경우 크립 응답을 나타낸다. 일정응력  $\sigma_0$  를 주면 변형률은 초기치  $\varepsilon_0$  으로부터 단조 증가하여 시간이 무한대로 경과 하면 일정치  $\sigma_0/E$  에 수렴하게 된다.

### 3.3 표준 선형모델 (The standard linear model)

Fig. 3.3 의 (a)는 표준 선형모델을 나타낸다. 이것은 그림에서 보이는 바와 같이 보이트 모델에 스프링이 직렬로 연결되어 있는 모델이다. 재료에 인장력  $F$ 가 작용할 때 각 절점에 대한 인장력과 변위 사이의 관계는 다음과 같다.

$$F = \frac{SE_1}{L} \delta_1 = \frac{SE_2}{L} (\delta_2 - \delta_1) + \frac{Sn}{L} (\delta_2 - \delta_1) \quad (3.13)$$

이 식을 양변을  $S$ 로 나누고  $F/S = \sigma$ ,  $\delta_1/L = \varepsilon_1$ ,  $(\delta_2 - \delta_1)/L = \varepsilon_2$ ,  $\varepsilon = \delta_2/L$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ 의 식을 이용하여 응력  $\sigma$ 와 변형률  $\varepsilon$ 과의 관계를 구하면 식 (3.14)가 된다.

$$(E_1 + E_2)\sigma + n\sigma' = E_1 E_2 \varepsilon + E_1 n \varepsilon' \quad (3.14)$$

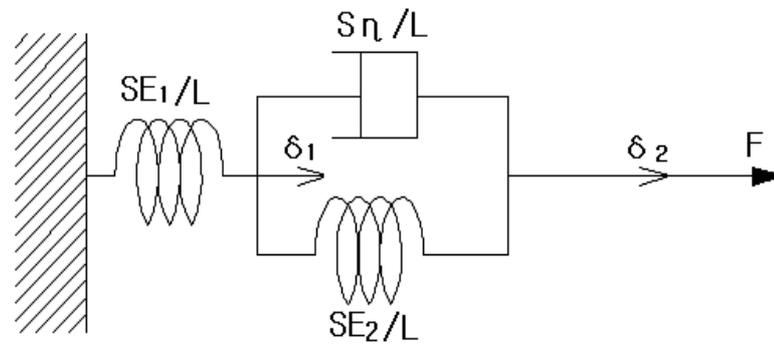
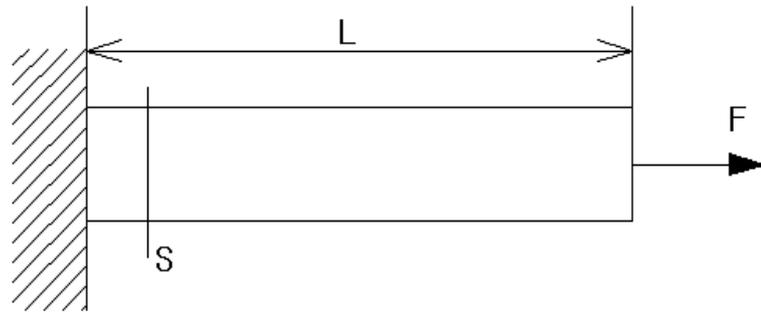
이 것이 표준 선형 모델에서의 응력과 변형률의 관계식이다. 이 식을 식 (2.4)와 비교하여 나타내면 상수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} a_0 &= E_1 + E_2, & a_1 &= n, & a_2 &= a_3 = a_4 = \dots = 0 \\ b_0 &= E_1 E_2, & b_1 &= E_1 n, & b_2 &= b_3 = b_4 = \dots = 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

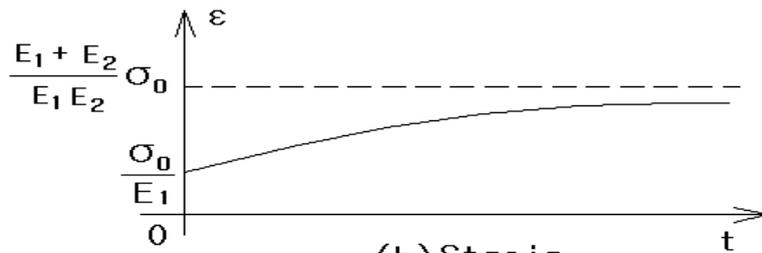
이 값들은 식 (2.10)에 대입하면 식 (3.16)을 구할 수 있고 이 식으로 표준 선형 모델의 복소 영계수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E^* &= E'(\omega) + j E''(\omega) \\ &= \frac{(E_1 + E_2) E_1 E_2 + E_1 n^2 \omega^2}{(E_1 + E_2)^2 + (n\omega)^2} + j \frac{(E_1 + E_2) E_1 n \omega - E_1 E_2 n \omega}{(E_1 + E_2)^2 + (n\omega)^2} \end{aligned}$$

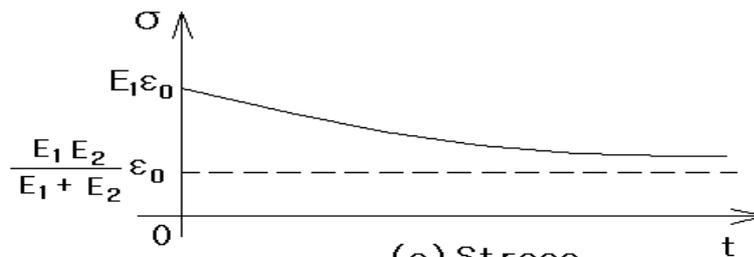
(3.16)



(a) Mathematic model



(b) Strain



(c) Stress

**Fig. 3.3 The standard linear model.**

일정 응력하에서 표준 선형 모델의 크립 응답을 구하기 위하여 식(3.14)에  $\sigma = \sigma_0 = constant$  를 대입하면  $(E_1 + E_2)\sigma_0 = E_1 E_2 \varepsilon + E_1 n \dot{\varepsilon}$  이 되고 초기조건  $t=0$ ,  $\varepsilon = \sigma_0/E_1$  임을 감안하여 이것으로부터 변형률  $\varepsilon(t)$ 와 크립 함수  $F(t)$ 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_2} \left( \frac{E_1 + E_2}{E_1} - e^{-\frac{E_2}{n} t} \right)$$

$$F(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E_2} \left( \frac{E_1 + E_2}{E_1} - e^{-\frac{E_2}{n} t} \right) \quad (3.17)$$

일정 변형률을 주었을 때, 표준 선형 모델의 응력 경감응답을 구하기 위하여 식(3.14)에다  $\varepsilon = \varepsilon_0 = constant$  를 대입하면  $\dot{\varepsilon} = 0$  이므로 초기조건  $t=0$  일 때에  $\sigma = E_1 \varepsilon_0$  임을 감안하여 응력  $\sigma(t)$ 와 응력 경감함수  $R(t)$ 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\sigma(t) = \frac{E_1 \varepsilon_0}{E_1 + E_2} (E_2 + E_1 e^{-\frac{E_1 + E_2}{n} t})$$

$$R(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = \frac{E_1}{E_1 + E_2} (E_2 + E_1 e^{-\frac{E_1 + E_2}{n} t}) \quad (3.18)$$

Fig. 3.3 의 (b)는 표준 선형모델의 경우 크립응답을 나타내고 (c)는 응력 경감응답을 나타낸다. 일정응력  $\sigma_0$ 를 주면 변형률은 초기치  $\sigma_0/E_1$  로부터 단조 증가하여 시간이 무한히 경과하면 일정한 값  $(E_1 + E_2)\sigma_0/(E_1 E_2)$  에 수렴한다. 또한 일정변형률  $\varepsilon_0$  를 주면 응력은 초기치  $E_1 \varepsilon_0$  로부터 단조 감소하여 시간이 무한대로 증가하면  $(E_1 E_2)\varepsilon_0/(E_1 + E_2)\sigma_0$  에 수렴하게 된다.

### 3.4 맥스웰-보이트 (The Maxwell-Voigt model)

Fig. 3.4의 (a) 는 맥스웰- 보이트 모델을 나타낸다. 이 모델은 맥스웰 모델과 보이트 모델을 직렬로 결합한 형태이다. Fig. 3-4에 표시된 바와 같이 스프링 및 대쉬포트의 각 절점을 1, 2, 3, 4 라 하고 점 (1-2), (2-3), (3-4) 신장량을  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{23}$ ,  $\delta_{34}$  라고 하면 전체의 신장량은  $\delta = \delta_{12} + \delta_{23} + \delta_{34}$  가 된다. 인장력 F 가 재료에 작용하면 각 요소의 변위와 인장력과의 관계는 다음과 같이된다.

$$F = \frac{SE_1}{L} \delta_{12} = \frac{Sn_1}{L} \delta_{23} = \frac{SE_2}{L} \delta_{34} + \frac{Sn_2}{L} \delta_{34}$$

(3.19)

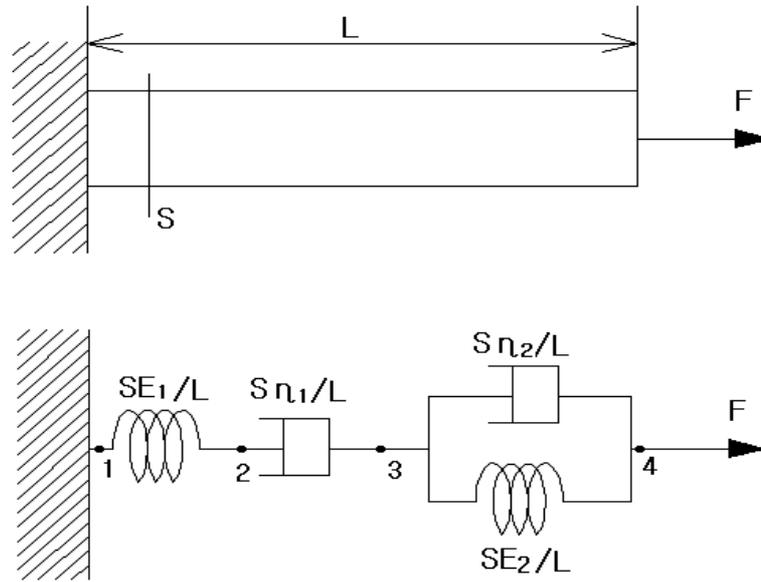
이 식의 양변을 S로 나누고  $F/S = \sigma$ ,  $\delta = \delta_{12} + \delta_{23} + \delta_{34}$ ,  $\delta/L = \epsilon$ 임을 감안하고 수식계산을 하면 응력과 변형률의 관계는 다음과 같이된다.

$$\begin{aligned} \sigma + \frac{n_1 n_2}{E_1 E_2} \left( \frac{E_1}{n_1} + \frac{E_1}{n_2} + \frac{E_2}{n_2} \right) \frac{d\sigma}{dt} + \frac{n_1 n_2}{E_1 E_2} \frac{d^2\sigma}{dt^2} \\ = n_1 \frac{d\epsilon}{dt} + \frac{n_1 n_2}{E_2} \frac{d^2\epsilon}{dt^2} \end{aligned} \quad (3.20)$$

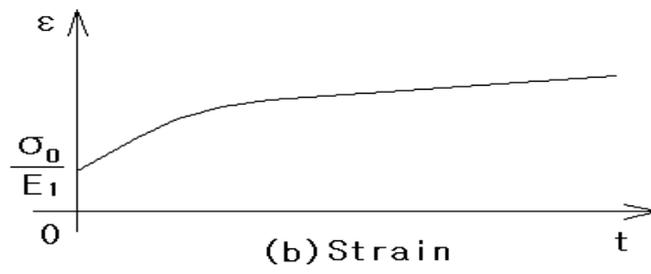
이것이 맥스웰-보이트 모델에서의 응력과 변형률의 관계식인데, 이 식을 식 (2-4)와 비교하여 상수를 나타내면 다음과 같이된다.

$$\begin{aligned} a_0 = 1, \quad a_1 = \frac{n_1 n_2}{E_1 E_2} \left( \frac{E_1}{n_1} + \frac{E_1}{n_2} + \frac{E_2}{n_2} \right), \quad a_2 = \frac{n_1 n_2}{E_1 E_2}, \\ a_3 = a_4 = \dots = 0 \quad b_0 = 0, \quad b_1 = n_1, \quad b_2 = \frac{n_1 n_2}{E_2} \quad b_3 = b_4 \dots = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

이 값을 식 (2-10)에 대입하면 맥스웰-보이트 모델의 복소 영계수를 구할 수 있다.



(a) Mathematic model



(b) Strain



(c) Stress

Fig. 3-4 The Maxwell -Voigt model.

$$E^* = E'(w) + jE''(w)$$

$$E'(w) = \frac{a'b' + a''b''}{a'^2 + a''^2}, \quad E''(w) = \frac{a'b'' - a''b'}{a'^2 + a''^2},$$

$$a' = 1 - \frac{n_1 n_2}{E_1 E_2} w^2, \quad a'' = \frac{n_1 n_2}{E_1 E_2} \left( \frac{E_1}{n_1} + \frac{E_1}{n_2} + \frac{E_2}{n_2} \right) w,$$

$$b' = -\frac{n_1 n_2}{E_2} w^2, \quad b'' = n_1 w^2 \quad (3.22)$$

일정 응력하에서 맥스웰-보이트 모델의 크립 응답을 구하기 위하여 식 (3.20)에다  $\sigma = \sigma_0 = \text{constant}$  를 대입하면  $\sigma_0 = \frac{n_1 n_2}{E_2} \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + n_1 \frac{d\varepsilon}{dt}$  이 되고 초기조건  $t=0, \varepsilon = \sigma_0 / E_1, \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_0}{n_1} + \frac{\sigma_0}{n_2}$  임을 감안하여 이것으로부터 변형률  $\varepsilon(t)$ 와 크립 함수  $F(t)$  를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} - \frac{\sigma_0}{E_2} e^{-\frac{E_2}{n_2} t} + \frac{1}{n_1} t$$

$$F(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_2} e^{-\frac{E_2}{n_2} t} + \frac{1}{n_1} t \quad (3.23)$$

일정 변형률을 주었을 때, 맥스웰-보이트 모델의 응력 경감응답을 구하기 위하여 식(3.20)에다  $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{constant}$  를 대입하면  $\dot{\varepsilon} = 0$  이므로 초기조건  $t=0$  일 때에  $\sigma = E_1 \varepsilon_0, \frac{d\sigma}{dt} = -E_1^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \varepsilon_0$  임을 감안하여 응력  $\sigma(t)$ 와 응력 경감함수  $R(t)$ 를 구하면 다음과 같이된다.

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 R(t)$$

$$R(t) = \frac{E_1 p_2 - E_1^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}{p_2 - p_1} e^{-p_1 t} - \frac{E_1 p_1 - E_1^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}{p_2 - p_1} e^{-p_2 t}$$

$$p_1 = \mu + \sqrt{\mu^2 - p^2}, \quad p_2 = \mu - \sqrt{\mu^2 - p^2}$$

$$\mu = \frac{1}{2} \left( \frac{E_1}{n_1} + \frac{E_1}{n_2} + \frac{E_2}{n_2} \right), \quad p^2 = \frac{n_1 n_2}{E_1 E_2} \quad (3.24)$$

Fig. 3.4의 (b)는 막스웰-보이트 모델의 크립 응답을 나타내고 (c)는 응력 경감응답을 나타낸다. 일정응력  $\sigma_0$ 를 주면 변형률은 초기치  $\sigma_0/E$ 로부터 단조 증가하여 시간이 무한히 경과하면 이것도 무한히 증가한다. 또한 일정 변형률  $\varepsilon_0$ 를 주면 응력은 초기치  $E_1 \varepsilon_0$ 로부터 단조 감소하여 시간이 무한대로 증가하면 영에 수렴한다.

### 3.5 수정 막스웰 모델 (The modified Maxwell model)

Fig. 3.5의 (a)는 수정 막스웰 모델을 나타낸다. 이는 막스웰 모델에 스프링요소가 병렬로 연결된 모델이다. 여기에 인장력  $F$ 가 작용할 때 인장력과 변위의 관계식은 다음과 같다.

$$F = \frac{SE_1}{L} \delta_2 + \frac{SE_2}{L} \delta_1 = \frac{SE_1}{L} \delta_2 + \frac{\eta L}{L} (\delta_2 - \delta_1) \quad (3.25)$$

이 식의 양변을  $S$ 로 나누고  $F/S = \sigma, \delta_1/L = \varepsilon_1, \varepsilon = \delta_2/L, \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_d$  임을 감안하면 응력과 변형률의 관계를 구하면 다음과 같다.

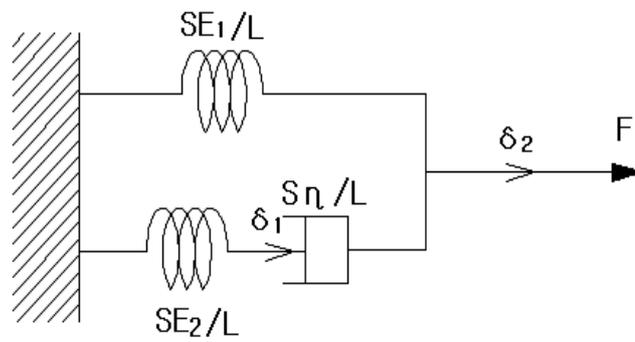
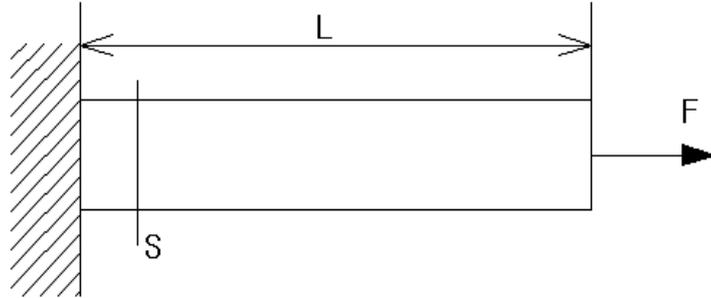
$$\sigma + \frac{\eta}{E_2} \dot{\sigma} = E_1 \varepsilon + \frac{E_1 + E_2}{E_2} \eta \dot{\varepsilon} \quad (3.26)$$

식 (3.26) 이 수정 막스웰 모델에서의 응력과 변형률의 관계식인데, 이 식을 식 (2-4)와 비교하여 상수를 나타내면 다음과 같이 된다.

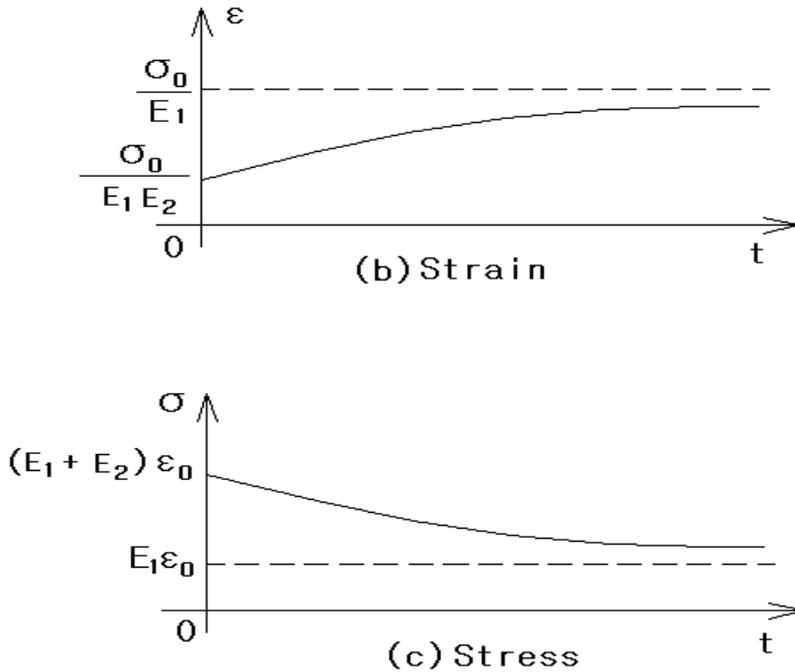
$$a_0 = 1, \quad a_1 = \frac{\eta}{E_2}, \quad b_0 = E_1, \quad b_1 = \frac{E_1 + E_2}{E_2} \eta, \\ a_2 = a_3 = a_4 = \dots = b_2 = b_3 = b_4 \dots = 0 \quad (3.27)$$

이 상수 값을 식(2.10)에 대입하면 수정 막스웰 모델의 복소 영계수를 구할 수 있다.

$$E^* = E'(w) + j E''(w) \\ = \frac{E_1 E_1^2 + (E_1 + E_2) \eta^2 w^2}{E_2^2 + \eta^2 w^2} + j \frac{E_2^2 \eta w}{E_2^2 + \eta^2 w^2} \quad (3.28)$$



(a) Mathematic model



**Fig. 3.5 The modified Maxwell model.**

일정 응력하에서 수정 막스웰 모델의 크립 응답을 구하기 위하여 식(3.26)에다  $\sigma = \sigma_0 = constant$  를 대입하면  $\sigma_0 = E_1 \dot{\epsilon} + \frac{E_1 + E_2}{E_2} \eta \dot{\epsilon}$  이 되고 초기조건  $t=0, \epsilon = \sigma_0 / (E_1 + E_2)$  임을 감안하여 이것으로부터 변형률  $\epsilon(t)$ 와 크립함수  $R(t)$ 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_1} \left( 1 - \frac{E_2}{E_1 + E_2} - e^{-\frac{E_1 E_2}{(E_1 + E_2) \eta} t} \right)$$

$$R(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E_1} \left( 1 - \frac{E_2}{E_1 + E_2} - e^{-\frac{E_1 E_2}{(E_1 + E_2) \eta} t} \right) \quad (3.29)$$

일정 변형률을 주었을 때, 수정 막스웰 모델의 응력 경감응답을 구하기 위하여 식(3.26)에다  $\epsilon = \epsilon_0 = constant$  를 대입하면  $\dot{\epsilon} = 0$  이므로 초기조건  $t=0$  일 때에  $\sigma = (E_1 + E_2) \epsilon_0$  임을 감안하여 응력  $\sigma(t)$ 와 응력 경감함수  $R(t)$ 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}\sigma(t) &= \varepsilon_0(E_1 + E_2 e^{-\frac{E_2}{\eta} t}) \\ R(t) &= \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = E_1 + E_2 e^{-\frac{E_2}{\eta} t}\end{aligned}\quad (3.30)$$

Fig. 3.5 (b)는 수정 맥스웰 모델에서의 크립 응답을 나타내고 (c)는 응력 경감을 나타낸다. 일정응력  $\sigma_0$ 를 주면 변형률은 초기치  $\sigma_0/(E_1 + E_2)$ 로부터 단조 증가하여 시간이 무한히 경과하면 일정한 값  $\sigma_0/E_1$ 에 수렴한다. 또한 일정 변형률  $\varepsilon_0$ 를 주면 응력은 초기치  $(E_1 + E_2)\varepsilon_0$ 로부터 단조 감소하여 시간이 무한대로 증가하면 일정한 값  $E_1\varepsilon_0$ 에 수렴한다.

## 제 4 장 고무재료의 강제진동 특성

고무재료는 점탄성 거동을 하고 이러한 고무재료의 특성을 맥스웰 모델과 보이트 모델의 조합으로 설명될 수 있음을 앞의 장에서 설명하였다. 점탄성 재료의 기계적인 모델이 간단하면 이를 해석하는 수학적 방정식이 간단하여 재료의 특성을 파악하기 용이해지나 재료의 특성을 잘 나타내지 못하고 기계적인 모델이 복잡해지면 재료의 특성을 보다 정확하게 나타낼 수 있으나 수리적인 방정식의 방대함에 의해 실용화가 어려워 지게 된다. 본 연구에서는 고무 재료를 표준 선형 모델로 생각 하였을 때, 강제진동 실험에 의해 고무재료의 동적 특성을 나타내는 스프링 상수와 점성감쇄계수를 구할 수 있는 수학적 방법과 시험 방법을 제시하였다.

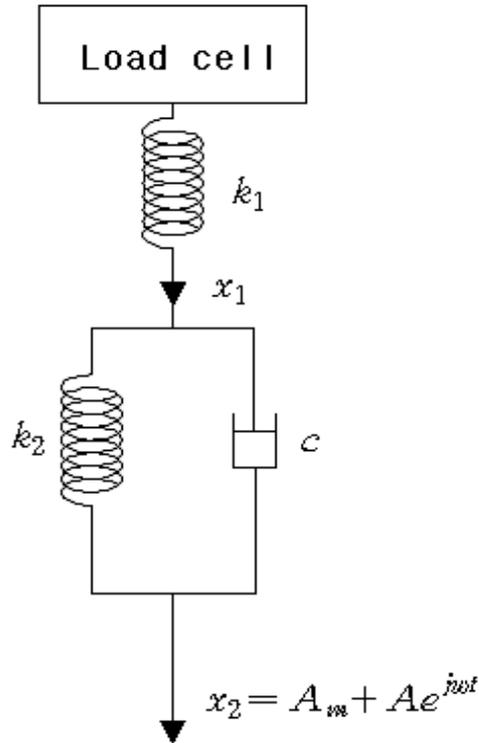
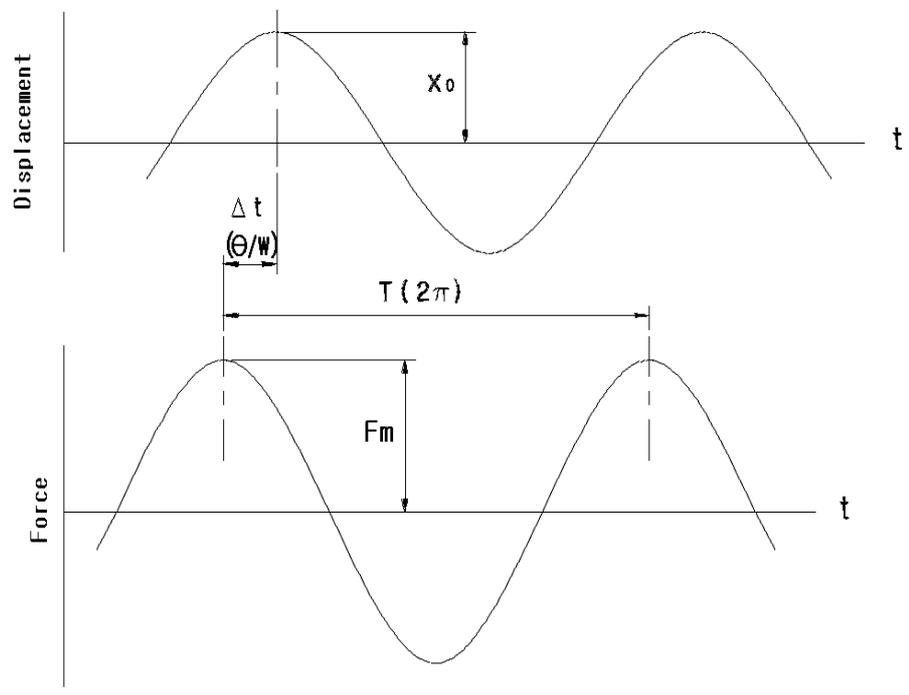


Fig. 4.1 The forced vibration test.

재료에 초기 변위  $A_m$  을 가한 후에 반진폭  $A$ 인 정현파 변위를 주게 되면 하단의 변위  $x_2$ 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$x_2 = A_m + A e^{j\omega t} \quad (4.1)$$

여기서 정현파의 변위에 의해 재료에 하중이 발생하게 되고 여기서 하중은 주어진 변위와 같은 주파수를 가지는 정현파로 나타난다. 반복하중을 받는 고무재료는 Fig. 4.2 와 같이 하중의 정현파는 변위의 정현파에 대해 위상차를 가진 움직임을 보여준다. 그리고 이 위상차에 의해 한 주기 동안의 하중-변위 선도는 히스테리시스 루프(Hysteresis loop)를 그리게되고 이 히스테리시스 루프의 면적과 동일한 양의 열이 고무에 발생하게 된다.



**Fig. 4.2 The forced vibration and phase angle.**

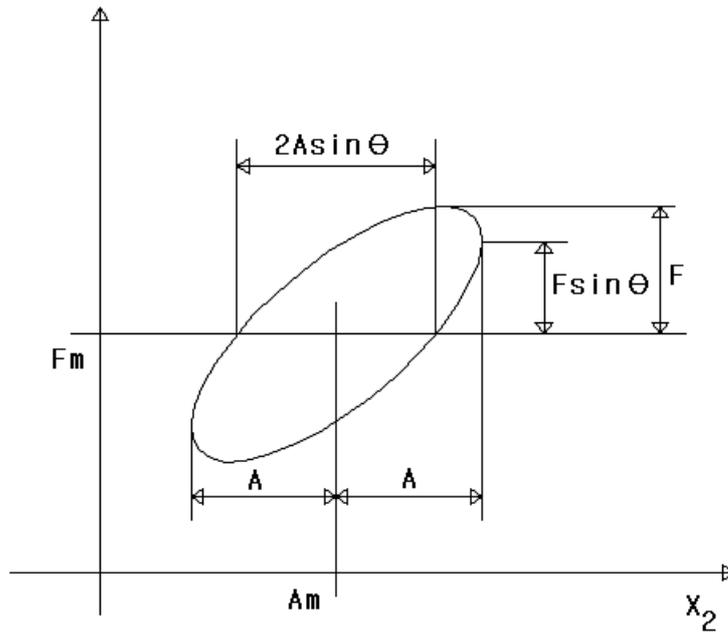


Fig. 4.3 Hysteresis loop.

하중과 변위와의 위상차에 의해 하중은 변위의 식 (4.1)과 위상차  $\theta$  에 의해 다음과 같이 표시가 가능하다.

$$f = F_m + F e^{j(\omega t + \theta)}$$

(4.2)

위의 식에서  $F_m$ 은 재료에 가해지는 힘의 평균치이고  $F$ 는 정현파 힘의 반진폭이다. 표준 선형 모델에서  $k_1$ 의 신장량을  $x_1$  이라 하면 재료에 걸리는 힘  $f$ 는 다음과 같이 될 것이다.

$$f = k_1 x_1 = k_2 (x_2 - x_1) + c \frac{d(x_2 - x_1)}{dt}$$

(4.3)

식(4.1)의  $x_2$ 를 식 (4.3)에 대입하고 정리하면  $x_1$ 을 구할 수 있다.

$$x_1 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} A_m + \frac{(k_1 + k_2)k_2 + w^2 c^2 + jk_1 w c}{(k_1 + k_2)^2 + w^2 c^2} A e^{j\omega t} \quad (4.4)$$

여기에서 구해진  $x_1$ 을 다시 식 (4.3)에 대입함으로써 재료에 가해지는 힘  $f$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} f &= k_1 x_1 \\ &= \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} A_m + \frac{k_1 \sqrt{(k_1 k_2 + k_2^2 + w^2 c^2)^2 + k_1^2 w^2 c^2}}{(k_1 + k_2)^2 + w^2 c^2} A e^{j(\omega t + \xi)} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\text{단, } \tan \xi = \frac{k_1 w c}{k_1 k_2 + k_2^2 + w^2 c^2} \quad (4.6)$$

이 식에서 보는 바와 같이 로드 셀에서 검출된 힘  $f$ 는 식 (4.1)의 변위  $x_2$ 로 주어진 강제진동보다 위상이 각도로는  $\xi$ 만큼 앞서고, 시간으로는  $\xi/\omega$ 만큼 앞서고 있음을 알 수 있다. 식 (4.2)와 식 (4.5), (4.6)을 비교하여 보면  $\theta = \xi$ 가 됨을 알 수 있으며 다음 세 개의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{F_m}{A_m} = k_s \quad (4.7)$$

$$\frac{k_1 \sqrt{(k_1 k_2 + k_2^2 + w^2 c^2)^2 + k_1^2 w^2 c^2}}{(k_1 + k_2)^2 + w^2 c^2} = \frac{F}{A} = k_d \quad (4.8)$$

$$\frac{k_1 \omega c}{k_1 k_2 + k_2^2 + \omega^2 c^2} = \tan \Theta$$

(4.9)

식(4.7) 에서  $k_2 = \frac{k_s k_1}{k_1 - k_s}$  를 구하고 이것을 식(4.9) 에 대입하면

$$\frac{k_1 \omega c}{\frac{k_s k_1^2}{k_1 - k_s} + \left( \frac{k_s k_1}{k_1 - k_s} \right)^2 + \omega^2 c^2} = \tan \Phi \quad (4.10)$$

이 된다. 식 (4.9)에서  $\frac{k_1 \omega c}{\tan \Phi} = k_1 k_2 + k_2^2 + \omega^2 c^2$  를 식 (4.8)에 대입하고 또

한  $k_2 = \frac{k_s k_1}{k_1 - k_s}$  를 대입하여  $k_2$ 를 소거하면

$$\frac{k_1 \sqrt{\left( \frac{k_1 \omega c}{\tan \Theta} \right)^2 + k_1^2 \omega^2 c^2}}{(k_1 + k_2)^2 + \omega^2 c^2} = \frac{k_1 \omega c \sqrt{\left( \frac{1}{\tan \Theta} \right)^2 + 1}}{\left( k_1 + \frac{k_s k_1}{k_1 - k_s} \right)^2 + \omega^2 c^2} = k_d \quad (4.11)$$

$$\frac{k_1^2 \omega c}{k_d} \sqrt{\frac{1 + (\tan \Theta)^2}{(\tan \Theta)^2}} = \left( \frac{k_1^2 - k_s k_1 + k_s k_1}{k_1 - k_s} \right)^2 + \omega^2 c^2 \quad (4.12)$$

$$\frac{k_1^2}{k_d \tan \Theta} \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} \omega c = \left( \frac{k_1^2}{k_1 - k_s} \right)^2 + \omega^2 c^2 \quad (4.13)$$

와 같이 되고 식(4.10)을 풀어서 나타내면

$$\frac{k_1 \omega c}{\tan \Theta} = \frac{k_s k_1^2}{k_1 - k_s} + \left( \frac{k_s k_1}{k_1 - k_s} \right)^2 + \omega^2 c^2$$

$$\frac{k_1 w c}{\tan \Theta} = \frac{k_s k_1^2}{k_1 - k_s} \left( 1 + \frac{k_s}{k_1 - k_s} \right) + w^2 c^2 = \frac{k_s k_1^2}{k_1 - k_s} \left( \frac{k_1 - k_s + k_s}{k_1 - k_s} \right) + w^2 c^2$$

$$\frac{k_1 w c}{\tan \Theta} = \frac{k_1 k_s^3}{(k_1 - k_s)^2} + w^2 c^2$$

$$w^2 c^2 - \frac{k_1 w c}{\tan \Theta} + \frac{k_1 k_s^3}{(k_1 - k_s)^2} = 0 \quad (4.14)$$

식(4.14) 와 (4.13) 정리하면

$$\left( \frac{k_1^2}{k_d \tan \Theta} \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - \frac{k_1}{\tan \Theta} \right) w c + \frac{k_s k_1^3}{(k_1 - k_s)^2} - \left( \frac{k_1^2}{k_1 - k_s} \right) = 0 \quad (4.15)$$

식 (4.15) 가 되고 이것을  $w c$ 의 항으로 나타내면

$$\begin{aligned} w c &= \frac{-\frac{k_s k_1^3}{(k_1 - k_s)^2} + \left( \frac{k_1^2}{k_1 - k_s} \right)^2}{\frac{k_1^2}{k_d \tan \Theta} \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - \frac{k_1}{\tan \Theta}} = \frac{\frac{k_1^3}{(k_1 - k_s)^2} - \frac{k_s k_1^2}{(k_1 - k_s)^2}}{\frac{k_1^2}{k_d \tan \Theta} \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - \frac{1}{\tan \Theta}} \\ &= \frac{\frac{k_1^2}{(k_1 - k_s)^2} (k_1 - k_s)}{\frac{k_1^2}{k_d \tan \Theta} \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - \frac{1}{\tan \Theta}} = \frac{\frac{k_1^2 k_d \tan \Theta}{k_1 - k_s}}{k_1 \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - k_d} \\ w c &= \frac{k_1^2 k_d \tan \Theta}{(k_1 - k_s)(k_1 \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - k_d)} \quad (4.16) \end{aligned}$$

식 (4.16)을 식 (4.15)에 대입하여 풀이하면

$$\left( \frac{k_1^2 k_d \tan \Theta}{(k_1 - k_s)(k_1 \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - k_d)} \right)^2 -$$

$$\frac{k_1}{\tan \Theta} \frac{k_1^2 k_d \tan \Theta}{(k_1 - k_s)(k_1 \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - k_d)} + \frac{k_1 k_s^3}{(k_1 - k_s)^2} = 0$$

$$\frac{k_1 k_d^2 (\tan \Theta)^2}{(k_1 \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - k_d)^2} - \frac{k_d (k_1 - k_s)}{(k_1 \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - k_d)} + k_1 = 0$$

$$k_1 k_d^2 (\tan \Theta)^2 - k_d (k_1 - k_s)(k_1 \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - k_d) + k_s (k_1 \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - k_d)^2 = 0$$

$$k_1 k_d^2 (\tan \Theta)^2 - k_d \{ k_1^2 \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} - k_d k_1 - k_1 k_s \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} + k_s k_s \}$$

$$+ k_s \{ k_1^2 (1 + \tan \Theta^2) - 2k_d \sqrt{1 + (\tan \Theta)^2} + k_d^2 \} = 0$$

$$\{ k_s (1 + \tan \Theta^2) - k_d \sqrt{1 + \tan \Theta^2} \} k_1^2$$

$$+ (k_d^2 \tan \Theta^2 + k_d^2 + k_s k_d \sqrt{1 + \tan \Theta^2} - 2k_s k_d \sqrt{1 + \tan \Theta^2}) k_1 = 0 \quad (4.17)$$

식(4.17) 을  $k_1$ 으로 나타내면 식 (4.18)과 같이 되고 이 식으로  $k_1$ 을 구할 수 있다.

$$k_1 = \frac{k_d^2 \tan \Theta^2 + k_d^2 + k_s k_d \sqrt{1 + \tan \Theta^2} - 2k_s k_d \sqrt{1 + \tan \Theta^2}}{k_s (1 + \tan \Theta^2) - k_d \sqrt{1 + \tan \Theta^2}}$$

$$= \frac{k_d^2 \tan \Theta^2 + k_d^2 + - k_s k_d \sqrt{1 + \tan \Theta^2}}{k_s (1 + \tan \Theta^2) - k_d \sqrt{1 + \tan \Theta^2}}$$

$$= \frac{k_d^2 \sqrt{1 + \tan^2 \Theta} - k_s k_d}{k_d - k_s \sqrt{1 + \tan^2 \Theta}} \quad (4.18)$$

식(4.18)을 (4.7)과 (4.8), (4.16)식에 대입하여 각각의 스프링 상수와 점성계수를 구할 수 있으며 식(4.7)의  $k_s$ 는 정적시험에 의해 구할 수 있고  $k_d$ 항의 요소인 하중과 변위는 강제진동 실험에 의해 구할 수 있다. 위의 식들에서 하중과 변위 그리고 각진동수에 대한 수치는 실험에 의해서 쉽게 구해지나 위상차  $\Theta$ 는 측정하기 어렵다. 이는 Fig. 4.2 와 같이 하중과 변위 사이에는  $\omega/\Theta$  만큼의 위상차가 생기게 되는데 이 시간차가 매우 적고 이에 비해 각진동수는 상대적으로 큰 값이므로 시간차의 측정에 약간의 오차가 도입되면  $\Theta$ 의 오차는 크게 확대되게 된다. 그러므로 Fig. 4.3과 같이 하중-변위의 선도를 그리고 힘의 평균치와 만나는 타원과의 두 점을 계산하여  $\sin\Theta$ 를 구하는 것이 좋다. 그리고 단위체적당 열발생량은  $E_{loss}$ 는 히스테리시스 루프가 완벽한 타원의 모습을 지닌다는 가정 하에 변형률 에너지 밀도에 의해 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$E_{loss} = \pi \sigma \varepsilon \sin \Theta = \pi F A \sin \Theta = \frac{\pi A^2 k_1^2 \omega c}{(k_1 + k_2)^2 + \omega^2 c^2} \quad (4.19)$$

점탄성 재료의 동강성 계수(Dynamic stiffness)는 다음의 식으로 구해진다.

$$\begin{aligned} K_{dyn} &= \frac{F \cos \Theta}{A} = \frac{F}{A} \frac{k_1 k_2 + k_2^2 + \omega^2 c^2}{\sqrt{(k_1 k_2 + k_2^2 + \omega^2 c^2)^2 + k_1^2 \omega^2 c^2}} \\ &= \frac{k_1 (k_1 k_2 + k_2^2 + \omega^2 c^2)}{(k_1 + k_2)^2 + \omega^2 c^2} \end{aligned}$$

(4.20)

## 제 5 장 실험 및 고찰

### 5.1 실험장치 및 실험방법

강제진동 실험을 위해 제작된 시험기기의 구성은 그림 Fig. 5.1에 잘 나타나 있다. 기초대(Bed) 위에 4개의 기둥을 세우고 그 기둥들 위에 정사각형 철판을 덮고 이 철판에 후크를 연결하였다. 그리고 기초대 위에 크랭크 기구를 설치하였고 이 크랭크 기구는 후크가 달려있는 연접봉에 연결되어 있어 안내관내에서 연접봉을 직선운동 시키게 된다. 그리고 상부의 후크와 하부의 후크는 각각 로드셀과 변위 변환기에 연결시켰고 상부의 후크는 나사를 이용하여 높낮이를 조절할 수 있도록 하여 시편에 가해지는 변위를 조정할수 있게 하였다. 이 두 개의 후크에 링 형상의 시편을 걸고 구동모터에 연결되어 있는 크랭크 기구를 회전시킴으로서 시편에 강제진동을 가하게 하였다. 강제진동을 받는 시편의 하중과 변위는 로드셀과 변위변환기를 통해 컴퓨터에 입력된다.

실험기기에 사용된 로드셀은 DANA사의 제품으로 사용한 모델 uu-k100으로서 압축하중과 인장하중의 측정이 가능하며 최대측정용량이 100kgf인 제품을 사용하였다. 변위변환기는 GEFTRAN사의 제품으로 사용한 모델은 LT-M-0200-S를 사용하였고 이 제품은 최고변위 200mm 까지 측정이 가능하다.

크랭크 축에 연결된 구동모터는 제어기에 의하여 회전속도를 제어함으로서 원하는 주파수를 시편에 가하도록 하였다. 크랭크 아암은 Fig. 5.3에 보이는 바와 같이 볼트 구멍이 설치되어 있고 이 볼트 구멍을 통하여 탭볼트 구멍이 가공된 Fig. 5.4의 저어널에 탭 볼트로 연결되도록 하였다. 이 탭볼트를 풀어서 아암과 저어널의 연결구멍을 바꿈으로서 크랭크 아암의 길이를 조절할 수 있고 이를 통해 강제진동의 행정을 조절할 수 있다.

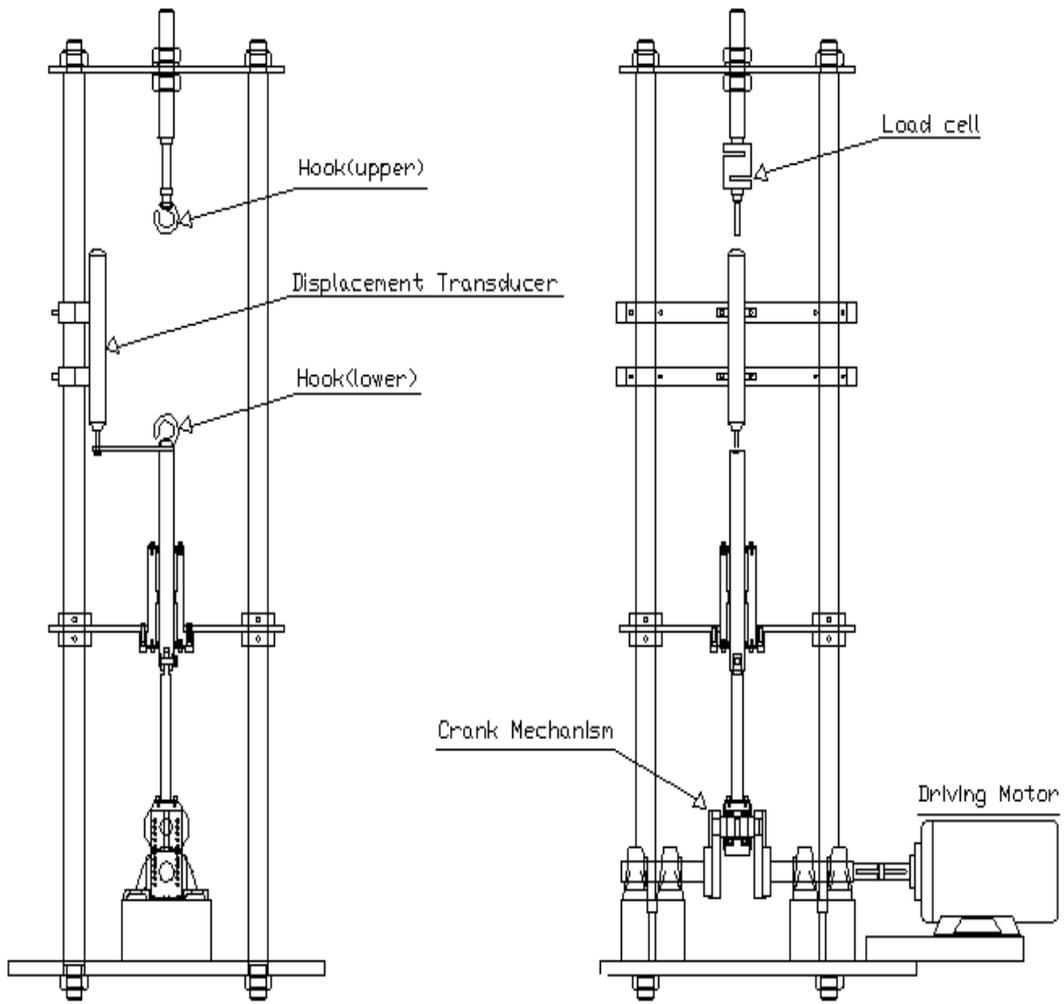
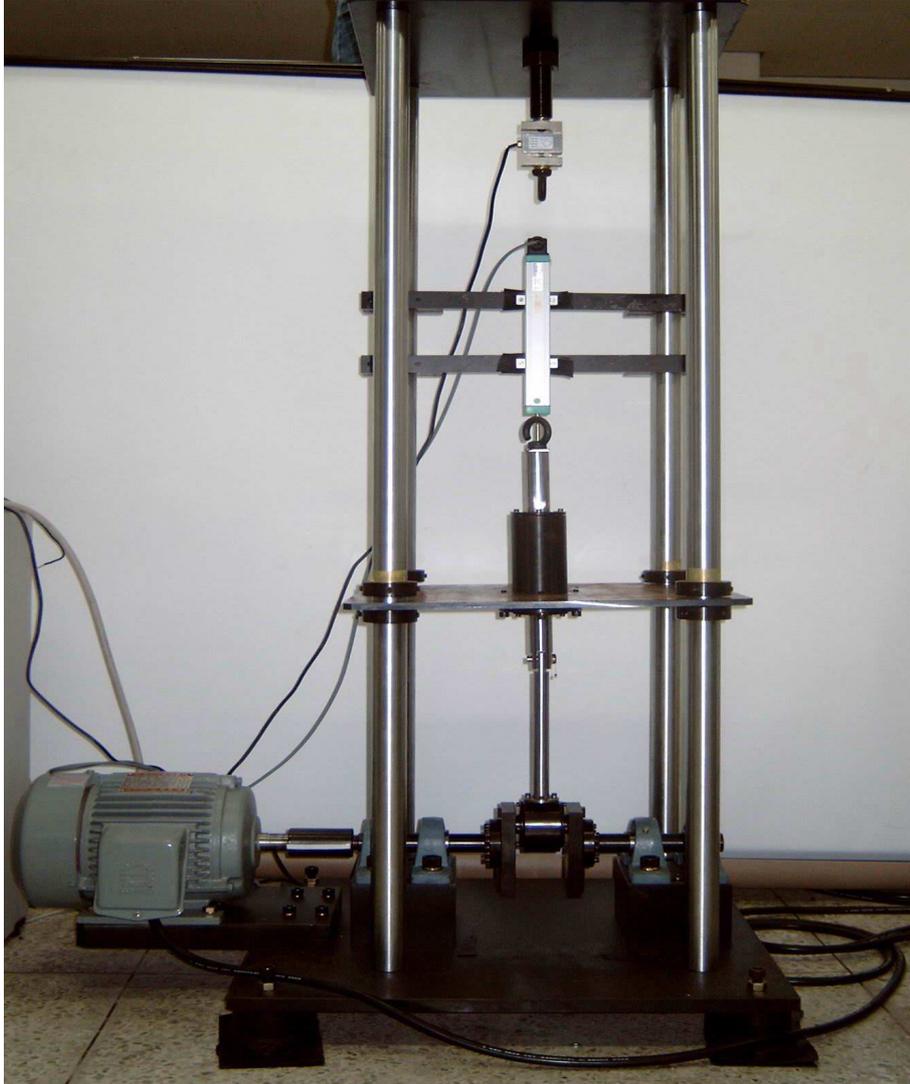


Fig. 5.1 Forced vibration tester.



**Fig. 5.2** Forced vibration tester.

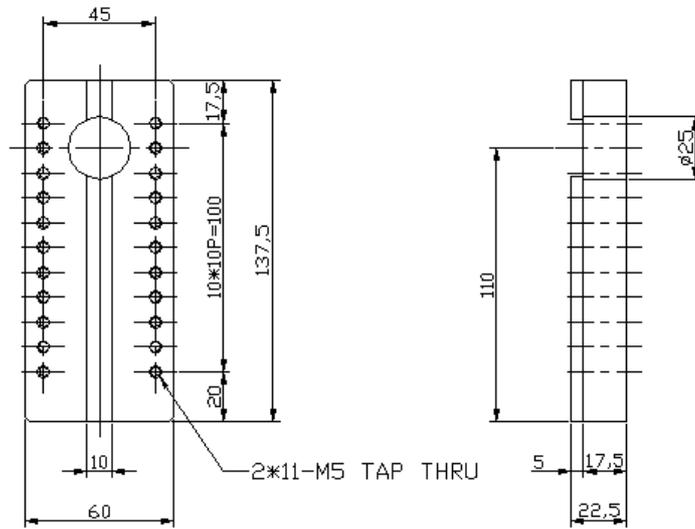


Fig. 5.3 Crank arm.

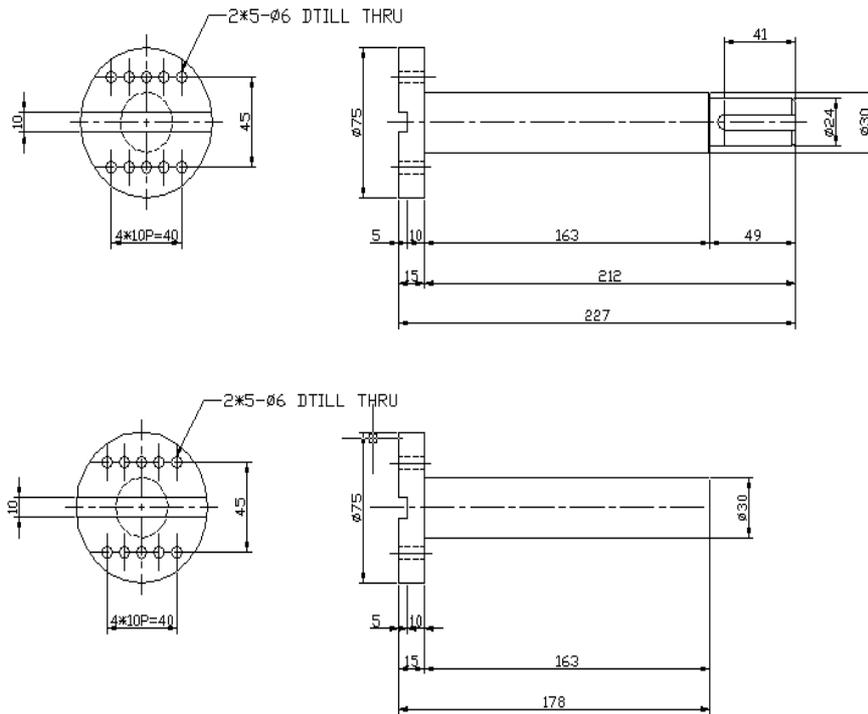


Fig. 5.4 Crank journal.

실험에 사용된 고무 재료는 Fig. 5.5 과 같이 오링의 형상을 지닌 NBR, VITON, 그리고 SI rubber를 사용하였다. 각 재료의 원호를 L이라고 할 때

이 원호의  $L/2$  의 길이에 초기 변위를 가한 상황에서 반진폭  $A = 30.35\text{mm}$  가하여 실험하였다. 사용된 고무재료의 특성은 Table. 5.1에 나타내었다.

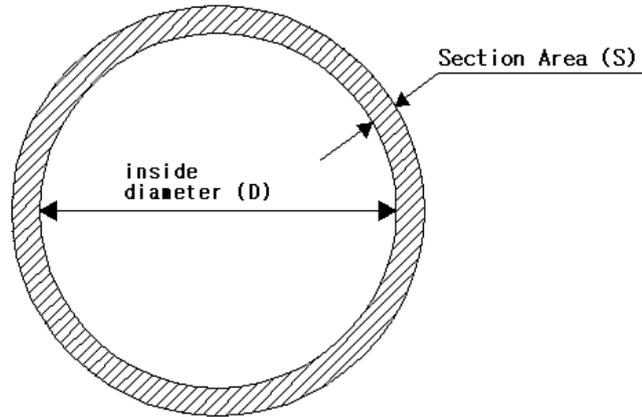


Fig. 5.5 Rubber specimen.

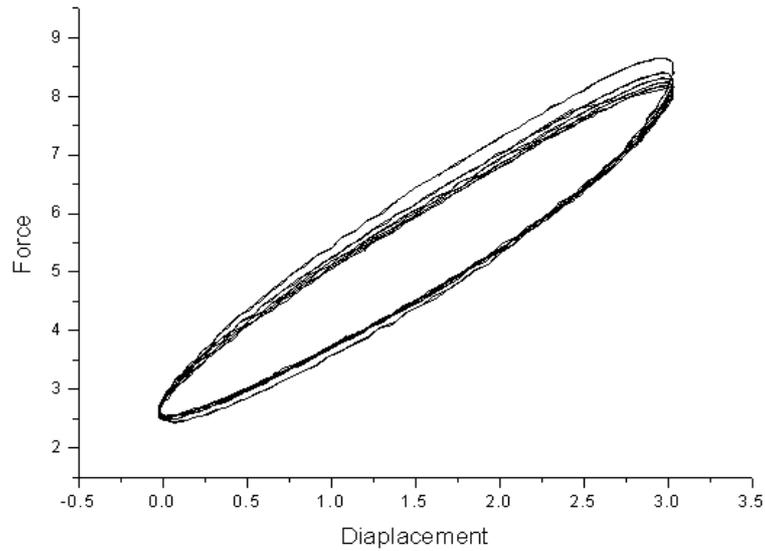
Table 5.1 Dimensions and spring constants of rubber materials for static test.

Fig, 5.6 는 시간에 따른 이력 곡선을 변화를 보여주고 있다. 재료에 가해

Materials	Section Area(S) mm <sup>2</sup>	Length(L/2) mm	Static spring Constant ( $k_s$ ) N/mm
NBR	24.63	334.27	0.456
Si rubber	24.63	334.27	0.3245
Viton	24.63	334.27	0.4937

지는 강제진동의 최고치가 시간의 흐름에 따라 점점 낮아지다 일정한 시간

지난 후에 하중의 최고치가 일정해지는 것을 볼 수 있다. 실험결과에 의하면 사이클의 누적에 따른 힘의 변화가 1200사이클에서부터 일정해지는 경향을 보이게 된다. 이에 의해 실험에 의한 데이터 값은 2000사이클의 루프 면적을 최종적으로 사용하였다.



**Fig. 5.6 Hysteresis loop.**

## 5.2 강제진동에 의한 스프링 상수 $k_1$ , $k_2$ 점성 감쇠계수 $c$

고무재료를 표준 선형 모델로 간주하고 각각의 시편에 32.7mm의 초기변위를 가한 뒤 반진폭  $A = 30.35\text{mm}$ 를 가진 4hz의 주파수를 입력하여 시편의 하중과 변위를 구하였고 이에 대한 그래프를 다음의 그림에 나타내었다.

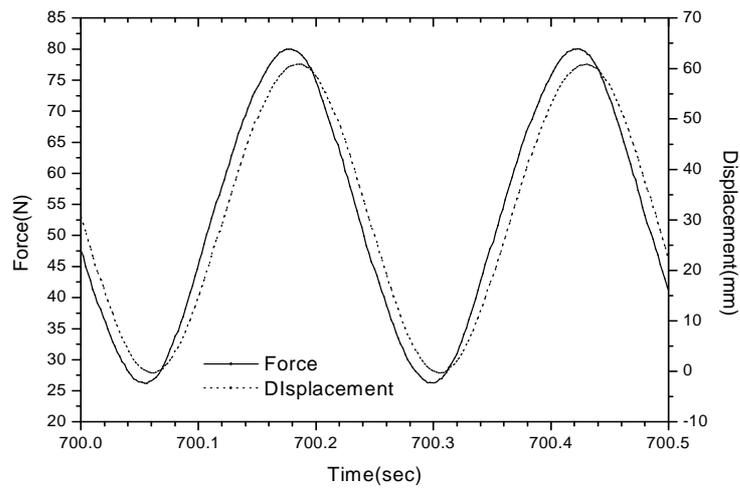


Fig. 5.7 The forced vibration and phase angel of NBR.

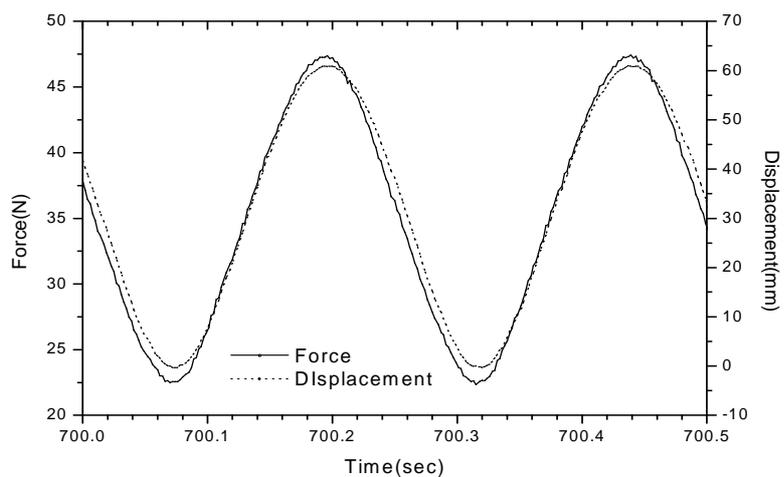
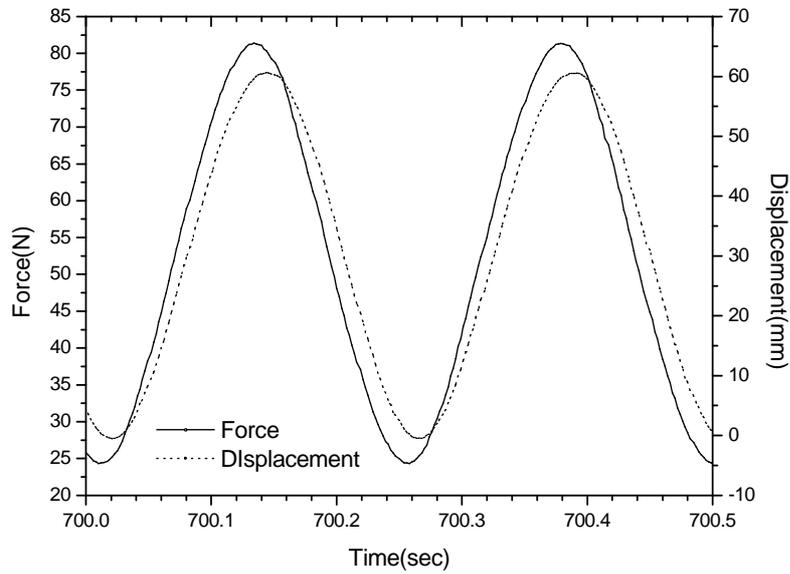


Fig. 5.8 The forced vibration and phase angel of Si rubber.



**Fig. 5.9 The forced vibration and phase angel of Viton.**

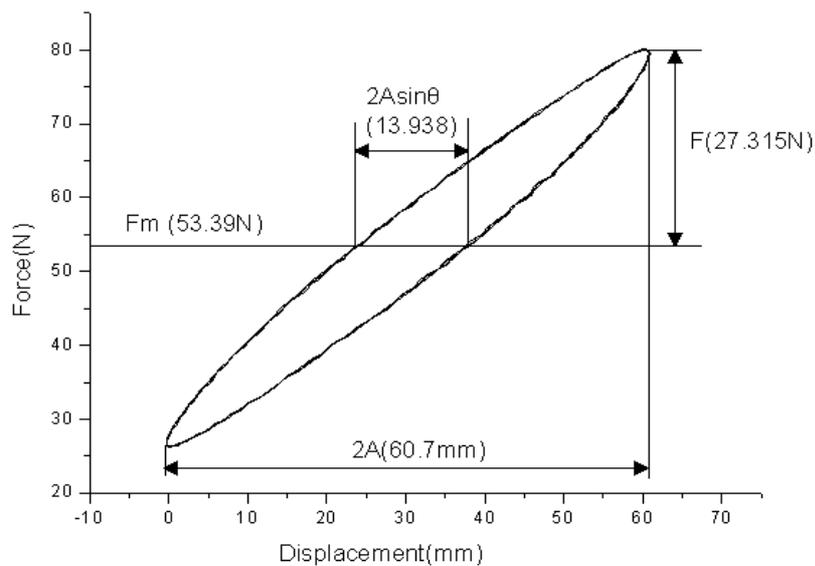
실험결과에 의해 나타난 그래프를 보면 니트릴 고무와 바이톤의 경우 위상차가 전체적으로 거의 일정하게 나타나 히스테리시스 루프가 거의 완벽한 타원으로 나타나는 것을 볼 수 있으나, 실리콘 고무의 경우 하중이 증가하는 부분과 감소하는 곳에서의 위상차가 틀려 실리콘 고무의 히스테리시스 루프는 완벽한 타원의 형상으로 나타나지 않는다. 그러므로 실리콘 고무는 한 루프에서 생긴 위상차를 합산하여 나타낸 평균한 값으로 스프링 상수와 점성 감쇠계수를 구하였다.

표준 선형 모델에서 스프링 상수와 점성감쇠계수를 구하기 위한 식은 4장에 이미 설명한 바 있다. 이들을 구하기 위해선 먼저 하중의 반진폭  $F$ 와 하중의 평균값  $F_m$ 을 알아내어야 하는데 이는 실험에 의해 나타난 데이터에서 최고 하중과 최저 하중을 추출함으로써 쉽게 구할 수 있다. 그리고  $k_s$ 는 정적시험을 통하여 구하였고 위상차  $\theta$ 는 프로그램 Origin 이용하여 구하였다. 실험에 의해 구해진 데이터로 히스테리시스 루프를 Origin을 사용하여 나타

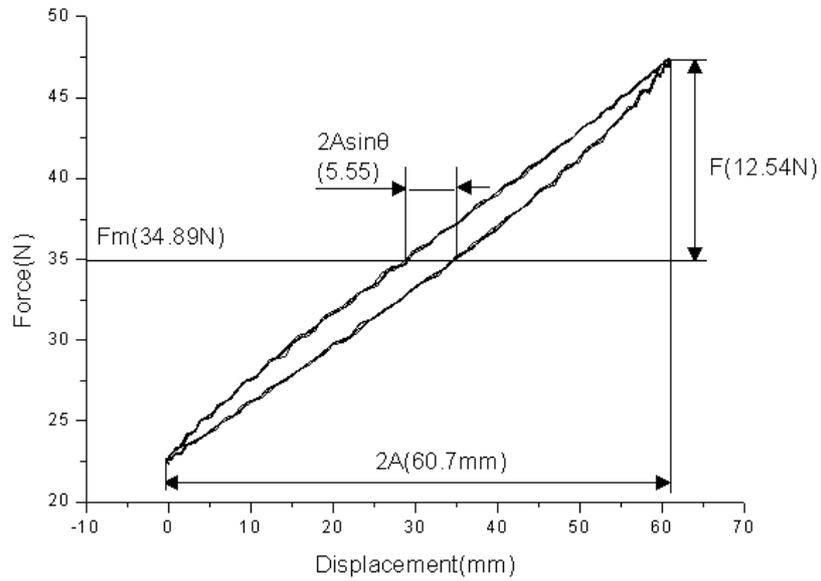
내고 여기에 하중  $F_m$ 을 가로축과 평행하게 직선을 그어 나타내면 이 직선은 히스테리시스 루프의 중심점을 통과하게 된다. 이 직선이 만나는 두 점 사이의 길이는  $2A\sin\theta$ 가 되는데 이 두 점의 좌표값을 구함으로써  $2A\sin\theta$ 의 값을 알 수 있고 또한 반진폭  $A$ 는 강제진동의 행정길이를 통해 알 수 있으므로  $\theta$ 를 계산할 수 있다.

**Table 5.2 Experimental results of Forced vibration test.**

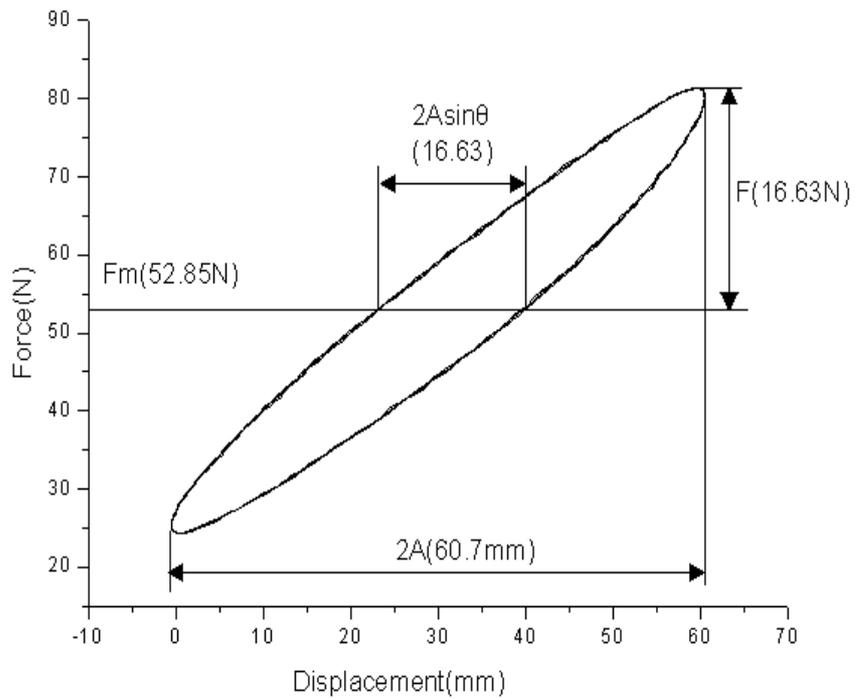
Materials	A(mm)	F(N)	$k_d$ (N/mm)	$\theta$ (rad)
NBR	30.35	27.315	0.9	0.231688
Si rubber	30.35	12.54	0.41318	0.091561
Viton	30.35	28.6	0.942339	0.277519



**Fig. 5.10 Hysteresis loop of NBR.**



**Fig. 5.11 Hysteresis loop of Si rubber.**



**Fig. 5.12 Hysteresis loop of Viton.**

여기서 구해진 값  $F$ ,  $F_m$ ,  $A$ ,  $\Theta$ ,  $k_s$ ,  $k_d$  식(4.18), (4.16), (4.7)식에 대입하여 스프링 상수  $k_1$ ,  $k_2$ 와 점성감쇠계수  $c$ 를 구하였다.

**Table 5.3 Spring constants and Damping factor.**

Materials	$k_1$ (N/mm)	$k_2$ (N/mm)	$c$ (Ns/mm)
NBR	0.9776	0.8546	0.148
Si Rubber	0.4279	1.3432	0.16219
Viton	1.0678	0.9182	0.1263

### 5.3 주파수에 대한 고무재료의 응답특성

#### 5.3.1 소실에너지와 동강성 계수

스프링 상수와 점성 감쇠계수는 주파수에 대한 변동 없이 일정한 값을 보이게 된다. 이에 의해 주파수 변화에 따른 동강성 계수와 에너지 손실은 실험에 의해 얻어진 스프링 상수와 점성 댐핑계수 그리고 식 (4.19), 식 (4.20)에 의해 쉽게 구할 수 있다. 이 두 개의 식과 Table 5.3에 나타낸 스프링 상수 점성 감쇠계수를 통하여 주파수에 대한 동강성 계수와 소실에너지의 특성을 알아보았다.

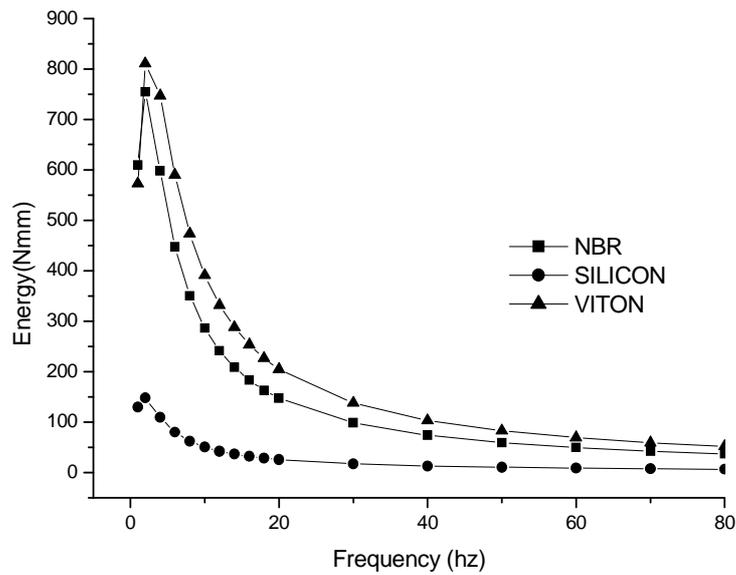


Fig. 5.13 Loss energy per cycle.

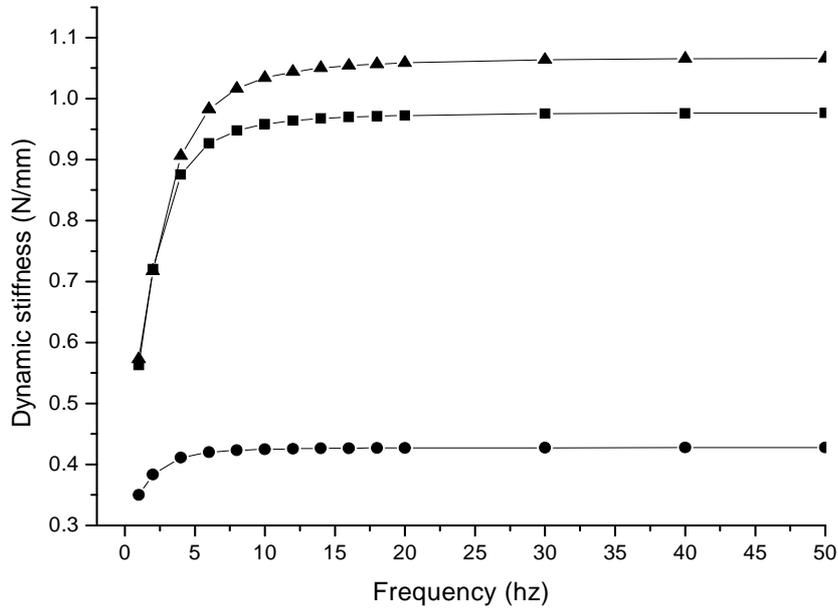


Fig. 5.14 Dynamic stiffness  $K_{dyn}$ .

동강성 계수는 주파수가 증가함에 따라 증가하다가 주파수가 20hz 에서부터 스프링 상수  $k_1$ 에 수렴하여 나타나는 것을 볼 수 있다. 또한 소실 에너지는 주파수가 증가함에 따라 감소하는 것을 볼 수 있다. 이 소실 에너지를 통해 단위체적당 단위시간당 발열량을 추정할 수 있고 이에 의해 고무의 온도분포를 알 수 있어 적당한 냉각수단을 강구할 수 있다.

### 5.3.2 응력경감 함수와 크립 함수

실험에 의해 구해진 데이터를 이용하여 식 (3.17)과 식(3.18)에 대입하여 크립함수  $F(t)$ 와 응력 경감함수  $R(t)$ 를 구할 수 있다. 각각의 시편에  $\varepsilon = \varepsilon_0 = 0.5$ ,  $\sigma = \sigma_0 = 1.5 \text{ N/mm}^2$  을 대입하여 이들 함수의 그래프를 나타내었다. 시편에 작용하는 변형률과 응력이 0.5초 내에서  $\sigma_0 \frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2}$ ,  $\varepsilon_0 \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$  으로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

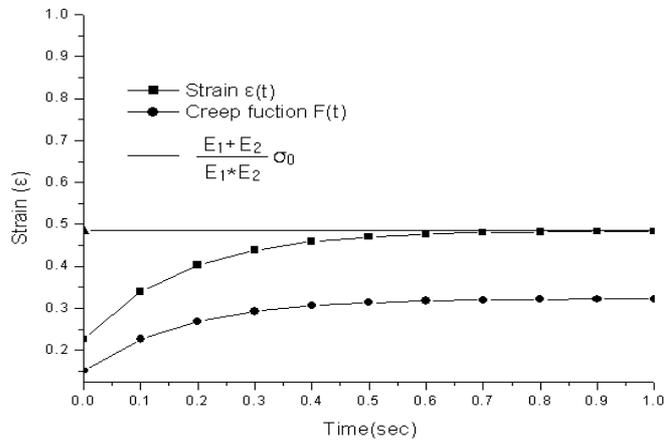


Fig. 5.15 Creep function  $F(t)$  of NBR.

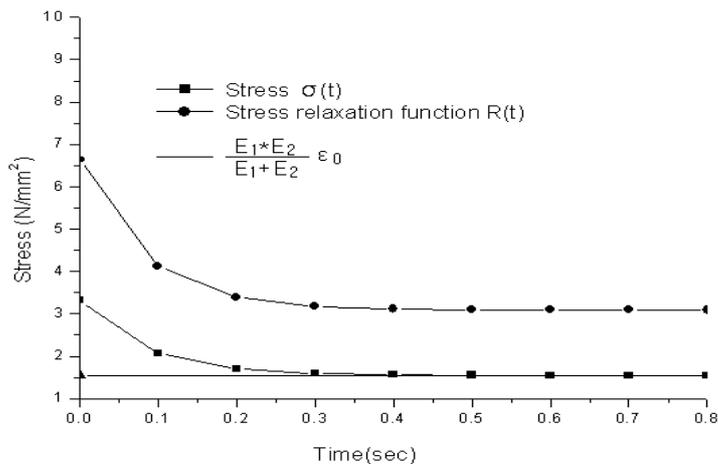


Fig. 5.16 Stress relaxation function  $R(t)$  of NBR.

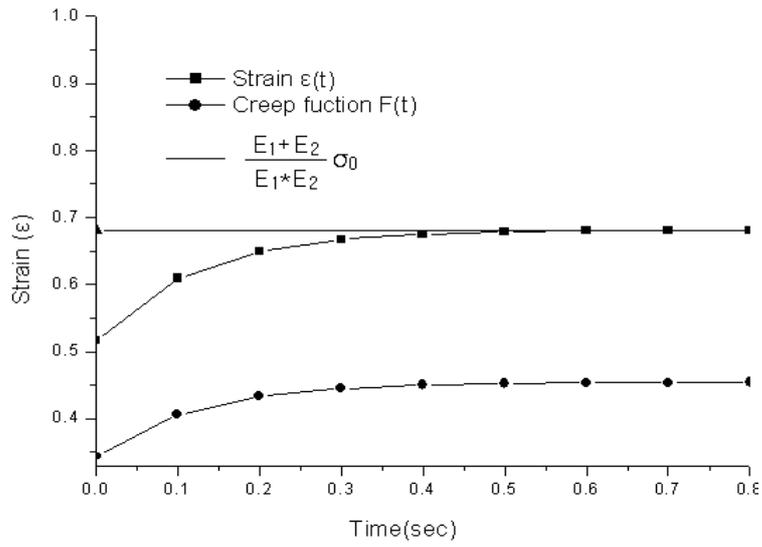


Fig. 5.17 Creep function  $F(t)$  of Si rubber.

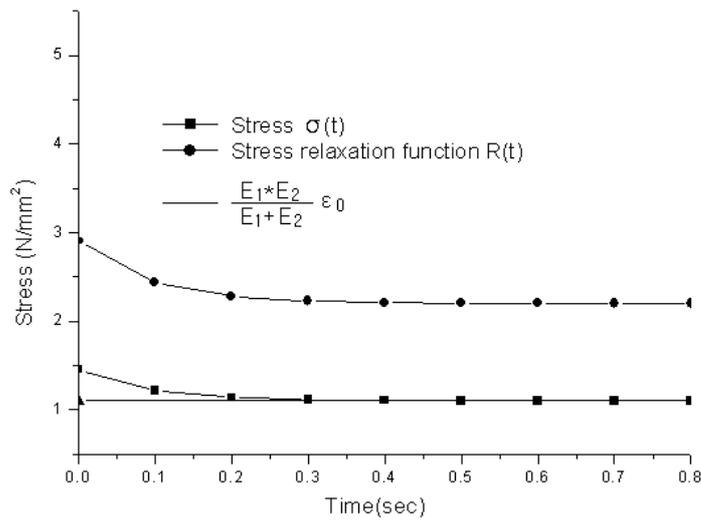


Fig. 5.18 Stress relaxation  $R(t)$  Si rubber.

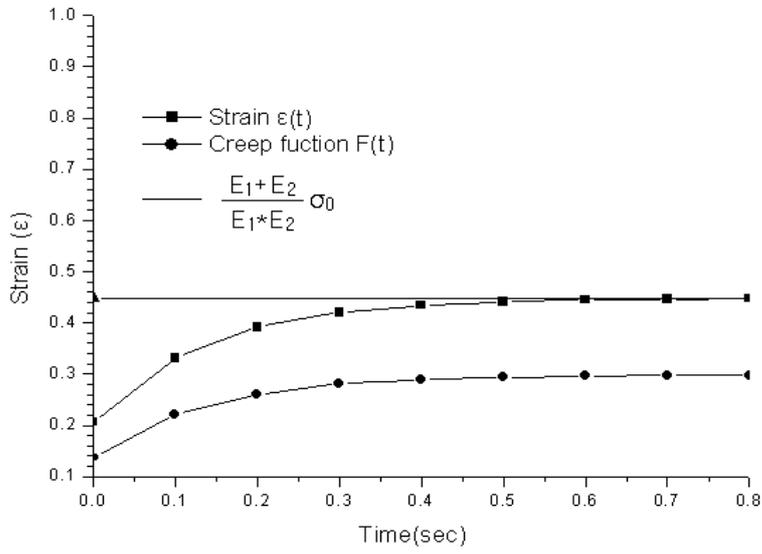


Fig. 5.19 Creep function  $F(t)$  of Viton.

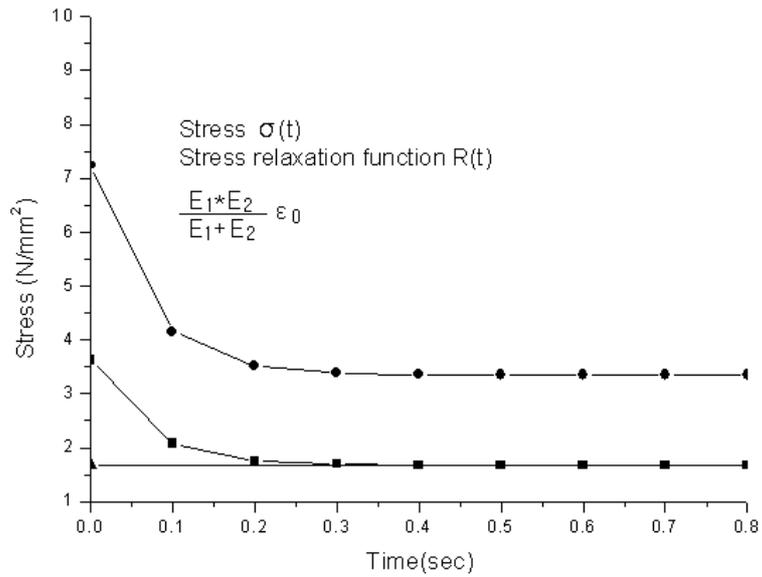


Fig. 5.20 Stress relaxation  $R(t)$  of VITON.

### 5.3.3 복소 영계수

표준선형 모델에서의 복소 영계수는 식 (3.16)에 의해 구할 수 있다. 스프링 상수와 점성 감쇠계수가 주파수에 대해서는 변동이 없으므로 주파수의 변화에 따른 복소 영계수도 손쉽게 구할 수 있다. 복소 영계수의 실수부는 주파수가 증가함에 따라  $E_1$ 에 수렴하고 허수부는 0으로 수렴하게 된다.

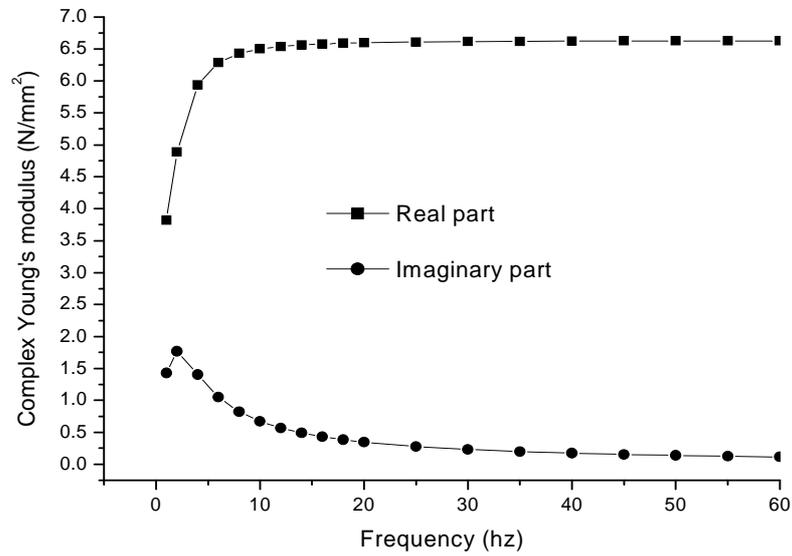


Fig. 5.21 Complex young's modulus of NBR.

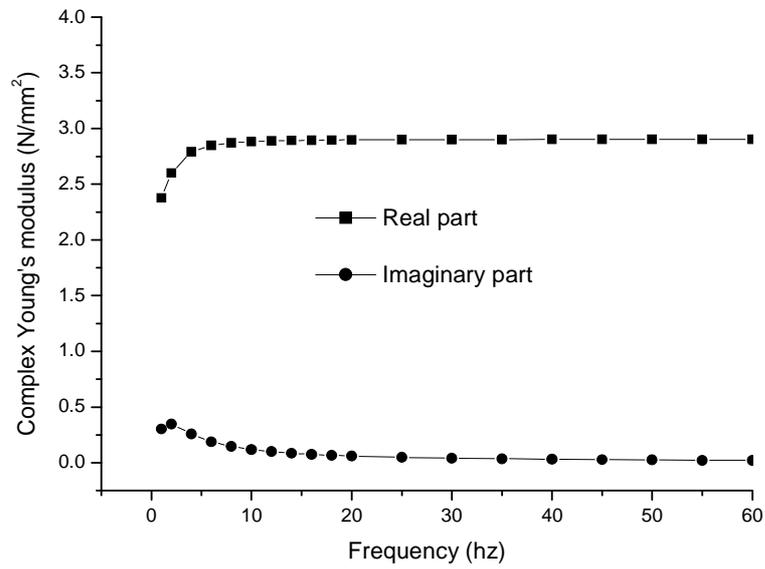


Fig. 5.22 Complex young's modulus of Si rubber.

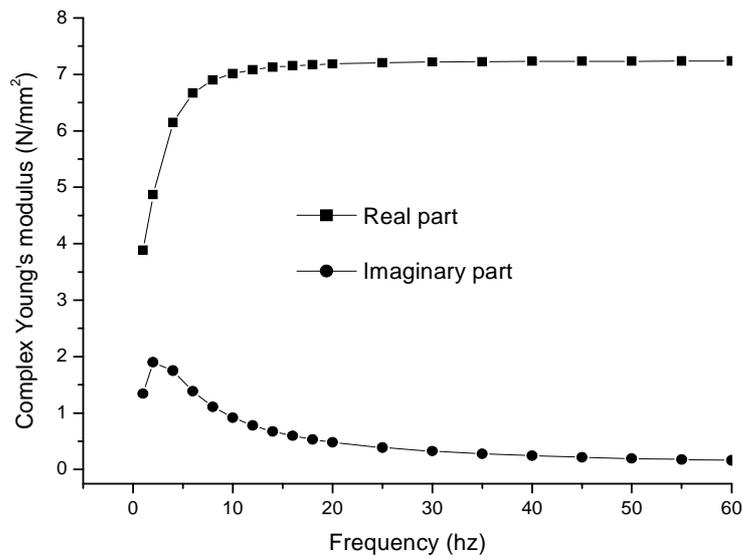


Fig. 5.23 Complex young's modulus of Viton.

## 제 6 장 결론

고무탄성 커플링용 고무 재료의 수학적 모델을 제시하고 이 모델에 따라 NBR, Si 고무, Viton 의 3가지 고무재료에 관한 시험을 실시한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 여러 가지의 수학적 모델 중 표준 선형 모델 (Standard linear model)은 실제 점탄성 재료의 성질을 비교적 잘 나타내면서 취급하여야 하는 방정식도 그리 방대하지 않아 이 모델을 활용하면 고무재료의 동적특성을 임의의 주파수에서 예측할 수 있다.
- 2) 고무재료의 동적 특성을 파악하는데 강제진동에 의한 시험방법이 효과적이다.
- 3) 고무재료의 강제진동 시험에 의하여 구하여진 데이터로 고무재료의 동강성 계수와 복소영계수를 임의의 주파수에서 구하는 것이 가능하다.
- 4) 점탄성 재료가 변동하중을 받을 때에는 1사이클당 일정량의 에너지가 열로서 소실되는데 강제진동 시험에 의하여 구하여진 데이터를 활용하면 임의의 주파수에서 이 에너지를 계산할 수 있으므로 따라서 발열량과 온도를 추정할 수 있다.
- 5) NBR, Si 고무, Viton 의 3가지 고무 중에서 Si 고무가 점성감쇠계수가 가장 작고 따라서 1사이클당의 에너지 손실도 가장 적으며 그 다음이 NBR이고, Viton의 감쇠에너지가 가장 크다.
- 6) NBR, Si 고무, Viton의 3가지 고무 중에서 Viton의 동강성 계수가 가장 크고 Si 고무가 가장 작으며 NBR이 그 중간의 값을 가진다.

## 참 고 문 헌

- 1) 朴容男, “디젤엔진 軸系의 非線型 비틀림振動에 關한 研究”, 韓國海洋大學校 大學院 博士學位論文, 1997
- 2) Heribert Macikowski, "Testing Flesxible coupling", The motor ship, 1988
- 3) S. Iwamoto, "The Development of the Torsional Vibration Damper of Viscous Type with Controllable Elasticity Effect", M.E.J.S., Vol.15 No.1, 1980, p.19.
- 4) Aleksey D. Drozdov, "Viscoelastic structures : Mechanics of Growth and Aging", Academic press, 1988
- 5) Y. M. Haddad, "Viscoelasticity of Engineering Materials", Chapman & Hall, 1955
- 6) Desmond F. Moore, "Viscoelastic Machine Elements : Elastomers and lubricants in machine systems", Butterworth Heineman, 1933
- 7) G. J. Creus, "Viscoelasticity - Basic Theory and Applications to Concrete Structures", Springer -Verlag, 1985
- 8) Jurgen Bohmer, "Selection of Flexible Coupling with Linear and Non-linear Stiffness Charateristics", Diesel & Gas Turbine Worldwide, 1983. 5
- 9) Ahid D. Nashif, David I.G. Jones, John P. Henderson, "Vibration Damping", John Wiley & Sons, Inc. ,1985
- 10) Sen-ichi Sasaki and Minoru Kamata, "Design of Marine Diesel Propulsion System Including Highly-Elastic Coupling", NK TECH BULLTIN, 1955, p.67.
- 11) Yasuhiro Honda, Takeshi Saito, Katsuhiko Kakabayashi, Tomoaki Kodam, Shoichi Iwamoto, "A Simulation Method for Crankshaft Torsional Vibration by considering Dynamic Characteristics of Rubber Dampers", SAE Technical Paper Series 891172, 1989. 5, p.453.
- 12) ASTM specification, D445-79, "Standard Test Method for Kinematic

Viscosity of Transparent and Opaque Liquids(and the Calculating of Dynamic Viscosity)", 1980. 7.

## 논문을 마치며

이 논문이 완성되기까지 끊임없는 지도와 관심으로 지켜 봐주신 왕지석 지도교수님께 깊은 감사의 마음을 전합니다. 또한 바쁘신 와중에서도 저의 논문을 위해 많은 조언과 가르침을 주셨던 김윤해 교수님과 이명훈 교수님께도 감사 드립니다.

저에게 여러 가지 좋은 얘기와 많은 도움을 주신 이우수 교수님께 고마운 마음을 전하고 많은 도움이 되지 못했음에도 잘 따라 주었던 성환이와 철우에게 감사의 마음을 전합니다. 제가 힘들어 할 때마다 저를 위해 조언을 아끼지 않았던 재혁이 형과 상무형에게 고마움을 전하고 항시 옆에 있어준 친구 민수와 싫은 내색 한번 하지 않고 언제나 웃는 얼굴로 저를 대해준 유신이와 성윤이, 선배인 내가 배울 점이 더 많았던 승우, 이들에게 감사함을 전합니다. 그리고 제 의남매인 창열이와 인선이, 이들이 하는 모든 일에 하나님의 축복이 있길 기원합니다.

언제나 보잘것없는 저를 믿어 주시고 염려해주신 저의 부모님과 형, 그리고 항시 제 옆에 머무르신 하나님에게 사랑하는 마음을 전합니다.