



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

경제학박사 학위논문

혼잡 교통망에서의
통행자 의사결정에 관한 연구
- 노선선택과 출발시간선택을 중심으로

A study on the travel decision making process
in congested network condition
: with focus on travel route and departure time choice



2015년 8월 19일

한국해양대학교 대학원

무역학과

박 남 기

本 論文을 朴男基의 經濟學博士
學位論文으로 認准함.

위원장 申宰榮 (인)

위 원 金在棒 (인)

위 원 金鍾碩 (인)

위 원 吳聳湜 (인)

위 원 吳在鶴 (인)

2015 년 08 월 19 일

한국해양대학교 대학원

목 차

제 1 장 서 론	1
제1절 연구의 배경과 목적	1
제2절 연구의 방법	4
제3절 연구의 구성	5
제2장 통행자의 노선선택과 관련된 의사결정 연구	6
제1절 선행연구와 연구 목적	6
1. 노선선택 원리에 대한 연구	6
2. Braess' paradox에 대한 연구	7
3. 이전 연구의 한계와 본 연구의 목적	9
제2절 기존 연구에서의 모형과 균형	12
1. Braess(1968)의 연구에서 제시된 예제	12
2. Pas&Principio(1997)의 연구에서 제시된 역설의 조건	14
제3절 이론적 고찰과 모형의 확장	20
1. 대체노선의 존재와 수요의 탄력성	20
2. Braess Paradox를 위한 모형의 확장	28
제3절 분석결과	41
1. 대체노선의 존재와 브라이스 역설	41
제3장 통행자의 출발시간선택과 관련된 의사결정 연구	48
제1절 선행연구와 연구목적	48
1. 출발시간선택 모형에 대한 연구	48
2. 이산적인 통행선택 모형에 대한 연구	50
3. 기존 연구의 한계와 본 연구의 목적	51
제2절 모형 및 방법론	53
1. 기존의 모형	53
2. 본 연구에서의 출발시간선택모형	54

3. 이산적인 출발시간선택 모형	55
제3절 분석결과	59
1. 용량 변화와 이용자 균형	59
2. 통행량 변화와 이용자 균형	63
3. 연속적인 모형과 이산적인 모형	65
제 4 장 결 론	67
제1절 논문의 요약	67
1. 노선선택의 문제	67
2. 출발시간선택의 문제	69
제2절 논문의 의의와 시사점	71
1. 학술적 의의	71
2. 정책적 시사점	73
제3절 논문의 한계와 향후 과제	75
참고 문헌	77

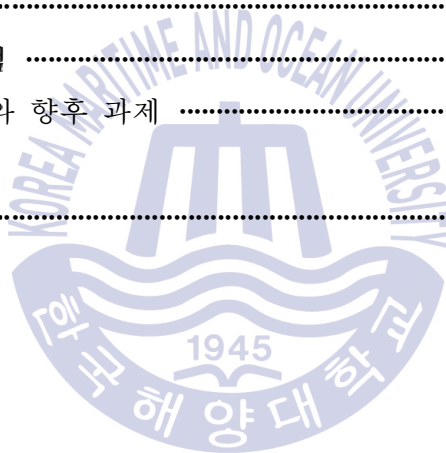


표 목 차

<표 1> Braess link가 추가되기 전 사회적 최적과 이용자 균형	13
<표 2> Braess link가 추가된 후 사회적 최적과 이용자 균형	13
<표 3> 5링크 교통망에서의 이용자 균형	17
<표 4> 대체노선이 1개 존재할 때 이용자 균형	31
<표 5> 대체노선이 개 존재할 대 이용자 균형	38
<표 6> Braess와 Small&Arnott의 예	41
<표 7> Braess 연구와의 균형노선 비교	42
<표 8> Braess 연구와의 균형통행시간 비교	42
<표 9> Small&Arnott 연구와의 균형노선 비교	44
<표 10> Small&Arnott 연구와의 균형통행시간 비교	44
<표 11> 대체노선이 1개 존재할 때 이용자 균형에서의 균형통행시간	47
<표 12> Levinson의 연구에서의 게임구조	56
<표 13> Levinson의 연구에서의 균형조건	56
<표 14> 용량변화에 대한 Vickrey, O&R와 본 연구의 모형과의 비교 ($\delta = 0.5$)	60
<표 15> 용량변화에 대한 Vickrey, O&R와 본 연구의 모형과의 비교 ($\delta = 1$)	62
<표 16> 통행량변화에 대한 Vickrey, O&R와 본 연구의 모형과의 비교	64
<표 17> 혼합전략 내쉬균형의 비교	65

그 립 목 차

〈그림 1〉 4링크 교통망	12
〈그림 2〉 5링크 교통망	13
〈그림 3〉 일반화된 4링크 교통망	14
〈그림 4〉 일반화된 5링크 교통망	15
〈그림 5〉 대체노선이 선택되지 않는 균형 상태 (비탄력적인 수요)	21
〈그림 6〉 대체노선이 선택되는 균형 상태 (비탄력적인 수요)	22
〈그림 7〉 대체노선이 고려된 균형상태 (탄력적인 수요)	24
〈그림 8〉 통행수요의 이동과 감소 (탄력적인 수요)	26
〈그림 9〉 대체노선의 고려가 무의미한 교통망	27



혼잡 교통망에서의
통행자의 의사결정에 관한 연구
: 노선선택과 출발시간을 중심으로

박 남 기

*Department of trade
Graduate School of
Korea Maritime and Ocean University*

Abstract

The purpose of this paper is to analyze the commuter's decision-making in traffic network with congestion, as considering more realistic situation. Therefore, this paper is presented the expanded model and its equilibrium for this analysis and shows that the study not have less distorted results than previously studies about decision-making based on the equilibrium.

This paper deals with two aspects at congested traffic situation. The one is decision-making on travel route choice and the other is the decision of the departure-time choice. In particular, The travel routes model focus on the Braess' paradox, and it may look to expanded situation as to adding substitute route in the existing transport network. The departure-time choice model, while, was extended to add a variable, a opportunity cost of the departure-time, to the bottleneck model of Vickrey.

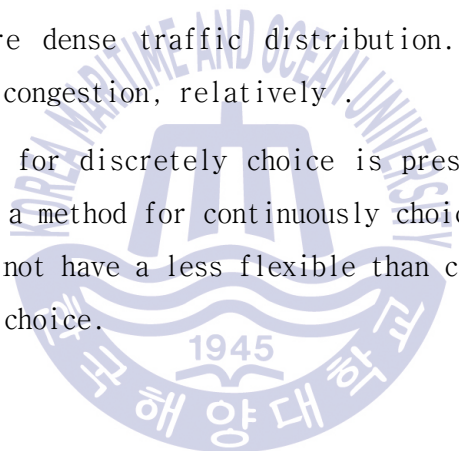
The results of this study can be summarized in a few . First, it is

difficult to recognize the existence of the substitute routes in a travel route choice, nevertheless existence of these substitute routes have a major impact on the result.

Secondly, unlike intuitive ideas, it is more adding substitute routes than larger range of the paradox in network with Braess' paradox situation. But it is higher the row value of the range, if a numbers of the substitute routes are more increasing. Therefore, adding substitute routes may removed the paradox in network with Braess' paradox situation given inelastic demand.

Thirdly, if commuters choose the departure-time considering the cost of the departure-time itself, then it increases the travel costs and travel time and it has more dense traffic distribution. Rather, it seems a tendency to prefer a congestion, relatively.

Finally, a method for discretely choice is present more travel time and higher cost than a method for continuously choice as result. Because discrete method does not have a less flexible than continuous method with respect to strategic choice.



제 1 장 서 론

제1절 연구의 배경과 목적

현대 사회에서 ‘통행’은 생산과 소비활동에 중요한 요소로 작용하고 있다. 대부분의 대도시는 직장과 주거지 그리고 소비지역이 지리적으로 분리되어 있으므로 노동을 공급하거나 소비활동을 하기 위해서는 ‘공간적 이동’이 필수적이기 때문이다. 이전보다 활동이 더욱 빈번해지고 그 종류가 다양해지는 요즘에는 통행의 중요성이 더욱 커지고 있다. 이제 거의 모든 현대인들은 ‘통행자’의 신분을 가지고 있다고 해도 과언이 아니다.

현대인들이 통행자의 특성을 가진다는 것은 통행과 관련된 의사결정에 자주 직면한다는 것을 의미한다. 이러한 통행과 관련된 대표적인 의사결정은 크게 목적지선택, 운송수단선택, 노선선택, 출발시간선택으로 나뉘지며 통행자들의 의사결정을 살펴보기 위하여 통행자들의 통행목적과 그 과정을 이해할 필요가 있다. 만약 통행자가 효용을 추구하는 이기적인 존재라면, 그 목적은 ‘통행자의 효용을 극대화하는 것’으로 정의해야 할 것이다. 또한 통행자가 주어진 통행의 선택대안 중 하나를 선택해야 한다면, 그 중 가장 기회비용이 낮은 것을 선택하려 할 것이다. 반면 어떠한 선택을 하든지 통행에 대한 ‘최대지불의사금액’보다 비용이 높으면 통행 자체를 포기하는 것이 합리적일 것이다.¹⁾

그러나 통행에 대한 의사결정 문제 중 어떠한 것은 개인적인 의사결정 문제만으로 좋은 결론에 도달할 수 없다. 선택은 개인의 의사결정이지만 그 결과는 개인 간 ‘상호작용’을 통한 의사결정의 결과이기 때문이다. 여기에서 상호작용이란 소위 ‘혼잡’이라 불리는 현상을 의미하는 것인데 이러한 혼잡은 ‘외

1) 물론 통행 자체를 포기하게 되면 통행의 ‘원래적인 수요’인 활동도 포기한 셈이다.

부불경제'의 요인으로 통행선택에 추가비용을 발생시킨다. 따라서 통행의 의사결정문제는 마치 사회와 같은 통행자의 공동체에 발생한 문제와 같이 나타나게 되는 것이다. 통행의 의사결정문제에서 '노선선택'과 '출발시간선택' 문제가 이러한 혼잡과 관련되어 있다.

물론 이러한 혼잡통행과 관련된 주제는 교통공학적 측면에서나 교통경제학적 측면에서도 오래전부터 이미 알려져 있고 다루어진 고전적인 연구주제이다. 그럼에도 불구하고 혼잡통행에서의 '통행배정' 문제가 지속적으로 다루어지고 중요하게 취급되는 이유는 항상 '현실적인 문제'이기 때문이다. 더욱이 현대 사회처럼 통행수요와 통행빈도가 지속적으로 증가하는 추세에서 혼잡통행 문제는 더욱 고민해야 할 문제로 인식된다. 또한 이 문제는 개인적 효용수준에서도 중요하지만 사회적 복리수준에서도 큰 비중을 차지하고 때문에 공동체적 과제이기도 하다. 따라서 정부나 그 관련기구의 개입이 나타날 수 있으며 정책 및 제도적인 측면에서 통제하기도 한다. 현재 우리나라를 포함하여 대부분의 국가에서는 교통과 관련된 정부부처가 존재하며, 교통관련 정책을 수립하고 있다.

이처럼 현대 사회에서 혼잡과 관련된 통행문제는 매우 중요하며 국가적 차원에서도 좋은 결과에 도달하기 위해 노력할 것이 분명하다. 즉, 교통혼잡이 발생하는 상황에서 통행배정의 문제를 정확히 이해하고 분석하기 위한 실질적인 연구가 지속적으로 요구된다. 그러한 연구의 핵심적인 것은 바로 통행자의 특성을 잘 인식하고 고려하는 것이며 동시에 그 통행자들이 직면한 통행환경에 대해 파악하는 것이다. 이러한 통행자에 대한 가정이 현실적인 상황과 적합하고 그것들이 적절히 모형화될 때, 그 결과는 연구로서 가치가 있는 결과로 볼 수 있을 것이다.

만약 통행자의 의사결정에 영향을 주는 요인들에 대한 이해가 부족하고 그것들을 모형화하는 데 있어서 제약적인 요소가 존재한다면 그 결과는 현실의 결과보다 왜곡될 가능성이 높다. 따라서 이러한 결과를 바탕으로 정책적 분석을 할 경우 올바른 정책적 대안을 제시할 수 없다. 교통 인프라를 투자하는 정부나 지자체의 입장에서 특정 링크의 추가가 오히려 교통의 효율성을 감소시킨다면 이러한 의사결정은 심각한 실패로 나타날 것이다. 이러한 결과는 통행자의 행태가 사회적으로 최적인 상태로 수렴되지 못하고 개인의 최적상태에만 머물

기 때문에 발생하는 것으로 통행자에 대한 정확한 이해와 가정이 필수적이다. 또한 러시아워 시간대에 발생하는 극심한 혼잡을 감소시키기 위해 출발시간을 선택하는 통행자들의 시간가치를 추정하는 문제에 있어서, 통행자의 특성을 충분히 고려하지 않는다면 그 결과값은 현실의 통행자가 가지는 성질에 비해 과대하거나 과소할 수 있다. 일반적으로 현실의 통행자는 이기적이고 합리적인 개인이며, 일반적인 소비에 있어서 완전비탄력적인 경우는 드물다. 그리고 모든 시간가치와 그 차이에 대해 인식하고 계산할 수 있는 존재이다. 그럼에도 불구하고 통행의 의사결정에 직면한 통행자를 완전비탄력적인 개인으로 가정하며 잠재적인 대체재와 보완재들을 인지하지 못하는 상황으로 설정한다면 그 결과는 정책적 실패로 나타날 것이다. 통행배정에서의 의사결정은 통행자들의 속성과 그 환경에 대해 정확히 살펴본 후 그것들이 반영된 모형으로부터 연구가 실시되어야 한다는 것이다.

이와 같은 취지에서 본 논문은 통행자의 주요 속성에 대한 가정을 완화하고, 또한 그 통행환경에 대한 상황을 새롭게 고려하여, 실제 통행자의 의사결정에 적합한 모형을 구성하고 그 균형을 찾고자 함에 그 의의가 있다. 이는 좀 더 현실적인 통행선택 모형으로의 발전을 의미하는 것이며, 좀 더 경제적 인간으로서의 통행자 특성을 고려한 것이다. 아울러 본 논문에서는 이러한 모형으로부터 도출된 균형의 결과를 이전의 모형과 비교하여 분석하였는데 이러한 분석의 결과는 이전 모형의 한계를 분명하게 드러나게 하는 근거가 될 것이다. 이는 정책적인 함의를 제시하는 데 유의미한 근거가 될 것이며 실제 정책 활용에도 도움이 될 것이다.

이러한 논문에서의 분석은 사실 혼잡과 관련된 교통정책의 이론적 근거를 보완하는 데 마지막 의의가 있다. 제약적인 가정 하에서 모형을 설정한 기존의 연구들은 그것이 정책적 분석의 기초로 사용될 경우 그 예측력이 떨어지거나 왜곡되는 문제점이 발생가능하다. 물론 본 연구에서의 모형도 발전하고 있는 하나의 모형이기 때문에 추가적인 수정이 필요할 수 있다. 다만 이전 모형에서의 약점을 보완하여 좀 더 엄밀한 연구결과를 도출하려는 데 목적을 두고 있다.

제2절 연구의 방법

본 논문은 기존의 모형에서 간과되었던 부분들을 보완하여 새로운 모형을 제시하고 있다. 먼저 노선을 선택하려는 통행자에게 잠재적인 대체노선이 존재하는 새로운 교통망 상황을 가정함으로써 통행행태의 결과를 살펴보고 있다. 이는 대체노선이 존재하더라도 미리 인지할 수 없는 상황이 존재함을 확인할 수 있으며, 이 경우 교통망 내부의 혼잡수준이 증가하게 될 때 대체노선을 고려하지 않음으로 통행시간의 분석상 오차를 발생할 수 있음을 설명하고 있다. 그리고 통행자가 탄력적인 수요함수임을 가정하여 동일한 문제를 살펴보고 있다. 이 경우 대체노선의 존재와 탄력적인 수요가 내부 혼잡수준을 어떻게 처리하는지에 대해서 확인할 수 있으며, 그 수준을 분석하여 실제적인 통행수요를 예측하고 있다.

한편 이러한 대체노선의 존재가 소위 ‘Braess’ paradox²⁾라 부르는 교통의 역설에 대한 상황에서도 어떠한 결과를 가지게 되는지에 대해서도 살펴보고 있다. Braess’ paradox는 사회적으로 최적인 상태와 통행자의 의사결정의 합의상태 간의 불일치에서 발생하는 역설로 링크의 추가에 의해 발생하는 역설을 의미한다. 따라서 대체노선의 존재를 가정한 모형에서는 이러한 Braess’ paradox에서의 발생가능한 범위가 존재를 무시한 모형과 다르게 되며 결과적으로는 과소평가될 수 있다.

또한 통행자가 출발시간을 선택함에 있어 고려해야 할 시간에 대한 비용계산에 대해서도 가정을 추가하고 있다. 기존에 알려진 통행시간 및 스케줄딜레이의 비용²⁾과 더불어 출발시간 자체가 가지는 ‘기회비용’을 추가함으로써 통행자의 의사결정수준을 엄밀하게 하고 있다. 이러한 모형의 변화가 가지는 결과에 대해서는 기존의 모형과 비교하여 설명하고 있으며, 이러한 변수가 실제의 모형의 결과에 미치는 영향에 대해 의미가 있는 분석결과를 제공하고 있다.

아울러 본 논문에서는 개인의 통행선택의 영향에 현실성을 부합하기 위해 기

2) 스케줄딜레이 비용은 Vickrey(1968)에 표현된 ‘정해진 도착시간보다 일찍 도착함에 따른 비용과 늦게 도착함에 따른 비용’을 의미한다.

존의 연속적인 모형을 이산적인 모형으로 설정하여 통행배정 문제를 풀고 있다. 출발시간선택의 연속적인 모형을 기본으로 하여 이산적인 모형을 설정하고 그 모형의 균형과 균형도출 메커니즘을 설명하고 있다. 통행자수가 많은 연속적인 경우에서와 이산적인 경우에서의 차이는 마치 연속적인 모형과 이산적인 분석자료 간의 차이로 해석될 수 있다. 따라서 실제 자료에 적합한 분석모형이 필요한 것으로 판단할 수 있다.

본 연구에서의 계산들은 주로 mathematica라는 프로그램을 통해 계산하였으며, 이산적인 통행배정과 관련된 모형들은 matlab을 이용하여 알고리즘을 만들어 균형값들을 도출하였다.

제3절 연구의 구성

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 혼잡과 관련된 통행배정 중 정태적인 통행배정 문제를 살펴보기 위해 노선선택의 문제를 다룬다. 먼저 선행연구의 결과와 한계를 살펴보고 본 연구를 위한 모형을 제시한다. 그리고 기존의 모형과 비교하여 분석결과를 설명한다. 제3장에서는 동태적인 통행배정 문제를 살펴보기 위해 출발시간선택의 문제를 다룬다. 여기에서도 먼저 선행연구의 결과와 한계를 확인해보고 본 연구를 위한 모형을 제시한다. 그리고 기존의 모형과 본 연구에서 제시한 모형을 비교하여 그 결과를 분석한다. 마지막으로 제4장에서는 본 연구의 내용을 요약하며 시사점와 한계점 그리고 향후과제에 대해 살펴본 후 결론을 맺는다.

제2장 통행자의 노선선택과 관련된 의사결정 연구

제1절 선행연구와 연구 목적

1. 노선선택 원리에 대한 연구

통행자의 노선선택 문제를 최초로 다룬 연구는 Knight(1924)의 논문이었다. 여기에서는 주어진 교통망 하에서 혼잡이 존재하는 통행배정 문제를 설정하고 균형을 예측하였다. 이후 Knight의 통행배정 문제는 Wardrop(1952)의 연구에 의해 개념화되고, Wardrop은 2개의 균형 원리를 제시하였다. 이것을 Wardrop의 제1원리와 제2원리라 부르는데 이 중 제1원리는 소위 ‘이용자 균형 *User Equilibrium*’의 원리로 알려져 있으며, 그 원리에 대한 원문은 아래와 같다.

*The journey times on all the routes actually used are equal,
and less than those which would be experienced by a single
vehicle on any unused route.*

이용자 균형은 통행자의 개별적인 의사결정의 결과로 나타나는 균형을 의미한다. 통행자들이 혼잡이 발생하는 노선선택문제에 직면하게 되면 그들은 최소 비용을 지불하기 위해 노력하게 되는 데 그 결과 모든 통행자들이 더 이상 낮아지지 않는 비용수준으로 수렴된다. Wardrop의 제1원리는 이러한 균형에 대한 원리이며, 균형통행량에서 통행자들에 의해 선택된 노선에서의 균형통행시간은 선택되지 않는 노선과 비교해 볼 때 그 값이 작거나 같다는 원리로 해석된다. 이 후 Wardrop(1952)의 연구에 대한 수학적 접근은 Beckmann, McGuire, and Winsten (1956)의 저서에 소개되었다. 이러한 수학적 설명은 게임이론의 발전과

함께 내쉬균형의 조건과도 같음이 증명되었다. 아울러 Florian (1999)의 연구에서는 Wardrop의 원리를 일반화된 혼잡한 통행배정 문제에 적용시켜 그 원리를 보다 일반화된 표현으로 확장시켰으며, Korolis, Lazar, and Orda (1995)의 연구에서는 교통분야에서의 Wardrop의 원리를 통신분야에서도 접목시켜 사용하였다.

2. Braess' paradox에 대한 연구

교통에서 혼잡이 발생할 때 혼잡을 해소하기 위한 직접적인 방법은 공급을 증가시키거나 수요를 감소시키는 것이다. 그러나 수요를 감소시키는 것은 개인의 욕구를 감소시키거나 비용을 증가시키는 것이기 때문에 통행자의 저항이 발생한다. 한편 공급을 증가시키는 것은 수요자를 직접적으로 관리하지 않기 때문에 저항은 적지만 공급을 위한 투자에는 막대한 투자비용과 긴 투자시간이 발생한다. 아울러 교통망 공급은 투자 이후의 평균통행시간가 투자 이전보다 오히려 증가하는 ‘공급의 역설’이 존재할 수 있는데, 본 연구에서 다루는 ‘Braess' paradox’은 이러한 교통망 공급의 역설 중 대표적인 역설이다.

Braess' paradox은 1968년 Braess의 논문에서 처음으로 소개되었다.³⁾ 역설의 내용은 주어진 교통망에서 링크를 추가할 경우, 사회적 최적Social optimum⁴⁾보다 통행자에 의해 발생하는 이용자 균형User equilibrium⁵⁾이 더 비효율적인 통행패턴을 가진다는 것이다. 역설이 소개된 이후 수많은 학자들이 이 역설에 대하여 연구하였다. 특히 이 역설은 혼잡통행에서의 선택문제와 관련되어 있었기 때문에 통행선택의 모형이 발전함에 따라 후속 연구들이 계속 진행되었다.

Braess' paradox의 후속 연구 중 가장 중요한 테마는 역설의 조건들과 모형에

3) 그리고 2005년에 영어로 번역하여 논문이 다시 나왔다.

4) 사회적 최적이란 독재자와 같이 하나의 의사결정자에 의해 전체의 효용을 극대화하는 통행배정 상태를 의미한다. 이러한 결과는 사회 전체적으로는 항상 효율적이거나 개인의 측면에서는 그렇지 않는 경우도 발생한다.

5) 이용자 균형이란 각각의 개별 의사결정자들이 각자의 효용을 극대화하기 위해 선택한 결과로 나타나는 통행배정 상태를 의미한다. 이러한 과정에서 혼잡은 서로에게 외부효과로 작용하며 각 의사결정자들은 이러한 외부효과를 거래비용으로 간주하여 자신의 효용 극대값을 계산하게 된다.

관한 연구라 할 수 있다. 역설의 조건은 가장 이른 시기부터 연구되었는데, Frank(1970)의 연구에서는 Braess의 논문에 제시된 역설을 수식으로 표현하였다. 특히 선형통행시간함수를 통하여 총 이용자수를 어떤 범위의 조건으로 계산하였다. 이 후 보다 일반화된 역설의 조건은 Pas&Principio(1997)의 연구에서 제시되었다. 이 연구에서는 역설의 조건이 총 통행수요와 통행시간함수의 파라미터의 관계식임을 밝혔고, 통행 수요의 범위를 통행시간함수의 파라미터로 표현하였다. 한편 Yang&Bell(1998)의 연구에서는 링크 추가로 브라이스의 역설이 발생하게 될 때, 그 링크의 통행방향을 역방향으로 바꿈으로서 브라이스의 역설을 회피할 수 있음을 제시하였다.

모형의 발전에서 가장 두드러지는 것은 동태적이용자균형 모형이라 할 수 있다. 그 이전에 제시된 브라이스 역설에 관한 모형은 모두 정태적이 상황에서의 브라이스 역설을 도출하는 모형이었으나 Akamatsu(2000)의 연구에서는 동적이용자균형 모형에서 브라이스 역설이 존재하는 경우에 대해 예로써 증명해 보았다. 이어서 Akamatsu&Heydecker(2003)의 연구에서는 동적이용자균형 모형을 포함한 일반적인 동적 네트워크 모형에서 브라이스 역설이 존재하기 위한 필요충분조건을 제시하였다.

게임이론의 발전으로 인해 Braess' paradox를 게임이론적으로 접근하려는 시도도 진행되었다. 이러한 접근들은 노선선택의 이산적인 모형과도 관련이 있으며, 게임 모형에서 역설은 경기자의 보수의 합이 최대가 아닌 전략조합에서 내쉬균형이 나타나는 것으로 설명하였다. 이것은 죄수의 딜레마 현상과 같은 것으로 이해할 수 있으며, 이것과 관련하여 Rosenthal(1973)은 혼잡 게임 congestion game을 제시함으로써 브라이스 역설에 관한 게임이론적 기초를 제공하였다. 그 이후 Shapley&Monderer(1996)에 의해 혼잡 게임은 일반화된 형태의 포텐셜 게임potential game으로 발전되었고, 이러한 게임모형을 통해 이 후 여러 학자의 연구에서는 Braess' paradox이 게임이론적인 형태로 표현가능함을 확인하였다.

한편 역설에 대한 실증적 연구에 대해서도 진행되었다. 그러나 Braess' paradox이 이론적으로 간단하고 이해가 쉬운 반면에 현실적인 자료를 구하거나 확인하는 것이 쉽지 않았기 때문에 활발하게 연구되진 않았다. 전세계적으로

십여 차례의 논문만이 존재하고 있다. 우리나라에서 엄진기 외(1999)의 연구에서 남산2호터널 폐쇄에 관련하여 실증 분석한 연구가 있으며, 여기에서는 Braess' paradox이 존재함을 확인하였다.

3. 이전 연구의 한계와 본 연구의 목적

기존의 노선선택 모형들은 기본적으로 ‘주어진 교통망’과 ‘비탄력적인 수요’를 가정하였다. 기존 연구에서 주어진 교통망은 주어진 수요에서 선택가능한 노선만으로 구성된 교통망으로 간주하였다. 그러나 이러한 교통망은 내부의 교통혼잡상태가 변하여 평균통행시간이 증가하게 될 경우 대체노선을 선택하는 통행자들의 통행배정을 설명할 수 없게 된다. 이러한 통행자들은 여전히 주어진 수요에 포함되면서 주어진 교통망을 이용하지 않는 통행자이기 때문이다. 한편 기존 연구에서는 주로 수요가 비탄력적이라는 가정 하에서 혼잡통행에 관련된 문제를 다루어 왔다. 물론 출퇴근시간대에 움직이는 통행자들의 대부분은 비탄력적인 수요라고 볼 수 있다. 그러나 이러한 통행자들은 정시출근시간과 같은 ‘정해진 도착시간’이라는 조건이 있어서 탄력적이지 못하는 것으로 해석할 수 있다. 반면 통행시간을 최소화하는 노선선택문제는 개인의 효용문제로 접근해 볼 때 통행자들은 탄력적인 수요로 간주할 수 있다. 이는 특정 노선이 혼잡하여 통행시간이 증가하게 되면 수요는 대체노선을 포함한 다른 노선으로 이동하게 될 것이며 또한 일부는 통행 자체를 포기하기도 할 것이기 때문이다. 따라서 균형통행시간이 변화함에 따라 나타나게 될 수요의 변화에 대해선 고려하지 못하는 기존의 모형도 현실성 측면에서 한계가 있다고 할 수 있다.

아울러 Braess' paradox에 대한 기존연구를 살펴보면 교통망에 대해 가정이 일반적인 노선선택 문제에서의 가정과 동일하게 설정하고 있다. 즉, 잠재적으로 이용가능한 대체노선의 존재에 대해 미리 고려하지 않고 주어진 교통망을 가정하였다. 이경우 교통망에 링크가 추가될 경우 그 균형통행시간은 기존에 가정된 교통망 내부에만 영향을 미치는 것으로 분석하게 된다. 따라서 실제로 대체노선이 존재하는 경우와 비교하여 균형통행시간이 과대하게 평가될 수 있고,

동시에 Braess' paradox이 존재하게 될 경우 그 역설의 조건도 다르게 나타날 수 있다. 즉, 현실성이 낮은 결과를 가지게 될 수 있다.

또한 기존연구에서는 Braess' paradox을 제거하거나 감소시키기 위해 통행량 자체를 제한하거나 통행시간함수의 파라미터 값들을 변화시켰다. 통행량을 제한하기 위해 혼잡세를 부과하거나 물리적인 제약으로 역설을 제거하는 방식을 시도하였다. 그러나 이러한 방법들은 대부분 '교통수요관리' 측면에서 접근하려는 경향만을 강조하는 것이다. 혼잡세의 부과는 효용에 직결되는 값⁶⁾들을 수정하여 개인의 선택을 바꾸려는 방법들이므로 현실적으로는 제한적이다. 역설을 제거하기 위한 다른 방법으로 통행자의 의사결정과정에 대한 새로운 가정으로 접근하는 방법들이 시도되어 왔다. 비대칭적인 정보를 제공하거나 개인을 다양한 선호로 가정하거나 집단적으로 의사결정하는 방법들이 그것이다. 그러나 정보의 비대칭성을 통한 방법은 여전히 제한적인 상황에서의 의사결정을 도출하며, 다양한 개인의 선호는 설명력은 높으나 예측력이 낮을 수 있다. 그리고 집단적 의사결정 방법은 개인의 합리적 의사결정과 반할 경우 이기성에 의해 무너질 수 있으며 집단사고의 위험성도 존재한다. 본 연구는 Braess' paradox을 제거하기 위해 대체노선의 존재를 인식하는 것으로부터 시작하여 대체노선을 추가하는 것으로 그 방법을 모색한다. 결과적으로 보면 Braess' paradox를 완전히 제거할 수는 없지만 현재 주어진 수요에서 역설의 상황은 제거됨을 확인하였다.

반면 다른 선행연구에서는 복잡하게 구성된 대형 교통망을 가정하여 Braess' paradox이 발생하는 노선과 Braess link에 대해 연구하였다. 그러나 이러한 연구들에서는 교통망에 대한 가정이 너무 복잡하게 구성되어 있어서 실제 영향을 주고받는 범위를 쉽게 나타낼 수 없다. 따라서 교통망 내부의 비용변화에 의해 바뀌게 될 균형은 실제로 대체노선의 존재의 여부에 의해 설명되기도 하는데 이러한 가능성을 배제하였다는 한계가 존재한다.

본 논문에서는 이러한 모형에 대해 새로운 가정을 추가함으로써 모형을 발전시키고자 한다. 먼저 노선선택의 문제와 Braess' paradox을 살펴보기 위해 간단한 4링크 교통망과 5링크 교통망에 대해 소개한 후 만약 대체노선이 고려된 교

6) 이러한 값을 보통 게임이론에서는 보수값으로 부른다.

통망이라면 브라이스 역설이 어떻게 되는지를 살펴본다. 이해를 돕기 위해 대체노선 1개인 경우를 살펴볼 것이며, 일반화하기 위해 k 개인 경우에 대해서도 확인해 본다. 그리고 대체노선이 존재하는 교통망의 결과와 대체노선이 없는 경우를 비교하여 분석한다. 이러한 대체노선의 존재의미는 효용에 영향을 주는 직접적인 값들을 변화시키는 것이 아니라 통행자의 전략과도 같은 노선을 추가 시킴으로 통행패턴의 변화를 주는 것에 있다.

아울러 수요의 특성을 변화시킴으로 노선선택의 균형이 어떻게 나타나는지 살펴보고자 한다. 비탄력적인 수요라는 가정 하에서 대체노선이 존재함으로 인해 기존의 교통망에서의 수요가 변화할 수 있음을 설명한다. 그리고 탄력적인 수요라는 가정 하에서 동일하게 대체노선이 존재함으로 인해 기존의 교통망에서의 수요가 변화할 수 있음을 설명한다.

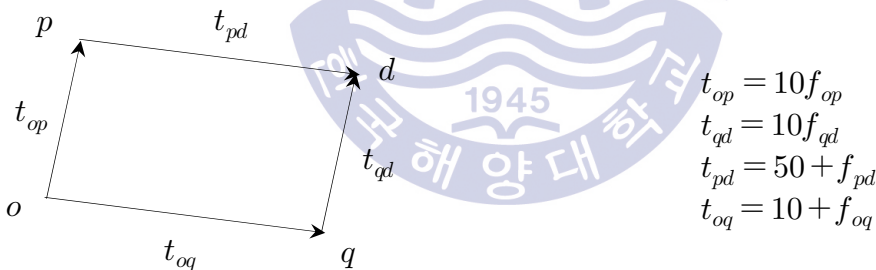


제2절 기존 연구에서의 모형과 균형

본 절은 Braess(1968)의 연구와 Pas&Principio(1997)의 연구를 통해 Braess' paradox에 대해 살펴본다. 먼저 Braess의 연구를 통해 Braess' paradox를 이해하고, Pas&Principio의 연구를 통해 일반화된 선형함수형태에서의 역설과 그 역설이 발생하는 조건에 대해 확인해보기로 한다.

1. Braess(1968)의 연구에서 제시된 예제

4개의 링크와 4개의 노드로 구성된 교통망이 있다고 보자. 4개의 노드 중 o 와 d 는 기종점이며 o 에서 d 로 가는 노선은 2개로 구성되어 있다. 각 링크들은 일방통행이며, 각각의 선형통행시간함수를 가지고 있다고 할 때, 아래의 <그림 1>과 같이 나타난다.



7)

<그림 1> 4링크 교통망

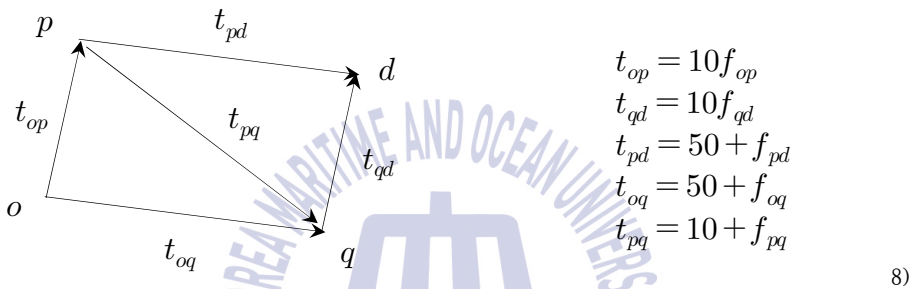
t_{ij} 는 i 와 j 를 연결한 링크 ij 의 통행시간함수이며, f_{ij} 는 링크 ij 의 통행량을 의미한다. 여기서 노선1은 링크 op 와 링크 pd 로 구성되고, 노선2는 링크 oq 과 링크 qd 로 구성된다고 하자. 그리고 총 통행수요 $N=6$ 이라고 보자. 이제 사회적 최적과 이용자 균형을 계산해 보자. 그 결과는 아래의 <표 1>과 같다.

7) 본 그림은 Braess(1968)의 연구에 제시된 4개의 링크로 구성된 교통망과 그 통행시간함수를 인용하였다.

〈표 1〉 Braess link가 추가되기 전 사회적 최적과 이용자 균형

	사회적 최적	이용자 균형
균형통행량	$n_1^* = n_2^* = 3$	$n_1^* = n_2^* = 3$
균형통행시간	$t^* = 83, T^* = 498$	$t^* = 83, T^* = 498$

여기에서 t^* 는 균형에서 통행수요가 겪어야 하는 통행시간이며, T^* 는 균형에서 총 통행수요가 겪는 총 통행시간이다. 이제 소위 ‘Braess link’라 불리는 p 와 q 를 연결하는 링크 pq 를 추가하여 보자. 링크 pq 는 p 에서 q 로 일방향이며, 새로운 링크의 통행시간함수와 교통망의 구성은 다음 〈그림 2〉와 같다.



〈그림 2〉 5링크 교통망

추가된 링크를 제외한 나머지 4개 링크는 기존의 교통망과 동일하게 가정하고 있으며, 여기에서 사회적 최적과 이용자 균형을 계산하게 되면 아래 〈표 2〉와 같다.

〈표 2〉 Braess link가 추가된 후 사회적 최적과 이용자 균형

	사회적 최적	이용자 균형
균형통행량	$n_1^* = n_2^* = 3$	$n_1^* = n_2^* = n_3^* = 2$
균형통행시간	$t^* = 83, T^* = 498$	$t^* = 92, T^* = 552$

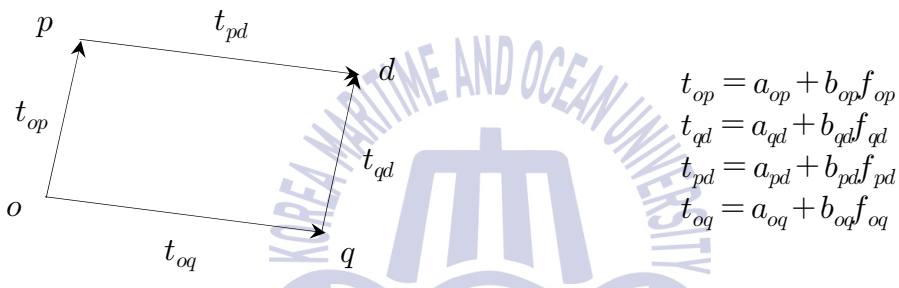
위의 표에서 확인되듯이 5링크의 경우에는 사회적 최적과 이용자 균형이

8) 본 그림은 Braess(1968)의 연구에 제시된 5개의 링크로 구성된 교통망과 그 통행시간함수를 인용하였다.

일치하지 않는다. 즉, 사회적 최적보다 이용자 균형이 ‘9’ 만큼 더 높은 균형 통행시간을 가지게 되는데, 이는 사회적 최적과 이용자 균형이 일치하지 않는 ‘Braess’ Paradox’ 이 발생함을 의미하는 것이다.

2. Pas&Principio(1997)의 연구에서 제시된 역설의 조건

이제 역설의 조건을 살펴보기 위해 기존의 Braess’ Paradox을 일반화된 형태로 확장시켜 볼 필요가 있다. 선형통행시간함수라는 가정 하에서 일반화된 선형함수로 표현을 바꾸게 되면 <그림 1>은 아래의 <그림3>과 같이 재구성된다.



9)

<그림 3> 일반화된 4링크 교통망

여기에서 a , b 는 함수 파라미터이며, $a > 0$, $b > 0$ 의 값으로 가정한다. 그림에서 제시한 바, 링크의 통행시간함수는 기본적으로 $t = a + bn$ 의 형태를 가지고 있다. 다만 Braess와 Small&Arnott의 연구에서 제시한 가정¹⁰⁾과 동일하게 가정해 보자. 그렇다면 다음과 같은 통행시간함수를 가진다.

$$\begin{aligned}
 t_{op} &= b_1 f_{op} \\
 t_{qd} &= b_1 f_{qd} \\
 t_{pd} &= a_1 + b_2 f_{pd} \\
 t_{oq} &= a_1 + b_2 f_{oq}
 \end{aligned}$$

이제 이렇게 주어진 링크들로 노선들을 구성해 보자. 기종점이 o 와 d 이므로

9) Pas&Principio(1997)의 연구에서의 그림을 인용하였다.

10) $a_{op} = a_{qd} = 0$, $a_{pd} = a_{oq} = a_1$, $b_{op} = b_{qd} = b_1$, $b_{pd} = b_{oq} = b_2$

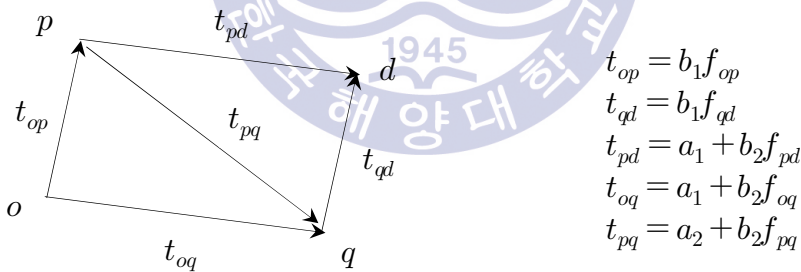
링크 op 와 링크 pd 로 구성된 노선1과 링크 oq 와 링크 qd 으로 구성된 노선2로 구성된다. 그렇다면 2개의 노선으로 구성된 교통망이 구축되는데, 여기에서 사회적 최적과 이용자 균형을 계산하면 두 균형에서의 통행시간은 같은 값을 가지며, 그 결과는 아래와 같다.

i) 균형통행량 :
$$n_1^* = n_2^* = \frac{N}{2}$$

ii) 균형통행시간 :
$$t^* = a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{2},$$

$$T^* = N \left[a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{2} \right]$$

여기에서 N 은 총 통행수요량이며, n_k 는 노선 k 의 통행수요, t_k 는 노선 k 의 통행시간이다. 그리고 n^* 는 균형통행수요, t^* 는 균형평균통행시간, T^* 는 균형총통행시간을 의미한다. 이제 브라이스 링크인 링크 pq 를 추가하여 보자. 링크 pq 는 p 에서 q 로 일방향이며, 기존 연구에서 제시한 것처럼 $a_{pq} = a_2$, $b_{pq} = b_2$ 로 가정하여 보면 다음의 <그림 4>와 같다.



<그림 4> 일반화된 5링크 교통망

주어진 교통망 하에서 사회적 최적을 계산하여 보면 4링크의 사회적 최적과 같은 값을 가진다. 반면 이용자 균형은 다른 결과를 가지게 되는데 이것은 총 통행수요량과 통행시간함수의 파라미터에 의해 3가지 형태로 나타난다.

첫 번째는 $t_1^* = t_2^* = t_3^*$ 인 경우이다. 이 경우는 균형에서 모든 노선을 이용하고 있으므로, $n_1^* > 0$, $n_2^* > 0$, $n_3^* > 0$ 인 균형조건을 가지게 된다. 균형 결과

및 조건은 아래와 같다.

$$\text{i) 균형통행량 : } n_1^* = n_2^* = \frac{a_2 - a_1 + (b_1 + b_2)N}{b_1 + 3b_2},$$

$$n_3^* = \frac{2(a_1 - a_2) - (b_1 - b_2)N}{b_1 + 3b_2}$$

$$\text{ii) 균형통행시간 : } t_a^* = a_2 + b_1N + (b_1 + b_2)n_3^*,$$

$$T_a^* = N[a_2 + b_1N + (b_1 + b_2)n_3^*]^{11)}$$

$$\text{iii) 균형조건 : } \frac{a_1 - a_2}{b_1 + b_2} < N < \frac{2(a_1 - a_2)}{b_1 - b_2}$$

두 번째는 $t_1^* = t_2^* \leq t_3(0)$ 인 경우이다. 이 경우는 균형에서 노선3을 이용하지 않음으로 $n_1^* > 0$, $n_2^* > 0$, $n_3^* = 0$ 인 균형조건을 가지게 된다. 균형 결과 및 조건은 아래와 같다.

$$\text{i) 균형통행량 : } n_1^* = n_2^* = \frac{N}{2}, n_3^* = 0$$

$$\text{ii) 균형통행시간 : } t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2)\frac{N}{2},$$

$$T_a^* = N\left[a_1 + (b_1 + b_2)\frac{N}{2}\right]$$

$$\text{iii) 균형조건 : } \frac{2(a_1 - a_2)}{b_1 - b_2} \leq N$$

세 번째는 $t_3^* < t_1(0)$, $t_3^* < t_2(0)$ 인 경우이다. 이 경우는 균형에서 오직 노선 3만 이용하는 경우이므로 $n_1^* = 0$, $n_2^* = 0$, $n_3^* > 0$ 인 균형조건을 가지게 된다.

11) 균형통행시간에 아랫첨자로 a 를 사용한 것은 링크추가 이후 이용자 균형이라는 의미를 가진다. 따라서 t_a^* 는 링크추가 이후 이용자 균형에서의 균형평균통행시간을 의미한다.

균형 결과 및 조건은 아래와 같다.

i) 균형통행량 : $n_1^* = n_2^* = 0, n_3^* = N$

ii) 균형통행시간 : $t_a^* = a_2 + (2b_1 + b_2)N,$

$$T_a^* = N[a_2 + (2b_1 + b_2)N]$$

iii) 균형조건 : $N \leq \frac{a_1 - a_2}{b_1 + b_2}$

사실 5링크 교통망은 3개의 노선이 존재하므로 균형패턴에 대해 총 7가지의 경우의 수가 존재한다. 그러나 노선1과 노선2는 완전히 대칭적이기 때문에 균형에서 두 노선을 이용하는 통행자의 수는 항상 같다. 그러므로 노선1과 노선2를 하나의 그룹으로 묶어서 고려할 수 있게 되고, 마치 2개의 노선에 의해 결정되는 모형과 같다. 이는 균형패턴의 경우의 수가 위에서 살펴본 3개가 전부임을 설명해준다. 이상에서 살펴본 이용자균형에 대한 결과를 표로 정리하면 다음 <표 3>과 같다.

<표 3> 5링크 교통망에서의 이용자 균형

균형의 조건	범위	비고
$t_1^* = t_2^* < t_3^*$	$\frac{2(a_1 - a_2)}{b_1 - b_2} \leq N$	노선1,2 이용
$t_1^* = t_2^* = t_3^*$	$\frac{a_1 - a_2}{b_1 + b_2} < N < \frac{2(a_1 - a_2)}{b_1 - b_2}$	모든 노선 이용
$t_3^* < t_1^*, t_2^*$	$N \leq \frac{a_1 - a_2}{b_1 + b_2}$	노선3만 이용

12)

이제 이러한 3가지 형태의 이용자 균형에 대하여 브라이스 역설이 발생하는 여부를 파악하고 그 조건을 확인해 보자. 여기에서 다시 언급할 것은 브라이스 역설에서 비교하는 균형이 무엇이냐는 것이다. Braess(1968)의 논문에 의하면

12) m+k링크 교통망이라는 것은 기존의 교통망이 m개의 링크로 구성되어 있고, (잠재적인) 대체노선이 k 개 존재하는 교통망을 의미한다.

링크 추가 후 사회적 최적과 이용자 균형 간의 불일치를 통해 역설을 설명하였다. 사회적 최적은 항상 이용자 균형보다 작을 수 없으므로 이러한 불일치는 이용자 균형에서의 결과가 사회적 최적 수준보다 낮은 효용을 가질 때 역설이 발생함을 의미한다.

이제 Braess' paradox을 도출하기 위한 기본 조건을 살펴보자. T^* 는 사회적 최적에서의 총통행시간이며, T_a^* 는 이용자 균형에서의 총통행시간이다. 따라서 Braess' paradox을 위한 조건은 $T^* < T_a^*$ 이다. 다만, 이용자 균형이 3가지 타입이 있고, 각 타입마다 균형조건이 있으므로, 역설의 기본 조건과 균형조건이 일치하는 부분에서 실제로 역설이 발생하게 된다. 살펴보면 다음과 같다.

첫 번째로 $t_1^* = t_2^* = t_3^*$ 인 경우를 살펴보자. 이 경우에서의 균형조건은 $\frac{a_1 - a_2}{b_1 + b_2} < N < \frac{2(a_1 - a_2)}{b_1 - b_2}$ 이다. 그리고 이 경우에 대해서 $T^* < T_a^*$ 을 총통행자의 수인 N 으로 정리하면 $N < \frac{2(a_1 - a_2)}{b_1 - b_2}$ 으로 나타난다. 따라서 Braess' paradox의 조건은 다음과 같다.

$$\frac{a_1 - a_2}{b_1 + b_2} < N < \frac{2(a_1 - a_2)}{b_1 - b_2}$$

두 번째로 $t_1^* = t_2^* \leq t_3(0)$ 인 경우를 살펴보자. 이 경우에서의 균형조건은 $\frac{2(a_1 - a_2)}{b_1 - b_2} \leq N$ 이다. 그러나 $T^* = T_a^*$ 이기 때문에 $T^* < T_a^*$ 인 역설의 조건에 부합하지 않는다. 따라서 Braess' paradox은 발생하지 않게 된다.

세 번째로 $t_3^* \leq t_1(0)$, $t_3^* \leq t_2(0)$ 인 경우를 살펴보자. 이 경우에서의 균형조건은 $N \leq \frac{a_1 - a_2}{b_1 + b_2}$ 이다. 그리고 $T^* < T_a^*$ 을 정리하면 $\frac{2(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2} < N$ 으로 계산된다. 따라서 Braess' paradox의 조건은 다음과 같다.

$$\frac{2(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2} < N \leq \frac{a_1 - a_2}{b_1 + b_2}$$

이제 이용자 균형의 타입별로 확인된 Braess' paradox를 종합하여 조건의 범위를 계산해 볼 수 있다. 위에서 살펴본 내용을 토대로 고려해 볼 때, 총통행수 요인 N 이 $\frac{a_1 - a_2}{b_1 - b_2}$ 보다 큰 경우에는 역설이 발생하지 않는다. 또한 총통행수 요인 N 이 $\frac{2(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2}$ 보다 작거나 같은 경우에서도 역시 역설이 발생하지 않는다. 반면 주어진 총통행수요 N 하에서 그 외의 구간에서는 Braess' paradox이 발생하는 데 그 구간은 다음과 같다.

$$\frac{2(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2} < N < \frac{2(a_1 - a_2)}{b_1 - b_2}$$



제3절 이론적 고찰과 모형의 확장

본 절은 대체노선이 존재하는 교통망에서 Braess's paradox의 조건이 대체노선에 의해 어떻게 영향을 받게 되는지를 살펴보고자 한다. 그러나 그것을 살펴보기에 앞서 좀 더 일반적인 노선선택문제에서 대체노선이 어떻게 작용하는지를 먼저 이론적으로 밝히고자 한다. 잠재적으로 대체노선이 존재함에도 불구하고 교통망 내부로 인식하지 못하는 상황을 확인해 볼 것이며, 교통망 내부의 성질이 변화함에 따라 대체노선이 의사결정에 포함되는 상황에 대해서도 살펴볼 것이다.

1. 대체노선의 존재와 수요의 탄력성

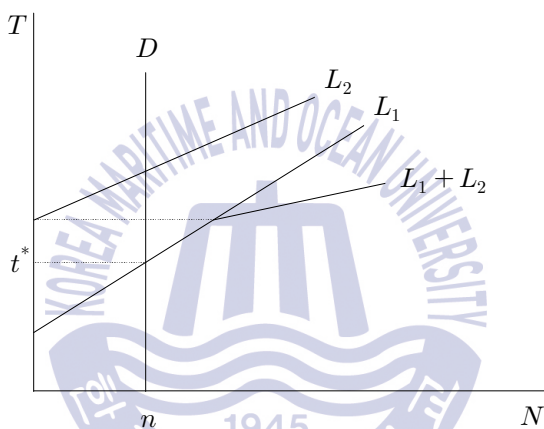
본 소절에서는 일반적인 노선선택문제에서 나타나는 대체노선의 영향을 이론적으로 밝혀보고자 한다. 먼저 비탄력적인 수요를 가정하여 대체노선의 영향을 살펴볼 것이며, 이어서 탄력적인 수요에 대해서도 살펴볼 것이다.

1) 대체노선의 존재와 비탄력적인 수요

임의의 교통망에 통행수요가 n 으로 고정되어 있다고 보자. 이 경우 교통망 내부에 균형통행시간의 변화가 존재하더라도 통행수요는 변할 수 없다. 만약 이 때 교통망 외부에 대체노선이 존재한다고 가정해 보자. 이 경우 일반적으로 통행이 가능한 노선이 증가하게 되므로 평균통행시간이 감소할 것으로 예측된다. 만약에 감소되었다면 교통망 내부의 통행수요 중 일부가 대체노선으로 노선을 전환했다고 볼 수 있다. 따라서 대체노선의 존재에 의해 교통망 내부의 수요는 감소하였으므로 비탄력적인 수요로 가정하였음에도 수요가 변화될 수 있다. 그러나 여기에서는 유의점이 있다. 대체노선이 존재한다는 것은 교통망 내부에 존재한다는 것으로 해석할 수 있기 때문이다. 따라서 사전적인 교통망

상황을 설정하여 이러한 상황에 대한 이해를 돕기로 한다.

기존의 교통망과 대체노선이 동시에 주어져 있는 상황을 가정하자. 그리고 기존의 교통망과 대체노선에는 각각의 ‘최적통행시간함수’가 존재하고, 이 최적통행시간함수는 주어진 통행량을 정의역으로 하고 최소의 평균통행시간을 치역으로 하는 선형함수라 가정해 보자.¹³⁾ 또한 기존 교통망의 최적통행시간함수가 대체노선의 최적통행시간함수보다 Y절편 값이 작으며 그 기울기는 항상 양의 값을 가진다고 하자. 다만 이용자 균형을 계산한 결과 대체노선에는 통행 수요가 ‘영’이라고 가정해보자. 이러한 경우를 그림으로 표현하면 다음 <그림 5>와 같다.

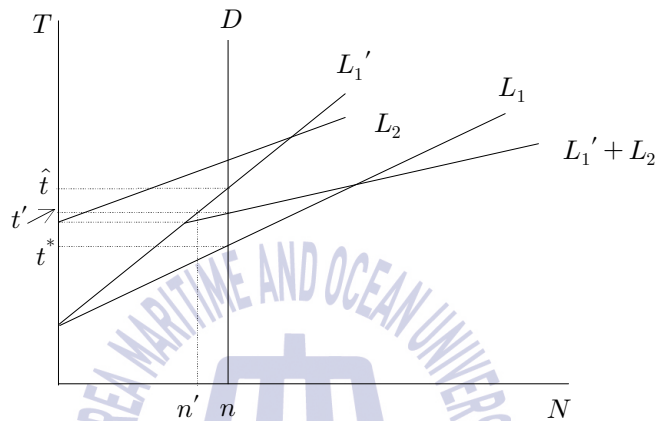


<그림 5> 대체노선이 선택되지 않는 균형 상태 (비탄력적인 수요)

여기에서 D 는 수요함수이며, n 는 주어진 통행수요이다. 그리고 L_1 은 기존의 교통망 내부에서의 최적통행시간함수, L_2 는 대체노선의 최적통행시간함수, 그리고 $L_1 + L_2$ 는 대체노선을 고려한 교통망에서의 최적통행시간함수이다. 마지막으로 t^* 는 균형통행시간이다. <그림 5>에서 보면 주어진 통행수요가 오직 기존의 교통망만을 이용하는 수준에서 최소평균통행시간을 가지게 된다. 즉, 대체노선은 선택되지 않는다는 것이다. 따라서 실제 자료가 이러한 결과를 보이게 되면, 모형을 설정할 때 마치 교통망에 대체노선이 존재하지 않는 것으로 가정하게

13) 이러한 선형함수의 가정에는 교통망에 존재하는 모든 노선의 상황이 항상 혼잡함을 내포하고 있다. 따라서 통행량이 증가하면 균형통행시간은 항상 증가한다. 이러한 성질은 일반화된 monotonic increasing functions의 형태로 확장하여 설명할 수 있다.

된다. 이것은 실제로 우리가 한 쌍의 기중점에 관련된 교통망을 고려할 때 이용 가능한 범위 내에서 교통망을 설정하는 것과 유사한 가정이다. 만약 이러한 상황에서 Braess' paradox과 같이 교통망 내 평균통행시간이 증가했다고 가정해보자. 쉽게 비교하기 위하여 기존 교통망의 최적통행시간함수의 기울기가 이전보다 더 큰 값을 가지는 것으로 표현해보기로 한다. 그렇다면 다음 <그림 6>과 같이 새로운 최적통행시간함수를 그려볼 수 있다.



<그림 6> 대체노선이 선택되는 균형 상태 (비탄력적인 수요)

여기에서 L_1' 은 교통망 내부의 변화로 인해 새롭게 구성된 최적통행시간함수이다. 그리고 $\hat{t}$ 은 교통망 내부의 변화 후 기존의 교통망만을 이용했을 때의 균형통행시간이며, t' 은 교통망 내부의 변화 후 대체노선이 존재하는 교통망을 고려했을 때의 균형통행시간이다. 이 경우 두 가지 측면에서 살펴볼 수 있다. 하나는 균형통행시간의 변화이다. 교통망의 변화 전에는 균형에서 대체노선을 고려하는 것과 그렇지 않는 경우의 차이가 없었다. 그러나 변화 후에는 대체노선을 고려할 수 있게 되며, 고려한 경우가 그렇지 않는 경우보다 더 낮은 균형통행시간을 가지게 됨을 확인할 수 있다. 이는 단순히 대체노선이 선택되었다는 사실을 넘어 균형통행시간이 감소되었다는 측면이 강조되어야 할 것으로 볼 수 있다. 기존의 교통망으로 고려한 모형은 대체노선까지 고려한 모형에 비교하여 현실에 나타나는 통행시간을 보다 과대하게 설명할 가능성이 존재하는 것이다. 그리고 살펴볼 다른 하나는 ‘통행수요의 이동’이다. 총통행수요가 고정된 값으로 주어져 있기 때문에 위의 모형에서 통행수요의 증감은 나타날 수 없다.

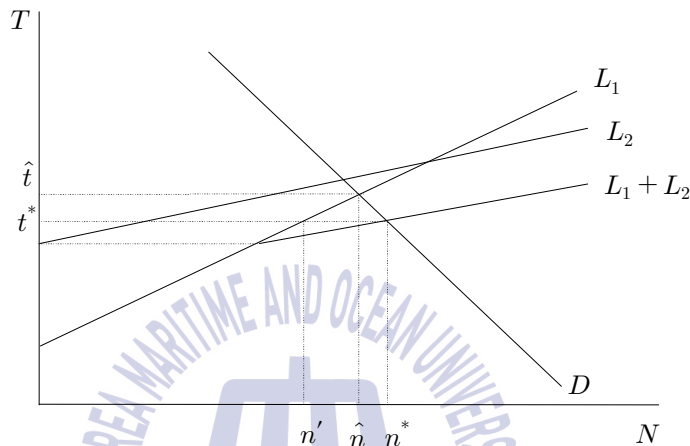
그러나 기존 교통망에서의 고정된 수요가 교통망 내부의 변화로 대체노선으로 이동하게 되는 경우, 대체노선을 고려하지 않는다면 마치 ‘통행수요의 감소’와 같이 분석하는 오류를 범할 수 있다. 위의 그림에서 보는 것과 같이 실제로는 주어진 통행수요는 n 으로 고정되어 있지만 $n - n'$ 만큼 대체노선으로 수요가 이동되어 실제 기존 교통망에 존재하는 균형통행량은 n' 이 된다. 따라서 이러한 경우 대체노선이 존재 여부를 고려하는 것은 교통망에서의 통행배정의 결과를 해석함에 있어 중요한 의미를 가지게 된다.

이와 같은 결과는 현재 통행수요가 존재하지 않는 잠재적인 대체노선이 존재한다면 교통망 내부의 조건이 바뀌게 될 때, 통행자 입장에서는 언제든지 대체노선을 기존 교통망의 일부로 인식하고 선택할 수 있음을 시사한다. 이는 기존의 모형과 비교하여 대체노선이 존재를 고려하는 모형이 더욱 현실적인 모형이 될 수 있음을 말해준다. 그러나 이러한 논리는 다음과 같이 반문할 수 있는 여지가 있다. 대체노선을 교통망 내부로 인식하는 것이 현실적이라고 한다면 기존 모형에 미리 대체노선을 설정하여도 설명이 가능하지 않는가에 대한 질문이다. 그러나 기존 모형에서부터 대체노선을 인지한다는 것은 위에서 살펴본바 사전적으로 어렵다고 보아야 한다. 왜냐하면 특정 기종점에 대한 교통망의 크기와 노선에 대한 가정은 모든 교통망을 고려하는 것이 아니라 선택가능한 노선들의 모음으로 제한하기 때문이다. 더욱이 고정된 수요라는 가정 하에서는 잠재적인 대체노선의 규모에 대해 미리 예측하기는 더욱 어렵다. 현재 주어진 교통망 내부에서 대체노선을 인지하지 못한 가운데 균형통행시간함수의 파라미터가 변화하게 된다면, 고정된 수요가 아닌 항상 ‘변화된 수요’에 직면하게 될 것이기 때문이다. 이는 총수요에 대한 예측도 빗나가게 되는 오류를 범할 수 있다.

2) 대체노선의 존재와 탄력적인 수요

이제 수요가 탄력적이라면 대체노선의 존재가 어떠한 의미를 가지는지 살펴보기로 한다. 앞에서 살펴본 수요가 비탄력적인 경우에는 균형통행시간의 변화로 인해 변화되는 수요의 패턴이 오직 기존의 교통망과 대체노선 사이의 이

동만으로 제한되었다. 그러나 여기에서는 수요의 변화가 단순한 이동을 넘어 수요의 증가와 감소로 나타나는 것에 초점이 있다. 또한 기존의 연구에서는 수요의 탄력성을 수요가 발생하거나 발생하지 않는다는 이분법적인 측면에서 분석하였다. 여기에서는 그것과 달리 대체재와 같은 대체노선으로의 전환과 수요의 증감 모두 설명할 수 있는 상황으로 가정하였다. 그것에 대한 그림은 아래와 같다.



〈그림 7〉 대체노선이 고려된 균형상태 (탄력적인 수요)

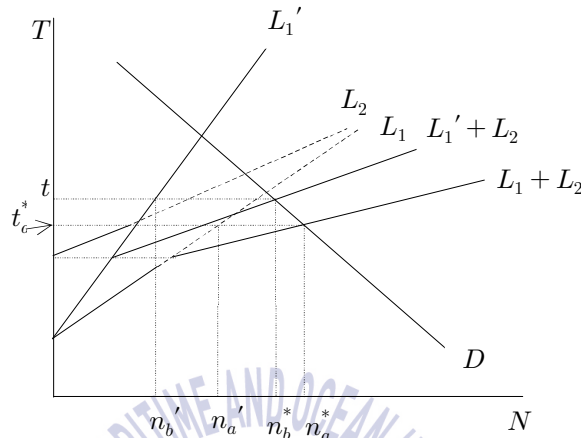
위의 그림에서 n^* 는 대체노선이 고려된 교통망에서의 균형통행량을 의미하고 $\hat{n}$ 은 대체노선이 고려되지 않는 교통망에서의 균형통행량을 의미한다. 그리고 n' 는 대체노선이 고려된 교통망에서 실제로 기존의 교통망을 이용하는 균형통행량을 말한다. t^* 와 $\hat{t}$ 도 각각의 균형통행시간을 의미하는 것인데 이 그림을 토대로 탄력적인 수요가 교통망에 미치는 영향에 대해 직관적으로 살펴볼 수 있다. 여기에서는 탄력적인 수요이므로 통행시간의 크기에 따라 통행량의 변화가 발생한다. 일반적인 수요함수가 수요의 가격탄력성 개념으로 탄력도를 체크한다면 여기에서는 ‘통행수요의 통행시간탄력성’이 그와 같은 역할을 하게 될 것이다. 이러한 탄력적인 수요로부터 계산된 총통행량은 대체노선을 고려한 결과와 대체노선을 고려하지 않는 결과가 다르게 나타난다. 대체노선을 고려한 경우가 그렇지 않는 경우와 비교하여 더 많은 총통행량을 균형값으로 가진다. 이는 반대로 설명해 볼 때, 대체노선을 고려한 교통망이 그렇지 않는 교통망과

비교하여 더 낮은 통행시간을 균형값으로 가짐을 의미한다. 여기서 또 하나 주목할 수 있는 것은 기존 교통망의 균형통행량이다. 대체노선이 존재함으로 총 통행량은 $\hat{n}$ 에서 n^* 으로 증가하였지만 기존 교통망을 이용하는 균형통행량은 $\hat{n}$ 에서 n' 으로 줄었기 때문이다. 즉, 탄력적인 수요로 가정하여 대체노선을 고려한다는 것은 단순히 총통행량을 변화시킨다는 의미만 나타나는 것이 아니라 개별 교통망에 분배되는 통행비율에도 의미있는 영향을 미치게 된다. 위의 그림에서 나타난 상황을 보게 되면, 대체노선을 고려하기 전보다 고려한 후 오히려 기존 교통망을 이용하는 통행량은 감소하였음을 확인할 수 있다. 균형통행시간은 감소되었지만 오히려 통행량도 감소되는 ‘역설적인 결과’를 발생시킬 수 있기 때문이다.

여기에는 추가적으로 확인해 볼 요소가 남아있다. 그것은 통행자가 이러한 교통망을 이용함으로써 가져갈 수 있는 효용의 수준이다. 일반적인 경제제 시장에서는 이러한 개념을 소비자잉여라고 한다. 그것과 유사한 논리로 여기에서는 소위 ‘통행자의 잉여’를 산출하여 그 값을 확인할 수 있을 것이다. 다만 앞에서 살펴본 수요가 비탄력적인 교통망에서는 통행자의 잉여를 계산하는 것이 의미가 없다. 왜냐하면 통행시간의 크기와 상관없이 항상 수요가 고정적이기 때문이다. 수요가 탄력적인 상황에서 평가가 가능한 효용의 수준이기 때문이다. 그러므로 통행자의 기존의 교통망을 가정한 모형과 대체노선을 가정한 모형은 각각의 통행자잉여를 구할 수 있는데 계산해보면 대체노선을 가정한 모형이 더 큰 값을 지닌다. 이러한 논리는 모든 대체노선에 대해서 적용이 가능한데 이 결과는 대체노선을 가정한 모형이 기존의 교통망만을 가정한 모형에 비해 항상 통행자잉여가 같거나 큼을 말해준다. 반면 통행비용에 대한 것은 비교해 보아야 한다. $\hat{n} < n^*$ 이며, $t^* < \hat{t}$ 이기 때문에 $\hat{t}\hat{n}$ 과 t^*n^* 중 어느 것이 큰지 아니면 작은 지 알 수 없기 때문이다. 다만 수요가 매우 탄력적이라면 $\hat{t}\hat{n} < t^*n^*$ 일 가능성이 높아지고, 반대로 수요가 비탄력적이라면 $\hat{t}\hat{n} > t^*n^*$ 일 가능성이 높아진다.

이제 기존의 교통망 내부가 변화하게 될 때 수요가 어떻게 변화하게 될지 살펴보자. <그림 7>에서 기존 교통망의 최적통행시간이 이전보다 증가하게 될 경우를 가정해 보자. 그렇다면 전체 최적통행시간은 증가하게 되며 그에 따라 균

형통행수요는 감소하게 된다. 그러나 그 통행수요의 내부를 확인해보면 단순히 전체 통행수요가 감소한다는 사실에만 그치는 것이 아니라 기존 노선망에서 대체노선으로 수요가 이동하게 된다는 사실도 확인된다. 이러한 사실은 다음의 <그림 8>로 살펴볼 수 있다.

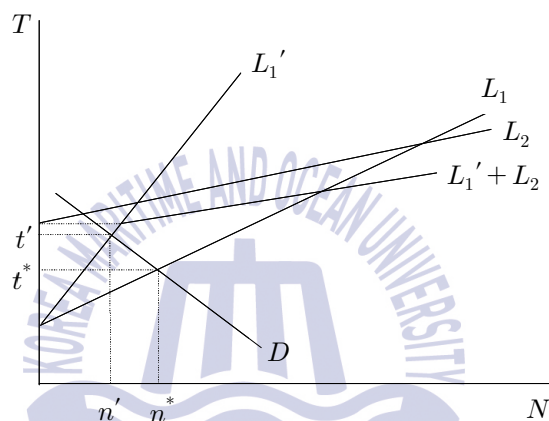


<그림 8> 통행수요의 이동과 감소 (탄력적인 수요)

<그림 8>은 기존 노선망의 최적통행시간이 증가함에 따라 전체 균형통행량이 어떻게 변화되는지를 설명하고 있다. 여기에서 n_a^* 은 통행시간이 변화되기 전의 균형통행량이고, n_b^* 은 통행시간이 변화된 후의 균형통행량이다. 그림을 보게 되면 기존 노선망의 최적통행시간이 증가함으로 인해 전체 균형통행량은 n_a^* 에서 n_b^* 로 감소되었음을 알 수 있다. 이는 기존 노선망의 최적통행시간이 증가함에 따라 전체 최적통행시간도 증가되었으므로 전체 통행량이 감소한 것이다. 또한 n_a' 은 통행시간이 변화되기 전 기존 노선망에서의 균형통행량이고, n_b' 은 통행시간이 변화된 후 기존 노선망에서의 균형통행량이다. 확인해보면 전체 통행량과 유사하게 기존의 교통망의 균형통행량도 $n_a' - n_b'$ 의 크기만큼 감소하였다. 그러나 대체노선의 균형통행량은 오히려 증가했는데 이것은 기존 교통망에서의 통행수요 감소분 중 일부는 수요 자체의 감소로 나타났지만 일부는 대체노선으로 이동하였기 때문이다. 그렇다면 기존 교통망의 통행수요 감소분이 어떤 요인에 의해 ‘수요의 감소’와 ‘수요의 이동’으로 전환되는 지 알아볼 필요가 있게 된다. 그림을 살펴보면 수요함수의 탄력성 수준과 대체노선의 기울기에

의해 영향을 받게 됨을 알 수 있다. 수요함수의 통행시간탄력성이 높을수록 통행시간의 증가에 따른 기존의 교통망의 수요의 수요 감소는 크게 나타날 것이다. 반면 대체노선의 기울기가 낮을수록 통행시간의 증가는 기존의 교통망으로부터 대체노선으로의 수요 이동이 크게 나타날 것이다.

아울러 수요가 탄력적이면 그렇지 않은 경우와 비교하여 새로운 경우의 수가 존재한다. 탄력적인 수요함수에 의해 대체노선을 사용하지 않으면서 통행량이 감소되는 경우가 발생한다는 것이다. 아래의 그림은 이러한 특수한 경우를 설명하고 있다.



〈그림 9〉 대체노선의 고려가 무의미한 교통망

〈그림 9〉를 보면 알 수 있듯이 t^* 과 t' 에서 대체노선의 통행자수가 ‘영’ 이다. 이러한 교통망에서는 변화 전과 변화 후 모두 대체노선에 대한 수요가 발생하지 않는다. 이는 교통망이 특수한 경우에 나타날 가능성이 높은 경우이다. 즉, 대체노선의 최적통행시간함수와 기존 노선망의 최적통행시간함수 간의 함수값 차이가 너무 커 ‘일반적인 수요함수’에서는 대체노선이 선택되지 않는 경우이다. 그렇지만 반대로 앞에서 본 〈그림5〉, 〈그림 7〉과 같이 대체노선과 기존 노선망 간의 차이가 적은 경우에서도 대체노선이 선택되지 않는 상황이 발생할 수 있다. 여기에는 수요함수의 탄력성이 주된 요인으로 작용된다. 즉, 수요함수가 탄력적일수록 대체노선이 선택될 가능성은 낮아지게 되며 일정 수준이 넘어서게 되면 〈그림 9〉와 같이 대체노선의 고려가 무의미하게 될 수 있다는 것이다. 따라서 대체노선은 비교적 ‘비탄력적인 수요’ 일 경우에 선택될

가능성이 높음을 간접적으로 제시할 수 있다. 그리고 ‘탄력적인 수요’ 일 경우는 대체노선의 선택되지 않을 가능성이 높기 때문에 그 존재를 미리 발견하기가 어려움도 주장할 수 있다.

2. Braess Paradox를 위한 모형의 확장

본 소절에서는 기존의 Braess' paradox에 대한 모형을 확장해보고자 한다. 직관적으로 생각해 볼 때, 고정된 통행수요 하에서 기존의 교통망에 대체노선을 추가하게 되면 통행수요가 분산될 수 있으므로, 결국 통행자들은 더 낮은 통행시간을 겪게 될 것이다. 여기에서는 이러한 대체노선의 영향이 Braess' paradox가 발생하는 교통망에서는 어떻게 나타나는지에 초점을 맞추고 전개할 것이다. 따라서 대체노선의 추가와 더불어 기존 교통망에 Braess link가 추가되는 상황도 살펴보게 된다. 결론적으로 볼 때 대체노선이 더 많이 존재하는 상황일수록 사회적 최적에서의 균형통행시간은 감소되나, 역설의 구간은 오히려 더욱 증가됨이 확인할 수 있었다.

아울러 본 소절에서 모형을 설정하기 위해 몇 가지 가정이 필요한데, 이러한 가정들은 이전 연구의 가정을 기초로 하고 있다. 먼저 통행시간함수는 Braess(1968)와 Small&Arnott(1983) 및 Pas&Principio(1997)의 연구에서 살펴본 선형의 통행시간함수로 가정하며, 통행수요도 비탄력적인 수요로 가정한다. 또한 계산상의 편의를 위해 Pas&Principio(1997)의 연구와 동일하게 통행시간함수의 파라미터값을 $a_1 > a_2$, $b_1 > b_2$ 라고 가정한다.¹⁴⁾ 마지막으로 대체노선의 통행시간함수는 기존의 노선1 또는 노선2와 같은 통행시간함수로 가정한다.

14) 이처럼 모형의 가정을 기존 연구에서의 가정과 동일하게 설정한 이유는 계산상의 편의가 존재할 뿐만 아니라 기존의 연구와 비교분석이 가능하게 하기 위해서이다.

1) 대체노선이 1개 존재하는 Braess 모형¹⁵⁾

(1) 이용자 균형과 사회적 최적

기존의 Braess 모형에서 대체노선이라 불리는 노선이 오직 하나만 추가된 모형을 살펴보자. 대체노선은 기존 교통망의 노선과는 달리 ‘공유하는 링크¹⁶⁾’가 없다. 즉, 기중점을 ‘독립적인 형태’로 연결하는 새로운 도로와 유사하다. 다만 가정에서 언급했듯이 기존 교통망의 노선1, 노선2와 통행시간함수의 파라미터 값은 같다고 본다. 따라서 대체노선의 통행시간함수는 다음과 같다.

$$t_4 = a_1 + (b_1 + b_2)n_4$$

이제 Braess' paradox을 확인하기 위해 먼저 이용자 균형을 구해보자. 5링크 교통망에서는 3가지 타입의 이용자 균형이 존재하였는데 여기에서는 4가지 타입의 이용자 균형이 존재한다.

첫 번째는 $t_1^* = t_2^* = t_3^* = t_4^*$ 인 경우이다. 이 경우는 모든 노선에서의 통행자가 존재하는 경우로 균형조건은 $n_1^* > 0$, $n_2^* > 0$, $n_3^* > 0$, $n_4^* > 0$ 이다. 따라서 균형통행량과 균형통행시간 그리고 균형조건을 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{i) 균형통행량 : } n_1^* = n_2^* &= \frac{(b_1 + b_2)^2 N - (2b_1 + b_2)(a_1 - a_2)}{(b_1 + b_2)(b_1 + 3b_2) + b_2(3b_1 + b_2)}, \\ n_3^* &= \frac{(b_1 + b_2)[3(a_1 - a_2) - (b_1 - b_2)N]}{(b_1 + b_2)(b_1 + 3b_2) + b_2(3b_1 + b_2)}, \\ n_4^* &= \frac{b_2(3b_1 + b_2)N + (b_1 - b_2)(a_1 - a_2)}{(b_1 + b_2)(b_1 + 3b_2) + b_2(3b_1 + b_2)} \end{aligned}$$

$$\text{ii) 균형통행시간 : } t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2)n_4^*,$$

15) Braess 모형은 Braess' paradox가 가능한 모형을 의미하는 것으로, 기존의 교통망에서 Braess link가 추가되어 역설이 발생하는 상황을 설명하는 모형을 뜻한다.

16) 여기에서 공유하는 링크라는 것은 2개 이상의 노선에 중복되는 링크를 의미한다. 이러한 경우 노선이 공유된 링크로 구성되었을 경우 그 통행시간을 결정함에 있어 공유된 링크를 이용하는 다른 노선의 통행량에 영향을 받게 된다. 따라서 의사결정 상의 복잡함이 요구된다.

$$T_a^* = N[a_1 + (b_1 + b_2)n_4^*]$$

$$\text{iii) 균형조건 : } \frac{(a_1 - a_2)(2b_1 + b_2)}{(b_1 + b_2)^2} < N < 3 \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)}$$

두 번째는 $t_1^* = t_2^* = t_4^* \leq t_3(0)$ 인 경우이다. 이 경우는 노선3을 제외한 모든 노선의 통행자가 영이 아닌 경우로 균형조건은 $n_1^* > 0$, $n_2^* > 0$, $n_4^* > 0$ 그리고 $n_3^* \leq 0$ 이다. 따라서 균형통행량과 균형통행시간 그리고 균형조건을 구해보면 다음과 같다.

$$\text{i) 균형통행량 : } n_1^* = n_2^* = n_4^* = \frac{N}{3}, n_3^* = 0$$

$$\text{ii) 균형통행시간 : } t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2)\frac{N}{3},$$

$$T_a^* = N\left[a_1 + (b_1 + b_2)\frac{N}{3}\right]$$

$$\text{iii) 균형조건 : } 3 \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)} \leq N$$

세 번째는 $t_3^* = t_4^* < t_1(0)$ 그리고 $t_3^* = t_4^* < t_2(0)$ 인 경우이다. 이 경우는 균형에서 노선3과 노선4에는 통행자가 존재하지만 노선1과 노선2는 통행자가 존재하지 않는 경우이다. 따라서 균형조건은 $n_1^* = n_2^* \leq 0$, $n_3^* > 0$, $t_4(0) < t_3(N)$ 이다. 균형통행량과 균형통행시간 그리고 균형조건을 구해보면 다음과 같다.

$$\text{i) 균형통행량 : } n_1^* = n_2^* = 0,$$

$$n_3^* = \frac{(b_1 + b_2)N + (a_1 - a_2)}{3b_1 + 2b_2},$$

$$n_4^* = \frac{(2b_1 + b_2)N - (a_1 - a_2)}{3b_1 + 2b_2},$$

ii) 균형통행시간 : $t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2)n_4^*$,

$$T_a^* = N[a_1 + (b_1 + b_2)n_4^*]$$

iii) 균형조건 : $\frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2} \leq N \leq \frac{(a_1 - a_2)(2b_1 + b_2)}{(b_1 + b_2)^2}$

네 번째는 $t_3^* < t_1^*(0)$, $t_3^* < t_2^*(0)$, 그리고 $t_3^* < t_4^*(0)$ 인 경우이다. 이 경우는 노선3을 제외한 모든 노선의 통행자들은 존재하지 않으므로 그 균형조건은 $n_3^* > 0$, $n_1^* = n_2^* \leq 0$, $t_3(N) < t_4(0)$ 로 나타난다. 따라서 균형통행량과 균형통행시간 그리고 균형조건을 구해보면 다음과 같다.

i) 균형통행량 : $n_1^* = 0$, $n_2^* = 0$, $n_4^* = 0$, $n_3^* = N$

ii) 균형통행시간 : $t_a^* = a_2 + (2b_1 + b_2)N$,

$$T_a^* = N[a_2 + (2b_1 + b_2)N]$$

iii) 균형조건 : $N < \frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2}$

위에서 살펴본 균형에 대한 결과를 간략히 정리하면 <표 4>와 같다.

<표 4> 대체노선이 1개 존재할 때 이용자 균형

균형의 조건	범위	비고
$t_1^* = t_2^* = t_4^* < t_3(0)$	$3 \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)} \leq N$	노선1,2,4 이용
$t_1^* = t_2^* = t_3^* = t_4^*$	$\frac{(a_1 - a_2)(2b_1 + b_2)}{(b_1 + b_2)^2} < N < 3 \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)}$	모든 노선 이용
$t_3^* = t_4^* < t_1(0), t_2(0)$	$\frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2} \leq N \leq \frac{(a_1 - a_2)(2b_1 + b_2)}{(b_1 + b_2)^2}$	노선3,4 이용
$t_3^* < t_1(0), t_2(0), t_4(0)$	$N < \frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2}$	노선3만 이용

이어서 사회적 최적을 구해보자. 사회적 최적은 총통행자의 평균통행시간이

최소가 되는 것을 목적으로 한 결과이다. 따라서 아래의 제약조건 하에서 그 목적함수값을 최소화하는 문제로 설정된다.

$$\text{i) 목적함수 : } T = t_1 n_1 + t_2 n_2 + t_3 n_3 + t_4 n_4$$

$$\text{ii) 제약조건 : } t_1 = a_1 + (b_1 + b_2)n_1 + b_2 n_3,$$

$$t_2 = a_1 + (b_1 + b_2)n_2 + b_2 n_3,$$

$$t_3 = a_2 + b_1(n_1 + n_2) + (2b_1 + b_2)n_3,$$

$$t_4 = a_1 + (b_1 + b_2)n_4$$

$$a_1 > a_2 > 0, b_1 > b_2 > 0$$

$$n_1 \geq 0, n_2 \geq 0, n_3 \geq 0, n_4 \geq 0$$

이렇게 설정된 문제를 풀게 되면 아래의 결과를 가지게 된다.

$$\text{i) 균형통행량 : } n_1^* = n_2^* = n_4^* = \frac{N}{3}, n_3^* = 0$$

$$\text{ii) 균형통행시간 : } t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2)\frac{N}{3},$$

$$T_a^* = N \left[a_1 + (b_1 + b_2)\frac{N}{3} \right]$$

(2) Braess의 역설

본 소절에서는 앞 소절에서 살펴본 이용자 균형을 토대로 Braess' paradox이 발생하는 조건을 도출하고자 한다. 이용자 균형이 4가지 타입으로 구분되어 있으므로 각각 살펴보게 되며, 그 유형을 종합하여 최종적인 조건을 도출하게 된다. Braess' paradox를 확인하기 위해 먼저 사회적 최적인 상태에서 균형통행시간을 계산하여야 하는데, 계산하면 아래의 균형통행시간과 총통행시간을 가진다.

$$t^* = a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{3}$$

$$T^* = N \left[a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{3} \right]$$

위의 값은 이용자 균형의 총통행시간과 비교하여 Braess' paradox의 기본 조건인 $T^* < T_a^*$ 에 이용되며 이 조건과 이용자 균형의 조건을 동시에 만족하는 조건에 의해 Braess' paradox를 확인할 수 있다. 이제 이용자 균형의 유형별로 역설의 조건을 살펴보자.

첫 번째는 $t_1^* = t_2^* = t_3^* = t_4^*$ 인 경우이다. 이 경우 Braess' paradox의 조건인 $T^* < T_a^*$ 와 이용자 균형의 조건인 $n_3^* > 0$, $n_1^* = n_2^* > 0$ 을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{i) } T^* < T_a^* : & \quad N < 3 \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)} \\ \text{ii) } n_3^* > 0, n_1^* = n_2^* > 0 : & \quad \frac{(a_1 - a_2)(2b_1 + b_2)}{(b_1 + b_2)^2} < N < 3 \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)} \end{aligned}$$

따라서 동시에 만족하는 조건¹⁷⁾은 다음과 같다.

$$\frac{(a_1 - a_2)(2b_1 + b_2)}{(b_1 + b_2)^2} < N < 3 \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)}$$

두 번째로 $t_1^* = t_2^* = t_4^* \leq t_3(0)$ 인 경우이다. 이 경우 Braess' paradox의 조건인 $T^* < T_a^*$ 와 이용자 균형의 조건인 $n_3^* \leq 0$, $n_1^* = n_2^* > 0$ 을 정리하면 다음과 같다.

$$\text{i) } T^* < T_a^* : \quad \text{이러한 구간이 존재하지 않음}$$

17) 동시에 만족하는 조건을 찾는다는 것은 두 조건의 교집합을 찾는다는 것과 의미가 같다.

$$\text{ii) } n_3^* \leq 0, n_1^* = n_2^* > 0 : 3 \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)} \leq N$$

정리한 결과 Braess' paradox가 발생하는 기본 조건에서 그 구간이 존재하지 않는다. 따라서 여기에서는 역설이 발생하지 않는다.

세 번째로 $t_3^* = t_4^* \leq t_1(0), t_2(0)$ 인 경우이다. 이 경우에서 Braess' paradox의 조건인 $T^* < T_a^*$ 와 이용자 균형의 조건인 $n_3^* > 0, n_1^* = n_2^* \leq 0, t_4(0) \leq t_3(N)$ 을 정리하면 다음과 같다.

$$\text{i) } T^* < T_a^* : \frac{3(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2} < N$$

$$\text{ii) } n_1^* = n_2^* \leq 0, n_3^* > 0, t_4(0) \leq t_3(N) : \frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2} \leq N \leq \frac{(a_1 - a_2)(2b_1 + b_2)}{(b_1 + b_2)^2}$$

따라서 위 조건을 동시에 만족하는 조건을 구하게 되면 아래와 같다.

$$\frac{3(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2} < N \leq \frac{(a_1 - a_2)(2b_1 + b_2)}{(b_1 + b_2)^2}$$

네 번째로 $t_3^* \leq t_1(0), t_2(0), t(0)$ 인 경우이다. 이 경우에서 Braess' paradox의 조건인 $T^* < T_a^*$ 와 이용자 균형의 조건인 $n_3^* > 0, n_1^* = n_2^* \leq 0, t_4(0) > t_3(N)$ 을 정리하면 다음과 같다.

$$\text{i) } T^* < T_a^* : \frac{3(a_1 - a_2)}{5b_1 + 2b_2} < N$$

$$\text{ii) } n_3^* > 0, n_1^* = n_2^* \leq 0, t_4(0) > t_3(N) : N < \frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2}$$

여기에서 두 조건을 만족하는 구간을 구하여 볼 때 이러한 구간은 존재하지 않는다. 따라서 역설이 발생하지 않는다.

이제 위에서 각각 계산한 역설의 조건을 토대로 이용자 균형의 모든 범위에

서 역설의 조건을 살펴볼 수 있다. 각각의 조건은 각 구간별로 계산된 것이므로 전체 범위를 구하기 위해 모든 범위를 합하여 계산하여야 한다.¹⁸⁾ 그러므로 결론적으로 역설이 발생하는 구간은 다음과 같다.

$$\frac{3(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2} < N < 3 \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)}$$

3) 대체노선이 k 개 존재하는 경우의 모형

(1) 이용자 균형

앞 소절에서 살펴본 대체노선이 1개 존재하는 모형을 토대로 대체노선이 k 개 존재하는 모형으로 확장하여 보자. 이제 총 노선이 기존 교통망의 3개와 k 개의 대체노선으로 주어진 상황이므로 총 $k+3$ 가 존재하게 된다. 여기에서 사용자 최적은 $T = \sum_{i=1}^{k+3} t_i n_i$ 를 최소화하는 문제를 푸는 것이며, 이용자 균형은 선택된 노선에 한해서 그것을 이용하는 통행수요의 균형통행시간이 서로 같은 수준인 경우를 찾는 것이다. 이러한 문제를 풀기 위한 각 노선의 통행시간함수를 확인해보면 아래와 같다.

$$t_1 = a_1 + (b_1 + b_2)n_1 + b_1 n_3$$

$$t_2 = a_1 + (b_1 + b_2)n_2 + b_1 n_3$$

$$t_3 = a_2 + b_1 n_1 + b_1 n_2 + (2b_1 + b_2)n_3$$

$$t_4 = a_1 + (b_1 + b_2)n_4$$

...

$$t_{k+3} = a_1 + (b_1 + b_2)n_{k+3}$$

18) 조건의 전체 범위를 찾는다는 것은 각각 계산된 유형별 역설의 조건의 합집합을 찾는 것과 의미가 같다. 여기에서는 모든 유형별 조건들이 구간에 의해 서로 독립이므로 각각의 범위를 단순히 더하는 것만으로도 전체 범위를 찾을 수 있다.

$$N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + \dots + n_{k+3}$$

$$n_l > 0, \quad l = 1, 2, \dots, k+3$$

만약에 대체노선이 k 개 존재하고 Braess link가 없는 경우의 이용자 균형을 구하게 되면 다음과 같다.

$$\text{i) 균형통행량 : } n_1^* = n_2^* = n_4^* = \dots = n_{k+3}^* = \frac{N}{k+2}$$

$$\text{ii) 균형통행시간 : } t^* = a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{k+2},$$

$$T^* = N \left[a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{k+2} \right]$$

이는 사회적 최적과도 같으며, Braess link가 추가된 이 후에서의 사회적 최적과도 같다. 이제 Braess link가 추가된 경우의 이용자 균형을 살펴보자. 이용자 균형은 총 4가지 유형으로 나타나며 그 내용은 다음과 같다.

첫 번째는 $t_1^* = t_2^* = t_3^* = t_4^* = \dots = t_{k+3}^*$ 인 경우이다. 이 경우 모든 노선의 이용자가 영이 아니기 때문에 $n_3^* > 0, n_1^* = n_2^* > 0, n_4^* = \dots = n_{k+3}^* > 0$ 의 균형조건을 가진다. 따라서 이용자 균형과 그 균형 조건은 아래와 같다.

$$\text{i) 균형통행량 : } n_1^* = \frac{(b_1 + b_2)^2 N - [(k+1)b_1 + b_2](a_1 - a_2)}{(b_1 + b_2)(b_1 + 3b_2) + kb_2(3b_1 + b_2)}$$

$$n_2^* = \frac{(b_1 + b_2)^2 N - [(k+1)b_1 + b_2](a_1 - a_2)}{(b_1 + b_2)(b_1 + 3b_2) + kb_2(3b_1 + b_2)}$$

$$n_3^* = \frac{(b_1 + b_2)[(k+2)(a_1 - a_2) - (b_1 - b_2)N]}{(b_1 + b_2)(b_1 + 3b_2) + kb_2(3b_1 + b_2)}$$

$$n_4^* = \dots = n_{k+3}^* = \frac{b_2(3b_1 + b_2)N + (b_1 - b_2)(a_1 - a_2)}{(b_1 + b_2)(b_1 + 3b_2) + kb_2(3b_1 + b_2)}$$

$$\text{ii) 균형통행시간 : } t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2)n_4^*$$

$$T_a^* = N[a_1 + (b_1 + b_2)n_4^*]$$

$$\text{iii) 균형조건 : } \frac{(a_1 - a_2)[(k+1)b_1 + b_2]}{(b_1 + b_2)^2} < N < (k+2) \frac{a_1 - a_2}{b_1 - b_2}$$

두 번째로 $t_1^* = t_2^* = t_4^* = \dots = t_{k+3}^* \leq t_3(0)$ 인 경우를 살펴보자. 이 경우 노선3을 제외하고 모든 노선의 이용자가 영이 아니기 때문에 $n_1^* = n_2^* = n_4^* = \dots = n_{k+3}^* > 0$, $n_3^* \leq 0$ 의 균형조건을 가진다. 따라서 이용자 균형과 그 조건은 아래와 같다.

$$\text{i) 균형통행량 : } n_1^* = n_2^* = n_4^* = \dots = n_{k+3}^* = \frac{N}{k+2}, n_3^* = 0$$

$$\text{ii) 균형통행시간 : } t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{k+2},$$

$$T_a^* = N \left[a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{k+2} \right]$$

$$\text{iii) 균형조건 : } (k+2) \frac{a_1 - a_2}{b_1 - b_2} \leq N$$

세 번째로 $t_3^* = t_4^* = \dots = t_{k+3}^* \leq t_1(0), t_2(0)$ 인 경우를 살펴보자. 이 경우 노선1과 노선2를 제외하고 모든 노선의 이용자가 영이 아니기 때문에 $n_1^* = n_2^* \leq 0$, $0 < n_3^*$, $t_4(0) = \dots = t_{k+3}(0) \leq t_3(N)$ 의 균형조건을 가진다. 따라서 이용자 균형과 그 조건은 아래와 같다.

$$\text{i) 균형통행량 : } n_3^* = \frac{(b_1 + b_2)N + k(a_1 - a_2)}{(b_1 + b_2) + k(2b_1 + b_2)}$$

$$n_4^* = \dots = n_{k+3}^* = \frac{(2b_1 + b_2)N - (a_1 - a_2)}{(b_1 + b_2) + k(2b_1 + b_2)}$$

$$\text{ii) 균형통행시간 : } t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2)n_4^*$$

$$T_a^* = N[a_1 + (b_1 + b_2)n_4^*]$$

$$\text{iii) 균형조건 : } \frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2} \leq N \leq \frac{(a_1 - a_2)[(k+1)b_1 + b_2]}{(b_1 + b_2)^2}$$

마지막 네 번째로 $t_3^* < t_{-3}(0)$ ¹⁹⁾인 경우를 살펴보자. 이 경우 노선3을 제외하고 모든 노선의 이용자가 영이다. 그러므로 $n_1^* = n_2^* \leq 0$, $0 < n_3^*$, $t_3(N) < t_4(0) = \dots = t_{k+3}(0)$ 의 균형조건을 가진다. 이용자 균형과 그 조건을 구하면 아래와 같다.

$$\text{i) 균형통행량 : } n_1^* = n_2^* = n_4^* = \dots = n_{k+3}^* = 0, n_3^* = N$$

$$\text{ii) 균형통행시간 : } t_a^* = a_2 + (2b_1 + b_2)N,$$

$$T_a^* = N[a_2 + (2b_1 + b_2)N]$$

$$\text{iii) 균형조건 : } N < \frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2}$$

위의 이용자 균형의 결과를 표로 정리하면 다음과 같다.

〈표 5〉 대체노선이 k 개 존재할 때 이용자 균형

균형의 조건	범위
$t_1^* = t_2^* = t_4^* = \dots = t_{k+3}^* < t_3^*$	$(k+2) \frac{a_1 - a_2}{b_1 - b_2} \leq N$
$t_1^* = t_2^* = t_3^* = \dots = t_{k+3}^*$	$\frac{(a_1 - a_2)[(k+1)b_1 + b_2]}{(b_1 + b_2)^2} < N < (k+2) \frac{a_1 - a_2}{b_1 - b_2}$
$t_3^* = \dots = t_{k+3}^* < t_1^*, t_2^*$	$\frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2} \leq N \leq \frac{(a_1 - a_2)[(k+1)b_1 + b_2]}{(b_1 + b_2)^2}$
$t_3^* < t_1^*, t_2^*, t_4^*, \dots, t_{k+3}^*$	$N < \frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2}$

19) t_{-i} 는 i 를 제외한 모든 노선의 통행시간을 의미한다.

(2) Braess의 역설

앞 소절을 토대로 Braess' paradox의 조건을 살펴보자. 먼저 대체노선이 k 개 존재하는 경우에서의 사회적 최적 값을 확인해볼 때 그 균형통행시간과 총통행 시간은 각각 $t^* = a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{k+2}$ 과 $T^* = N \left[a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{k+2} \right]$ 임을 알 수 있다.

먼저 $t_1^* = t_2^* = t_3^* = t_4^* = \dots t_{k+3}^*$ 인 경우부터 살펴보자. $T^* < T_a^*$ 의 조건을 구하면 $N < (k+2) \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)}$ 의 값을 가진다. 그리고 모든 노선의 통행시간이 균형에서 같아지기 위해 다음의 조건을 만족하여야 한다.

$$\frac{(a_1 - a_2) [(k+1)b_1 + b_2]}{(b_1 + b_2)^2} < N < (k+2) \frac{a_1 - a_2}{b_1 - b_2}$$

따라서 이 두 조건을 만족하는 범위를 살펴보면 균형조건이 역설의 조건에 포함되므로 이러한 이용자 균형의 범위에서는 항상 역설이 발생한다. 그 공통된 조건은 위에 제시된 이용자 균형의 조건과 같다.

두 번째로 $t_1^* = t_2^* = t_4^* = \dots = t_{k+3}^* \leq t_3(0)$ 인 경우를 살펴보자. 이 경우 이용자 균형에서 노선3을 이용하지 않는다. 노선3은 Braess link이므로 노선3을 이용하지 않는다는 것은 Braess link가 없는 경우의 이용자 균형과 그 값이 같게 된다. 즉, 역설은 발생할 수 없다. Braess link 전후의 균형통행시간이 항상 같기 때문이다.

세 번째로 살펴볼 경우는 $t_3^* = t_4^* = \dots = t_{k+3}^* \leq t_1(0), t_2(0)$ 인 경우이다. 여기에서는 $\frac{a_1 - a_2}{2b_1 + b_2} \leq N \leq \frac{(a_1 - a_2) [(k+1)b_1 + b_2]}{(b_1 + b_2)^2}$ 의 균형조건을 가진다. 반면

역설의 조건인 $T^* < T_a^*$ 인 값을 확인해 보면 $\frac{(k+2)(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2} < N$ 으로 정리된

다. 따라서 두 조건을 만족하는 범위를 계산해보면 아래와 같다.

$$\frac{(k+2)(a_1-a_2)}{3b_1+b_2} < N \leq \frac{(a_1-a_2)[(k+1)b_1+b_2]}{(b_1+b_2)^2}$$

마지막으로 이용자 균형이 $t_3^* \leq t_1(0), t_2(0), t_4(0), \dots, t_{k+3}(0)$ 인 경우에서의 Braess' paradox을 살펴보자. 여기에서는 오직 n_3^* 만이 영보다 크고 나머지는 영보다 작다. 따라서 균형조건은 $N < \frac{a_1-a_2}{2b_1+b_2}$ 이 된다. 반면 역설의 조건은

$\frac{(k+2)(a_1-a_2)}{k(2b_1+b_2)+(3b_1+b_2)} < N$ 으로 정리할 수 있다. 그러므로 두 조건의 공통 범위를 계산하여 볼 때 공통인 조건은 없다. 따라서 역설이 발생하지 않는다.

위에서 계산된 내용을 종합하여 이제 이용자 균형의 전체 범위에서 발생하는 브라이스 역설의 조건을 구하여 보자. 그 결과는 아래와 같다.

$$(k+2)\frac{(a_1-a_2)}{3b_1+b_2} < N < (k+2)\frac{(a_1-a_2)}{(b_1-b_2)}$$

이 결과의 의미를 확인하기 위해 대체노선이 없는 경우 그리고 1개인 경우와 비교해 볼 필요가 있다. 이러한 비교분석은 대체노선의 존재가 Braess' paradox에 미치는 영향에 대해 직관적으로 볼 수 있는 기회를 제공한다. 아래의 부등식은 각각의 경우에서의 모형별로 Braess's paradox 조건들이다.

i) 대체노선이 없는 경우 : $\frac{2(a_1-a_2)}{3b_1+b_2} < N < \frac{2(a_1-a_2)}{b_1-b_2}$

ii) 대체노선이 1개인 경우 : $\frac{3(a_1-a_2)}{3b_1+b_2} < N < 3\frac{(a_1-a_2)}{(b_1-b_2)}$

iii) 대체노선이 k개인 경우 : $(k+2)\frac{(a_1-a_2)}{3b_1+b_2} < N < (k+2)\frac{(a_1-a_2)}{(b_1-b_2)}$

제3절 분석결과

1. 대체노선의 존재와 브라이스 역설

1) 수치적 예를 통한 비교분석

Braess' paradox에 대한 가장 대표적인 예는 Braess(1968)의 연구와 Small&Arnott(1994)의 연구에서 제시된 예로 볼 수 있다. 본 소절에서는 예에서 제시한 수치적 값을 통하여 대체노선의 존재가 실제 역설의 조건에 어떻게 영향을 미치는지 수치적으로 확인해 볼 것이다. 먼저 두 연구에 나타난 파라미터 값을 살펴보아야 하는데 그것은 아래의 <표 6>로 확인할 수 있다.

<표 6> Braess와 Small&Arnott의 예

파라미터	Braess(1968)	Small&Arnott(1994)
a_1	50	15
a_2	10	7.5
b_1	10	0.01
b_2	1	0
N	6	1000

이제 위의 표에서 제시한 파라미터들을 기준으로 대체노선이 존재하는 모형의 결과가 어떤 값을 지니는 지 확인해 보자. 먼저 Braess 연구에서 제시된 파라미터 값을 토대로 살펴본다. 비교가 가능하게 하기 위하여 기존 연구에서의 5링크 교통망 결과를 포함하여 제시한다. 대체노선이 존재하는 교통망은 5+1링크 교통망과 더불어 5+2링크, 5+3링크 그리고 5+k링크 교통망²⁰⁾에 대해서 위에서 제시된 파라미터 값들을 대입해 본다. 그 결과는 다음과 같다.

20) 5+k링크 교통망은 기존의 5링크와 k개 대체노선으로 구성된 교통망을 의미한다.

〈표 7〉 Braess 연구와의 균형노선 비교

교통망 모형	사회적 최적	이용자 균형
5링크	L_1, L_2	L_1, L_2, L_3
5+1링크	L_1, L_2, L_4	L_3, L_4
5+2링크	L_1, L_2, L_4, L_5	L_3, L_4, L_5
5+3링크	L_1, L_2, L_4, L_5, L_6	L_1, L_2, L_4, L_5, L_6
5+k링크	$L_1, L_2, L_4, L_5, \dots, L_{k+2}$	$L_1, L_2, L_4, L_5, \dots, L_{k+2}$

〈표 8〉 Braess 연구와의 균형통행시간 비교

교통망 모형	사회적 최적	이용자 균형	역설의 범위
5링크	83	92	$2.58 < N < 8.89$
5+1링크	72	79.56	$3.87 < N < 13.33$
5+2링크	66.5	67.85	$5.16 < N < 17.76$
5+3링크	63.2	63.2	$6.45 < N < 22.2$
5+k링크 ²¹⁾	$50 + 66/(k+2)$	$50 + 66/(k+2)$	$(k+2)1.29 < N < (k+2)4.44$

위에서 제시된 〈표 7〉과 〈표 8〉은 각각 균형에서의 통행시간과 선택된 노선을 보여주고 있다. 여기에는 몇 가지 흥미로운 점이 있는데, 첫 번째는 사회적 최적과 이용자 균형의 패턴이다. 고정된 수요이므로 대체노선이 증가할수록 사회적 최적에서의 균형통행시간은 감소하며, 대체노선이 무한히 존재할 때 그 값은 ‘50’에 수렴하게 될 것이다.²²⁾ 또한 대체노선이 증가할수록 이용자 균형에서의 통행시간도 감소하는 패턴을 보인다. 이것도 사회적 최적과 마찬가지로 ‘50’에 수렴하게 될 것이며, 이러한 결과는 사실 이용자 균형이 사회적 최적과 일치하기 때문에 나타나는 결과로 볼 수 있다.²³⁾

반면 이러한 결과는 역설의 범위라는 측면에서 볼 때 더욱 드러난다. 고정된 수요인 ‘1000’명의 통행자가 역설을 발생시키는 범위는 대체노선의 수에 따라 다르게 나타난다. 이것은 2개의 대체노선이 존재할 때까지 나타나며, 그 이상으로 대체노선의 수가 많게 되면 역설은 발생하지 않는다. 즉, 대체노선의 증가가 역설의 범위를 더 많은 통행자의 범위로 변화시킨다는 것이다. 그러나 여

21) $k \geq 3$ 인 조건 하에서

22) $\lim_{k \rightarrow \infty} (50 + \frac{66}{k+2}) = 50$

23) 50에 수렴한다는 사실은 단순한 숫자 50으로 수렴한다는 것이 아니라 $a_1 = 50$ 인 사실에 주목해야 한다. 즉, 파라미터인 a_1 에 수렴하는 것이다. 혼잡이 ‘영’이 되는 것으로 해석이 가능하다.

기에는 또 다른 주목할 점이 보인다. 그것은 범위의 크기이다. 역설이 발생할 범위의 크기를 통행자의 상한치와 하한치의 절대적 거리로 볼 때, 대체노선이 없는 경우는 6.31, 1개인 경우는 9.46, 2개인 경우는 12.6, 3개인 경우는 15.75의 값으로 계산된다. 이러한 패턴에서 대체노선이 k 개 존재하는 경우에는 $(k+2)3.15$ 만큼의 범위를 가지게 된다. 이는 교통망이 큰 것으로 인식하거나 고려할 때, 사회적 최적에서나 이용자 균형에서의 통행시간은 낮아질 수 있으나 Braess' paradox가 발생하는 범위는 더욱 커지게 됨을 시사한다. 이러한 방식은 역설을 완전히 피할 수 있는 방법은 아닐 것이다. 그러나 범위의 하한치 값이 일반적인 통행자의 수보다 지속적으로 높다고 한다면 역설의 범위가 증가하는 것과 무관하게 Braess' paradox는 발생하지 않게 되며, 동시에 통행시간은 감소하는 결과를 가질 수 있다.

아울러 위의 <표 7>에서 살펴볼 수 있는 다른 한 가지는 균형에서 선택된 노선의 종류이다. Braess' paradox이 발생하는 조건 하에서 대체노선이 존재하는 경우와 그렇지 않는 경우에서 공통적으로 선택된 노선은 L_3 이다. 이것은 Braess link로 불리는 노선으로 대체노선의 존재여부와 상관없이 역설이 발생할 시 항상 선택이 된다. 그러나 대체노선이 존재하는 경우와 그렇지 않은 경우에서 노선선택상의 차이도 존재하는데 그것은 기존의 노선을 선택하느냐 아니면 대체노선을 선택하느냐의 차이이다. 5링크 교통망에서는 L_1 과 L_2 를 선택한 반면, 1개 대체노선의 경우에는 L_4 , 2개 대체노선의 경우에는 L_4 와 L_5 를 선택하였다. 이러한 이유는 대체노선이 기존 노선을 대체할 수 있다는 사실을 말해주고 있다고 이해된다. 즉, 기존 노선을 선택하는 데 있어서 대체노선의 선택이 일정한 통행자 수에서 '완전대체'와 같이 나타날 수도 있다는 것이다. 사실 기존 노선의 경우 L_3 에 의해 일부 링크가 마치 '공유 링크'화 되었음을 생각해보면 당연한 결과임을 알 수 있다. 균형에서 L_3 에 통행자수가 존재한다면, L_1 과 L_2 는 L_3 및 다른 대체노선과 비교할 때, '강열등 전략'과 같은 노선이 된다. 공유되는 노선으로 인해 기본적으로 통행시간이 증가한 노선이 되기 때문이다. 물론 이러한 기본 노선의 열등한 상태도 통행자수가 증가하게 되면 사라지게 된다. 그리고 일정 수준 이상의 통행자수가 되면 L_3 이외에 모든

노선을 선택하는 ‘사회적 최적’과 같은 수준의 ‘이용자 균형’이 된다. 따라서 이러한 설명은 ‘통행자수의 특정한 범위’라는 조건 하에서 이해하는 것이 정확하고 볼 수 있다. 아래에는 Braess의 연구와 더불어 Small&Arnott 연구에서의 파라미터를 이용하여 계산된 결과를 보여주고 있다.

〈표 9〉 Small&Arnott 연구와의 균형노선 비교

모형	사회적 최적	이용자 균형
5 링크	L_1, L_2	L_1, L_2, L_3
5+1링크	L_1, L_2, L_4	L_3, L_4
5+2링크	L_1, L_2, L_4, L_5	L_1, L_2, L_4, L_5
5+k링크	$L_1, L_2, L_4, L_5, \dots, L_{k+2}$	$L_1, L_2, L_4, L_5, \dots, L_{k+2}$

〈표 10〉 Small&Arnott 연구와의 균형통행시간 비교

모형	사회적 최적	이용자 균형	역설의 범위
5링크	20	30	$500 < N < 1500$
5+1링크	18.3	19.17	$750 < N < 2250$
5+2링크	17.5	17.5	$1000 < N < 3000$
5+k링크	$15 + 10/(k+2)$	$15 + 10/(k+2)$	$(k+2)250 < N < (k+2)750$

이 경우에서도 Braess의 연구에서의 비교와 유사하게 나타난다. 다만 주어진 통행수요의 크기와 비교하여 볼 때 역설이 제거되는 모형이 Braess의 연구에서는 대체노선이 3개 이상 존재하는 모형에서부터이고 Small&Arnott의 연구에서는 대체노선이 2개 이상 존재하는 모형에서부터라는 차이점이 존재한다.

2) 브라이스 역설의 구간 비교

앞 절에서 살펴본 이용자 균형과 Braess' paradox의 조건을 토대로 몇 가지 의미있는 것들을 살펴보고자 한다. 먼저 살펴볼 것은 Braess' paradox이 발생하는 범위이다. 역설이 발생하는 범위는 역설의 조건을 통해 확인해 볼 수 있다. 역설의 조건은 함수의 파라미터 값과 총 통행수요의 크기에 의해 표현되는 데, 더욱 정확히 말하자면 총 통행수요의 범위를 함수의 파라미터 값으로 표현한 것이다. 따라서 역설의 조건은 총 통행수요의 범위가 어느 수준에 존재할 때 과연 역설이 발생하는 지에 대한 정보가 담겨져 있다. 또한 파라미터 값에 대

한 가정에 의해 역설의 범위는 항상 양수값을 가진다. 그렇다면 기존의 5링크 교통망에서와 대체노선이 1개 있는 경우에서의 Braess' paradox 구간을 살펴보자. 비교하기 위해 먼저 5링크 경우를 살펴보면 역설의 범위가 다음과 같다.

$$\frac{2(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2} < N < 2\frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)}$$

반면 대체노선이 1개 있는 경우를 살펴보면 다음과 같다.

$$\frac{3(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2} < N < 3\frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)}$$

수식에서 살펴볼 수 있듯이 두 교통망에서의 Braess' paradox가 발생하는 범위는 서로 다르다. 다만 대체노선이 존재하는 경우가 아닌 경우에 비하여 하한치 값은 줄고 상한치 값은 증가하였다. 양 구간에 곱해지는 숫자가 그것을 말해주는 데 5링크의 경우 2이고, 대체노선 1개 존재하는 경우는 3이다. 양수의 범위에 1보다 큰 상수를 곱하게 되면 그 범위의 크기는 증가하게 되므로 대체노선이 존재하는 경우가 더 넓은 범위의 역설 구간을 가지게 된다고 볼 수 있다. 이러한 논리로 대체노선이 k 개 존재하는 경우에서의 조건을 살펴보고 그 의미를 일반화할 수 있는데 그 조건은 아래와 같다.

$$(k+2)\frac{(a_1 - a_2)}{3b_1 + b_2} < N < (k+2)\frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 - b_2)}$$

조건을 일반화한 경우에도 구간의 패턴은 흐트러지지 않고 곱해지는 상수만 달라짐을 알 수 있다. 식에 의하면 대체노선의 숫자가 증가할수록 Braess' paradox의 범위도 증가함을 알 수 있다. 다만 가정에 의해 총 통행수요인 N 이 고정되어 있으므로 대체노선의 존재에 의해 실제로 Braess' paradox를 피할 수도 있다. 물론 이러한 논리는 대체노선이 없었을 때에는 역설을 피할 수 있었지만 대체노선에 의해 역설이 발생하기도 함을 의미하기도 한다. 그럼에도 불구하고 대체노선의 존재가 Braess' paradox의 범위를 증가시킨다는 사실에는 변함이 없다.

3) 대체노선의 존재와 사회적 최적

대체노선의 존재는 균형의 측면에서 쉽고 재미있는 사실을 말해준다. 그것은 존재하지 않는 상태보다 사회적 최적 측면에서 유리하다는 사실이다. 즉, 대체노선이 증가함에 따라 균형통행시간은 감소하게 된다. 반면 Braess link의 추가는 사회적 최적에 아무런 의미를 주지 못한다. 다만 이용자 균형에 영향을 미칠 뿐이다. 실제로 사회적 최적을 구하기 위한 총 통행시간 최소화 문제를 풀게 되면 Braess link를 사용하는 노선3의 통행수요는 영보다 작게 나온다. 즉, 제로인 경우에 사회적으로 최적이 된다는 것이다. 더욱이 위에서 언급한 대체노선 수가 많을수록 Braess' paradox의 범위가 커진다는 의미를 다시 생각해볼자. 이것을 반대로 말하면 대체노선 수가 존재할 경우에 브라이스 링크를 추가하게 되면 역설이 발생할 가능성이 커진다는 의미로 해석할 수도 있다.

대체노선의 존재는 그것이 없는 상황과 비교할 때 사회적 최적에서 균형통행시간을 감소시킬 뿐만 아니라 사회적 최적과 이용자 균형이 일치되는 상황을 유지시킨다. Braess link가 추가되지 않는다면 대체노선의 존재 그리고 대체노선의 추가는 사회적 최적 입장에서의 균형통행시간 감소와 이용자 균형에서의 사회적 최적과의 일치라는 두 마리 토끼를 잡는 상황이 될 것이다.

4) Braess link와 1개의 대체노선이 동시에 추가될 경우에서의 역설

브라이스 링크와 1개의 대체노선이 동시에 추가되는 경우를 살펴보자. 이 경우 사회적 최적은 1개의 대체노선이 존재할 때 Braess link가 추가되는 경우와 같다. 이어서 이용자 균형을 살펴보면 이 경우에서도 또한 1개의 대체노선이 존재할 때 Braess link를 추가시킨 것과 같은 값을 가진다. 따라서 1개의 대체노선과 Braess link를 순차적으로 추가하거나 동시에 추가하거나, Braess paradox의 조건이 동일하다.

다만 새로운 개념의 역설을 정의하면 이 경우에서 다른 결과를 도출할 수 있다. 여기에서 이용자 균형의 관점에서만 살펴보는 새로운 역설 개념을 소개하고자 하며 아래와 같이 정의할 수 있다.

[정의] 통행자혼잡의 역설

교통망의 확대하려는 목적이 통행시간감소임에도 불구하고, 교통망의 확대가 오히려 이용자 균형 수준을 낮출 때, 이러한 통행의 역설을 ‘통행자의 역설’이라고 정의한다.

이렇게 정의된 ‘통행자의 역설’을 확인하기 위해 먼저 4개 링크로 구성된 교통망에서부터 시작해보자. 여기에서 역설을 확인하기 위해 링크 추가 이전의 이용자 균형 상태를 알아야 하며, 그것을 추가 이후의 이용자 균형 수준과 비교하여야 한다. 4개 링크 교통망에서의 이용자 균형 수준은 사회적 최적과 같으므로 균형통행시간은 아래와 같다.

$$t^* = a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{2}$$

반면 대체노선이 1개 추가되고 Braess link가 동시에 추가되는 경우를 살펴보자. 이 경우 위에서 살펴본 것과 같이 이용자 균형은 4가지 타입으로 나타나며 그 결과는 아래와 같다.

<표 11> 대체노선이 1개 존재할 때 이용자 균형에서의 균형통행시간

균형의 조건	균형통행시간
$t_1^* = t_2^* = t_4^* \leq t_3(0)$	$t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2) \frac{N}{3}$
$t_1^* = t_2^* = t_3^* = t_4^*$	$t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2) \frac{b_2(3b_1 + b_2)N + (b_1 - b_2)(a_1 - a_2)}{(b_1 + b_2)(b_1 + 3b_2) + b_2(3b_1 + b_2)}$
$t_3^* = t_4^* \leq t_1(0), t_2(0)$	$t_a^* = a_1 + (b_1 + b_2) \frac{(2b_1 + b_2)N - (a_1 - a_2)}{3b_1 + 2b_2}$
$t_3^* \leq t_1(0), t_2(0), t_4(0)$	$t_a^* = a_2 + (2b_1 + b_2)N$

계산해 보면 ‘통행자의 역설’을 발생시키는 조건은 존재하지 않음을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 k 개의 대체노선을 Braess link와 동시에 추가하는 경우로 확장하기 위한 논리를 제공한다. 1개의 대체노선을 추가한 경우보다 2개 이상의 대체노선을 추가하는 경우에서의 이용자 균형이 항상 낮은 통행시간을 가지기 때문이다. 따라서 ‘통행자의 역설’을 발생시키지 않는다.

제3장 통행자의 출발시간선택과 관련된 의사결정 연구

제1절 선행연구와 연구목적

1. 출발시간선택 모형에 대한 연구

출발시간선택 문제는 통행의 병목bottleneck 현상과 관련이 있다고 볼 수 있다. 병목현상은 출근시간처럼 하나의 정해진 도착시간이 주어진 상태에서 비슷한 시간대에 통행수요가 집중되면 통행에 따른 혼잡이 발생하게 되는데 이러한 혼잡으로 인해 발생하는 현상이다. 이처럼 병목현상이 발생할 경우 통행자들은 통행에 대해 합리적인 의사결정을 할 필요가 있게 된다. Vickrey(1969)의 연구에서는 이러한 병목현상을 출발시간선택 문제로 인식하고 소위 ‘스케줄링’과 더불어 균형통행시간을 최초로 다루고 있다. 이 논문에서는 통행자의 효용이 단순히 통행시간에 의해서만 영향받는 것이 아니라 정해진 도착시간과 실제 도착시간 간의 차이에 의해서도 영향을 받게 된다는 사실을 제시하였다. 따라서 통행자의 선호를 α , β , γ 로 나누어 각각 통행시간의 가치, SDE(Schedule Delay Early)의 가치, SDL(Schedule Delay Late)의 가치로 구분하였다. 그 후 Hendrickson&Kocur(1981)은 이용자 균형 개념과 결정적 대기행렬 이론(deterministic queuing theory)을 이용하여 α , β , γ 선호를 deterministic schedule delay 모형으로 발전시켰다.

모형의 발전이 두드러진 것은 Small(1982)의 연구에서였다. Small은 Hendrickson의 모형과 Mcfadden&Train의 logit 모형을 기반으로 실증분석을 위한 이론적 모형을 제시하고 실증분석 함으로써 그 선호의 값들을 추정하였다. 그 후 Smith(1983)의 연구에서는 Vickrey가 제시한 α , β , γ 선호 개념과

Hendrickson에 의해 발전된 deterministic schedule delay 모형에서의 균형 존재를 밝혔다. 그리고 Daganzo(1985)는 Smith의 균형 존재 증명을 기초로 어떤 조건하에서 유일한 균형이 존재할 것인지에 대해 연구하였다.

한편 Newell(1987)의 연구에서는 schedule delay 모형의 고정된 용량과 통행자에 대한 가정을 완화하여 일반적인 모형으로 발전시켰다. 용량이 변화가능하고 그에 따라 통행자가 변화 가능한 상태에서는 대기행렬 또한 변화가능 한 상태로 보고 모형을 발전시켰으며, 그의 연구에 따르면 bottleneck 모형은 α , β , γ 선호와 결정적 대기행렬 하에서 나타나는 특수한 케이스로 보았다.

Vickrey의 bottleneck 모형에 대해 가장 일반적인 모형을 제시한 연구는 Arnott et al.(1990, 1993)의 연구이었다. 여기에서는 Vickley의 선호 시스템과 schedule delay 모형을 가장 일반적인 형태로 재구성하여 다양한 용량 가정 하에서 탄력적인 수요로부터 나타나는 균형을 찾아가는 데 의의를 두었다. 이후 Bates et al.(2001)에서는 Small(1982)의 연구에서 제시된 모형을 구체적인 값으로 만들어 제시하였다.

또한 α , β , γ 선호체계에 영향을 주는 요소에 대한 연구도 동시대에 진행되었다. 이러한 요소에 대한 연구는 Vickrey(1973)에서부터 시작되었고, 이 후 Tseng&Verhoef(2008)과 Palma&Fosgerau(2011)에 의해 발전되었다. Tseng&Verhoef(2008)의 연구에서는 가정에서 직장으로 통행하는 통행자의 통행 시간 가치를 측정하기 위해 가정에서 소비된 시간의 단위 가치 함수인 $H(t)$ 와 직장에서 소비된 시간의 단위 가치 함수인 $W(t)$ 를 통하여 이 둘 사이에서 발생된 통행시간의 가치를 계산하였다. 이후 이 연구의 일반적인 형태를 통해 Fosgerau&Engelson(2011)는 통행 거리가 VOT에 영향을 주는 이유에 대해 연구하였다.

2. 이산적인 통행선택 모형에 대한 연구

연속적인 모형으로부터 시작한 출발시간선택 모형은 비교적 최근에 들어서야 이산적인 모형으로 분석하기 시작하였다. Levinson(2005)의 연구에서는 bottleneck 모형을 간단한 비협조 게임으로 구성하여 이산적인 방법의 시도를 보여주었다. 여기에서는 3개의 전략과 2인으로 구성된 게임과 6개의 전략과 3인으로 구성된 게임으로 모형화하였으며, α , β , γ 선호에 대한 구체적 값이 주어진 상황에서 각각의 순수전략 내쉬균형을 도출하였다.

Zou&Levinson(2006)의 연구에서는 앞 선 시도에서 경기자 수를 n 명으로 확장하여 n 인 비협조 게임으로 모형을 구성하였다. 그러나 계산상의 어려움으로 인하여 전략의 개수를 $n+1$ 로 제한하였으며, 경기자 수도 n 에서 7 이하로 제한하여 내쉬균형을 도출하였다.

Ziegelmeyer et al.(2008)의 연구는 대칭적인 혼합전략 내쉬균형 (Symmetric Mixed-Strategy Nash Equilibrium, *SMSNE*)을 도입하여 bottleneck 모형을 이산적인 방법으로 푼 최초의 시도이다. 이 연구에서는 실험을 통하여 *SMSNE*를 도출하였다. 계산상의 편의를 위하여 단위 시간 당 통행 용량은 단일 통행자의 크기와 같다고 가정하였다.²⁴⁾ 이는 앞 선 두 연구에서의 가정과 같은 것이다.

Otsubo&Rapoport(2008)의 연구에서는 통행자의 가정을 일반적인 값인 n 명으로 가정하여 이산적인 bottleneck 모형을 제시하였다. 그리고 그 모형에서 *SMSNE*를 도출하였다. 이는 앞 선 연구에 비해 경기자 수와 통행 용량에 대한 제약조건을 완화시켰다는 점에서 의미가 있다고 볼 수 있다. 다만 여전히 전략 간의 간격, 즉 출발시간 간의 간격을 1로 보고 있으며 용량의 크기를 1보다 큰 값과 작은 값으로 구분하였다. 이는 용량의 크기가 두 개의 값으로 구분되기 때문에 용량 크기에 따라 서로 다른 과정으로 모형을 구성하여야 하며, 그리하여 모든 상황을 하나의 모형에 넣지 못하는 단점을 지니고 있다.

24) 이 가정은 단위 시간당 용량이 1인의 통행자와 같으므로 동시에 2인 이상이 같은 서비스를 이용하게 되면 바로 혼잡이 발생하게 되는 상태를 의미함.

3. 기존 연구의 한계와 본 연구의 목적

이상에서 살펴본 기존의 출발시간선택 모형에서는 출발시간을 늦게 함으로써 얻을 수 있는 시간가치를 배제되었다. 기존의 모형에서는 미리 정해진 도착시간보다 일찍 도착하는 것에 대한 선호는 있지만, 출발시간을 일찍 선택하는 것에 대한 선호는 없다. 즉, 일찍 도착하기 위해 또는 통행시간에서 혼잡을 줄이기 위해 일찍 출발하는 행위가 별다른 비용이 없는 것과 같이 가정된다. 그러나 혼잡을 피하고 일찍 도착하기 위해선 일찍 일어나야 하는 비용을 감수해야 한다. 출발시간에 대한 선호는 이러한 비용에 관한 것이다. 만약에 이러한 출발시간에 대한 선호가 실제로 존재함에도 불구하고 고려하지 않는다면 모형의 결과가 상대적으로 좀 더 일찍 출발하는 패턴을 가질 가능성이 높게 된다. 즉, 균형패턴이 이른 시간 방향으로 왜곡되었을 가능성이 높아 보인다.

따라서 본 논문에서는 출발시간선택 문제에 대한 새로운 가정을 제안한다. 출발시간으로 인해 발생하는 통행시간 및 스케줄딜레이와 무관하게 출발시간 자체가 비용을 발생함을 설명한다. 그리고 이러한 출발시간 자체의 비용이 통행비용에 고려됨으로 출발시간선택의 결과가 이전과는 다른 결과를 가질 수 있음을 확인한다. 이는 균형분포에 대한 것으로 출발시간이 이전보다 좀 더 밀집된 분포를 가지게 됨을 보여주게 된다.

아울러 출발시간선택에 대한 이산적인 모형을 제시한다. 혼잡과 관련된 또 다른 통행배정 문제인 노선선택의 문제는 congestion game²⁵⁾을 통해 이미 이산적인 모형이 구축되었다. 그리고 congestion game의 균형에 대한 이론적 증명은 그 게임의 상위 게임인 potential game²⁶⁾을 통해 이미 제시되었다. 반면 출발시간선택에 대한 이산적인 모형은 최초로 전통적인 게임이론식 접근을 통해 제한적으로 시도되었고 그 후 2008년에 들어서야 symmetric game을 통해 보다 일반적인 모형이 구축되었다. 그러나 모형에 대한 균형은 symmetric game의

25) Rosenthal(1973)의 연구에서 제시된 게임이론적 모형이다.

26) Shapley&Monderer(1997)의 연구에서 제시된 게임이론적 모형이다. 이 게임모형은 앞서 제시된 congestion game을 포함하는 게임형태이며, 본 논문에서는 다양한 potential game을 소개하고 있고, 동시에 각 게임들의 균형을 증명하고 있다.

기본적인 증명으로 그 존재와 유일성에 대해 증명이 되나 그 균형을 도출하는 방법에 대해서는 쉽게 알려진 것이 없다. 따라서 본 연구에서는 Markov chain 방식을 통한 알고리즘을 구현하여 쉽게 균형을 도출하는 방법을 제시한다. 또한 symmetric game을 이용한 이산적인 모형에서의 통행시간과 용량에 대한 가정을 좀 더 현실성 있는 가정으로 완화하여 간단하게 사용될 모형을 제시한다.



제2절 모형 및 방법론

본 절에서는 출발시간선택모형에 대해서 알아보기로 한다. 먼저 기존에 알려진 모형에 대해 간단히 설명한 후 본 연구에서 다루어질 확장된 모형을 제시한다. 다만 확장된 모형에서의 균형도출과정은 부록에 첨부하기로 한다.

1. 기존의 모형

가장 먼저 살펴볼 모형은 출발시간선택모형²⁷⁾이다. 출발시간선택모형은 기본적으로 목적함수를 연속함수로 가정하기 때문에 연속적 모형이며, 출발시간을 선택하는 모형이기 때문에 동태적 모형이다. 그리고 모형은 통행시간 T 라는 변수가 확정적인지 확률적인지에 따라 확정적 모형과 확률적 모형으로 나뉘어진다. 모형의 목적함수는 통행비용함수이며 최소화문제를 다루게 된다. 그리고 통행비용함수는 3가지 요소로 구성되어 있는데, 도착하려는 시각 PAT 이 미리 주어진 상태에서 통행시간 T , 선도착시간 SDE , 후도착시간 SDL 이라는 요소가 그것이다. 각각의 요소는 α , β , γ 라는 시간에 대한 선호²⁸⁾에 의해 그 가치가 표현된다. 그러면 먼저 연속적이고 동태적이며 확정적인 출발시간선택모형²⁹⁾을 살펴보자. 수식은 다음과 같다.

$$C(d) = \alpha T + \beta \max\{PAT - T - d, 0\} + \gamma \max\{T + d - PAT, 0\} \quad 30)$$

여기에서 d 는 출발시간이며, T 는 통행시간이고, $SDE = \max\{PAT - T - d, 0\}$, $SDL = \max\{T + d - PAT, 0\}$ 을 의미한다. 이제 일반화된 모형을 살펴보기로 한다. 일반화를 위해서 $PAT = 0$ 라고 가정해 보자. 그렇다면 $d < 0$ 이 될 것이기 때문

27) 출발시간선택모형과 스케줄딜레이모형은 같은 의미로 사용되는 개념이다.

28) 이러한 선호를 $\alpha - \beta - \gamma$ 선호라고 한다.

29) 연속적이고 동태적이며 확정적인 출발시간선택모형은 가장 기본적인 bottleneck 모형을 말한다.

30) 원래 small(1982)에서 제시된 식에는 늦을 경우에 비용이 추가되는 더미변수가 존재한다. 그러나 이 후 연구에서는 일반적으로 더미변수가 존재하지 않는다고 가정한다. 더미변수가 존재하는 식은 다음과 같다. $C(D) = \alpha T + \beta \max\{PAT - T - d, 0\} + \gamma \max\{T + d - PAT, 0\} + \delta DL$

에 양수화를 위해 $-d=D$ 로 정의하고, 이러한 가정 하에서 수식을 재구성하면 다음과 같다.

$$C(D) = \alpha T + \beta(T-D)^- + \gamma(T-D)^+ \text{ 31)}$$

여기에서 $(T-D)^+$ 와 $(T-D)^-$ 에 대한 정의는 다음과 같다. 먼저 $(T-D)^+$ 의 정의는, 만약 $T > D$ 이면 $(T-D)^+ = T-D$, 아니면 $(T-D)^+ = 0$ 의 값을 가지는 연산자이다. 그리고 $(T-D)^-$ 에 대한 정의는 $T-D = (T-D)^+ - (T-D)^-$ 이다.

이어서 위의 모형을 기초로 연속적이고 동태적이며 확률적인 출발시간선택모형을 살펴보기로 한다. 통행시간 T 가 확률적인 값이기 때문에 통행비용함수는 확률함수가 된다. 따라서 위의 문제는 기대효용이론에 근거한 비용최소화문제로 설정해야 하며, 이는 목적함수가 기대통행비용함수로 표현함을 의미한다. 기대통행비용함수의 수식은 다음과 같다.

$$EC(D) = \alpha\mu + \beta E(T-D)^- + \gamma E(T-D)^+$$

이러한 확률적 모형은 Noland&Small(1995)의 연구에서 사용되었는데, 그 연구에서는 통행시간에 대한 확률분포를 지수분포로 가정하여 출발시간선택에 대한 균형값을 도출하였다. 이 후 Fosgerau&Karlstrom(2010)의 연구에서 연속적이고 동태적이며 확률적인 VOR모형으로 발전시킨다.

2. 본 연구에서의 출발시간선택모형

이제 출발시간 자체를 고려한 통행자의 문제를 설정하기 위해 위의 모형을 기초로 목적함수에 변수를 추가하여 확장된 모형을 만들고자 한다. 즉, 3가지 요소로 구성된 통행비용함수에 출발시간 자체에 대한 비용을 새로운 변수로 추가하는 것이다. 이는 통행자의 입장에서 이른 출발시간을 선택하는 것이 보다 늦은 출발시간을 선택하는 것보다 높은 기회비용을 지불하는 것으로 해석할 수 있다. 일찍 출발한 사람은 늦게 출발한 사람보다 선택된 출발시간 간의 차이만큼 기회비용을 치루는 것이다. 이것을 수식으로 표현하면 모형의 목적함수는

31) 이러한 표현방식은 Bate et al(2001)의 연구에 따른 표현방식이다.

다음과 같다.

$$C(D) = \alpha T + \beta(T-D)^- + \gamma(T-D)^+ + \delta D$$

여기에서 δ 는 출발시간 자체에 대한 선호 파라미터이다. 이렇게 구성된 모형은 출발시간 자체에 대한 비용을 추가하였으므로 통행비용함수가 더욱 구체화됨은 물론이거니와 그 균형 결과를 살펴볼 때 출발시간 자체에 대한 비용이 없는 경우($\delta=0$)보다 일찍 출발하는 비율이 더 낮게 된다. 따라서 만약 출발시간 자체의 기회비용을 고려하는 것이 현실적이라면, 이전 모형은 일찍 출발하는 비율을 상대적으로 과대평가한다고 말할 수 있다. 이렇게 새롭게 구성된 모형에 대한 균형도출과정은 부록에 제시되어 있다.

분석에 사용될 모형은 크게 2가지이다. 가장 먼저는 일반적인 bottleneck 모형에서 δD 를 포함한 모형이다. 이 모형의 균형 결과는 기존의 bottleneck 모형과 비교하여 분석할 것이다. 두 번째는 δD 를 포함한 bottleneck 모형의 이산적인 형태이다. 이러한 이산적인 모형은 기존의 이산적인 모형과 비교가능할 뿐만 아니라 δD 가 추가된 연속적인 모형과도 비교가능하다. 따라서 이러한 비교가능한 모형과 더불어 분석할 것이다. 본 연구에서 새롭게 다루는 모형은 다음과 같다.

i) M1 : $C(d) = \alpha T + \beta SDE + \gamma SDL + \delta DL$ 의 연속적인 모형

ii) M2 : $C(d) = \alpha T + \beta SDE + \gamma SDL + \delta DL$ 의 이산적인 모형

3. 이산적인 출발시간선택 모형

출발시간선택에 대한 이산적인 모형은 드문 편이다. 앞에서 언급한 것처럼 출발시간선택 문제를 다룬 대다수의 연구들은 대부분 연속적인 함수로 가정하여 분석하였다. 물론 실증적인 분석에 있어서는 이산적인 자료를 이용하기 때문에 통계분석상의 로짓 모형 및 프로빗 모형을 이용하기도 한다. 그러나 이러한 실증적 분석에서도 모형의 이론적 근거는 대부분 연속적인 모형으로 가정한 것으로부터 시작된다. 다만 실증단계에서 이산적인 자료를 이용하는 것이다. 따

라서 모형화 단계에서부터 이산적인 형태로 구성된 것들은 찾아보기 힘들다.

물론 이산적인 모형을 위한 게임이론적 시도는 성과가 있었다. 정태적인 모형에 적용가능한 방법으로 congestion game과 potential game이 이론적 뒷받침을 하였다. 그러나 동태적인 모형으로 들어가면 이러한 게임형태도 사용할 수 없게 된다. 따라서 동태적인 모형에 대한 최초의 시도는 2005년에서야 비로소 시작된다. Levinson(2005)의 연구에서 그 모습이 드러나는 데 여기에는 아주 제약적인 방법으로 출발시간선택모형에 대한 게임을 제시하였다. 그 논문에서는 선택가능한 출발시간을 3개로 가정하고 총 통행자 수도 2인으로 제한하였다. 따라서 2인 3전략 게임으로 행렬형 묘사가 가능하게 하여 내쉬균형을 도출하였다. 이어 2인 3전략은 3인 6전략 형태로 확장하였으나 결국 제한적인 가정 하에서 순수전략내쉬균형을 도출하는 것에 그치고 말았다. 아래의 <표 12>와 <표 13>은 그 행렬형의 게임과 가정에 대한 것이다.

<표 12> Levinson의 연구에서의 게임구조

		경기자 2		
		Early	On-time	Late
경기자 1	Early	$0.5(E+D)$	E	E
	On-time	0	$0.5(L+D)$	0
	Late	L	L	$L+0.5(L+D)$

<표 13> Levinson의 연구에서의 균형조건

State	No pricing	With pricing
ee	$E=0$ and $D=0$	$E=0$ and $D=0$
eo, oe	$E \leq 0.5(L+D)$ and $E \leq L$	$E \leq L$
el, le	$E=0$ and $L=0$	$E=0$ and $L=0$
oo	$D \leq E$ and $0.5(L+D) \leq E$	$L \leq E$ and $D=0$
ol, lo	$L \leq E$ and $L \leq D$	$L \leq E$
ll	$L=0$ and $D=0$	$L=0$ and $D=0$

이러한 방식은 Zou&Levinson(2006)의 연구에서도 이어졌는데 여기에서는 경기자 수를 n 명으로 확장하여 n 인 비협조 게임으로 모형화하고자 하였다. 그러나 계산상의 어려움으로 인하여 전략의 개수를 $n+1$ 로 제한하였으며, 경기자 수도 7 이하로 제한하여 앞선 연구와 크게 다르지 않는 결과를 가져왔다.

행렬형으로 모형화하고자 하는 이러한 방식에서 벗어나 혼합전략내쉬균형으로 접근이 시도되기 시작하였다. 여기에 관하여 두 개의 이전 연구가 존재한다. 하나는 Zieglmeyer et al.(2008)의 연구이고 다른 하나는 Otsubo&Rapoport(2008)의 연구이다. 두 연구 모두 *symmetric game*이라 불리는 게임형태로 접근하여 그 게임의 균형이 대칭적인 혼합전략 내쉬균형 *Symmetric Mixed-Strategy Nash Equilibrium*³²⁾을 통하여 균형값을 도출하였다. 대칭 게임은 Dasgupta&Maskin(1986)의 연구에서 그 균형에 대해 증명이 되었는데, 모든 통행자의 보수구조가 동일하게 대칭적인 경우 모든 통행자는 동일한 혼합전략내쉬균형을 가진다는 정리가 주요 내용이다. 즉, 대칭적으로 동일한 보수구조 하에서 임의의 한 경기자의 혼합전략내쉬균형을 구하게 되면 그것은 모든 경기자들의 혼합전략내쉬균형 값과 같다는 의미를 가진다. 따라서 이러한 게임구조와 균형은 출발시간선택과 같이 동태적인 문제를 이산적으로 모형화하기 위해 적합한 이론적 구조로 볼 수 있다.

이러한 모형에서의 결과는 연속적인 모형에서의 결과와 비교하여 분석할 수 있다. 그리고 통행 상황에 따른 개별적인 결과를 확인할 수 있다. 특히 개인 선택행동이 결과에 내생적으로 미치는 영향을 개별적으로 검토할 수 있으므로 의미있는 모형이라 할 수 있다.

다만 대칭 게임에 의한 이산적인 모형은 구체적인 모형이 아니라 게임의 구조만 제시될 뿐이고 균형에 대해서도 존재만 증명할 뿐이다. 따라서 균형을 계산하기 위해선 컴퓨터 알고리즘을 통하여 그 값들을 찾아야 한다.

위에서 제시된 대부분의 모형들은 미분과 연립방정식의 해법을 통하여 그 균형값을 도출하기 어렵다. 따라서 알고리즘을 통한 해법이 주로 사용된다. 다만 기본적인 출발시간선택모형은 Arnott(1993)의 연구에 의해 그 해가 증명되어있고, 그 모형에서 δD 가 추가된 모형은 본 연구에 의해 그 해를 증명한다. 이 증명에 대해서는 본 논문의 부록에 수록하였다.

이산적인 모형으로부터 혼합전략내쉬균형을 도출하기 위한 계산법으로 몇 가지가 알려져 있다. 가장 고전적인 방법은 McKelvey et al.(1992)에서 제시된

32) 이하 SMSNE

GAMBIT 알고리즘이다. 이것은 유한한 게임에서 내쉬균형을 찾아내는 방법으로 다양하게 적용되어 왔다. 그러나 MacKie-Mason et al.(2004)의 연구와 Wellman et al.(2004)의 연구에 따르면 이 알고리즘은 대칭 게임에서는 적절한 결과를 쉽게 도출하지 못하는 것으로 밝혀졌다. 또 다른 방법으로는 replicator dynamics를 이용한 방법이 존재한다. 이것은 Taylor&Jonker(1978)의 연구에서와 Schuster&Sigmund(1983)에서 소개된 방법으로 진화적 게임이론에 널리 사용되고 있다. Reeves et al.(2003)의 연구에서는 이 방법론을 대칭 게임에 적용하여 시뮬레이션을 위한 알고리즘으로 이용하였다.

본 연구에서는 non-stationary Markov chain방법을 이용하고자 한다. 이 방식은 통행자수가 많은 대칭게임에서 혼합전략내쉬균형을 구하는 방법으로 사용하기에 효과적이다. Otsubo&Rapoport(2008)의 연구에서도 같은 방법을 이용하여 계산하였다.



제3절 분석결과

1. 용량 변화와 이용자 균형

출발시간선택 모형에 대한 첫 번째 비교분석으로 용량이 변화할 때 균형통행 패턴이 어떻게 변화하는지에 대해 살펴보고자 한다. 일반적으로 용량이 달라지면 통행패턴도 달라지는데, 동일한 통행자수에 대비하여 용량이 증가하게 되면 통행시간과 통행비용은 감소하게 된다. 또한 α , β , γ 값의 가정에 따라 다르겠지만 앞선 연구에 주로 사용된 $\beta < \alpha < \gamma$ 의 가정에 따르면, 용량의 증가는 출발시간선택에서 최초의 출발점과 최후의 출발점 간의 간격을 감소시킨다. 뿐만 아니라 최초의 출발점을 늦게 그리고 최후의 출발점을 앞당김으로 양방향에서의 범위가 감소됨을 알 수 있다. 이러한 비교분석을 위한 가정은 아래와 같으며 그 결과는 다음의 <표 14>와 같다.



<표 14> 용량변화에 대한 Vickrey, O&R와 본 연구의 모형과의 비교 ($\delta = 0.5$)

모형	통행비용	총통행비용	총통행시간	총통행시간비용	t_F	t_L
$s = 4$						
Vickrey	1.200	12.000	6.000	6	48	50.5
O&R	2.201	22.011	12.884	15.884	47	48
M1	2.200	22.000	5.808	5.808	48	51.3
M2	3.503	35.033	19.762	19.762	47	48
$s = 3$						
Vickrey	1.6	16	8	8	47.3	50.7
O&R	2.802	28.018	20.230	20.230	46	47
M1	2.933	29.333	7.744	7.744	48	51.5
M2	3.976	39.762	22.832	22.832	46	47
$s = 2$						
Vickrey	2.4	24	12	12	46	51
O&R	3.431	34.313	22.151	22.151	45	50
M1	4.400	44.000	11.616	11.616	46	52
M2	4.714	47.148	27.628	27.628	44	50
$s = 1$						
Vickrey	4.8	48	24	24	42	52
O&R	5.858	58.579	34.402	34.402	41	50
M1	8.800	88.000	23.232	23.232	42	53
M2	9.123	91.234	43.071	43.071	41	50

위의 표는 $\delta = 0.5$ 인 경우³³⁾에서의 출발시간선택 모형과 기존의 모형 간의 비교를 나타낸 표이다. 표에서 Vickrey는 기존의 연속적인 bottleneck 모형을 말하며, O&R은 이산적인 bottleneck 모형을 말한다. 그리고 M1는 출발시간 자체의 선호를 고려한 연속적인 출발시간선택 모형이며, M2는 그것의 이산적인 모형이다. 전체 통행량 N 은 10명이며, 각 시간에 대한 선호는 $\alpha = 1$, $\beta = 0.6$, $\gamma = 2.4$ 으로 가정하였다. 그리고 출발시간전략인 t 는 이산적인 집합으로 $t \in \{1, 2, \dots, 60\}$ 이며 정해진 도착시간은 $t^* = 50$, 용량은 $s \in \{1, 2, 3, 4\}$ 로 분석하였다.

먼저 용량 간의 변화를 비교해보면, 용량이 4인 경우에서 점점 작아져 1이 되는 경우까지 지속적으로 통행비용과 통행시간은 증가했음을 알 수 있다. 이

33) 표에서 새로운 모형은 $\delta = 0.5$ 이지만 기존의 모형은 $\delta = 0$ 인 모형과 같다.

러한 패턴은 모든 모형에 동일하게 나타나는 패턴이며 직관적인 논리와의 부합된다.

이어서 연속적인 모형과 이산적인 모형에 대해 살펴보자. 기존의 연속적인 모형인 Vickrey를 O&R에 비교해 보면 상대적으로 통행비용과 통행시간이 낮음을 알 수 있다. M1와 M2를 비교하여 볼 때도 동일하게 통행비용과 통행시간이 낮은 값을 가진다. 이는 연속적인 모형과 비교하여 이산적인 비용이 상대적으로 비효율적인 전략선택이 이루어짐을 의미하며, 이러한 비효율성은 선택가능한 전략의 수와 통행자의 수가 유한한 값³⁴⁾을 가짐에서 비롯된 것으로 볼 수 있다. 현실에서는 통행자 및 전략의 수가 이러한 유한한 값을 지니게 되므로 사실 연속적인 모형보다 비효율적인 결과를 가짐이 적절해 보인다.

다른 측면으로 연속적인 두 모형을 비교해 보자. δD 의 관점에서 볼 때, Vickrey는 $\delta=0$ 인 모형이며, M2는 $\delta>0$ 인 모형이다. 이러한 δ 의 값이 존재하는지 아니면 그렇지 않은지에 따라 그 결과 값은 달라진다. 위의 표를 보면 그 차이가 나타나 있는데 M1와 비교하여 볼 때 Vickrey는 낮은 통행비용인 반면에 높은 통행시간을 보이고 있다. 이것은 예상한 것과 다른 결과로 볼 수 있는데 δD 의 추가는 통행비용을 높이고 동시에 통행시간도 높이는 요인에 될 것이라고 추측했기 때문이다. 이러한 예상 밖의 결과가 나타나게 된 이유에 대해서 확인해 보면, δD 의 존재가 ‘첫 출발시간’을 더 늦게 만들기 보다는 ‘마지막 출발시간’을 더 늦게 만드는 방식으로 작용하여 이러한 상황이 발생되었음을 알 수 있다. 즉, δD 의 크기가 일정 수준 이하로 작을 때에는 첫 출발시간은 고정된 채로 전체 통행패턴을 분산시킴으로 평균통행시간은 감소하게 되는 것이다. 다만 첫 출발시간에 대한 통행비용은 증가하였으므로 균형에서의 통행비용이 증가되었다고 판단할 수 있다. 이러한 결과는 아래의 $\delta=1$ 의 경우를 살펴보면 된다면 그 의미가 더욱 정확해진다. $\delta=1$ 의 경우에 대한 결과는 다음의 <표 15>와 같다.

34) 실수의 범위가 아닌 정수의 범위로 유한한

〈표 15〉 용량 변화에 대한 Vickrey, O&R와 본 연구의 모형과의 비교 ($\delta = 1$)

모형	통행비용	총통행비용	총통행시간	총통행시간비용	t_F	t_L
$s = 4$						
Vickrey	1.200	12.000	6.000	6	48	50. 5
O&R	2.201	22.011	12.884	12.884	47	48
M1	3.2	32	11.034	11.034	49	51.
M2	4.171	41.711	14.383	14.383	47	33 48
$s = 3$						
Vickrey	1.6	16	8	8	47.3 3	50. 67
O&R	2.802	28.018	20.230	20.230	46	47
M1	4.267	42.67	14.714	14.714	48	51.
M2	5.483	54.833	22.832	22.832	45	5 49
$s = 2$						
Vickrey	2.4	24	12	12	46	51
O&R	3.431	34.313	22.151	22.151	45	50
M1	6.4	64	22.069	22.069	47	52
M2	7.02	70.200	24.207	24.207	44	51
$s = 1$						
Vickrey	4.8	48	24	24	42	52
O&R	5.858	58.579	34.402	34.402	41	50
M1	12.8	128	44.137	44.137	45	53
M2	13.746	137.462	47.400	47.400	43	51

위의 〈표 15〉는 〈표 14〉와 동일한 가정에서 분석한 결과이다. 다만 δ 값에 의해 구분되는데 〈표 14〉는 $\delta = 0.5$ 이고 〈표 15〉는 $\delta = 1$ 이다. δ 의 크기가 출발시간 자체에 대한 가치를 표현한 것이므로 첫 번째의 경우가 두 번째의 경우에 비해 출발시간 자체에 대한 가치가 낮게 가정된 것이다. 두 표를 비교해보면 그 가치의 차이가 균형결과에 어떻게 영향을 미치는지 알 수 있다.

일단 통행시간과 통행비용 측면을 보게 되면 δ 값이 큰 경우가 작은 경우에 비하여 두 측면 모두 높은 값을 가진 것으로 나타난다. 이는 δ 값이 클수록 통행비용이 증가한다는 것을 의미하며 동시에 통행패턴 또한 좀 더 혼잡한 시간

대로 물리면서 통행시간도 증가한다는 것을 의미한다.

용량이 변할 때, δD 의 요소가 영향을 미치는 결과에 대해서도 알아볼 수 있다. 먼저 $\delta > 0$ 인 경우, $\delta = 0$ 경우와 비교하여 보면, 용량변화 여부와 상관없이 항상 통행비용과 총통행비용이 높음을 알 수 있다. 이것은 δD 만큼 비용이 추가되면서 나타나는 결과로 볼 수 있다. 반면 총통행시간과 총통행시간비용에서는 δ 의 크기에 의해 다른 결과를 가질 수 있는데, <표 14>에서 살펴본 $\delta = 0.5$ 인 경우에는 통행시간이 낮은 반면 $\delta = 1$ 인 경우에는 통행시간이 높은 결과를 가졌다. 이는 δ 의 크기가 일정 수준 이하에서는 $\delta = 0$ 과 비교하여 오히려 통행시간이 감소할 수 있으나, 일정 수준을 초과하게 되면 통행시간 또한 증가됨을 알 수 있다. 이러한 통행시간의 증가는 출발시간의 패턴으로도 유추할 수 있는데, $\delta = 0.5$ 와 비교해 볼 때 $\delta = 1$ 은 첫출발시간이 더 늦음을 알 수 있다. 이것은 Vickrey의 경우와 비교해 보아도 늦게 되는데 이러한 늦은 첫출발시간이 통행시간을 가중시킨 원인으로 보아야 할 것이다.

2. 통행량 변화와 이용자 균형

통행량의 변화는 통행패턴을 변화시키는 주요한 요인이 된다. 따라서 이러한 통행량의 변화에 따른 분석은 유의미하다. 통행량 변화의 효과만 살펴보기 위해 통행량 이외 다른 파라미터는 앞 선 분석과 동일하다고 가정³⁵⁾하고 분석해 보기로 한다. 다만 추가적으로 용량은 '1'로 가정하며 통행량은 5단위 또는 10단위로 증가하여 분석한다. 그 결과는 다음의 <표 16>과 같다.

35) $s = 1, \alpha = 1, \beta = 0.6, \gamma = 2.4, \delta = 0.5, t \in \{1, 2, \dots, 60\}, t^* = 50, s \in \{1, 2, 3, 4\}$

〈표 16〉 통행량변화에 대한 Vickrey, O&R와 본 연구의 모형과의 비교

모형	통행비용	총통행비용	총통행시간	총통행시간비용	t_F	t_L
$n = 5$						
Vickrey	2.4	12	6	6	46	51
O&R	3.470	17.352	11.272	11.272	45	48
M1	4.4	22.5	5.94	5.94	47	52
M2	6.421	32.105	11.466	11.466	45	49
$n = 10$						
Vickrey	4.8	48	24	24	42	52
O&R	5.858	58.579	34.402	34.402	41	50
M1	8.8	88	23.232	23.232	46	53
M2	9.123	91.234	43.071	43.071	41	50
$n = 15$						
Vickrey	7.2	108	54	54	38	53
O&R	8.282	124.233	70.092	70.092	37	51
M1	13.2	198	52.272	52.272	44	53
M2	15.11	226.65	76.830	76.830	41	52
$n = 20$						
Vickrey	9.6	192	96	96	34	54
O&R	10.666	213.320	117.053	117.053	33	52
M1	17.6	352	92.928	92.928	40	55
M2	20.561	411.22	137.458	137.458	38	53
$n = 30$						
Vickrey	14.4	432	216	216	26	56
O&R	15.470	464.106	247.788	247.788	25	54
M1	26.4	792	209.088	209.088	35	59
M2	29.314	879.42	292.166	292.166	34	56
$n = 40$						
Vickrey	19.2	768	384	384	18	58
O&R	20.273	810.901	426.554	426.554	17	56
M1	35.2	1408	371.712	371.712	24	60
M2	38.578	1543.12	476.433	476.433	22	59
$n = 50$						
Vickrey	24	1200	600	600	10	60
O&R	25.074	1253.704	653.337	653.337	9	58
M1	44	2200	580.8	580.8	15	62
M2	49.904	2495.2	804.903	804.903	13	60

위의 분석 결과를 보면 먼저 통행자의 수가 증가할수록 모든 모형에서 선택되는 전략의 범위도 증가하며, 동시에 균형통행시간 및 비용이 증가함을 볼 수 있다. 균형을 비교해 보면 연속적인 모형이 이산적인 모형에 비해 통행자의 변화에도 불구하고 통행시간과 통행비용이 항상 낮음을 알 수 있다. 연속적인 모형들을 비교해 보면 M2가 Vickrey보다 통행비용은 높으나 통행시간은 낮음을 알 수 있다. 계산을 위한 수식을 보면 δ 값이 분모에는 더해지고 분자에는 빠지므로 Vickrey의 모형에 비해 결국 통행시간비용을 감소시키는 결과를 가진다.

3. 연속적인 모형과 이산적인 모형

이제 기존의 이산적인 모형과 M2을 비교해 보고자 한다. 이러한 비교분석은 이산적인 모형에서의 방법론 차이가 결과적으로 어떻게 다른 균형값을 가지는지를 살펴보는 것이다. 먼저 기존의 연구와 동일하게 파라미터를 설정하고 알고리즘을 구현하여 혼합전략내쉬균형을 계산한다. 통행자수 $N=4$, 도로의 용량 $s=1$, 출발시간전략 $t \in \{t^*-8, \dots, t^*, \dots, t^*+8\}$ 인 가정 하에서, 파라미터 값이 $\alpha=1$, $\beta \in \{0.25, 0.5\}$, $\gamma=2$ 으로 주어졌을 때 비교 결과이다.

〈표 17〉 혼합전략 내쉬균형의 비교

	t^*-7	t^*-6	t^*-5	t^*-4	t^*-3	t^*-2	t^*-1	t^*	C	T
$\beta=0.25$										
ZKMD ³⁶⁾	0	0.038	0.148	0.239	0.288	0.200	0.086	0	2.340	NP ³⁸⁾
O&R ³⁷⁾	0	0	0.076	0.287	0.347	0.212	0.079	0	2.085	1.583
M2($\delta=0$)	0	0	0	0	0.111	0.611	0.278	0	1.555	1.309
M2($\delta=1$)	0	0	0	0	0	0.500	0.500	0	6.500	1.333
$\beta=0.5$										
ZKMD	0	0	0	0.262	0.414	0.219	0.105	0	2.890	NP
O&R	0	0	0	0.172	0.602	0.054	0.172	0	2.629	1.786
M2($\delta=0$)	0	0	0	0	0	0.643	0.357	0	1.714	1.361
M2($\delta=1$)	0	0	0	0	0	0.429	0.571	0	6.643	1.340

결과를 살펴보자. 먼저 $\beta = 0.25$ 인 경우를 살펴보면 ZKMD의 모형과 O&R 모형에서는 균형에서 전략분포가 넓게 펼쳐있는 반면, M2에서는 비교적 작은 전략에 혼합전략내쉬균형이 분포되어 있음을 알 수 있다. t^* 를 기준으로 ZKMD의 경우는 6개의 전략, O&R의 경우는 5개의 전략 $\delta = 0$ 인 M2는 3개, $\delta = 1$ 인 M2인 경우에는 2개의 전략을 균형상태에서 선택하였다.

$\beta = 0.5$ 의 경우는 $\beta = 0.25$ 보다 전체적으로 t^* 에 가깝게 전략이 분포되어 있다. 이것은 β 의 경우 SDE의 시간 가치를 나타내는 것이기 때문에 그 값이 커진다면 상대적으로 통행자들은 좀 더 정시에 도착하거나 늦게 도착하려는 인센티브가 커진다는 것을 의미함에 의해 나타나는 결과로 볼 수 있다. 모형 별로 보면 $\beta = 0.5$ 와 같이 앞 선 모형보다 M22 모형에서 좀 더 t^* 에 가깝게 분포되어 있음을 볼 수 있다.

통행시간과 통행비용을 살펴보자. ZKMD의 경우에는 모형 특성상 통행시간이 계산되지 않아 비교할 수 없다. 그래서 O&R과 $M2(\delta = 0)$ 을 비교해 보면 $\beta = 0.25$ 와 $\beta = 0.5$ 의 모든 경우에서 M2가 더 낮게 나옴을 알 수 있다. 즉, 동일한 $\delta = 0$ 인 상황에서 O&R보다 M2이 혼합통행시간에 대해 더 낮게 평가하는 모형으로 볼 수 있다. 통행비용의 경우도 통행시간의 결과와 유사하게 M22 모형이 가장 낮은 값을 도출하였다. M22 모형을 기준으로 보았을 때, ZKMD와 O&R의 모형은 통행시간과 통행비용을 과대평가한다고 볼 수 있다.

마지막으로 $M2(\delta = 0)$ 과 $M2(\delta = 1)$ 을 비교해 보자. δ 값의 크기에 의해 M2($\delta = 0$)보다 $M2(\delta = 1)$ 이 비율상 t^* 에 가까운 전략에 부여하도록 균형결과를 가졌다. δ 값이 크면 출발시간을 늦추려는 인센티브가 높아지고 혼잡이 더욱 발생하므로 $M2(\delta = 0)$ 보다 $M2(\delta = 1)$ 가 더 높은 통행비용을 산출하였다. 다만, 통행시간 측면에서 보면 $M2(\delta = 1)$ 가 $M2(\delta = 0)$ 보다 동일한 β 하에서 δ 에 더 많은 영향을 받고 있음으로 보인다. $\beta = 0.5$ 인 상황에서는 오히려 $M2(\delta = 0)$ 보다 $M2(\delta = 1)$ 가 더 작은 통행시간을 가지는 것으로 나타났다.

36) Ziegelmeyer et al.(2008)의 연구 결과이다.

37) Otubo&Rapoport(2008)의 연구 결과이다.

38) NP는 'not provided'을 의미한다.

제 4 장 결 론

제1절 논문의 요약

본 논문은 우리의 일상에서 쉽게 접하게 되는 교통혼잡과 관련된 통행선택 모형에 대해 살펴보았다. 통행과 관련된 통행자의 의사결정은 크게 목적지선택, 운송수단선택, 노선선택, 출발시간선택으로 구분된다. 본 연구에서는 그 중 혼잡과 관련된 노선선택문제와 출발시간선택문제에 집중하여 분석하였다.

1. 노선선택의 문제

기존에 알려진 노선선택의 문제는 특정한 기종점에 총 통행자수가 주어지고 선택가능한 노선은 사전적으로 이용되는 노선으로 가정되었다. 그러나 이러한 가정은 현실적인 노선선택의 문제를 다루기에는 한계가 있었다. 따라서 본 논문은 통행자의 가정을 탄력적인 통행수요로 완화하였으며, 동시에 잠재적으로 대체노선이 존재하는 경우를 교통망에 설정하였다. 먼저 통행자 입장에서는 잠재적인 대체노선이 존재하지만 정책결정자 입장에서는 사전적으로 인식하기 어려운 경우에 대해 설명하였다. 그리고 이러한 상황에서 기존 교통망 내부의 혼잡비용이 증가하게 될 경우 통행자들은 대체노선을 이용하게 되는 상황을 고려하여 통행을 확인하였다. 따라서 기존의 교통망만을 고려하는 분석과 달리 다른 혼잡상태를 균형으로 가질 수 있음을 분석하였다.

이어서 잠재적인 대체노선이 존재하는 교통망에 있어서 고정된 수요가 아닌 탄력적인 통행수요가 존재할 때 어떠한 균형을 가지는 지에 대해서도 연구하였

다. 탄력적인 통행수요를 가정한 기존의 연구의 경우 단순히 교통망을 이용하거나 또는 이용하지 않는 ‘이분법적인 결과’만을 도출하였다. 그러나 본 논문에서는 이러한 기존 연구의 한계를 넘어서 균형에서의 통행수요량이 Wardrop의 제1원리에 따라 기존 교통망과 잠재적인 대체노선에 분포될 수 있음에 대해 설명하였다. 또한 수요함수의 탄력적인 수준에 의해 균형통행시간과 균형통행량이 동시에 변화하게 되며, 그 균형결과에 의해 통행수요량이 증가하거나 감소하는 수준도 계산하여 제시하였다.

아울러 잠재적인 대체노선이 통행자의 의사결정에 미치는 또다른 영향을 확인하기 위하여 노선선택문제에서 Braess' paradox을 가정하고 그 영향에 대해 분석하였다. 대체노선이 존재하면 Braess' paradox가 제거될 것이라는 추측과 달리 여전히 역설이 존재함을 확인하였다. 오히려 대체노선이 증가할수록 역설이 발생하는 범위는 더욱 커지는 결과를 가져왔다. 이것은 잠재적인 대체노선이 많은 교통망이 그렇지 않는 교통망에 비해 Braess's paradox가 발생할 가능성도 커진다는 해석을 가능하게 하였다. 다만 대체노선이 없는 경우와 비교해 볼 때 역설의 범위 중 하한치는 소폭 커지고 상한치는 대폭 커지는 양상이므로, 그 범위의 관계가 ‘완전히’ 포함되는 관계는 아니다. 따라서 총통행자수가 주어져 있는 가정 하에서는 Braess' paradox가 발생하는지의 여부는 계산해보지 않고서는 알 수가 없다.

아울러 기존의 모형과 비교하여 봄으로써 Braess' paradox의 조건이 어떤 패턴으로 변화하는지 확인하였다. N 의 범위로 표현된 균형조건은 대체노선의 영향으로 N 의 범위가 커지는 것으로 나타났으나 다만 윗방향으로 커지는 패턴이 나타났다. 따라서 주어진 N 에 대해 Braess' paradox이 발생하는지에 대한 여부에 대해선 단정을 지을 수 없다. 왜냐하면 N 의 범위가 달라지므로 역설이 없던 경우에서도 있는 경우로 바뀔 수도 있고, 있던 경우가 없는 경우로 바뀔 수도 있기 때문이다. 다만 대체노선이 많이 존재할수록 역설이 발생하는 N 의 범위가 증가하기 때문에, 교통망이 큰 경우가 작은 경우보다 브라이스 역설이 발생할 가능성이 높음은 말해줄 수 있다.

한편 대체노선과 Braess link가 동시에 추가되는 경우에 대해서도 살펴보았다. Braess' paradox의 개념에서는 동시에 추가하거나 순차적으로 추가하거나

동일한 역설의 조건을 가지게 되었다. 다만, 노선 추가 이전과 이후의 이용자 균형을 비교하는 ‘통행자의 역설’이라는 개념에서는 대체노선의 동시 추가가 항상 역설을 발생시키지 않음을 확인하였다.

2. 출발시간선택의 문제

본 논문은 노선선택문제에 이어 출발시간을 선택하는 통행자의 의사결정에 대해 살펴보았다. 기존의 출발시간선택모형은 통행자들이 혼잡시간비용을 계산함에 있어서 세 가지 요소를 비용의 변수로 가정하였다. 혼잡통행시간과 스케줄딜레이에 따른 시간이 그 변수들인데 스케줄딜레이에 따른 시간은 미리 정해진 도착시간보다 일찍 도착하거나 늦게 도착할 경우에 발생하는 시간차를 의미하는 것이다. 그러나 현실의 통행자는 출발시간을 선택할 때 위의 변수들뿐만 아니라 출발시간 자체가 발생시키는 비용에 대해서도 충분히 고려할 수 있다. 왜냐하면 출발시간을 이른 시간에 선택하는 통행자와 늦은 시간에 선택하는 통행자들 사이에는 그 출발시간 차이만큼 ‘시간의 기회비용’이 발생하기 때문이다. 따라서 본 논문에서는 출발시간의 기회비용을 고려한 출발시간선택모형을 수립하고 그 균형과 결과를 도출하였다. 모형에서의 발전을 보게 되면 기존의 출발시간선택 모형에서 출발시간 자체에 대한 비용인 δD 라는 요소를 추가한 형태를 가지고 있다.

이렇게 출발시간 자체를 변수로 고려한 출발시간선택모형을 토대로 그 모형으로부터 도출된 균형과 기존의 모형의 균형을 비교하여 그 차이를 살펴보았다. 그리고 이러한 결과에서의 차이를 통하여 기존의 모형으로 통행자들의 분포를 추정할 겨우 그 현실성이 떨어질 수 있음도 확인하였다. 이전의 모형과 비교한 결과를 좀 더 자세히 살펴보게 되면, 동일한 파라미터 값으로 주어진 상황에서 통행자들의 분포는 혼잡이 낮은 시간대의 이동보다는 혼잡이 높은 시간대에 더욱 집중적으로 분포되어 있음을 확인하였다. 출발시간 자체의 파라미터인 δ 의 값을 0, 0.5, 1로 값을 변화시켜 분석해 본 결과, δ 의 값이 클수록 출발시간대가 좀 더 밀집된 형태로 나타나게 되었다. 이는 이전보다 시간에 대한

가치가 높은 현대의 사회가 그렇지 않았던 이전의 사회보다 좀 더 밀집된 출발 시간대를 가지고 있음을 설명하는 근거로 이해할 수 있다. 따라서 δD 를 추가한 모형이 이전의 모형보다 출발시간을 선택하는 통행자들에 대해 보다 정확한 의사결정결과를 도출할 것으로 보인다.

또한 통행자들의 선택행위가 선택결과에 직접적으로³⁹⁾ 영향을 주는 상황을 고려하기 위하여 기존의 연속적인 출발시간선택모형을 이산적인 모형으로 새롭게 구성하였다. 연속적인 모형에서 개별 통행자가 그 결과에 미치는 영향은 ‘0’에 가깝게 되지만 실제 교통상황에서는 개별 통행자의 행위가 ‘유의미한 영향’을 미치기 때문이다. 또한 주어진 실증자료들은 실제 연속적인 자료가 아니라 이산적인 자료이며, 출발시간과 같은 전략은 정수의 값으로 표현되기 때문이다. 물론 기존에 이산적인 모형에 대한 시도가 있었다. 그러나 기존의 이산적인 모형들은 통행자의 수가 선택가능한 출발시간의 수가 너무 제한적이어서 일반적인 이산적인 모형으로 보기에는 무리가 있었다. 또한 통행자의 수가 많은 경우와 선택가능한 출발시간의 수가 많은 일반적인 이산적인 모형의 경우에서도 계산상의 편이를 위해 연속적인 분석법을 주로 따르고 있었다. 그리고 출발시간 자체에 대한 변수를 고려한 모형은 존재하지 않았다.

본 논문에서는 게임이론에서의 ‘대칭 게임’이라는 개념을 이용하여 가장 일반적인 이산적인 모형을 구축하였으며, 동시에 Markov chain 방식으로 알고리즘을 세워 간단하게 균형을 찾는 방법에 대해서도 연구하였다. 그리고 새롭게 구성한 이산적인 모형을 연속적인 모형과 기존의 이산적인 모형을 비교분석함으로써 모형의 의미를 확고하게 하였다. 기존의 연속적인 모형과 이산적인 모형에 대해 비교분석함으로써 균형에서 어떠한 변화가 발생하는지 규명하였다. 결과를 살펴보면, 이산적인 경우가 연속적인 경우보다 비교적 전략선택의 수는 적으나 통행시간 및 통행비용에서는 높음을 알 수 있었다. 이는 동일한 실증자료에 대해 연속적인 모형으로 분석한 결과가 이산적인 모형으로 분석한 결과와 다를 수 있음을 의미하는 것으로 이러한 차이점은 연속적인 모형이 가

39) 여기에서 직접적이라는 말의 의미는 개별 통행자들의 의사결정행위가 혼잡이라는 상황에 의해 연관되어 있는 다른 통행자들에게 유의미한 수준으로 영향을 줄 수 있음을 뜻한다. 영향을 주지 못할 정도의 수준의 통행자를 atomic agent라고 한다면 직접적으로 영향을 주는 수준의 통행자를 non-atomic agent라고 할 수 있다.

지는 한계를 표현한 것이라고 볼 수 있다.

그리고 기존의 이산적인 모형과 본 연구에서의 이산적인 모형에 대해서도 비교하여 분석하였다. 기존의 이산적인 모형이 일반적인 출발시간선택 모형인 반면에 본 연구에서의 이산적인 모형은 출발시간 자체의 비용인 δD 를 고려하여 모형을 세웠다. 따라서 출발시간 자체의 기회비용을 통하여 좀 더 통행자의 특성이 고려되었으며, 모형으로부터 도출된 결과는 기존의 이산 모형과 다른 결과를 가져왔다. 이는 연속적인 경우에서의 그것과 유사하게 나타나는 데, δD 가 고려된 이산적인 모형이 그렇지 않는 경우보다 좀 더 밀집된 통행자 분포를 나타내었다. 이러한 차이는 통행자의 수와 통행용량이 변화하는 상황에서도 유지되었으며, 일관된 모형의 결과가 모형의 안정성을 보여주는 지표로 살펴볼 수 있었다.



제2절 논문의 의의와 시사점

1. 학술적 의의

학술적인 측면에서 논문을 통해 확인할 수 있는 것은 통행자의 의사결정에 영향을 미치는 추가적인 요소가 무엇이며 이것들이 어떻게 의사결정에 영향을 주는 것인가에 대한 대답이다. 기존의 노선선택의 문제가 교통망의 제한과 통행수요의 제한으로 인해 ‘제한적인 가정에서의 균형’을 도출했다고 한다면, 본 논문에서는 그 제한적인 가정을 완화하여 균형을 도출하는 데 중점을 두었다. 그 과정에서 주어진 교통망의 균형통행시간이 변화할 때, 기존에 인식하지 못했던 대체노선이 의사결정에 추가될 수 있음을 이론적으로 설명하였고, 동시에 탄력적인 수요가 의사결정의 균형에 미치게 되는 상황에 대해서도 분석하였다.

또한 이러한 대체노선의 영향에 대한 논리적 과정에 Braess' paradox라는 상

황을 적용하여 대체노선이 존재하는 경우, Braess' paradox의 조건이 어떻게 변화되는지에 대해서도 확인하였다. 교통망 내부의 기존 노선과 동일한 통행시간 함수로 가정한 k 개의 대체노선에 대해 그 역설의 조건 범위를 증명함으로써 대체노선이 많이 존재하면 Braess' paradox이 일어날 가능성이 높아짐에 대해서도 분석하였다.

반면 혼잡통행과 관련된 또다른 의사결정인 출발시간선택의 문제에 대해서도 이론적인 성과를 이루었다. 기존의 출발시간선택 모형에서는 고려하지 못한 '출발시간 자체의 기회비용'이라는 개념을 의사결정에 추가함으로써 출발시간선택 모형을 발전시켰다. 출발시간의 기회비용이 고려되어야 할 요인으로 의미가 있는 이유는 소비자가 소비를 선택하는 문제에서 예산을 제약조건으로 고려하는 것처럼, 통행자가 통행선택 문제에 직면할 때 주어진 시간을 제약조건처럼 생각할 수 있기 때문이다. 이는 출발시간 자체의 차이는 주어진 시간을 사용함에 있어 그 출발시간의 차이만큼 시간소비의 차이로 나타날 것이며, 그것은 시간소비에 대한 기회비용으로 계산되기 때문이다. 따라서 본 논문에서는 이러한 통행자의 특성을 고려한 출발시간선택 모형을 구축하였고 그 모형에서의 일반적인 균형을 증명하였다.

출발시간선택 문제에 대한 또 하나의 이론적 공헌은 통행자 개인의 의사가 고려되는 '이산적인 의사결정'을 모형화하였다는 사실이다. 기존의 연속적인 모형의 결과가 이산적인 실제 자료에 대한 '근사적인 분석' 방법이라면 이산적인 모형은 이산적인 실제 자료를 가장 적절히 분석할 수 있는 도구임에 틀림이 없다. 따라서 이산적인 모형으로의 발전은 이론적으로 의미가 있으며 그 모형의 활용도는 높다고 할 수 있다. 그 모형에 대한 기본적인 이론체계와 균형 증명은 게임이론에서의 '대칭 게임'으로부터 시작하며, 그 균형을 찾아가는 알고리즘은 Markov chain 방식으로 제시하였다. 노선선택의 문제가 'potential game'으로 이산적인 모형을 수립한 것과 더불어 'symmetric game'을 통한 이산적인 출발시간선택 모형은 통행혼잡과 관련된 대표적인 이산 모형으로 주목받을 것으로 보인다.

2. 정책적 시사점

정책 활용적인 측면에서 살펴볼 때, 통행자의 특성을 분석한 본 논문은 몇 가지 의미를 제공하고 있다고 할 수 있다. 수많은 교통정책들이 마치 일방적으로 통행자들에게 제공되고 있는 것 같지만 사실 그 교통정책들은 ‘통행자들의 행태’로 평가받기 때문이다. 교통정책의 성패여부는 통행자들이 그 교통정책을 유인으로 어떻게 결과를 가지는가에 달려있는 것이다. 특히 혼잡과 관련하여서는 더욱 주의할 필요가 있게 된다. 정책과 통행자의 ‘상호작용’과 더불어 통행자와 통행자들 간에도 ‘상호작용’이 발생하기 때문에 그 통행자들의 특성에 대한 ‘약간’의 차이는 ‘큰’ 결과의 차이로 나타날 수 있다.

먼저 교통시설을 공급하는 정부와 지자체의 입장에서 보면 Braess' paradox는 ‘투자의 효율성’에 대해 주의를 요구하게 만든다. Braess link와 같은 도로를 투자하는 것은 비효율성을 넘어 오히려 혼잡을 추가시키는 정책이 되기 때문이다. 따라서 이러한 투자를 피하기 위해 주어진 교통망에서 Braess' paradox에 대한 검토가 필요하게 된다. 그러나 이러한 검토는 새로운 문제에 직면하게 된다. 그 문제는 과연 어떤 교통망을 주어진 교통망으로 보아야 할 것인가이다. 실제로 잠재적인 대체노선은 인식하기란 쉽기 않기 때문이다. 그러나 만약 잠재적인 대체노선이 존재함에도 불구하고 고려하지 못한 상태에서 특정 링크를 투자하게 된다면, 그 투자는 최적의 투자가 되기 어렵다. 본 연구에서 살펴본 것과 같이 주어진 교통망에서의 결과와 실제 교통망에서의 결과가 다르게 나타나기 때문이다. 따라서 교통망을 투자하기 위해 고려되어야 할 것은 통행자의 수 및 통행시간함수와 더불어 ‘잠재적인 대체노선’의 존재여부가 될 것이다.

그러나 교통망이 완벽하게 고려됨에도 불구하고 통행을 위한 수요를 미리 특정한 값으로 고정하고 통행선택 문제를 분석할 경우 여전히 실제 통행상태와 다른 결과를 가지고 올지 모른다. 통행의 수요는 균형통행시간에 의해 그 값이 결정되기 때문이다. 마치 가격에 의해 수요가 변화하는 것과 같다. 고정된 수요는 통행시간이 증가하거나 감소함과 상관없이 그 통행량을 변화시키지 않는다는 사실을 의미하기 때문에 통행시간이 증가하는 경우에는 과대수요, 통행시간

이 감소하는 경우에는 과소수요를 예측하게 된다. 따라서 이러한 통행배정 모형으로부터 시설투자에 대한 분석이 이루어질 경우, 그 분석결과는 투자의 효과를 예측하는 데 적합하지 않다고 볼 수 있다. 그러므로 먼저 통행수요의 ‘통행시간에 대한 수요탄력성’에 대한 정보를 추정해야 할 것이며, 이러한 값으로 통행수요함수를 도출하여 ‘변화가능한’ 현실적인 총 통행자수를 분석의 가정으로 보아야 할 것이다. 투자의 결과는 균형통행시간만의 변화가 아니라 (균형통행시간, 균형통행량)의 변화임을 인식하고 분석해야 할 것이다.

두 번째로 출퇴근시간대의 혼잡수준을 낮추기 위해 정부는 통행자들이 출발시간을 선택하는 문제를 설정하며 분석하고 있다. 일반적으로 출퇴근시간대의 통행자들은 비교적 비탄력적인 수요로 가정되어 있으며 실제의 경우에서도 그 가정이 적절해 보인다. 즉, 소수의 통행자들을 제외하고는 통행비용이 증가함에 따라 통행을 포기하려는 통행자가 없다고 가정하는 것이다. 그렇다면 이제 주어진 수요를 어떻게 분산시킬 것인가가 주요한 이슈가 되며 이러한 이슈는 출발시간선택에 의해 나타나는 ‘시간대별 통행분포’로 표현될 수 있다. 이는 정부가 비탄력적인 출퇴근 통행자들을 시간대별로 ‘고르게’ 분산할 수 있는 대안을 정책적으로 살펴볼 필요가 있다는 것이다. 이러한 이유로 출퇴근 통행자들의 특성을 고려한 분석이 필수적이다. 이전의 세대들은 소위 ‘회사인간’⁴⁰⁾이라 불릴만큼 직장생활에 집중되어 있었기 때문에 출근시간 이전의 주어진 시간은 큰 의미를 부여하지 않았다. 따라서 출근시간 자체의 기회비용이 출근을 위한 출발시간선택에 주요 변수로 작용하지 않았다. 그러나 현대인들의 생활은 더 많은 활동으로 구성되어 있고, 소득의 증가로 인해 개인의 시간가치는 높아졌다. 따라서 출발시간 자체의 기회비용은 주요 변수로 작용하게 되었다. 따라서 출퇴근의 시간대별 통행수요를 분산하기 위한 정부의 노력은 단순히 출퇴근이라는 상황에 집중하여 분석하는 것을 넘어 통행자들이 고려하는 또 다른 시간 가치들에 대해서도 고민하여야 한다. 만약 이전보다 늦은 취침시간이 통행자들의 특성이라면 아침에 늦게 일어나는 것이 일찍 일어나는 것보다 훨씬 가치롭게 될 것이고 그러한 행동이 늦은 출발시간선택 및 통행분포로 나타나게 된다.

40) 1900년대 일본의 경제부흥기 시기에 일본 직장인들을 부르는 말이다.

제3절 논문의 한계와 향후 과제

이제 연구의 한계점에 대해 살펴보고자 한다. 먼저 노선선택 모형의 한계점으로 지적될 수 있는 것은 몇 가지의 가정들인데 가장 두드러지는 것은 선형함수로의 가정과 대체노선의 통행시간함수 파라미터가 다양하지 못하다는 것이다. 따라서 내용이 유연한 모형으로 나타나지 못하고 주어진 파라미터값에 국한되어 설명한 점이다. 이러한 것은 차후에 일반화된 선형함수로의 확장으로 해결해야 할 문제이며 더 나아가서 일반적인 함수형태로도 설명되어야 할 문제이다. 또한 대체노선의 통행시간함수에 대한 파라미터 값이 기존 노선과 동일한 값이 아닌 일반화된 값으로부터 의미가 있는 내용을 이끌어 내야 할 필요성도 존재한다.

또 다른 한계점으로 실증 분석이 없다는 것이다. 모형에 대한 기존의 예를 통하여 수치적인 결과를 분석하였으나 이것은 실증적 분석과는 의미가 다르다. 물론 브라이스 역설과 관련하여 실증적 분석이 적은 것은 사실이다. 그러나 실제 데이터를 기반으로 확인되지 않은 모형은 유명무실할 수 있다. 따라서 이러한 한계점 역시 차후에 실증적 연구를 통하여 극복해야 할 것이며, 실증적 모형으로도 적합하다는 근거를 제공해야 할 것이다. 또한 탄력적인 수요함수를 가정하기 위하여 먼저 수요함수의 탄력성이 추정되어야 한다. 기존의 경제학에서도 알려져 있듯이, 수요함수를 추정하는 문제는 쉽지가 않다. 특히 통행수요와 같이 일반적인 수요함수가 아닌 경우에는 더욱 그렇다. 그러나 수요의 가격 탄력성처럼 주어진 시간가치의 추정값을 통하여 수요함수를 추측하는 방법은 가능하리라고 생각하며 향후의 연구과제로 남겨둔다.

출발시간선택 모형에 대한 연구에서의 한계점은 몇 가지로 지적된다. 먼저 모형에 대한 실증적 분석을 위해 자료를 이용한 로짓 분석을 실행하는 것이 가장 좋으나 자료 수집의 한계로 통계적 분석은 하지 못했다는 점이다. 다만 그것을 보완하기 위해 수치적인 예로서 비교분석하였다. 그럼에도 불구하고 실증적인 자료를 통한 계량적 분석은 모형의 설명력을 검증하기 위한 적절한 방법임에는 의심할 여지가 없다. 따라서 향후 관련 자료를 검토하여 실증적인 연구

로 보완해야 할 것이다.

또 다른 한계는 새롭게 주어진 모형 중 일부는 이산적인 모형이나 균형에 대한 해법을 쉽게 제시하지 못했다는 점이다. 부록에는 δD 과 관련된 기본적인 모형에 대한 이산적인 해법은 제시되어 있다. 그러나 그 외 VOR 과 같은 불확실성에 관한 모형에 대해선 쉽게 진행시키지 못했다. 따라서 이는 차후의 연구과제로 남겨두고 몇 가지 방법론을 검토해야 할 것이다.



참고 문헌

- 박구현, 2007. 일반 교통망에서 브라이스 역설 발견 모형. *한국경영과학회지*, 32(4).
- 엄진기 등, 1999. 브라이스 역설에 대한 실증적 검증. *대학교통학회지*, 17(3).
- Alperovich, G., 1997. An economic interpretation of Braess' paradox. *Int. J. Transport Economics*, pp.145-155.
- Arnott, R., De Palma, A., Lindsey, R., 1990. Economics of a bottleneck. *Journal of Urban Economics*, 27(1), pp.111-130.
- Arnott, R., De Palma, A., Lindsey, R., 1993. A structural model of peak-period congestion: a traffic bottleneck with elastic demand. *The American Economic Review*, 83(1), pp.161-179.
- Arnott, R. and Small, K., 1994. The economics of traffic congestion. *American Scientist*, 82(5), 446-455.
- Bass, T., 1992. Road to ruin. *Discover*, 13(5), pp.56-61.
- Bean, N.G., Kelly, F.P. and Taylor, P.G., 1997. Braess's paradox in loss networks. *J. Applied Probability*, 34(1), pp.155-159.
- Becker, G., 1965. A theory of the allocation of time. *The Economic Journal*, 75(299), pp.493-517.
- Beckmann, M., McGuire, C.B., Winston, C.B., 1956. *Studies in the Economics of Transportation*. Yale Univ. Press, New Haven.
- Braess, D. 1968. Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung. *Unternehmensforschung*, 12(1), pp.258-268.
- Braess, D., Nagurney, A. and Wakolbinger, T., 2005. On a paradox of traffic planning. (Translation from the original German) *Transportation Science*, 39(4), pp.446-450.
- Calvert, B., Solomon, W. and Ziedins, I., 1997. Braess's paradox in a queuing

- network with state depending routing. *J. Applied Probability*, 34(1), pp.134-154.
- Catoni, S. and Pallottino, S., 1991. Traffic equilibrium paradoxes. *Transpn. Sci*, 25(3), pp.240-244.
- Cohen, J.E. and Horowitz, P., 1991. Paradoxical behaviour of mechanical and electrical networks. *Nature*, 352, pp.699-701.
- Cohen, J.E. and Kelly, F.P., 1990. A paradox of congestion in a queuing network. *J. Appl. Probab*, 27(3), pp.730-734.
- Chung, S.F. and Young, S.J., 2010. Braess' s paradox in large sparse graphs. *In Proc. of the 6th Workshop on Internet and Network Economics*, LNCS 6484, pp.194-208.
- Dafermos, s. and Nagurney, A., 1984. On some traffic equilibrium theory paradoxes. *Transpn. Res. Part B*, 18(2), pp.101-110.
- Daganzo, C., 1985. The uniqueness of a time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck. *Transportation Science*, 19(1), pp.29-37.
- Daganzo, C., 1996. Two paradoxes of traffic flow on networks with physical queues. *II Symposium Ingenieria de los Transportes*, Madrid, pp.55-62.
- DeSerpa, A.C., 1971. A theory of the economics of time. *The Economic Journal*, 81(324), pp.828-846.
- Frank, M., 1981. The Braess paradox. *Math. Programming*, 20(1), pp.283-302.
- Fisk, C., 1979. More paradoxes in the equilibrium assignment problem. *Transpn. Res. Part B*, 13(4), pp.305-309.
- Gaver, 1968. Headstart strategies for combating congestion. *Transportation Science*, 2(2), pp.172-181.
- Hai Yang, 1997. Sensitivity analysis for the elastic-demand network equilibrium problem with applications. *Transpn. Res. Part B*, 31(1), pp.55-70.
- Hai Yang and M.G.H. Bell, 1998. A capacity paradox in network design and how to avoid it. *Transpn. Res. Part A*, 32, pp.539-545.
- Hagstrom, J.N., Abrams, R.A., 2001. Characterizing Braess's paradox for

- traffic networks. *Proc. of IEEE 2001 Conference on Intelligent Transportation Systems*, pp.837-842.
- Hallefjord, A., Joernsten, K. and Storoy, S., 1994. Traffic equilibrium paradoxes when travel demand is elastic. *Asia-Pacific J. Operational Res.* 11, pp.41-50.
- Hendrickson, Kocur, 1981. Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model. *Transportation Science*, 15, pp.62-77.
- Irvine, A.D., 1993. How Braess's paradox solves Newcomb's problem. *Int. Studies Philosophy Science*, 7, pp.141-160.
- Jara-Diaz, 2007. *Transport Economic Theory*. Emerald Group.
- Kameda, H., 2002. How harmful the paradox can be in Braess/Cohen-Kelly-Jeffries networks. *Proc. IEEE INFOCOM 2002*, New York.
- Koutsoupias and Papadimitriou, 1999. Worst-case equilibria. In *Proceedings of the 16th Annual Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS)*, volume 1563 of Lecture Notes in Computer Science, pp.404-413.
- Korilis, Y.A., Lazar, A.A. and Orda, A., 1995. Architecting noncooperative networks. *J. on SA in Communications*, 13, pp.1241-1251.
- Korilis, Y.A., Lazar, A.A. and Orda, A., 1999. Avoiding the Braess paradox in non-cooperative networks. *J. Appl. Prob.*, 36, pp.211-222.
- Korilis, Y.A., Lazar, A.A. and Orda, A., 1997. Capacity allocation under noncooperative routing. *Trans. on Automatic Control*, 42, pp.309-325.
- Levinson, D., 2005. Micro-foundations of congestion and pricing: a game theory perspective. *Transportation Research Part A*, 39(7), pp.691-704.
- Milchtaich, L., 2006. Network topology and the efficiency of equilibrium. *Games and Economic Behavior*, 57(2), pp.321-346.
- Murchland, J.D., 1970. Braess's paradox of traffic flow. *Transpn. Res.*, 4(4), pp.391-394.
- Nagurney, A., 2010. The negation of the Braess paradox as demand increases: The wisdom of crowds in transportation networks. *Europhysics*

Letters, 91,

Nagurney A. and Dong, J., 2001. Paradoxes in networks with zero emission links: Implications for telecommunications vs. transportation. *Transpn. Res. D* 6, pp.283-296.

Pas, E.I. and Principio, S.L., 1997. Braess' paradox: Some new insight. *Transpn. Res.*, Part B, 31, pp.265-276.

Penchina, C.M., 1997. Braess paradox: maximum penalty in a minimal critical network. *Transpn. Res. Part A*, 31, pp.379-388.

Rapoport, A., Kugler, T., Dugar, S., Gisches, E.J., 2009. choice of routes in congested traffic networks: experimental tests of the Braess paradox. *Games and Economic Behavior*, 65, pp.538-571.

Roughgarden, T., 2001. On the severity of Braess's paradox: Designing networks for selfish users is hard. *J. of Computer and System Sciences*, 72, pp.922-953.

Roughgarden, T., Tardos, E. and Walkover, A., 2005. Braess's paradox, Fibonacci numbers, and exponential inapproximability. *Proceedings ICALP 2005*, pp.497-512.

Samuelson, P.A., 1992. Tragedy of the open road: Avoiding paradox by use of regulated public utilities that charge corrected Knightian tolls. *J. of Int. and Comparative Econ.* 1, pp.3-12.

Senbil, M., Kitamura, R., 2004. Reference points in commuter departure time choice: a prospect theoretic test of alternative decision frames. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 8(1), pp.19-31.

Small, K. 1982. The Scheduling of Consumer Activities: Work Trips. *American Economic Review*, 72(3), pp.467-479.

Small, K. Verhoef, E.T., 2007. *The Economics of Urban Transportation*. part of the Taylor & Francis Group, Routledge.

Smith, M.J., 1978. In a road network, increasing delay locally can reduce delay globally. *Transpn. Res.*, 12, pp.419-422.

- Smith, M.J., 1983. The existence and calculation of traffic equilibria.
Transportation Research, Part B, 17, pp.291-303.
- Steinberg, R. and Stone, R., 1988. The prevalence of paradoxes in transportation equilibrium problems. *Transpn. Sci.* 22, pp.231-141.
- Steinberg, R. and Zangwill, W., 1983. The prevalent of Braess' paradox. *Transpn. Sci.* 17, pp.301-318.
- Stewart, N.F., 1980. Equilibrium vs system-optimal flow: some examples. *Transpn. Res.* Part A, 14, pp.81-84.
- Vickrey, W., 1969. Congestion theory and transport investment. *The American Economic Review*, 59(2), pp.251-260.
- Wardrop, J.G., 1952. Some theoretical aspects of road traffic Research. in *Proc. of the Inst. of Civil Engineers*, Part II, pp.325-378.

