



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

工學碩士 學位論文

有限要素法을 利用한 船舶用 複合材  
프로펠러의 構造特性 및 安定性에  
관한 研究

A Study on the Structural Characteristics and  
Stability of Composite Propeller for Ships  
Using Finite Element Method



指導教授 金 宗鎬

2017 年 2月

韓國海洋大學校 大學院

機關시스템工學科

김 은 빈

--- This page is intentionally blanked ---



本 論文을 김은빈의 工學碩士 學位論文으로 認准함.

委員長 工學博士 全 孝 重 (印)

委 員 工學博士 金 正 烈 (印)

委 員 工學博士 金 宗 鎬 (印)



2016年 12月 21日

韓國海洋大學校 大學院

--- This page is intentionally blanked ---



# 목 차

<b>List of Tables</b> .....	vi
<b>List of Figures</b> .....	vii
<b>Abstract</b> .....	x
<b>제 1 장 서 론</b> .....	1
1.1 연구의 배경 .....	1
1.2 연구의 내용 및 구성 .....	3
<b>제 2 장 선박 프로펠러에 대한 이론해석</b> .....	4
2.1 프로펠러 개발 흐름도 .....	4
2.2 프로펠러 이론 .....	5
2.2.1 프로펠러 운동량 이론 .....	5
2.2.2 블레이드 요소 이론 .....	10
2.3 프로펠러 블레이드의 강도 .....	13
2.3.1 추력에 의한 전단력과 굽힘모멘트 .....	14
2.3.2 토크에 의한 전단력과 굽힘모멘트 .....	17
2.3.3 블레이드 현에서의 굽힘모멘트 .....	26
2.3.4 원심력에 의한 굽힘모멘트 .....	27
2.3.5 블레이드의 강도 .....	30
2.3.6 블레이드의 진동 .....	31

<b>제 3 장 복합재(CFRP) 특성 고찰</b> .....	34
3.1 복합재(CFRP)의 개요 .....	34
3.2 복합재료 성형법(VARTM) .....	37
3.3 VARTM에 의한 CFRP 성형 공정 .....	39
3.4 프로펠러 적용소재의 기계적 특성 평가 .....	39
3.4.1 인장시험 .....	39
3.4.2 압축시험 .....	43
3.4.3 전단시험 .....	47
3.4.4 굴곡시험 .....	51
3.4.5 시험 결과 및 물성치 산정 .....	56
<b>제 4 장 유한요소 해석을 위한 모델링</b> .....	57
4.1 복합재 구성방정식 .....	57
4.1.1 이방성 재료 관계식 .....	57
4.1.2 재료의 대칭조건 .....	58
4.1.3 이방성 재료에 대한 후크의 법칙(Hooke's law) .....	58
4.1.4 응력 변환 및 변형률 변환 .....	60
4.1.5 직교 이방성 탄성체의 강성행렬과 순응행렬 .....	62
4.2 프로펠러 형상 및 제원 .....	65
4.3 프로펠러의 모델링 및 유한요소 모델 .....	65
<b>제 5 장 유한요소법을 이용한 구조 해석</b> .....	68
5.1 프로펠러의 단면 물성 .....	68
5.2 프로펠러의 재료별 구조 해석 .....	68
5.2.1 NAB 프로펠러의 구조해석 및 결과 .....	70
5.2.2 CFRP 프로펠러의 구조해석 및 결과 .....	70

5.3 프로펠러의 재료별 진동 해석 .....	74
5.3.1 NAB 프로펠러의 진동해석 및 결과 .....	74
5.3.2 CFRP 프로펠러의 진동해석 및 결과 .....	79
제 6 장   결   론 .....	84
참고문헌 .....	86





## List of Tables

<b>Table 2.1</b>	Thrust moment function, $\Omega_t$ .....	24
<b>Table 2.2</b>	Torque moment function, $\Omega_q$ .....	25
<b>Table 3.1</b>	CO <sub>2</sub> reduction effect by applying CFRP .....	37
<b>Table 3.2</b>	Condition of tensile test and dimension of specimen .....	41
<b>Table 3.3</b>	Condition of compression test and dimension of specimen .....	45
<b>Table 3.4</b>	Condition of in-plane shear test and dimension of specimen ....	49
<b>Table 3.5</b>	Condition of bending test and dimension of specimen .....	53
<b>Table 3.6</b>	Results of CFRP test .....	56
<b>Table 4.1</b>	Parameter for propeller design .....	65
<b>Table 5.1</b>	Material properties of NAB propeller .....	69
<b>Table 5.2</b>	Material properties of CFRP propeller .....	69
<b>Table 5.3</b>	Comparison of structural analysis result .....	74
<b>Table 5.4</b>	Results of propeller modal analysis .....	83

## List of Figures

Fig. 2.1	Flow chart of blade design & analysis .....	4
Fig. 2.2	Velocity variation in contracting propeller slip-stream .....	5
Fig. 2.3	Pressure variation in contracting propeller slip-stream .....	6
Fig. 2.4	Lift and drag of blade element in fluid .....	11
Fig. 2.5	Blade element at radius $r$ .....	12
Fig. 2.6	Propeller velocity diagram and its realization at a cylindrical section at radius $r$ .....	12
Fig. 2.7	Lift distribution for merchant ship propeller .....	15
Fig. 2.8	Average thrust distribution .....	15
Fig. 2.9	Average torque-force distribution .....	19
Fig. 2.10	Bending moments due to thrust and torque .....	26
Fig. 2.11	Position of the center of gravity and the intersection point N ..	29
Fig. 2.12	Location of maximum stress in the section .....	31
Fig. 3.1	Lattice structure of carbon fiber .....	35
Fig. 3.2	Comparison of specific strength .....	36
Fig. 3.3	Comparison of specific density .....	36
Fig. 3.4	Scheme of VARTM process .....	38
Fig. 3.5	CFRP manufacturing process using VARTM .....	39
Fig. 3.6	Tensile test specimens .....	42
Fig. 3.7	Tensile test of composite test specimens .....	42
Fig. 3.8	After tensile test of composite test specimens .....	43
Fig. 3.9	Compression test specimens .....	46
Fig. 3.10	Compression test of composite test specimens .....	46
Fig. 3.11	After compression test of composite test specimens .....	47
Fig. 3.12	Shear test specimens .....	50

Fig. 3.13	Shear test of composite test specimens .....	50
Fig. 3.14	After shear test of composite test specimens .....	51
Fig. 3.15	Bending test specimens .....	54
Fig. 3.16	Bending test of composite test specimens .....	54
Fig. 3.17	After bending test of composite test specimens .....	55
Fig. 4.1	Orthotropic material .....	62
Fig. 4.2	3D model of propeller .....	66
Fig. 4.3	Finite element model of propeller .....	67
Fig. 5.1	Total deformation of NAB propeller .....	71
Fig. 5.2	Von-Mises stress - the forward of NAB propeller .....	71
Fig. 5.3	Von-Mises stress - the backward of NAB propeller .....	72
Fig. 5.4	Total deformation of CFRP propeller .....	72
Fig. 5.5	Von-Mises stress - the forward of CFRP propeller .....	73
Fig. 5.6	Von-Mises stress - the backward of CFRP propeller .....	73
Fig. 5.7	3D model of 1 blade .....	75
Fig. 5.8	Finite element model of 1 blade .....	75
Fig. 5.9	Natural vibration mode of NAB propeller - 1st mode .....	76
Fig. 5.10	Natural vibration mode of NAB propeller - 2nd mode .....	76
Fig. 5.11	Natural vibration mode of NAB propeller - 3rd mode .....	77
Fig. 5.12	Natural vibration mode of NAB propeller - 4th mode .....	77
Fig. 5.13	Natural vibration mode of NAB propeller - 5th mode .....	78
Fig. 5.14	Natural vibration mode of NAB propeller - 6th mode .....	78
Fig. 5.15	Natural vibration mode of CFRP propeller - 1st mode .....	80
Fig. 5.16	Natural vibration mode of CFRP propeller - 2nd mode .....	80
Fig. 5.17	Natural vibration mode of CFRP propeller - 3rd mode .....	81
Fig. 5.18	Natural vibration mode of CFRP propeller - 4th mode .....	81

Fig. 5.19 Natural vibration mode of CFRP propeller - 5th mode ..... 82  
Fig. 5.20 Natural vibration mode of CFRP propeller - 6th mode ..... 82  
Fig. 5.21 Comparison of natural frequency ..... 83

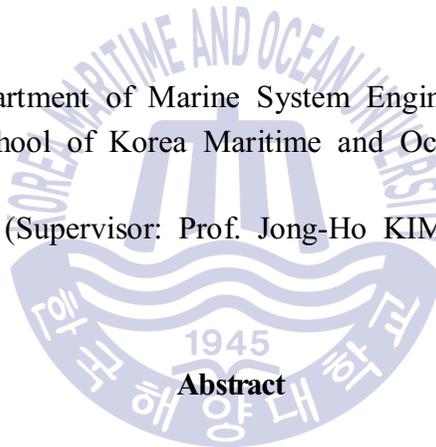


# **A Study on the Structural Characteristics and Stability of Composite Propeller for Ships Using Finite Element Method**

Eun-Bin KIM

Department of Marine System Engineering  
Graduate School of Korea Maritime and Ocean University

(Supervisor: Prof. Jong-Ho KIM)



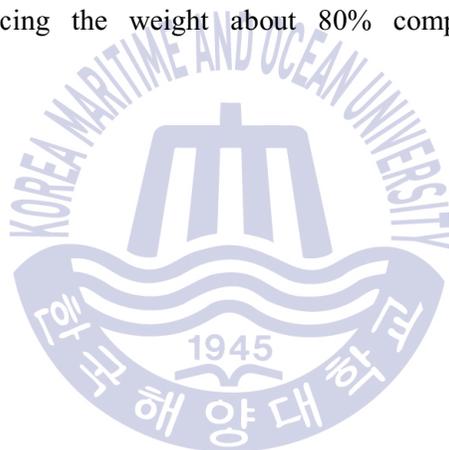
## **Abstract**

Composites are used in many kinds of fields such as the aircrafts, vehicles and wind turbines because they have the advantages of high strength, high rigidity, corrosion resistance and light weight compared to metal materials.

In the marine industry, composite materials have been used exclusively for ship and yacht hulls, but more recently, research has focused on applying composites to marine propellers. The widespread use of composite materials and the development of production technology have reduced production costs, so it can be said that the composite materials have great potential as marine propellers.

In this study, the author carried out mechanical tests of CFRP (Carbon Fiber Reinforced Plastics) specimens that can be adopted as a new marine propeller material. Consequently, CFRP materials exhibited higher strength than NAB (Nickel Aluminum Bronze casting) which is conventionally used as material for marine propellers.

And this thesis is focused on comparison of the static analysis and vibration characteristics of CFRP propeller with NAB propeller by finite element method (FEM) using ANSYS. As a result of analysis, CFRP propeller has higher safety factor than NAB propeller under the same conditions and it is more safer from the risk of vibration engineering problem. It is also confirmed that CFRP material is a new material for propellers by reducing the weight about 80% compared to conventional NAB propellers.



# 제 1 장 서 론

## 1.1 연구의 배경

복합재료(composite materials)란 두 종류 이상의 소재를 복합화 한 후에 물리적·화학적으로 각각의 소재가 원래의 상을 유지하면서 원래의 소재보다 우수한 성능을 갖도록 한 재료를 말한다. 특히, 복합재료 중 탄소섬유강화 복합재료(CFRP, Carbon Fiber Reinforced Plastics)는 기계적 특성, 내열성 및 마찰 특성이 우수하고, 강성 및 피로강도가 높으며 열에 강하고 부식하지 않는다. 또한 성형성이 우수하여 제품의 일체화가 가능한 점이 큰 특징이다. <sup>1)</sup>

일반적으로 복합재료는 강화제(reinforcement)인 유리, 탄소 섬유나 하니컴 코어(honeycomb core) 등과 같은 소재와 함께 기지재(matrix)인 수지를 혼합하여 경화시킨 재료를 일컫는다. 복합재료의 개념은 새로운 것이 아니라 오래 전부터 인간의 생활에 사용되어 왔다. 예로 우리나라 전통 건축물의 담벼락이나 벽면이 그 좋은 예라고 하겠다. 기지재로 진흙이 사용되고 강화재로 돌과 지푸라기가 사용되어 토담보다 강하고 석벽보다 유동성 있게 만들 수 있었다. <sup>2)</sup>

이러한 개념을 현대의 소재에 적용하여 오늘날의 복합 소재 관련 기술은 항공, 우주 산업뿐만 아니라 국방 산업, 스포츠 산업을 비롯한 모든 공업 분야에 널리 파급되어 이미 많은 발전 단계에 이르고 있다. 우주, 항공 분야에서는 항공기의 동체나 블레이드 등에 복합소재를 사용하고 있으며, 궁극적으로는 비행기 동체를 모두 복합재료로 만드는 것을 목표로 연구가 진행되고 있다.<sup>3)</sup> 자동차 분야에서 복합소재는 자동차의 새시(chassis), 외판 등 한정적으로 사용되어 왔지만, 미국에서는 일체화 차체구조에 적용을 목표로 차체의 CFRP 적용 프로젝트가 진행되고 있으며 최근 국내에서는 미국 GE사와 공동으로 엔지니어링 플라스틱을 사용하여 차체를 약 60 kg 경량화 하는데 성공한 바 있다.<sup>4)</sup> 조선 산업에서는 최근 유럽을 중심으로 고속 항해 및 에너지 절감을 위해 복합소재를 선체로 한 소형 선박이 제작

되고 있으며, 국내에서는 목포해양대학교에서 “CFRP 소재의 고급 크루즈 보트 개발”에 관한 연구를 수행한 바 있다.<sup>5)</sup>

그러나 조선 및 해양 분야에서는 우주, 항공 분야에 비해 복합소재를 적용한 제품이 활성화되어 있지 않고, 이를 위한 제조기술 및 제조기반 또한 매우 부족한 상태이기 때문에 관련 연구 개발은 필수적이라고 할 수 있다.

특히, 국내에서는 복합재료를 이용한 자동차나 풍력 터빈 블레이드에 대한 지속적인 연구가 이루어져 제품에 적용되어 왔으나, 선박용 동력 축이나 프로펠러에 대한 연구는 거의 이루어지지 않고 있다.

선박용 프로펠러는 대부분 NAB(Nickel Aluminum Bronze)로 제작되고 있는데, 이것과 비교하여 탄소섬유강화 복합재료로 제작된 프로펠러는 약 20~50% 중량 감소효과를 거둘 수 있을 것으로 예상된다. 일본에서는 2014년 상선에 CFRP 프로펠러를 최초로 적용하여 추진 마력을 약 9% 절감한 바 있다.<sup>7)</sup>

이와 같이 탄소섬유강화 복합재료로 제작된 프로펠러를 적용하면 중량 감소를 통해 경제적 측면, 연료 소비량 측면에서 상당한 효과를 거둘 수 있어 최근 기후변화로 대표되는 환경·에너지 문제의 현실적인 대안이 될 수 있다.<sup>6)</sup> 또한 기존의 금속재 프로펠러의 무게로 기인한 선체 진동 문제를 저감시킬 수 있으며, 높은 내부식성을 갖는 탄소섬유강화 프로펠러의 적용은 캐비테이션이나 해수에 의한 프로펠러 부식 문제도 함께 저감시킬 것으로 예상된다.

선박용 프로펠러는 경량화, 경제성, 유지관리의 편의성 등을 고려하여 VARTM(Vacuum Assisted Resin Transfer Molding)과 같은 복합재료 성형법을 이용하여 제작 가능하며, 이와 함께 추진효율을 고려한 프로펠러 성형 기술이 가능하다고 할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 선박용 복합소재 프로펠러에 적용하고자 하는 CFRP 소재 시험 및 특성 분석을 통해 물성치를 산정하고, 현재 상용화 되어 있는 금속재 프로펠러와 CFRP 프로펠러의 유한요소 해석을 수행하여 결과를 비교해 봄으로써 그 타당성 및 유효성을 검증하고자 한다.

## 1.2 연구의 내용 및 구성

본 연구에서는 선박용 복합재 프로펠러의 유한요소 해석을 통한 구조적 성능 평가를 목표로 다음과 같은 방법을 통하여 전개하였다.

프로펠러의 블레이드는 일반적으로 고체 역학의 외팔보(cantilever)로 볼 수 있기 때문에 이에 따라 현재 상용화 되어 있는 NAB 프로펠러와 CFRP 프로펠러의 구조적 특성 및 진동 특성을 비교하기 위해 재료별로 구분하여 유한요소 해석을 진행하였다.

상용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS를 이용하여 각각의 재료별 변형량 및 응력에 대한 비교 분석을 통하여 평가하였다.

본 논문의 전체적인 구성은 다음과 같다.

**제 1 장**에서는 복합소재에 대한 설명과 함께 연구의 배경, 연구 내용 및 논문의 구성에 대하여 소개하였다.

**제 2 장**에서는 프로펠러에 대한 분석을 통하여 본 연구에 사용된 선박용 프로펠러에 대한 제원(諸元), 형상, 적용소재, 구조에 대하여 설명한다.

**제 3 장**에서는 복합재 프로펠러에 대한 선행 연구, 복합재의 기계적 시험에 따른 기계적 특성 평가 및 결과에 대해서 설명한다.

**제 4 장**에서는 유한요소 해석을 위한 유한요소 이론을 설명하고 유한요소 해석에 사용된 프로펠러의 형상 및 구속조건, 하중조건 등에 대해 설명한다.

**제 5 장**에서는 현재 상용화되어 있는 금속재 프로펠러와 복합소재 프로펠러의 구조해석 결과와 진동해석 결과를 설명하고, 비교한다.

**제 6 장**에서는 본 연구의 결론을 정리한다.

## 제 2 장 선박 프로펠러에 대한 이론해석

### 2.1 프로펠러 개발 흐름도

Fig. 2.1 은 선박용 프로펠러 블레이드의 일반적인 개발 흐름도<sup>8)</sup>를 나타낸 것이다.

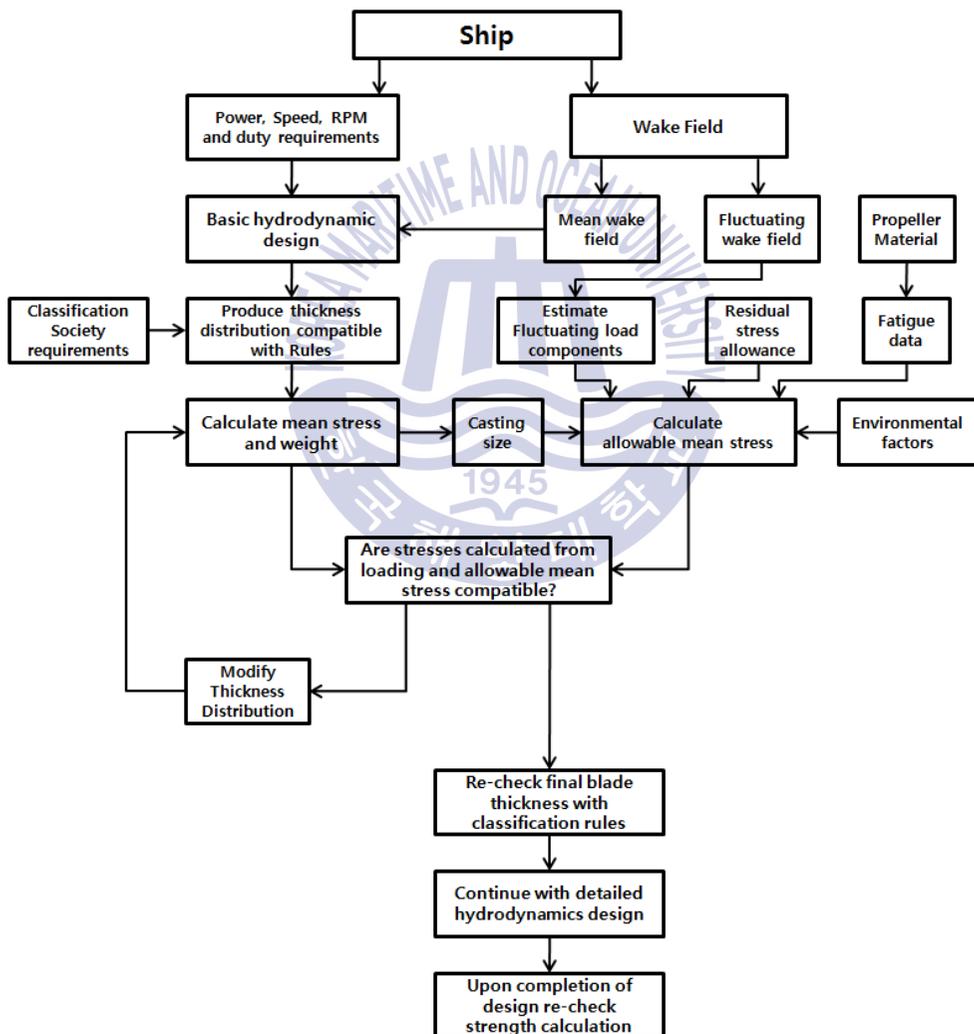


Fig. 2.1 Flow chart of blade design & analysis

## 2.2 프로펠러 이론

### 2.2.1 프로펠러 운동량 이론

프로펠러 추진의 원리와 효율에 대하여 가장 기본적인 설명을 제공하는 이론이 프로펠러 운동량 이론 (Rankine 1865 & Froude 1885)이다. 운동량 이론은 다음과 같은 기본 가정에 기반을 두고 있다.

- 프로펠러 원판을 지나서 균일하게 가속되며 유관(流管) 내에서는 속도가 균일한 1차원 유동이다.
- 점성을 무시할 수 있는 이상유동이다.
- 프로펠러가 유입유동에 제한이 없는 무한 유동장에 놓여 있다.
- 유동이 축대칭이다. 즉, 프로펠러 후류에서는 축방향 및 회전방향 유동을 고려한다.

Fig. 2.2 는 프로펠러를 지나는 동안 유체의 속도 변화를 나타낸 그림이다.

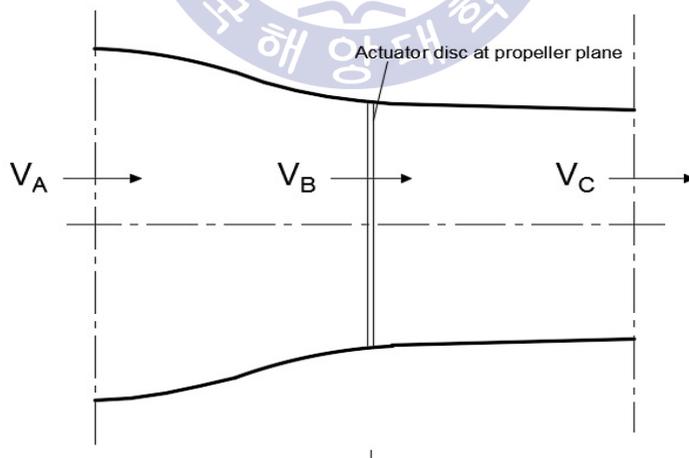


Fig. 2.2 Velocity variation in contracting propeller slip-stream

Fig. 2.3 과 같이 프로펠러에 의하여 유체에 에너지가 공급되며, 프로펠러 면을 지나면서 압력이 증가( $\Delta p$ )한다.

$$\Delta p = p_1' - p_1 \quad (2.1)$$

여기서,

$p_1$  : 블레이드 뒷면의 압력

$p_1'$  : 블레이드 앞면의 압력

$\Delta p$  : 압력 증가분

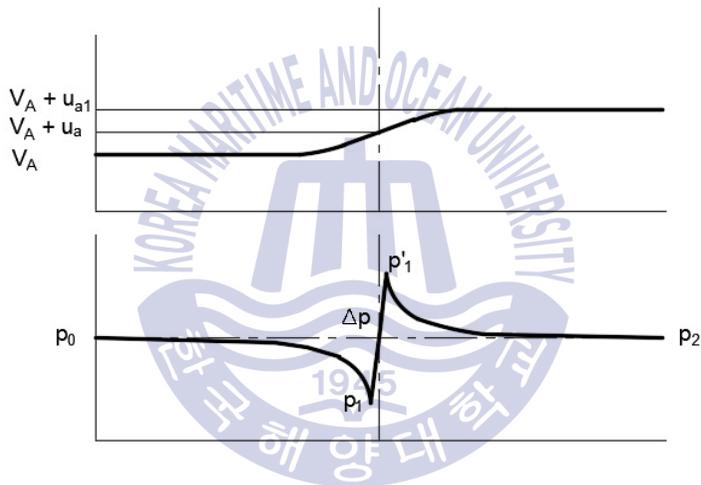


Fig. 2.3 Pressure variation in contracting propeller slip-stream

프로펠러가 내는 추력  $T$ 는

$$T = \Delta p A_0 \quad (2.2)$$

여기서,  $A_0$ 는 블레이드 면적이다.

또한, 운동량 이론에 의하면 공간에 고정된 제어체적 내 운동량의 시간 변화율은, 제어면적을 가로 지나는 순 운동량과 계에 작용하는 힘의 합으

로 나타낼 수 있다. 즉,

$$\frac{\partial}{\partial t}(Mcv)_{fixed} = \sum F_x + \sum_{in} \dot{m}v - \sum_{out} \dot{m}v \quad (2.3)$$

여기서,

$\frac{\partial}{\partial t}(Mcv)_{fixed}$  : 고정체적 내에서 시간에 따른 운동량 변화량

$\sum F_x$  : 고정체적 내에서 힘의 합

$\sum_{in} \dot{m}v - \sum_{out} \dot{m}v$  : 고정체적 내 면적을 지날 때의 운동량

이로부터 정상유동이므로  $\frac{\partial}{\partial t}(Mcv)_{fixed} = 0$  이고, 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum F_x = T = \sum_{out} \dot{m}v - \sum_{in} \dot{m}v = \dot{m}V_c - \dot{m}V_A = \dot{m}(V_c - V_A) \quad (2.4)$$

여기서,

$T$  : 추력

$\dot{m}$  : 질량 유량

$V_A$  : 블레이드 상류의 속도

$V_C$  : 블레이드 하류의 속도

이때 프로펠러에 흡수되는 힘  $P_D$  는

$$P_D = \frac{1}{2}m(V_C^2 - V_A^2) \quad (2.5)$$

이며, 이것을 추력으로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$P_D = TV_B \quad (2.6)$$

식 (2.5)와 식 (2.6)을 비교하면 프로펠러에서의 속도  $V_B$  는

$$V_B = \frac{1}{2}(V_C + V_A) \quad (2.7)$$

이며,  $V_B$ 와  $V_C$  를 속도  $V_A$  로 표현하면

$$\left. \begin{aligned} V_B &= V_A + u_a \\ V_C &= V_A + u_{a1} \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

여기서,

$u_a$  : 위치 B에서의 증가 속도

$u_{a1}$  : 위치 C에서의 증가 속도

또한, A, B, C 점을 지나는 동안 유량은 같으므로

$$\left. \begin{aligned} Q_A &= Q_B = Q_C \\ V_A A_A &= (V_A + u_a) A_B = (V_A + u_{a1}) A_C \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

여기서,

$$A_A = \frac{\pi D_A^2}{4}, \quad A_B = \frac{\pi D^2}{4}, \quad A_C = \frac{\pi D_C^2}{4}$$

이므로

$$\left. \begin{aligned} D_A^2 &= \frac{V_A + u_a}{V_A} D^2 \\ D_C^2 &= \frac{V_A + u_a}{V_A + u_{a1}} D^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

가 됨을 알 수 있다. A에서 C를 지나는 동안 운동량은

$$\rho V_A^2 A_A - \rho (V_A + u_{a1})^2 A_C + T = 0 \quad (2.11)$$

이며, 이것을 식 (2.10)을 이용하여 나타내면

$$T = \frac{\pi}{4} D^2 \rho (V_A + u_a) u_{a1} \quad (2.12)$$

베르누이(Bernoulli) 방정식을 상류와 하류의 유관에 적용하면

$$\frac{1}{2} \rho V_A^2 + p_A = \frac{1}{2} \rho (V_A + u_a)^2 + p_B \quad (2.13)$$

$$\frac{1}{2} \rho (V_A + u_{a1})^2 + p_C = \frac{1}{2} \rho (V_A + u_a)^2 + p_B + \Delta p \quad (2.14)$$

식 (2.14)에서 식 (2.13)을 빼면,  $p_A = p_C$  이므로

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho (2V_A u_{a1} + u_{a1}^2) \quad (2.15)$$

따라서 프로펠러 추력을 나타내는 두 번째 공식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = \frac{\pi}{4} D^2 \rho \left( V_A + \frac{u_{a1}}{2} \right) u_{a1} \quad (2.16)$$

그리고 식 (2.12)와 식 (2.16)을 비교해 보면

$$u_{a1} = 2u_a \quad (2.17)$$

위로부터 프로펠러 면에서 증가되는 속도량은 무한하류에서 증가되는 속도량의 1/2 임을 알 수 있다. 속도가  $V_A \Rightarrow V_A + u_a \Rightarrow V_A + 2u_a$ 로 변하는

동안, 압력은  $p_0 \Rightarrow p_1 \Rightarrow jump \Rightarrow p_1' \Rightarrow p_0$  로 변해 가는 것을 알 수 있다. 식 (2.15)와 식 (2.17)로부터 프로펠러 추력과 속력과의 관계를 나타내면,

$$T = \frac{\pi}{4} D^2 \rho (V_A + u_a) 2u_a \quad (2.18)$$

이며, 이것이 프로펠러에 작용하는 하중이 된다.<sup>9)</sup>

### 2.2.2 블레이드 요소이론

프로펠러 운동량 이론에서는 수류와 추력의 관계를 설명하였는데, 프로펠러의 각 부분이 어떤 힘을 내고 있는지 알 수 없다. 즉, 블레이드 수, 블레이드 윤곽, 블레이드 단면형상 등 프로펠러 제원(諸元)이 성능에 미치는 영향을 구체적으로 반영할 수 없다는 한계가 있다.

블레이드 요소이론은 비행기 블레이드에 대한 양력과 항력 이론을 받아들임으로서 완성되었다. 프로펠러 블레이드를 반경방향에 따라 많은 블레이드 요소로 나누고 각 블레이드 요소에서 생기는 추력 및 토크를 계산하고, 이것을 블레이드 전체에 걸쳐 반경방향으로 적분하여 프로펠러 전체에 대한 추력과 토크를 구하는 방법이다. 이 이론에서는 프로펠러 제원(諸元)의 영향을 고려할 수 있다.

**Fig. 2.4**는 블레이드 요소가 유체 속을 지날 때 양력  $L$ 과 항력  $D$ 가 발생하는 그림이다. 유체는 수평방향으로  $V_\infty$  [m/s]의 유속을 갖고 평행하게 흐른다고 보고 블레이드가 유체의 방향에 대해 각도  $\alpha$ (입사각)가 되도록 설치되어 있을 때, 블레이드 단면은 유체에 의해 상방향으로 올려지는 힘의 작용을 받는다. 이 힘  $L$ 을 양력(lift)이라 하며 이것은 유체 흐름 방향에 직각으로 된다. 한편, 물의 마찰저항 때문에 블레이드에 저항력이 발생하는데, 이 힘  $D$ 를 항력(drag)이라 하며 유체의 흐름과 같은 방향으로 작용한다.<sup>10)</sup>

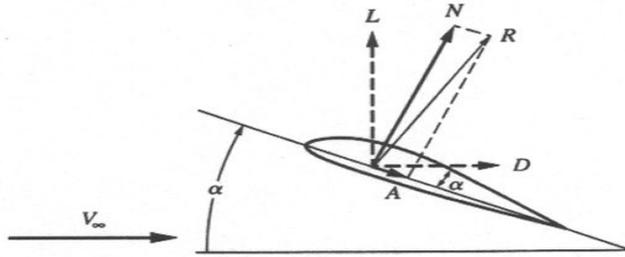


Fig. 2.4 Lift and drag of blade element in fluid

블레이드 요소를 그림을 표현하면 다음 Fig. 2.5 와 같다. Fig. 2.5의  $dr$ 를 전개하면 Fig. 2.6과 같은 단면을 얻을 수 있으며 이것을 블레이드 요소라 한다. Fig. 2.6의 속도 다이어그램에서는 유입유동  $V_R$  방향으로 점성 유동에 의한 항력  $dD$ 가 작용하고 있음을 함께 보여주고 있다. 양력  $dL$ 과 항력  $dD$ 의 축방향 성분이 프로펠러 추력에 기여하게 되며 이 값을 프로펠러 허브  $r_H$ 에서 블레이드 끝  $R$ 까지 적분하면 추력  $T$ 를 얻을 수 있다.

$$T = Z \int_{r_H}^R dT dr = Z \int_{r_H}^R (dL \cos \beta - dD \sin \beta) dr \quad (2.20)$$

여기서,  $Z$ 는 블레이드 수이다. 양력과 항력의 회전방향성분에 의한 모멘트를 동일한 방법으로 적분하면 토크  $Q$ 를 얻을 수 있다.<sup>11)</sup>

$$\begin{aligned} Q &= Z \int_{r_H}^R dQ dr = Z \int_{r_H}^R dF r dr \\ &= Z \int_{r_H}^R (dL \sin \beta + dD \cos \beta) r dr \end{aligned} \quad (2.21)$$

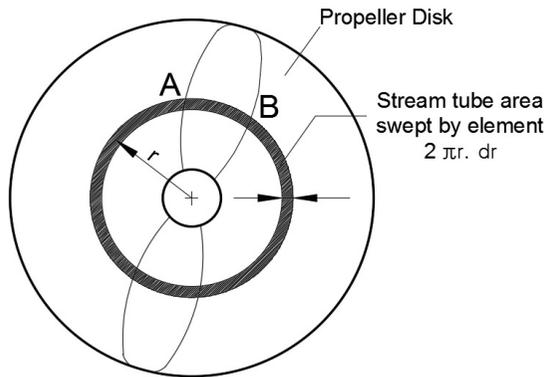


Fig. 2.5 Blade element at radius  $r$

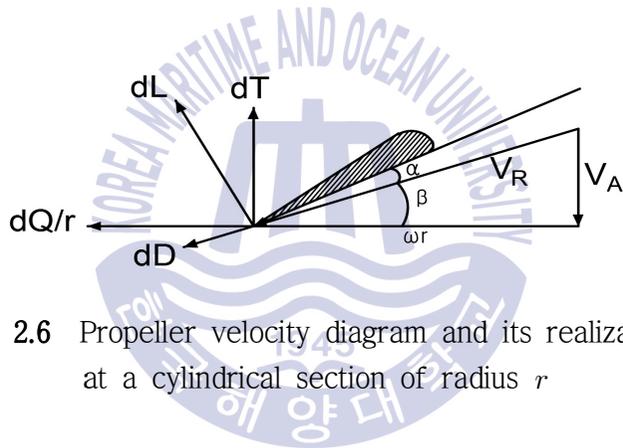


Fig. 2.6 Propeller velocity diagram and its realization at a cylindrical section of radius  $r$

여기서,

$dD$  : 항력

$dL$  : 양력

$dQ$  : 토크

$dT$  : 추력

$V_A$  : 전진속도

$V_R$  : 결과속도

$\alpha$  : 받음각

$\beta$  : 유체역학 피치각도

$\omega_r$  : 회전 속도

$V_R$  는 다음과 같이 나타낸다.

$$V_R = \sqrt{V_A^2 + \omega_r^2} \quad (2.19)$$

### 2.3 프로펠러 블레이드의 강도

프로펠러의 설계 방법은 작은 스케일의 프로펠러를 개방 수중에서 시험하여 도출한 설계 자료를 이용하는 방법과 이론과 시험에 의해 전개된 적절한 형상의 수중 스크류 프로펠러 순환 이론에 기초하여 설계하는 방법이 있다. 프로펠러는 이 두 가지 방법 중 하나 또는 두 가지 방법을 결합하여 설계하며, 어떤 방법을 사용하든지 설계의 목적은 프로펠러가 최적의 효율과 적절한 블레이드의 강도를 가지도록 하는 것이다. 프로펠러 블레이드의 강도는 하나 또는 그 이상의 프로펠러 단면에서 연응력(緣應力)의 계산에 의한 질량 효과를 고려하여 힘과 모멘트를 계산하고 있으나, 수학적 복잡성에 따라 계산에 요구되는 시간이 다르다. 가장 간단한 방법으로 블레이드를 반경방향으로 분포하는 추력과 토크를 받는 외팔보로 취급한다. 더 복잡한 방법은 블레이드를 Taylor의 순환이론<sup>12)</sup>에 의해 계산된 양력과 항력에 의한 하중을 받는 외팔보로 취급하는 방법이다. 가장 복잡한 방법은 Taylor의 셸(shell)이론<sup>13)</sup>에 의해 블레이드를 다양한 힘이 분포되어 가해지는 하중을 받는 얇은 셸(shell)로 취급한다. 이 방법들은 블레이드의 응력 상태를 개략적인 상태로 단순화하여 계산하기 때문에 장점과 단점이 있으나 실제로 선박의 해상에서의 움직임과 블레이드의 진동에 의해 발생하는 응력을 정확하게 계산하기는 어렵다.

Taylor는 프로펠러 블레이드를 반경에 따라 선형적으로 분포되는 추력과 토크를 받는 외팔보로 가정하였고, 추력과 토크에 의해 굽힘 모멘트가 발생한다고 하였으며, 경사진 블레이드에서 원심력에 의한 굽힘모멘트가 작용한다고 보았다.

### 2.3.1 추력에 의한 전단력과 굽힘모멘트

추력과 토크에 의한 힘은 양력(揚力)의 성분이며, 이론적 양력은 Taylor의 순환 이론<sup>12)</sup>에 의해 계산하는데 반경방향으로 양력의 분포를 나타내면 Fig. 2.7 과 같다.

양력 분포곡선은 다양한 설계요소와 설계자에 따라 약간의 차이를 보이지만 근본적으로 비슷한 경향을 보이고 있으므로 여러 가지 설계 변수에서 양력의 분포는 상대적으로 큰 영향을 미치지 않기 때문에 양력 분포곡선에서 다음과 같이 평균값을 도출하였다.<sup>14)</sup>

$$y_t = 3.5x^2\sqrt{(1-x)} \quad (2.22)$$

여기서,

$y_t$  : 임의 반경에서의 추력비

$x$  : 프로펠러 반경에 대한 임의 반경비  $x = \frac{r}{R}$

$R$  : 프로펠러 반경

Fig. 2.8 에 식 (2.22)를 계산한 곡선과 Fig. 2.7 을 비교하였으며, 이것은 식 (2.22)가 실용적인 목적에 적합함을 알 수 있다.

식 (2.22)에 블레이드의 단위 길이당 평균 추력을 곱하면 다음과 같이 추력 분포식을 얻을 수 있다.

$$\frac{dT}{Z} = 3.5k_t x^2 \sqrt{(1-x)} R dx \quad (2.23)$$

여기서,

$k_t$  : 블레이드 단위 길이당 추력

$T$  : 프로펠러 총 추력

$Z$  : 블레이드 수

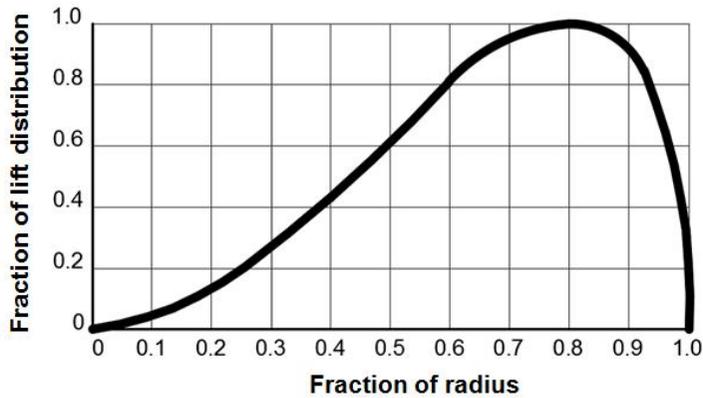


Fig. 2.7 Lift distribution for merchant ship propeller

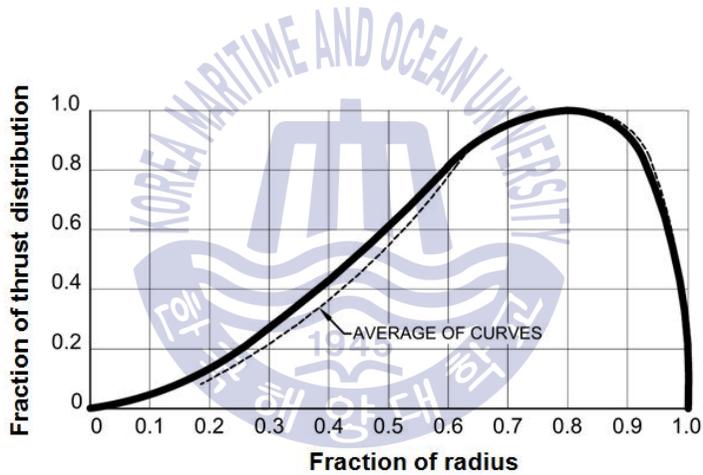


Fig. 2.8 Average thrust distribution

식 (2.23)을  $x = x_0$  에서  $x = 1$  까지 적분하면

$$\begin{aligned}
 \frac{T_0}{Z} &= 3.5 R k_t \int_{x_0}^1 x^2 \sqrt{1-x} dx \\
 &= R k_t \left[ \frac{1}{15} (8 + 4x_0 + 3x_0^2 - 15x_0^3) \sqrt{1-x_0} \right] \\
 &= R k_t \varphi_1(x_0)
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

여기서,

$$\varphi_1(x_0) = \frac{1}{15}(8 + 4x_0 + 3x_0^2 - 15x_0^3)\sqrt{1-x_0}$$

식(2.24)의 좌변항은 블레이드 반경  $r_0$  에서 반경 끝까지의 추력이고, 이것은 보 이론에 의하여 반경  $r_0$ 에서의 추력과 같으므로 식(2.25)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} (S_t)_0 &= Rk_t \varphi_1(x_0) \\ (S_t)_h &= Rk_t \varphi_1(x_h) \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

여기서,

$(S_t)_0$  : 반경  $r_0$ 에서의 전단력

$(S_t)_h$  : 허브 반경  $r_h$ 에서의 전단력

식(2.24)와 식(2.25)에서  $k_t$ 의 값은 아직 알 수 없으나, 블레이드 1개당 프로펠러 추력은 허브에서의 전단력과 같으므로 식(2.25)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k_t = \frac{(S_t)_h}{R\varphi_1(x_h)} = \frac{T}{zR\varphi_1(x_h)} \quad (2.26)$$

$$(S_t)_0 = \frac{T}{Z} \frac{\varphi_1(x_0)}{\varphi_1(x_h)} \quad (2.27)$$

보 이론으로부터 도출된 결과를 확장시키면, 반경  $r_0$ 인 단면에서의 굽힘모멘트는 식(2.23)을 두 번 적분하면 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
M_{t_0} &= R \int_{x_0}^1 S_{t_x} dx = 3.5 R^2 k_t \int_{x_0}^1 \int_x^1 x^2 \sqrt{1-x} dx dx \\
&= \frac{1}{15} R^2 k_t \int_{x_0}^1 (8 + 4x + 3x^2 - 15x^3) \sqrt{1-x} dx \\
&= R^2 k_t \left[ \frac{2}{45} (8 - 8x_0 - 3x_0^2 - 2x_0^3 + 5x_0^4) \sqrt{1-x_0} \right] \\
&= R^2 k_t \varphi_2(x_0)
\end{aligned} \tag{2.28}$$

여기서,

$$\varphi_2(x_0) = \frac{2}{45} (8 - 8x_0 - 3x_0^2 - 2x_0^3 + 5x_0^4) \sqrt{1-x_0}$$

식 (2.26)의  $k_t$  값을 식 (2.28)에 대입하여 추력에 의해 발생하는 반경과 허브 반경에서의 굽힘모멘트를 구하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned}
M_{t_0} &= \frac{TR}{Z} \frac{\varphi_2(x_0)}{\varphi_1(x_h)} \\
M_{t_h} &= \frac{TR}{Z} \frac{\varphi_2(x_h)}{\varphi_1(x_h)}
\end{aligned} \right\} \tag{2.29}$$

### 2.3.2 토크에 의한 전단력과 굽힘모멘트

추력과 토크는 독립적인 힘이 아니고 양력(揚力)의 성분이기 때문에 블레이드 효율에 의해 추력 분포 곡선으로부터 토크 분포곡선을 도출할 수 있다. 블레이드 효율  $e_e$  는 다음과 같다.

$$e_e = \frac{dTv_a}{2\pi n d Q} = \frac{dTv_a}{2\pi n R x d F_q} \tag{2.30}$$

여기서,

- $e_e$  : 블레이드 효율
- $dF_q$  : 토크에 상응하는 힘
- $dQ$  : 프로펠러 토크 분포
- $n$  : 초당 회전수 [rps]
- $v_a$  : 전진속도

식 (2.30) 을 다음과 같이 변형시킨다.

$$\frac{dF_q}{Z} = \frac{dT}{\pi Z x} \left[ \frac{v_a}{nD} \right] \frac{1}{e_e} = \frac{dT}{\pi Z x} J \frac{1}{e_e} \quad (2.31)$$

여기서,

$$J = \frac{V_a}{nD} : \text{프로펠러 전진계수}$$

식 (2.31)과 식 (2.23)을 결합시키면 식 (2.32)를 얻을 수 있다.

$$\frac{dF_q}{Z} = 3.5 \frac{JR}{\pi e_e} k_t x \sqrt{1-x} dx \quad (2.32)$$

위 식을 적분하기 전에 먼저  $e_e$  에 대해 가정해야 한다. 순환이론에 의하면 블레이드의 적절한 피치에 의해 일정한  $e_e$  가 만들어질 때, 최고 효율을 얻는다. 순환이론은 프로펠러 실제 설계에 널리 사용되고 있으며 대부분의 설계에서  $e_e$  를 대략적으로 일정하다고 가정한다. 따라서  $e_e$  를 반경에 독립적이고 프로펠러 효율  $e$  에 비례한다고 가정하면 아래와 같다.

$$\frac{dF_q}{Z} = 3.5 \left[ \frac{JR}{\pi e} \right] k_q x \sqrt{1-x} dx = 3.5A k_q x \sqrt{1-x} dx \quad (2.33)$$

여기서,

$$A = \frac{JR}{\pi e}$$

$e$  : 프로펠러 효율

또한,  $k_q$ 는  $k_t$ 와  $e$ 의 비례값인  $e_e$ 의 결합에 따라 일정한 값이 되고, 식 (2.33)의 타당성은 Kretschmer's Data 에 의해 확인할 수 있다<sup>14)</sup>. 2.3.1 항에서 인용했던 Kretschmer의 참조내용은 추려뿐만 아니라 Fig. 2.9 와 같이 토크에 대한 기준을 알 수 있으며, 두 개 곡선의 일반적인 형태가 같으므로 타당함을 알 수 있다.

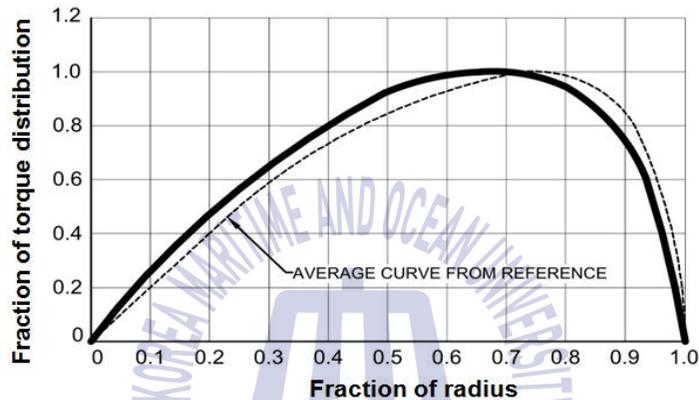


Fig. 2.9 Average torque-force distribution

2.3.1 항에서와 같이  $x$  에 따른 토크 값을 유추하면 토크에 의한 전단력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 (S_q)_0 &= 3.5Ak_q \int_{x_0}^1 x \sqrt{1-x} dx \\
 &= Ak_q \left[ \frac{7}{15}(2+x_0-3x_0^2)\sqrt{1-x} \right] \\
 &= Ak_q \psi_1(x_0)
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

여기서,

$$\psi_1(x_0) = \left[ \frac{7}{15}(2+x_0-3x_0^2)\sqrt{1-x} \right]$$

허브에서의 전단력이 블레이드 전체 토크와 같으므로  $k_q$  는 다음과 같다.

$$k_q = \frac{F_q}{ZA\psi_1(x_h)} \quad (2.35)$$

따라서 전단력  $(S_q)_0$  는

$$(S_q)_0 = \frac{F_q}{Z} \frac{\psi_1(x_0)}{\psi_1(x_h)} \quad (2.36)$$

토크에 의한 굽힘모멘트는 식 (2.33)을 두 번 적분함으로써 얻을 수 있으며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (M_q)_0 &= 3.5Ak_q \int_{x_0}^1 \int_x^1 x \sqrt{1-x} dx dx \\ &= \frac{7}{15} ARk_q \int_{x_0}^1 (2+x-3x^2) \sqrt{1-x} dx \\ &= ARk_q \left[ \frac{2}{15} (4-5x_0-2x_0^2+3x_0^3) \sqrt{1-x_0} \right] \\ &= ARk_q \psi_2(x_0) \end{aligned} \quad (2.37)$$

여기서,

$$\psi_2(x_0) = \left[ \frac{2}{15} (4-5x_0-2x_0^2+3x_0^3) \sqrt{1-x_0} \right]$$

식 (2.35)의  $k_q$  를 식 (2.37)에 대입하면

$$(M_q)_0 = R \frac{F_q}{Z} \frac{\psi_2(x_0)}{\psi_1(x_h)} \quad (2.38)$$

식 (2.38)은 토크에 의한 힘  $F_q$  에 대한 굽힘모멘트이며, 이 힘은 명시적으로 잘 알려져 있지 않기 때문에 아래와 같이 잘 알려진 역학이론을 적용

함으로써 프로펠러 토크  $Q$  나 마력  $P$  에 대한  $(S_q)_0$  와  $(M_q)_0$  를 표현할 수 있다.

$$(M_q)_0 = (S_q)_0 [(\bar{r}_q)_0 - r_0] = (S_q)_0 R [(\bar{x}_q)_0 - x_0] \quad (2.39)$$

여기서,  $(\bar{r}_q)_0$  는 중심에서 반경방향 거리이다.

앞서 유도한  $(S_q)_0$  와  $(M_q)_0$  를 식 (2.39) 에 대입하여 정리하면,

$$\left. \begin{aligned} (\bar{x}_q)_0 &= x_0 + \frac{\psi_2(x_0)}{\psi_1(x_0)} \\ (\bar{x}_q)_h &= x_h + \frac{\psi_2(x_h)}{\psi_1(x_h)} \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

정의에 따라 프로펠러 토크  $Q$  는 다음과 같다.

$$Q = (F_q)_h (\bar{r}_q)_h \quad (2.41)$$

따라서

$$(F_q)_h = \frac{Q}{R(\bar{x}_q)_h} = \frac{Q\psi_1(x_h)}{R[x_h\psi_1(x_h) + \psi_2(x_h)]} = \frac{Q}{R} \frac{\psi_1(x_h)}{\varphi_1(x_h)} \quad (2.42)$$

$$(S_q)_0 = \frac{Q}{ZR} \frac{\psi_1(x_0)}{\varphi_1(x_h)} \quad (2.43)$$

$$(M_q)_0 = \frac{Q}{Z} \frac{\psi_2(x_0)}{\varphi_1(x_h)} \quad (2.44)$$

여기서,  $P$ ,  $e$ ,  $H$  를 다음과 같이 정의하고

$$P = \frac{2\pi QN}{33,000} \quad (2.45)$$

$$e = \frac{T v_a}{2\pi Q n} \quad (2.46)$$

$$H = \frac{16,500 P}{N Z} = \frac{Q \pi}{Z} \quad (2.47)$$

여기서,

$e$  : 프로펠러 효율

$H$  : 프로펠러 토크에 비례하는 양

$N$  : 분당 회전수

$P$  : 프로펠러 마력

식 (2.36), (2.29), (2.43), (2.44)에 대입하면 다음과 같다.

$$(S_t)_0 = \frac{H e}{R J} \frac{\varphi_2(x_0)}{\varphi_1(x_h)} = \frac{H e}{R J} (\Gamma_t)_0 \quad (2.48)$$

$$(M_t)_0 = \frac{H e}{J} \frac{\varphi_2(x_0)}{\varphi_1(x_h)} = \frac{H e}{J} (\Omega_t)_0 \quad (2.49)$$

$$(S_q)_0 = \frac{H}{R \pi} \frac{\psi_1(x_0)}{\varphi_1(x_h)} = \frac{H}{R} (\Gamma_q)_0 \quad (2.50)$$

$$(M_q)_0 = \frac{H}{\pi} \frac{\psi_2(x_0)}{\varphi_1(x_h)} = H (\Omega_q)_0 \quad (2.51)$$

여기서,

$$\varphi_1(x_0) = \frac{1}{15} (8 + 4x_0 + 3x_0^3 - 15x_0^3) \sqrt{1-x_0}$$

$$\varphi_1(x_h) = \frac{1}{15} (8 + 4x_h + 3x_h^3 - 15x_h^3) \sqrt{1-x_h}$$

$$\varphi_2(x_0) = \frac{2}{45} (8 - 8x_0 - 3x_0^2 - 2x_0^3 + 5x_0^4) \sqrt{1-x_0}$$

$$\psi_1(x_0) = \frac{7}{15} (2 + x_0 - 3x_0^2) \sqrt{1-x_0}$$

$$\psi_2(x_0) = \frac{2}{15}(4 - 5x_0 - 2x_0^2 + 3x_0^3)\sqrt{1-x_0}$$

그리고 변수  $x_0$ 와  $x_h$ 의 함수로 아래와 같이 정리할 수 있다

$$(\Gamma_t)_0 = \frac{\varphi_1(x_0)}{\varphi_1(x_h)} \quad (2.52)$$

$$(\Omega_t)_0 = \frac{\varphi_2(x_0)}{\varphi_1(x_h)} \quad (2.53)$$

$$(\Gamma_q)_0 = \frac{1}{\pi} \frac{\psi_1(x_0)}{\varphi_1(x_h)} \quad (2.54)$$

$$(\Omega_q)_0 = \frac{1}{\pi} \frac{\psi_2(x_0)}{\varphi_1(x_h)} \quad (2.55)$$

Table 2.1 과 Table 2.2 는 상기  $(\Omega_t)_0$ 와  $(\Omega_q)_0$ 를 계산하여 나타낸 것이다.



**Table 2.1** Thrust moment function,  $\Omega_t$

$x_n$	$x = r/R$								
	0.2	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
0.15	0.4708	0.4216	0.3733	0.2808	0.1966	0.1240	0.06639	0.02642	0.005108
0.16	0.4714	0.4222	0.3738	0.2812	0.1968	0.1242	0.06649	0.02646	0.005116
0.17	0.4722	0.4229	0.3744	0.2817	0.1972	0.1244	0.06660	0.02650	0.005124
0.18	0.4731	0.4237	0.3751	0.2822	0.1975	0.1246	0.06672	0.02655	0.005134
0.19	0.4741	0.4245	0.3759	0.2828	0.1979	0.1248	0.06686	0.02661	0.005144
0.20	0.4751	0.4255	0.3767	0.2834	0.1984	0.1251	0.06701	0.02667	0.005156
0.21	0.4763	0.4266	0.3777	0.2841	0.1989	0.1254	0.06718	0.02673	0.005169
0.22	0.4777	0.4277	0.3787	0.2849	0.1994	0.1258	0.06737	0.02681	0.005183
0.23	0.4791	0.4290	0.3799	0.2858	0.2000	0.1262	0.06757	0.02689	0.005199
0.24	0.4806	0.4304	0.3811	0.2867	0.2007	0.1266	0.06779	0.02697	0.005216
0.25	0.4823	0.4319	0.3824	0.2877	0.2014	0.1270	0.06803	0.02707	0.005234
0.26	0.4842	0.4336	0.3839	0.2888	0.2022	0.1275	0.06829	0.02717	0.005254
0.27	0.4862	0.4354	0.3855	0.2900	0.2030	0.1280	0.06857	0.02729	0.005276
0.28	0.4883	0.4373	0.3871	0.2913	0.2039	0.1286	0.06887	0.02741	0.005299
0.29	0.4906	0.4391	0.3890	0.2926	0.2048	0.1292	0.06920	0.02754	0.005324
0.30	0.4931	0.4416	0.3910	0.2941	0.2059	0.1299	0.06955	0.02767	0.005351
0.31	0.4958	0.4440	0.3931	0.2957	0.2070	0.1306	0.06992	0.02782	0.005380
0.32	0.4986	0.4465	0.3954	0.2974	0.2082	0.1313	0.07032	0.02798	0.005411
0.33	0.5017	0.4492	0.3978	0.2992	0.2095	0.1321	0.07075	0.02815	0.005444
0.34	0.5049	0.4521	0.4003	0.3012	0.2108	0.1330	0.07121	0.02834	0.005479
0.35	0.5084	0.4553	0.4031	0.3032	0.2123	0.1339	0.07170	0.02853	0.005517
0.36	0.5121	0.4586	0.4060	0.3055	0.2138	0.1349	0.07222	0.02874	0.005557
0.37	0.5160	0.4621	0.4092	0.3078	0.2154	0.1359	0.07278	0.02896	0.005599
0.38	0.5202	0.4658	0.4125	0.3103	0.2172	0.1370	0.07337	0.02920	0.005645
0.39	0.5247	0.4698	0.4160	0.3130	0.2191	0.1382	0.07400	0.02945	0.005693
0.40	0.5294	0.4741	0.4198	0.3158	0.2210	0.1394	0.07466	0.02971	0.005745

**Table 2.2** Torque moment function,  $\Omega_q$

$x_n$	$x = r/R$								
	0.2	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
0.15	0.2110	0.1854	0.1609	0.1162	0.07791	0.04703	0.02409	0.009175	0.001697
0.16	0.2113	0.1857	0.1612	0.1164	0.07803	0.04710	0.02413	0.009188	0.001700
0.17	0.2117	0.1860	0.1615	0.1166	0.07816	0.04718	0.02417	0.009203	0.001703
0.18	0.2121	0.1864	0.1618	0.1168	0.07830	0.04727	0.02422	0.009220	0.001706
0.19	0.2125	0.1868	0.1621	0.1170	0.07846	0.04736	0.02427	0.009239	0.001710
0.20	0.2130	0.1872	0.1625	0.1173	0.07864	0.04747	0.02432	0.009260	0.001714
0.21	0.2135	0.1876	0.1629	0.1176	0.07883	0.04759	0.02438	0.009283	0.001718
0.22	0.2141	0.1881	0.1633	0.1179	0.07905	0.04772	0.02445	0.009309	0.001723
0.23	0.2147	0.1887	0.1638	0.1182	0.07929	0.04786	0.02452	0.009337	0.001728
0.24	0.2154	0.1893	0.1644	0.1186	0.07955	0.04802	0.02460	0.009367	0.001734
0.25	0.2162	0.1900	0.1650	0.1190	0.07983	0.04819	0.02468	0.009400	0.001740
0.26	0.2170	0.1907	0.1656	0.1195	0.08013	0.04837	0.02478	0.009436	0.001746
0.27	0.2179	0.1915	0.1663	0.1200	0.08046	0.04857	0.02488	0.009475	0.001753
0.28	0.2189	0.1923	0.1670	0.1205	0.08082	0.04879	0.02500	0.009517	0.001761
0.29	0.2199	0.1932	0.1678	0.1211	0.08120	0.04902	0.02512	0.009562	0.001769
0.30	0.2210	0.1942	0.1686	0.1217	0.08161	0.04927	0.02524	0.009610	0.001778
0.31	0.2222	0.1953	0.1695	0.1224	0.08205	0.04944	0.02538	0.009662	0.001788
0.32	0.2235	0.1964	0.1705	0.1231	0.08252	0.04982	0.02552	0.009717	0.001798
0.33	0.2249	0.1976	0.1716	0.1238	0.08303	0.05012	0.02568	0.009776	0.001809
0.34	0.2263	0.1989	0.1727	0.1246	0.08357	0.05045	0.02585	0.009840	0.001821
0.35	0.2278	0.2003	0.1739	0.1255	0.08414	0.05079	0.02602	0.009908	0.001833
0.36	0.2295	0.2017	0.1751	0.1264	0.08475	0.05116	0.02621	0.009980	0.001847
0.37	0.2313	0.2033	0.1765	0.1274	0.08540	0.05155	0.02641	0.01006	0.001861
0.38	0.2332	0.2049	0.1779	0.1284	0.08610	0.05197	0.02663	0.01014	0.001876
0.39	0.2352	0.2067	0.1794	0.1295	0.08684	0.05241	0.02686	0.01023	0.001891
0.40	0.2373	0.2085	0.1810	0.1307	0.08762	0.05289	0.02710	0.01032	0.001909

### 2.3.3 블레이드 현에서의 굽힘모멘트

굽힘모멘트  $M_t$ 와  $M_q$ 는 회전하는 프로펠러에서 추력과 토크의 평면에서 결합하여 발생한다. 그러나 정적상태에서 가정하였기 때문에 정적 문제로 취급하면 블레이드는 원심력과 유체력을 받는 고정된 블레이드로 볼 수 있다. 따라서 우회전하는 프로펠러에서 추력과 토크의 결합은 Fig. 2.10 과 같이 나타난다.

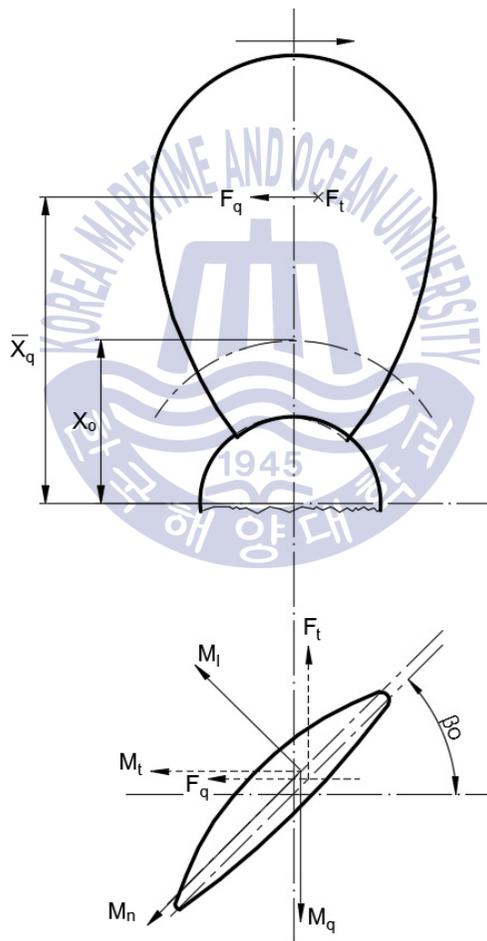


Fig. 2.10 Bending moments due to thrust and torque

현에 평행한  $z$  축과 현의 단면에 수직인  $y$  축으로 새로운 축을 선택하여  $M_t$ 와  $M_q$  를 새로운 축에서 표현하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} [M_p]_{n0} &= (M_t)_0 \cos \beta_0 + (M_q)_0 \sin \beta_0 \\ [M_p]_{10} &= (M_t)_0 \sin \beta_0 - (M_q)_0 \cos \beta_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.56)$$

여기서,  $\beta_0$ 는 반경  $r_0$ 에서의 피치각이다.

식 (2.49)와 (2.51)의  $(M_t)_0$ 와  $(M_q)_0$ 를 식 (2.56)에 대입하여 정리하면,

$$[M_p]_{n0} = H \left\{ \frac{e}{J} (\Omega_t)_0 \sin \beta_0 + (\Omega_q)_0 \cos \beta_0 \right\} \quad (2.57)$$

$$[M_p]_{10} = H \left\{ \frac{e}{J} (\Omega_t)_0 \sin \beta_0 - (\Omega_q)_0 \cos \beta_0 \right\} \quad (2.58)$$

위 식을 삼각함수법으로 간단하게 정리하면 다음과 같이 된다.

$$[M_p]_{n0} = \frac{H}{\beta_0} \left\{ (\Omega_t)_0 \frac{e}{J} + (\Omega_q)_0 \tan \beta_0 \right\} = \frac{H}{\beta_0} (\Omega_n)_0 \quad (2.59)$$

$$[M_p]_{10} = \frac{H}{\beta_0} \left\{ (\Omega_t)_0 \frac{e}{J} \tan \beta_0 - (\Omega_q)_0 \right\} = \frac{H}{\beta_0} (\Omega_l)_0 \quad (2.60)$$

여기서,  $\overline{\beta_0} = \sqrt{1 + \tan^2 \beta_0}$  이다.

### 2.3.4 원심력에 의한 굽힘모멘트<sup>15)</sup>

원심력에 의한 프로펠러 블레이드 단면의 응력은 많은 요소에 의해 결정된다. Taylor, Romsom 은 블레이드의 외형과, 두께 분포 및 단면의 형상 등에 따라 원심력에 의한 응력 계산을 하였다. 원심력에 의한 응력은 간단한 방법으로 결정될 수 있다.<sup>16,17)</sup>

먼저 프로펠러 블레이드에서의 원심력을 보기 위해 프로펠러 블레이드 중 하나의 블레이드에 반경  $r_1$ 으로부터 블레이드의 끝에 따라 세 개의 축을 지정한다.  $z$  축은 프로펠러의 회전축이고,  $y$  축은 블레이드의 무게 중심을 지나며  $z$  축을 지나는 축이다. 프로펠러가 일정한 각속도  $\omega$  로 회전할 때,  $z$  축을 통해 발생하는 미소 원심력  $dF$  는 다음과 같다.

$$dF = dm r\omega^2 \quad (2.61)$$

여기서,  $dm$  은 반경  $r$  에서의 미소 질량이다. 미소 원심력  $dF$  는 회전축  $z$  축과 수직으로 교차하여 발생하고, 이 힘  $dF$  는 무게중심에서 발생하는 힘  $F$  와 이론적 역학법에 기초한 두 모멘트가 결합하여 발생한다. 즉,

$$F = m_1\omega^2 r_g \quad (2.62)$$

$$M_x = \omega^2 I_{yz} \quad (2.63)$$

$$M_y = \omega^2 I_{xz} \quad (2.64)$$

여기서,

$I_{yz}, I_{xz}$  : 원심력에 의한 질량관성모멘트

$m_1$  : 프로펠러 블레이드의  $r_1$  에서  $R$  사이의 질량

$r_g$  :  $m_1$  의 무게중심 반경

$M_y$  는 주로 비틀림에 의해 발생되고,  $M_x$  는 프로펠러 블레이드의 굽힘에 의해 발생되는데, 일반적인 선박 프로펠러의 질량관성모멘트  $I_{yz}, I_{xz}$  는 매우 작기 때문에 모멘트  $M_x$  와  $M_y$  는 무시한다.<sup>14)</sup> 결과적으로 회전축에 수직하고 프로펠러 블레이드의 무게중심  $G$  에서 발생하는 힘  $F$  는 다음과 같다.

$$F = m_1 r\omega^2 \quad (2.65)$$

다음으로 원심력 작용에 의해 프로펠러 블레이드 단면에서 발생하는 내부 힘과 모멘트에 대해 살펴보자. 다시 말해 Fig. 2.11 과 같이 프로펠러 중심선을 포함하는 수평한 평면으로부터 거리  $r_1$ 만큼 떨어진 평면 단면 A-A에서 원심력  $F$  ( $F = m_1 r_g \omega^2$ )에 의해 발생하는 내부의 힘과 모멘트에 대해 검토해 본다.  $F$  는 단면 A-A 외부 블레이드의 무게중심에서  $z$  축과 수직으로 작용 한다. 무게중심  $G$ 는 보통은 프로펠러 블레이드의 작용선에서 작용하지 않는다. 힘  $F$ 의 작용선은 프로펠러 중심선을 포함하는 평면과 작용선 사이의 각  $\varphi$ 를 형성하고, 점  $N$ 에서 단면 A-A와 교차한다. 힘  $F$ 는 점  $N$ 으로 이동하고, 단면 A-A에 수직인 성분  $F \cos \varphi$ 와 단면 A-A 내의 성분  $F \sin \varphi$ 로 분해된다.

프로펠러 블레이드의 단면에서의 무게중심을  $G$ 라고 하면, 이 단면에서의 내부 힘과 모멘트는 다음과 같다.

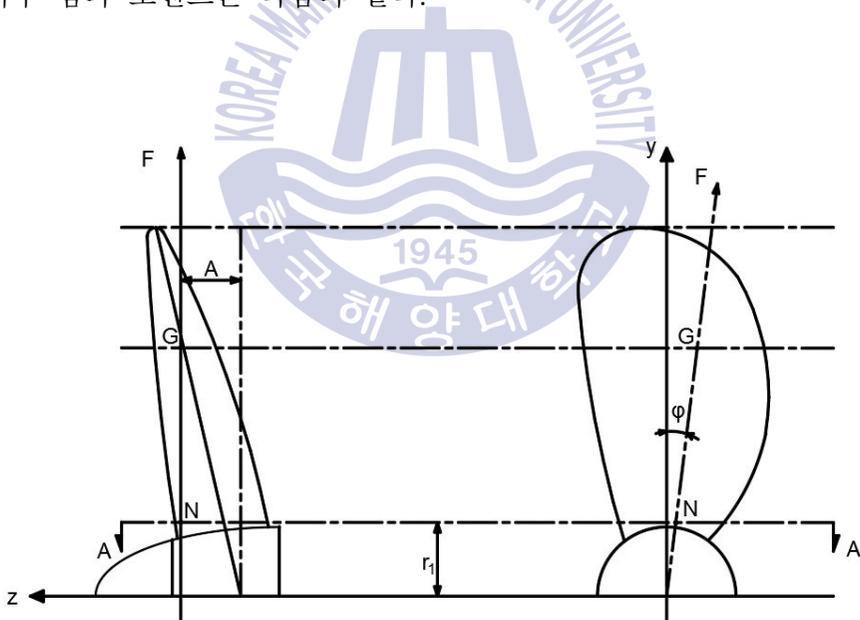


Fig. 2.11 Position of the center of gravity and the intersection point  $N$

$$\begin{aligned}
\text{수직력} & : N = F \cos \varphi \\
\text{접선력} & : D = F \sin \varphi \\
\text{굽힘모멘트} & : M'_{cb} = F \overline{NG} \cos \varphi \\
\text{비틀림모멘트} & : M_{cw} = F \overline{QG} \sin \varphi
\end{aligned}$$

각  $\varphi$ 는 일반 프로펠러의 경우 매우 작기 때문에 일반적으로  $\cos \varphi = 1$ ,  $\sin \varphi = 0$ 으로 근사치를 갖는다. 결과적으로 접선력과 비틀림모멘트는 무시하고, 원심력에 의한 수직항력과 굽힘모멘트만 고려한다.

### 2.3.5 블레이드의 강도

블레이드를 보스에 고정한 외팔보라 생각하면 블레이드 연결부에 최대 응력이 발생한다. Fig. 2.10 과 같이 블레이드 연결부의 블레이드 단면에 작용하는 토크와 추력에 의한 모멘트는 식 (2.56)임을 알 수 있고, 이 모멘트 때문에 블레이드 단면의 중립축(neutral axis)에서 가장 먼 곳에 있는 점에 최대 인장응력  $\sigma_{t\max}$  와 최대 압축응력  $\sigma_{c\max}$  가 작용하므로  $\sigma_{t\max}$  와  $\sigma_{c\max}$  는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned}
\sigma_{t\max} &= \frac{M_n}{S_A} + \frac{M_t}{S'_A} \\
\sigma_{c\max} &= \frac{M_n}{S_C} + \frac{M_t}{S'_C}
\end{aligned} \right\} \quad (2.66)$$

여기서,

$S_A, S_C$  :  $xx$  축 둘레의 단면계수, 각각 Fig. 2.12 의 A점, C점에 대응

$S'_A, S'_C$  :  $yy$  축 둘레의 단면계수, 각각 Fig. 2.12 의 A점, C점에 대응

Fig. 2.12 을 참고로 하여 블레이드 폭을  $b$ , 블레이드 두께를  $t$ 라 하면 단면계수  $S_A, S_C$  는  $bt^2$ 에 비례하고,  $S'_A, S'_C$  는  $b^2t$ 에 비례한다. 일반적으로

로  $M_n > M_l$ 의 관계가 성립하므로  $\sigma_{tmax}$ ,  $\sigma_{cmax}$ 는 근사적으로  $bt^2$ 에 반비례하게 된다. 즉, 블레이드 강도 측면에서 볼 때, 블레이드 폭보다도 블레이드 두께 쪽이 블레이드 강도에 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.<sup>18)</sup>

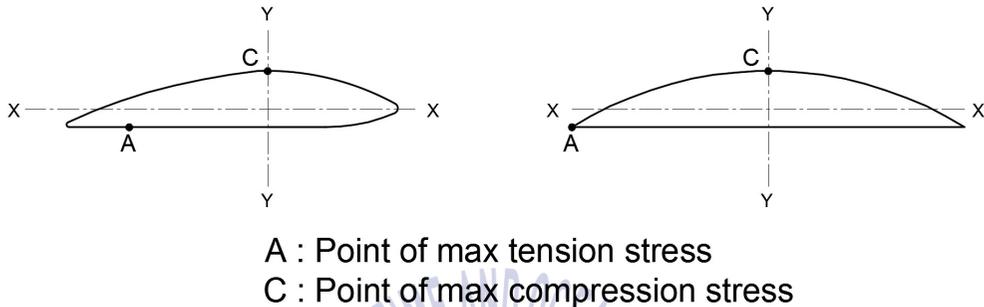


Fig. 2.12 Location of maximum stress in the section

### 2.3.6 블레이드의 진동

프로펠러 블레이드의 과도한 진동은 블레이드의 손상사고를 유발하여 선박의 운항, 안정성에 커다란 위험을 초래할 수 있으므로 설계 시 이에 대한 검토가 필요하다. 프로펠러 블레이드 진동의 기진원으로는 불균일 반류분포에 따른 유체력 및 축계진동의 전달 등을 들 수 있으며 프로펠러 블레이드의 과도한 진동은 프로펠러 블레이드의 고유진동수가 이들 기진원과 공진되어 발생할 수 있다. 일반적인 형상을 갖는 프로펠러 블레이드의 공기 중 고유진동수  $f_a$  [Hz]는 프로펠러 블레이드를 외팔보로 이상화하여 다음과 같이 계산할 수 있다.<sup>19)</sup>

$$f_a = \frac{\lambda}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI_0}{\rho_m A_0}} \quad (2.67)$$

여기서,

$A_0$  : 블레이드 뿌리 단면의 면적

$E$  : 종탄성계수

$I_0$  : 블레이드 뿌리의 단면 2차모멘트

$L$  : 프로펠러 블레이드 길이

$\lambda$  : 블레이드의 형상과 진동형에 따라 결정되는 고유치

$\rho_m$  : 소재 밀도

에너지법을 이용하여 1차 고유 진동형의 경우  $\lambda$  값을 다음과 같이 구하였다.

$$\lambda = \frac{8.58}{0.55 + l_1/l_0} \quad (2.68)$$

여기서,

$l_0$  : 블레이드 뿌리에서 현의 길이

$l_1$  : 블레이드의 최대 현의 길이

수중에서의 프로펠러 블레이드의 고유진동수  $f_w$  [Hz]는 부가수질량 효과로 인하여 공기 중의 고유진동수보다 낮아지는데 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{f_w}{f_a} = \frac{1}{\sqrt{1+\beta}} \quad (2.69)$$

여기서,  $\beta$  : 부가수로 인한 질량증분을 (부가질량 계수)

$\beta$  에 대한 식은 다음과 같다.

$$\beta = \frac{J\pi\rho_w l_0}{4C_d\rho_m t_0} \times 2.61 \frac{l_1}{l_0} \quad (2.70)$$

여기서,  $C_0$  와  $J$  를 나타내는 식은 다음과 같다.

$$C_a = \frac{A_0}{l_0 t_0} \quad (2.71)$$

$$J = 1 - 0.485 \left( \frac{l_1}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.72)$$

여기서,

$A_0$  : 블레이드 뿌리의 단면적

$J$  : 3차원 수정계수

$t_0$  : 블레이드 뿌리의 두께

$\rho_w$  : 물의 밀도

일반적인 형상의 프로펠러에 대해서는  $C_a \approx 0.75$ ,  $l_0/t_0 \approx 5$ 로 취할 수 있어 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\beta \approx 1.051 \left\{ 1 - 0.485 \left( \frac{l_1}{L} \right)^{1/3} \right\} \frac{l_1 \rho_w}{l_0 \rho_m} \quad (2.73)$$

## 제 3 장 복합재(CFRP) 특성 고찰

복합재료는 제조공법에 따라 재료의 성질이 상이하다. 복합재료의 제조 공법은 대표적으로 강화재(섬유)를 적층하고 붓이나 롤러 등을 이용하여 수지를 함침시키는 방법인 핸드 레이업(hand lay-up)을 비롯해 필라멘트 와인딩(filament winding), RTM(Resin Transfer Molding), Autoclave 성형법 등이 있으며, 각 공정을 개선한 VARTM(Vacuum Assisted Resin Transfer Molding), RIM(Resin Infusion Molding)등의 방법들이 있다.<sup>22)</sup> 이 중 VARTM 공법은 RTM 및 Autoclave 공법에 비해 성형 비용이 적게 들며, 핸드 레이업 공정보다 더 좋은 품질의 제품을 생산 할 수 있다는 장점이 있다. 따라서 본 연구에서는 VARTM 공법을 통해 제작된 CFRP 시험편의 물성을 평가한다.

### 3.1 복합재(CFRP)의 개요

CFRP는 수지(resin)에 탄소섬유(carbon fabric)를 함침시켜 만든 복합재료로서 무게 비 기계적 특성, 내열성 및 마찰특성이 우수하고, 강성 및 피로강도가 높으며, 열에 강하고 부식하지 않는다. 탄소 섬유는 우수한 기계적 성질은 섬유를 구성하고 있는 탄소원자들이 섬유방향으로 강한 공유결합을 이루고 있는데 기인하며, 그 성질은 원자들이 얼마나 잘 배열되어 있는가에 따라 달라진다.

탄소가 복합재료로서 관심의 대상이 되는 것은 탄소 원자가 육각형(hexagonal) 구조로 배열된 흑연화 구조로 되어 있는 점이다. Fig. 3.1에서 보는 바와 같이 흑연구조는 평면층(layer plane) 방향 및 수직축 방향으로 각각 1,000 GPa 및 35 GPa 정도의 탄성율을 갖기 때문에, 높은 이방성(anisotropic)을 나타낸다.

격자구조는 Fig. 3.1과 같은 하나의 격자면(lattice plane)만 보더라도 명

확히 알 수 있다. 결합강도가 재료의 탄성계수 값을 결정하므로 층면에서 탄소 원자들 사이의 고강도 결합은 매우 높은 계수값을 가지게 된다. 반면 이웃하는 층들 사이에는 서로 결합되지 않는 두 원자들 사이의 반발력을 뜻하는 반데르발스(Van der Waals) 힘이 작용하므로 그 방향에 대해서는 낮은 계수값을 나타낸다. 결국, 탄소섬유의 경우 섬유축을 따라 육각평면의 고도의 규칙적인 방위배열(方位配列, preferred orientation)이 얻어지게 된다. Figs. 3.2, 3.3 에서 재료별 강도 및 밀도를 대략적으로 비교하여 보여주고 있다.<sup>20)</sup>

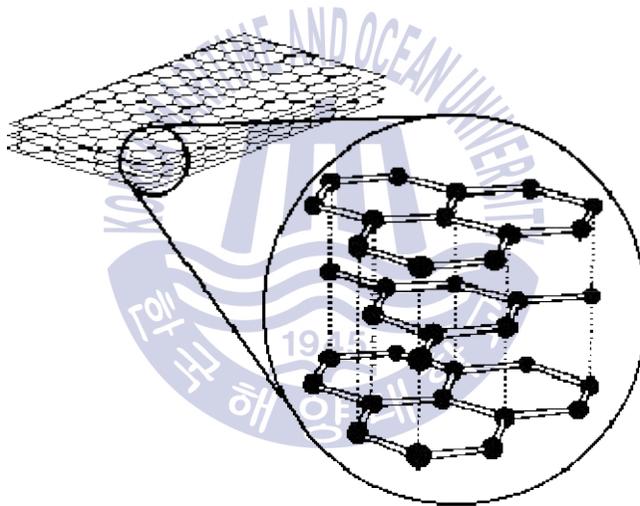


Fig. 3.1 Lattice structure of carbon fiber<sup>20)</sup>

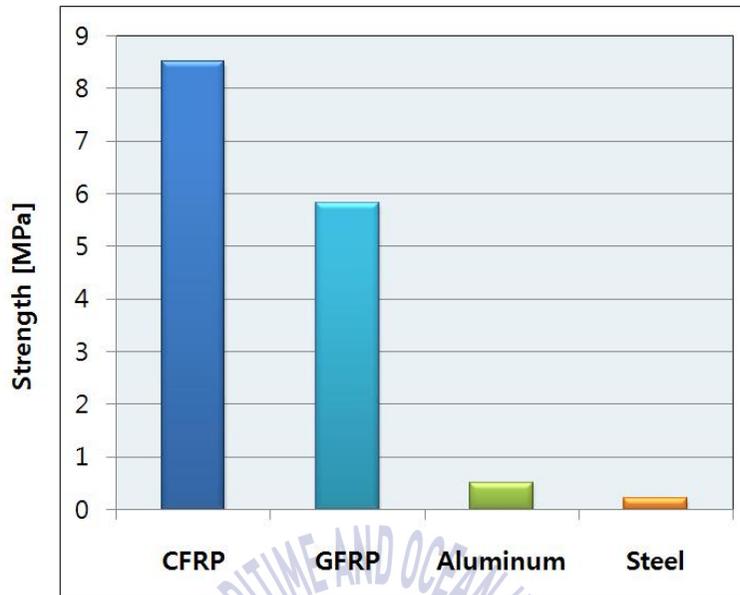


Fig. 3.2 Comparison of specific strength<sup>20)</sup>

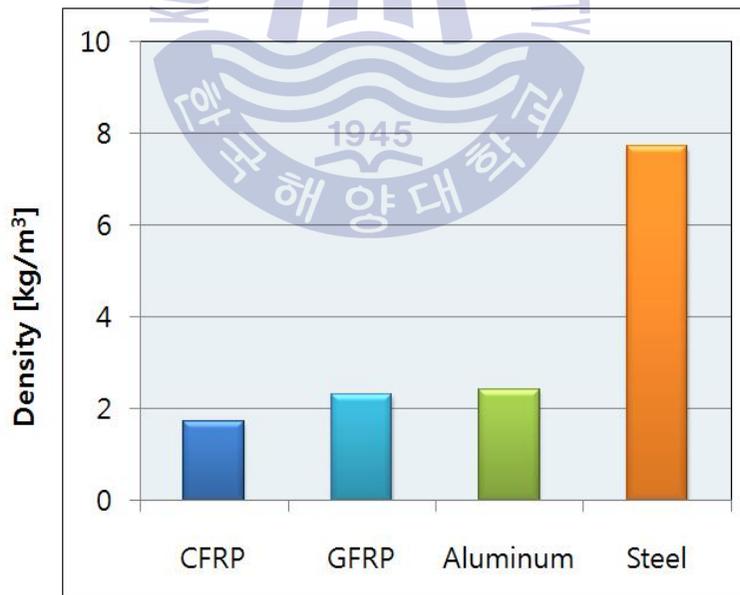


Fig. 3.3 Comparison of specific density<sup>20)</sup>

탄소섬유 복합재료는 강도에 비해서 매우 가볍기 때문에 제품에 CFRP 화를 하게 되면, 제품의 경량화가 가능하고 이에 따라 CO<sub>2</sub> 저감효과가 발생한다. Table 3.1 에서 보는 바와 같이 탄소섬유 1톤 당 수명 10년 동안 자동차 70톤, 항공기는 1,400톤의 CO<sub>2</sub> 저감효과를 얻을 수 있다.<sup>21)</sup>

Table 3.1 CO<sub>2</sub> reduction effect by applying CFRP

	1대 당 탄소섬유 사용량 (중량비%) [ton]	1대 당 연간 CO <sub>2</sub> 저감효과 [ton]	전 세계의 대수 (미래 보급시) [대]	연간CO <sub>2</sub> 저감효과 [ton]
자동차	0.1 (10)	0.5	3,700만대	0.2 억
항공기	20 (40)	2,700	15,000대	0.2 억

탄소섬유 강화 복합재료는 기존의 금속재료가 갖고 있지 않은 여러 가지 장점, 즉 무게 비 고강도, 높은 탄성계수, 낮은 열변형률, 높은 피로강도, 내부식성 등을 가지고 있기 때문에 최근 복합재 성형기술의 발달, 가격의 하락, 새로운 기지재의 개발 등으로 인해 그 용도가 폭발적으로 늘어나고 있는 추세이다.<sup>20)</sup> 이와 함께 최근 UN기후변화협약에서의 온실 가스 감축을 위해 조선 산업에서도 선박 기지재의 복합 재료화 연구를 통한 연료 절감, 배출 가스 저감이 필수적이라고 볼 수 있다.

### 3.2 복합재료 성형법(VARTM)

VARTM(Vacuum Assisted Resin Transfer Molding)은 양쪽면이 모두 금형으로 되어있는 RTM(Resin Transfer Molding)과 달리 한쪽 면의 금형과 진공백으로 금형을 이루고 몰드 내부와 대기압과의 압력차를 이용하여 금형 내부에 적층된 프리폼(preform)에 수지를 신속하게 함침시켜 복합재료 구조물을 성형하는 방법이다.<sup>23)</sup> VARTM 공법의 개념도는 Fig. 3.4 와 같다.

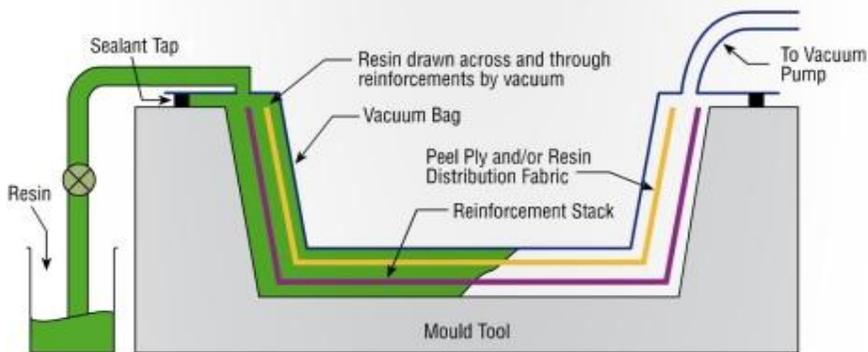


Fig. 3.4 Scheme of VARTM process<sup>24)</sup>

VARTM 공정은 진공의 힘을 이용하여 수지가 주입되면서 금형 내부의 기포를 배출시키며 대기압만큼의 힘으로 진공백 면을 통하여 수지의 압력이 가해져 제품 내부의 기공을 줄여주고 섬유 체적율을 높여준다. 이를 통해 복합재의 품질 및 제품 물성의 일관성을 향상시킬 수 있다. VARTM 공법은 RTM 및 Autoclave 공법에 비해 성형 비용이 적게 들며, Hand lay-up 공정보다 더 좋은 품질의 제품을 생산할 수 있다.<sup>25)</sup>

이 공정에서 프리폼은 한쪽의 몰드와 또 다른 쪽의 진공백 사이에서 성형된다. 진공은 프리폼과 몰드의 결합을 위하여 적용되며 두 가지 목적을 가진다.

첫 번째 목적은, 프리폼을 압축하기 위하여 대기압인 몰드 내부의 압력을 낮추어 몰드 내부에 존재하는 공기와 주입되는 수지에 포함되어 있는 기포를 제거하여 완성된 구조물 내의 결함을 제거하기 위해서이고, 좋은 특성을 가지는 복합재료를 만들기 위해 요구되는 높은 섬유 체적 함유율을 위해서이다.

두 번째 목적은, 몰드 내부의 압력이 몰드 외부의 대기압보다 낮게 되어 몰드에 장착되어 있는 수지 주입부로부터 프리폼을 통하여 수지가 원활하게 주입되어질 수 있도록 하기 위해서이다.<sup>23)</sup>

### 3.3 VARTM에 의한 CFRP 성형 공정

VARTM에 의한 CFRP 제작은 아래와 같은 순서로 진행한다.

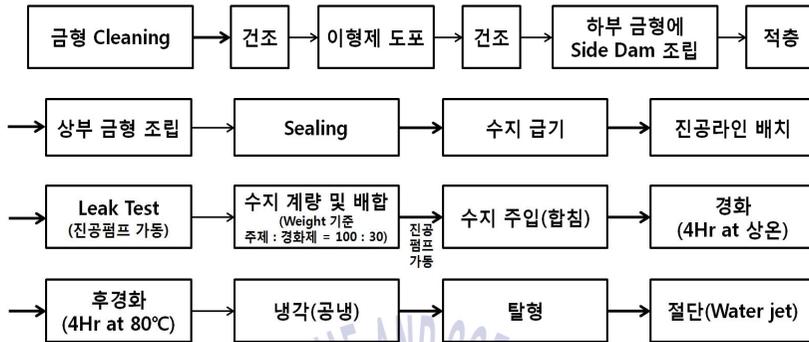


Fig. 3.5 CFRP manufacturing process using VARTM

### 3.4 프로펠러 적용소재의 기계적 특성 평가

#### 3.4.1 인장시험

시편에 대한 인장시험은 ASTM D3039 “Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials“ 에 따라 Fig. 3.5 와 같이 VARTM 공정으로 각 5개의 시편을 제작하였다. Fig. 3.6 은 시험편 사진이다. 시험 규격에 따라 1분 당 2mm의 속도로 Fig. 3.7 과 같이 시험을 진행하였으며, Fig. 3.8 은 인장시험 후의 시편사진이다. 시험조건 및 시편 치수는 Table 3.2 와 같다.

인장시험을 실시하여 인장강도 및 인장탄성계수를 계산하는 방법은 다음과 같다.<sup>26)</sup>

■ Tensile stress / Tensile strength

$$\sigma_t = \frac{P_{\max}}{A}$$

$$\sigma_i = \frac{P_i}{A}$$

여기서,

$A$  : Initial cross-sectional area [ $\text{m}^2$ ]

$P_i$  : Load at i-th data point [N]

$P_{\max}$  : Max. load prior to failure [N]

$\sigma_i$  : Tensile stress at i-th data point [MPa]

$\sigma_t$  : Ultimate tensile strength [MPa]

■ Tensile chord modulus of elasticity

$$E_{\text{chord}} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta\varepsilon}$$

여기서,

$E_{\text{chord}}$  : Tensile chord modulus of elasticity [GPa]

$\Delta\alpha$  : Difference applied tensile stress between the two strain points [MPa]

$\Delta\varepsilon$  : Difference strain between the two strain points (Normally 0.002)

**Table 3.2** Condition of tensile test and dimension of specimen

Specimen	Carbon fiber resin					
Stacking direction	90° UD (Uni-directional)					
Test Specification	ASTM D3039 / D3039M					
Test temperature	Room temperature, dry					
Test Speed	2 mm/min					
	Width [mm]	Overall Length [mm]	Thickness [mm]	Tab Length [mm]	Tab Thickness [mm]	Tab Bavel [deg]
VARTM specimens (0° UD)	15	250	1.0	56	1.5	7 or 90
VARTM specimens (90° UD)	25	175	2.0	25	1.5	90

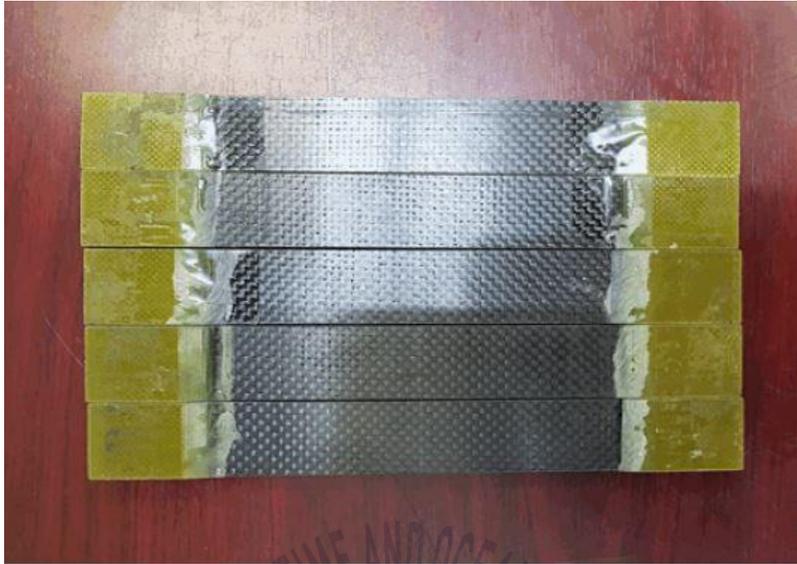


Fig. 3.6 Tensile test specimens



Fig. 3.7 Tensile test of composite test specimens



Fig. 3.8 After tensile test of composite test specimens



### 3.4.2 압축시험

시편에 대한 압축시험은 시험규격 ASTM D695 “Standard test method for compressive properties of rigid plastics” 에 따라 Fig. 3.9 와 같이 시편을 가공하였으며, Fig. 3.10 과 같이 시험을 진행하였다. Fig. 3.11 은 압축시험 후의 시편 상태를 보여주고 있다. ASTM D695의 기준 시험 속도는 1분 당  $1.3 \pm 0.3$  mm 이고, 항복점에 도달한 후에는 1분당 5~ 6 mm로 속도를 증가시킨다. 시험조건 및 시편 치수는 Table 3.3 과 같다.

압축시험을 실시하여 압축강도 및 압축탄성계수를 계산하는 방법은 다음과 같다.<sup>27)</sup>

■ Compression stress / Compression strength

$$\sigma_{comp} = \frac{P_{max}}{A}$$

여기서,

$A$  : The original minimum cross-sectional area [m<sup>2</sup>]

$P_{max}$  : Maximum compressive load [N]

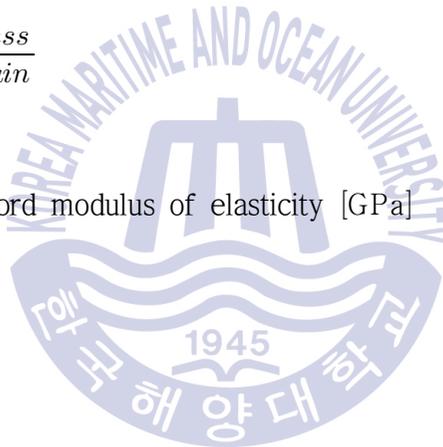
$\sigma_{comp}$  : Compressive strength [MPa]

■ Modulus of elasticity

$$E_{comp} = \frac{stress}{strain}$$

여기서,

$E_{comp}$  : Tensile chord modulus of elasticity [GPa]



**Table 3.3** Condition of compression test and dimension of specimen

Specimen	Carbon fiber resin					
Stacking direction	90° UD(Uni-directional)					
Test specification	ASTM D695					
Test temperature	Room temperature, dry					
Test speed	2 mm/min					
<p>The diagram illustrates the geometry of a VARTM specimen. It is a rectangular plate with a central gauge section. The overall width is labeled 'Overall Width'. The central section has a width labeled 'Width' and a length labeled 'Gauge Length'. The ends of the specimen are wider than the central section, with a fillet transition of radius 'Radius'. The total length of the specimen is labeled 'Overall Length'.</p>						
Unit : mm	Thick-ness	Width	Overall Width	Gauge Length	Overall Length	Radius
VARTM specimens	2	12.5	19	38	80	38



Fig. 3.9 Compression test specimens

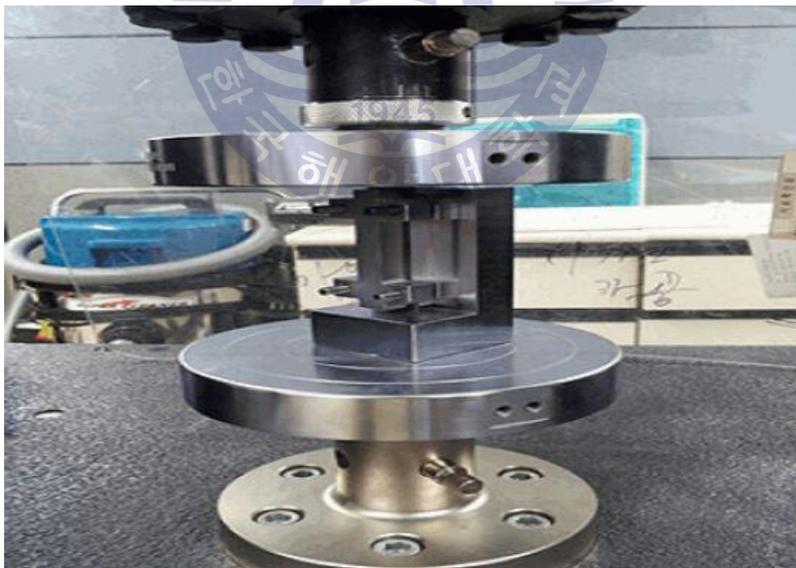


Fig. 3.10 Compression test of composite test specimens



Fig. 3.11 After compression test of composite test specimens

### 3.4.3 전단시험

In-plane shear strength는 ASTM D5379 “Standard test method for shear properties of composite materials by the V-notched beam method“에 따라 Fig. 3.12 와 같이 시편을 가공하였으며, Fig. 3.13 와 같이 시험을 진행하였다. Fig. 3.14 은 전단시험 후의 시편 상태를 보여주고 있다. 시험 규격에 따라 1분 당 2mm의 속도로 시험하였다. 시험조건 및 시편 치수는 Table 3.4 와 같다.

전단시험을 실시하여 전단강도 및 전단탄성계수를 계산하는 방법은 다음과 같다.<sup>28)</sup>

■ Shear stress / Ultimate strength

$$\tau_{shear} = \frac{P_{max}}{A}$$

$$\tau_i = \frac{P_i}{A}$$

여기서,

$A$  : Initial cross-sectional area [m<sup>2</sup>]

$P_i$  : Load at i-th data point [N]

$P_{max}$  : Max load prior to failure [N]

$\tau_i$  : Shear stress at i-th data point [MPa]

$\tau_{shear}$  : Ultimate shear strength [MPa]

■ Shear chord modulus of elasticity

$$G_{chord} = \frac{\Delta\tau}{\Delta\gamma}$$

여기서,

$G_{chord}$  : Shear chord modulus of elasticity [GPa]

$\Delta\gamma$  : Difference strain between the two strain points  
(Normally either 0.0001, 0.002 or 0.005)

$\Delta\tau$  : Difference applied shear stress  
between the two strain points [MPa]

**Table 3.4** Condition of in-plane shear test and dimension of specimen

Specimen	Carbon fiber resin					
Stacking direction	90° UD(Uni-directional)					
Test specification	ASTM D5379/D5379M					
Test temperature	Room temperature, dry					
Test speed	2 mm/min					
<p>The diagram illustrates the geometry of the VARTM specimens. It shows two side views of the specimen, one for the 45° notch and one for the 90° notch. The dimensions are defined as follows: Overall Width (the total width of the specimen), Width (the width of the central section), Length (the length of the central section), Overall Length (the total length of the specimen), and Radius (R1.3, the radius of the fillet at the notch). A specific dimension of 32 is indicated for the length of the central section.</p>						
Unit : mm	Thick-ness	Width	Overall Width	Length	Overall Length	Radius
VARTM specimens	2.5	11	20	38	76	1.3

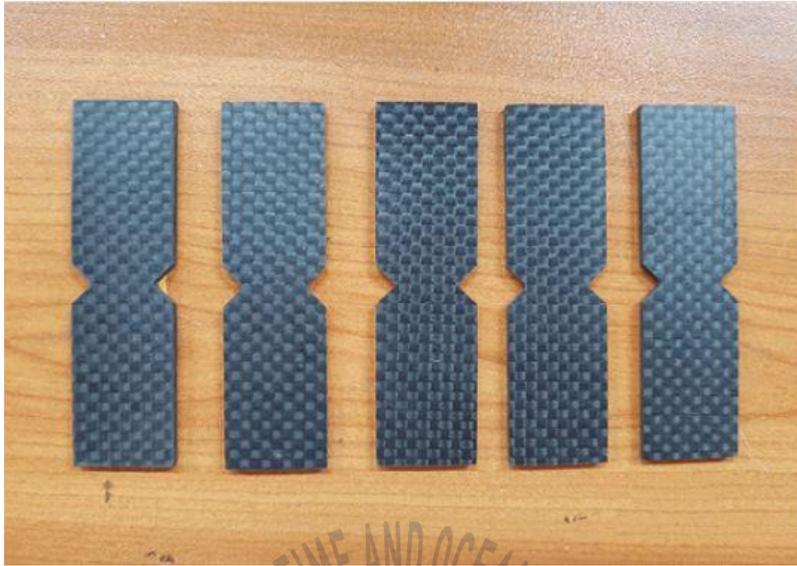


Fig. 3.12 Shear test specimens



Fig. 3.13 Shear test of composite test specimens



Fig. 3.14 After shear test of composite test specimens

### 3.4.4 굴곡시험

시편에 대한 굴곡시험(bending test)은 ASTM D790 “Standard test method for flexural properties of unreinforced and reinforced plastics and electrical insulating materials”에 따라 3점 굴곡시험을 시행하기 위해 Fig. 3.15 과 같이 시편을 가공하였으며, Fig. 3.16 와 같이 시험을 진행하였다. Fig. 3.17 는 굴곡시험 후의 시편의 모양을 보여주고 있다. 시험시간은 다른 시험법과 마찬가지로 1분 당 2 mm 속도로 시편을 눌러 파단이 일어나는 강도를 측정하는 방식으로 진행하였으며, 시험조건 및 시편 치수는 Table 3.5 와 같다.

굴곡시험을 실시하여 굴곡강도 및 굴곡 탄성계수를 계산하는 방법은 다음과 같다.<sup>29)</sup>

■ Max fiber stress / Test method ( 3-point loading)

$$\sigma_f = \frac{3PL}{2bd^2}$$

여기서,

$b$  : Width of beam tested [mm]

$d$  : Depth of beam tested [mm]

$L$  : Support span [mm]

$P$  : Load at a given point on the load-deflection curve [N]

$\sigma_f$  : Stress in the outer fibers at midpoint [MPa]

■ Modulus of elasticity / Test method ( 3-point loading)

$$E_B = \frac{L^3 m}{4bd^3}$$

여기서,

$b$  : Width of beam tested [mm]

$d$  : Depth of beam tested [mm]

$L$  : Support span [mm]

$m$  : Slope of the tangent to the initial straight-line portion of the load-deflection curve of deflection [N/mm]

$E_B$  : Modulus of elasticity in bending [MPa]

**Table 3.5** Condition of flexure test and dimension of specimens

Specimen	Carbon fiber resin					
Stacking direction	90° UD(Uni-directional)					
Test specification	ASTM D790					
Test temperature	Room temperature, dry					
Test speed	2 mm/min					
Unit : mm	Thick-ness	Width	Overall Width	Length	Overall Length	Radius
VARTM specimens	2.5	25	25	150	150	-



Fig. 3.15 Bending test specimens

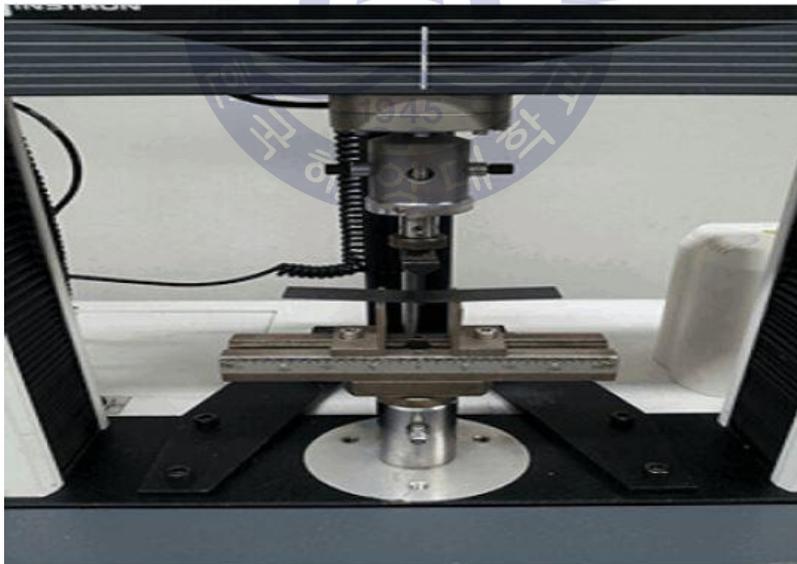


Fig. 3.16 Bending test of composite test specimens



Fig. 3.17 After bending test of composite test specimens



### 3.4.5 시험 결과 및 물성치 산정

VARTM 공정을 이용하여 제작한 시편의 기계적 특성 시험을 통해 다음과 같은 결과를 얻었다.

Table 3.6 은 인장, 압축, 전단, 굴곡 시험을 통해 얻은 극한강도(ultimate strength)의 평균치 결과를 나타내었으며, 이것을 NAB 보다 높은 강도를 가지는 것을 볼 수 있었다. NAB는 알루미늄 청동 주물 제4종(CU4)을 기준으로 비교하였다.

본 연구에서는 아래 시험 결과를 토대로 구조해석을 위한 재료 물성을 적용하여 각 재료별 구조해석을 진행한다.

Table 3.6 Results of CFRP test

Test item	Strength [MPa]	
	CFRP	NAB(CU4)
Tensile stress	882	640
Shear stress	116	415
Compression stress	1,650	1,035
Flexure stress	713	550

## 제 4 장 유한요소 해석을 위한 모델링

### 4.1 복합재 구성방정식

#### 4.1.1 이방성 재료 관계식

재료의 거동은 구성방정식에 의해 표현된다. 일반적으로 물리적 거동은 2차 텐서(tensor)의 형태를 취하는 선형재료의 모델로 표현할 수 있으며, 그 식은 다음과 같다.

$$f = Kd \quad (4.1)$$

여기서,

$f, d$  : 물리적 양을 나타내는 두 개의 벡터

$K$  : 재료의 2차 텐서

위 식을 직교좌표계에 대하여 요소로 표현하면 식(4.2)와 같이 된다.

$$f_i = K_{ij} d_j \quad (4.2)$$

또한 식(4.2)에 대해 첨자를 사용하여 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\underline{f} = \underline{K} \underline{d}, \quad \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

#### 4.1.2 재료의 대칭조건

재료행렬  $\underline{K}$  는 직교변환을 실시할 때 변화하지 않는 경우 직교변환행렬  $A$ 에 대해 대칭이다. 양변에 행렬  $A$ 를 취한 후 정리하면 다음과 같다.

$$A f = K A d, \quad f = (A^{-1} K A) d \quad (4.4)$$

따라서 재료의 대칭조건을 직교변환행렬의 정의를 이용하여 나타내면

$$K = A^{-1} K A = A^T K A \quad (4.5)$$

이고, 여기서  $A$ 는  $3 \times 3$  행렬  $\underline{A}$ 에 의해 직교좌표로 나타낼 수 있으며, 행렬  $\underline{A}$ 는 다음과 같다.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

따라서, 대칭조건을 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\underline{K} = \underline{A}^T \underline{K} \underline{A} \quad (4.7)$$

#### 4.1.3 이방성 재료에 대한 후크의 법칙(Hooke's law)

선형탄성 구간에서 이방성 재료에 대해 후크의 법칙을 나타내면 식(4.1)과 같다.

$$\sigma = C \varepsilon \quad (4.8)$$

여기서,

$C$  : Elastic stiffness tensor

$\sigma$  : Stress tensor

$\varepsilon$  : Strain tensor

텐서를 첨자(dummy index)로 나타내면

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kj} \quad (4.9)$$

직교 이방성 재료의 응력 및 변형률 텐서는 대칭이므로  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  이고  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$  이다. 따라서

$$(4.10) \quad C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{jilk}$$

이므로  $C_{ijkl}$ 은 81개에서 36개로 줄어들게 되고, 이 36개의 독립적인 탄성 계수는 아래와 같이  $6 \times 6$  행렬이 된다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{44} \\ \sigma_{55} \\ \sigma_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1131} & C_{1112} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3123} & C_{3131} & C_{3112} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1231} & C_{1212} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

축약하면 일반 후크의 법칙은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

여기서,  $C_{ij}$ 는 강성,  $\sigma_i$ 는 응력,  $\varepsilon_j$ 는 변형률이다.

#### 4.1.4 응력 변환 및 변형률 변환

2차 텐서  $\sigma_{pq}$ 는 아래와 같이 두 벡터  $V_p$ 와  $V_q$ 의 외적(product)으로 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{pq} = V_p \otimes V_q \quad (4.13)$$

여기서,  $\otimes$ 는 벡터 외적(vector product)을 뜻하는 기호이다.

이 2차 텐서 응력의 변환  $\sigma'_{ij}$ 는

$$\sigma'_{ij} = a_{ip} V_p \otimes a_{jq} V_q = a_{ij} a_{jq} a_{pq} \quad (4.14)$$

위 식을 축약하여 표현하면

$$\sigma'_\alpha = A_{\alpha\beta} \sigma_\beta \quad (4.15)$$

이며, 위 식으로부터  $6 \times 6$  좌표변환행렬  $[A_\sigma]$ 를 얻을 수 있다.

$$[A_\sigma] = \begin{bmatrix} A_{11}^2 & A_{12}^2 & A_{13}^2 & 2A_{12}A_{13} & 2A_{11}A_{13} & 2A_{11}A_{12} \\ A_{21}^2 & A_{22}^2 & A_{23}^2 & 2A_{22}A_{23} & 2A_{21}A_{23} & 2A_{21}A_{22} \\ A_{31}^2 & A_{32}^2 & A_{33}^2 & 2A_{32}A_{33} & 2A_{31}A_{33} & 2A_{31}A_{32} \\ A_{21}A_{31} & A_{22}A_{32} & A_{23}A_{33} & A_{22}A_{33} + A_{23}A_{32} & A_{21}A_{33} + A_{23}A_{31} & A_{21}A_{32} + A_{22}A_{31} \\ A_{11}A_{31} & A_{12}A_{32} & A_{13}A_{33} & A_{12}A_{33} + A_{13}A_{32} & A_{11}A_{33} + A_{13}A_{31} & A_{11}A_{32} + A_{12}A_{31} \\ A_{11}A_{21} & A_{12}A_{22} & A_{13}A_{23} & A_{12}A_{23} + A_{13}A_{22} & A_{11}A_{23} + A_{13}A_{21} & A_{11}A_{22} + A_{12}A_{21} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4.16)$$

변형률  $\varepsilon_{ij}$ 의 텐서요소는 응력요소와 같은 방법으로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon'_{ij} = a_{ip} a_{jq} \varepsilon_{pq}, \quad \varepsilon'_\alpha = A_{\alpha\beta} \varepsilon_\beta \quad (4.17)$$

변형을 변환에서  $6 \times 6$  좌표변환행렬  $[A_\varepsilon]$ 은 3개의 전단변형을 고려하여

$$[A_\varepsilon] = [R][A_\varepsilon][R]^{-1} \quad (4.18)$$

위 식을 통해 그 값을 얻을 수 있으며, 이때 단위행렬  $[R]$ 은

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

이다. 따라서  $[A_\varepsilon]$ 는 다음과 같다.

$$[A_\varepsilon] = \begin{bmatrix} A_{11}^2 & A_{12}^2 & A_{13}^2 & A_{12}A_{13} & A_{11}A_{13} & A_{11}A_{12} \\ A_{21}^2 & A_{22}^2 & A_{23}^2 & A_{22}A_{23} & A_{21}A_{23} & A_{21}A_{22} \\ A_{31}^2 & A_{32}^2 & A_{33}^2 & A_{32}A_{33} & A_{31}A_{33} & A_{31}A_{32} \\ 2A_{21}A_{31} & 2A_{22}A_{32} & 2A_{23}A_{33} & A_{22}A_{33} + A_{23}A_{32} & A_{21}A_{33} + A_{23}A_{31} & A_{21}A_{32} + A_{22}A_{31} \\ 2A_{11}A_{31} & 2A_{12}A_{32} & 2A_{13}A_{33} & A_{12}A_{33} + A_{13}A_{32} & A_{11}A_{33} + A_{13}A_{31} & A_{11}A_{32} + A_{12}A_{31} \\ 2A_{11}A_{21} & 2A_{12}A_{22} & 2A_{13}A_{23} & A_{12}A_{23} + A_{13}A_{22} & A_{11}A_{23} + A_{13}A_{21} & A_{11}A_{22} + A_{12}A_{21} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

여기서,  $[A_\varepsilon]^{-1} = [A_\varepsilon]^T$ 이므로 강성행렬  $[C]$ 는 다음과 같이 된다.

$$[C] = [A_\varepsilon]^T [C'] [A_\varepsilon] \quad (4.21)$$

따라서

$$[C'] = [A_\varepsilon]^{-T} [C] [A_\varepsilon]^{-1} = [A_\varepsilon] [C] [A_\varepsilon]^T \quad (4.22)$$

#### 4.1.5 직교 이방성 탄성체의 강성행렬과 순응행렬

직교 이방성(orthotropic) 탄성재질은 Fig. 4.1 과 같이 3개의 대칭면이 서로 수직을 이루고 있다. 만약 이 직교하는 3개의 대칭평면의 법선이 축에 일치하도록 직교좌표계를 선택하면 변환행렬은 다음과 같이 된다.

$$(4.23) \quad A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

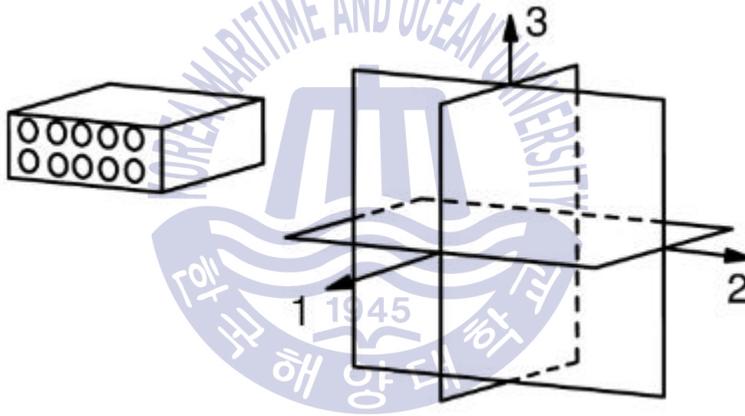


Fig. 4.1 Orthotropic material

만약 1-2평면에 대하여  $A_3$ 를 반영하면

$$A_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

따라서  $[C] = [A_e]^T [C'] [A_e]$  에서

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} - C_{14} - C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} - C_{24} - C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} - C_{34} - C_{35} & C_{36} \\ -C_{14} - C_{24} - C_{34} & C_{44} & C_{45} - C_{46} \\ -C_{15} - C_{25} - C_{35} & C_{45} & C_{55} - C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} - C_{46} - C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

이므로

$$C_{14} = C_{15} = C_{24} = C_{25} = C_{34} = C_{35} = C_{46} = C_{56} = 0 \quad (4.26)$$

같은 방법으로 1-3 평면을 기준의  $A_2$ 를 반영하면

$$A_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

이고, 이를 통해

$$C_{16} = C_{26} = C_{36} = C_{45} = 0 \quad (4.28)$$

따라서 직교 이방성 선형탄성재료의 강성행렬은 다음과 같이 된다.<sup>30)</sup>

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

또한 후크의 법칙과 유사한 개념으로 변형률에 대하여 나타낼 수 있으며, 이 때 사용되는  $\underline{S}$ 를 순응행렬(compliance matrix)이라고 하며, 강성행렬과 역행렬 관계가 성립된다.

$$\varepsilon = \underline{S}'\sigma \quad (4.30)$$

$$[S'] = [C']^{-1} \quad (4.31)$$

직교 이방성 재료에서 순응행렬  $[S']$ 는 아래와 같다.

$$\underline{S}' = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$

(4.32)

여기서,

$E_i$  : Young's modulus along axis  $i$

$G_{ij}$  : Shear modulus in direction  $j$  on the plane

whose normal is in direction  $i$

$\nu_{ij}$  : Poisson's ratio that corresponds to a contraction on direction  $j$  when an extension is applied in direction  $i$

## 4.2 프로펠러 형상 및 제원

본 연구에 사용된 선박용 프로펠러의 기본모델은 (주)해양금속의 MAU-4 Type 프로펠러이며, 직경 1,720 mm, 블레이드 수 4개이다. Table 4.1 은 본 연구에 사용된 기본설계 변수이다.

Table 4.1 Parameter for propeller design

Design Parameter	Unit	Value
Main engine output	kW	736
Main engine revolution	rpm	1,500
Reduction gear ratio		3.82
Propeller rate of rotation $N$	rpm	393
Propeller diameter $D$	mm	1,720
Pitch	mm	1,140
P/D ratio		0.6628
Number of blades $Z$		4
Blade area $A_0$	mm <sup>2</sup>	2,323,522
Expanded area $A_E$	mm <sup>2</sup>	1,448,251
Blade area ratio $A_E/A_0$		0.6233
Blade rake angle	deg	8°
Skew	deg	25°

## 4.3 프로펠러 모델링 및 유한요소 모델

해석을 위해 범용 Modeling 프로그램인 CATIA V12를 사용하여 Fig. 4.2와 같이 3D 모델링하였다. 프로펠러 설계시  $x$ 축을 선수미 방향으로 정하여 설계하였다. 선수 방향이 (-)방향이고, (+)방향으로 유체를 배출한다고 가정하여 후방으로 추력이 발생하도록 설계하였다. 이 모델링을 이용하여 해석을 위한 유한요소 모델생성을 위해 범용 유한요소 구조해석 프로그램인 ANSYS V17을 이용하였다. Fig. 4.3과 같이 블레이드 부에 4면체 Solid 요소, Hub부에 6면체 Solid 요소로 유한요소 모델을 생성하였으며 절점의 수는 140,729 개이고, 요소의 수는 66,440 개이다. Mesh는 결과의 정확도를 높이기 위해 응력집중이 예상되는 관심부위에 요소의 밀도를 증가시켰다.



Geometry



Geometry



Fig. 4.2 3D model of propeller

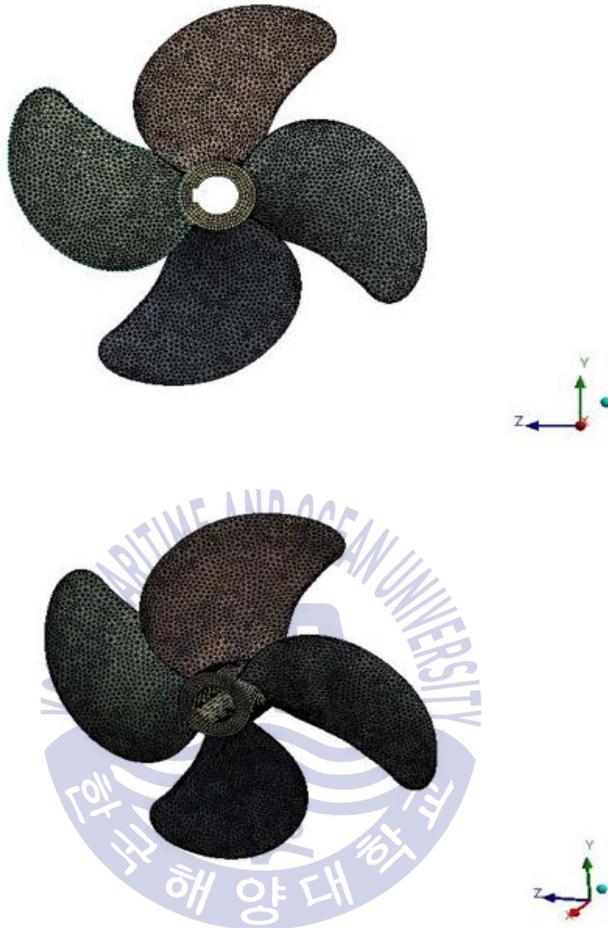


Fig. 4.3 Finite element model of propeller

## 제 5 장 유한요소법을 이용한 구조해석

프로펠러는 수중에서 회전하는 동안 추력, 토크, 원심력 및 중력에 의한 정상적인 힘 외에 레이싱(racing)에 의한 선체진동, 프로펠러 공진, 프로펠러 심도의 부족, 표류물과의 충돌 등의 변동적인 힘이 작용하고 항해 조건에 따라 달라지므로 프로펠러가 받는 영향은 매우 복잡하다. 후자의 변동적인 힘에 대해서는 재료의 허용 응력치에 따른 안전율에 의하여 고려하게 된다. 본 논문에서는 현재 상용되고 있는 NAB 재질의 프로펠러 규격을 CFRP 프로펠러에 적용하여 같은 조건에서의 구조적, 진동적 특성을 비교, 분석하였다.

### 5.1 프로펠러의 단면 물성

앞서 언급한 것과 같이 금속재 프로펠러는 NAB(제4종 알루미늄 청동주물)가 상용되고 있으며, 재료의 물성치는 Table 5.1 과 같고, 이와 함께 CFRP의 물성치는 Table 5.2 와 같다.

### 5.2 프로펠러의 재료별 구조해석

프로펠러를 선미에서 선수로 보았을 때 프로펠러는 시계 방향으로 회전하며, 프로펠러의 운동 시에 각 블레이드 단면에 작용하는 응력은 프로펠러가 발생하는 추력에 의한 모멘트와 프로펠러를 회전시키는 모멘트에 의한 것으로 이루어진다. 해석의 극한조건을 적용하기 위하여 프로펠러가 회전하여 유체의 압력을 받는 도중 축이 정지된 상황을 가정하여 프로펠러 보스를 고정하였다. 또한 프로펠러의 회전방향인 시계 방향으로 회전하는 동안 프로펠러 뒷면으로부터 유체의 압력을 받게 되어 추력, 토크가 발생되므로 프로펠러 양력면 이론에 의하여 프로펠러 진행방향에 선속과 물의 밀도를 고려한 압력을 적용하여 두 재질 모두 동일한 조건으로 해석을 진행하였다.

**Table 5.1** Material properties of NAB propeller

Item	Unit	NAB
Density	kg/m <sup>3</sup>	7,640
Elastic modulus	GPa	115
Poisson's ratio		0.32
Yield stress	MPa	330
Ultimate stress	MPa	640

**Table 5.2** Material properties of CFRP propeller

Item	Symbol	Unit	CFRP
Density		kg/m <sup>3</sup>	1,600
Longitudinal Young's modulus	$E_{11}$	GPa	116
Transverse Young's modulus	$E_{22}$	GPa	7.69
Elastic modulus	$E_{33}$	GPa	7.69
Poisson's ratio ( $x-y$ direction)	$\gamma_{12}$		0.31
Poisson's ratio ( $y-z$ direction)	$\gamma_{13}$		0.31
Poisson's ratio ( $z-x$ direction)	$\gamma_{23}$		0.52
$x-y$ shear modulus	$G_{12}$	GPa	4.92
$y-z$ shear modulus	$G_{13}$	GPa	4.92
$z-x$ shear modulus	$G_{23}$	GPa	3.2
Ultimate tensile strength	$X, \sigma_u$	MPa	882
Ultimate shear strength	$S, \tau_u$	MPa	116

### 5.2.1 NAB 프로펠러 구조해석 및 결과

Fig. 5.1 에서 보는 바와 같이, 변형량은 허브에서 멀어질수록 변형량이 증가하였고 프로펠러 끝단에서 최대를 나타냄을 알 수 있다.

Figs. 5.2, 5.3 과 같이 프로펠러 앞면과 뒷면의 응력분포를 나타내었다. 응력은 그림에서 보는 것과 같이, 고정되어 있는 보스에서 최대를 나타내었고, Von-Mises stress 의 최대값은 약 31 MPa 로 재료의 항복강도인 330 MPa에 약 10.5의 안전율을 확보하였다.

### 5.2.2 CFRP 프로펠러 구조해석 및 결과

Fig. 5.4 에서 보는 바와 같이, CFRP 프로펠러 또한 NAB 재질의 해석결과와 비슷하게 허브에서 멀어질수록 변형량이 증가하였다.

Figs. 5.5, 5.6 과 같이 프로펠러 앞면과 뒷면의 응력분포를 나타내었다. CFRP 프로펠러 해석 결과 응력의 분포는 적절하게 나타남을 알 수 있으며 Von-Mises stress 의 최대값은 39.3 MPa로 재료의 인장강도에 약 22.4 배의 안전율을 확보하였다.

위 결과는 NAB와 CFRP의 구조 안정성을 비교하기 위하여 최대 비틀림 에너지 이론에 따라 Von-mises stress 값을 도출하였다.

실제로 CFRP는 파단에 앞서 아주 짧게 항복이 발생하는 취성재료이다. 취성재료에 대한 취성과파괴 이론은 최대 주응력 이론(maximum principal stress theory)에 따라 최대 주응력이 극한응력을 초과하는 순간, 파괴가 발생하는 것으로 판단하게 된다.

CFRP 프로펠러의 해석 결과, 최대 주응력은 약 41.6 MPa 로 나타났으며, 주응력에 의한 안전율은 약 21.2 임을 알 수 있었다.

NAB 와 CFRP 의 구조강도 해석결과를 Table 5.3 에 나타내었다.

**D: NAB Static Structural**

Total Deformation  
Type: Total Deformation  
Unit: mm  
Time: 1  
Max: 1.8662  
Min: 0

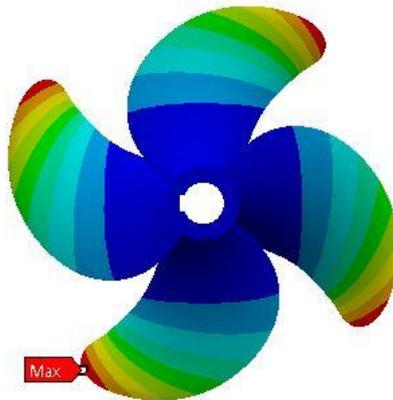
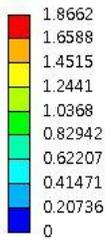


Fig. 5.1 Total deformation of NAB propeller

**D: NAB Static Structural**

Equivalent Stress  
Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
Unit: MPa  
Time: 1  
Max: 30.991  
Min: 0.0013675

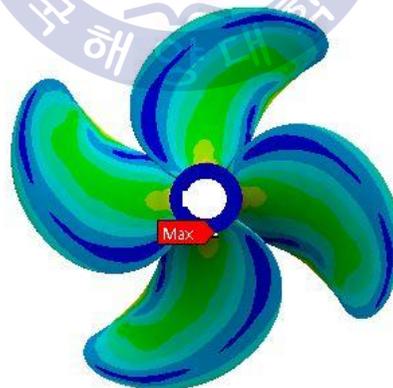
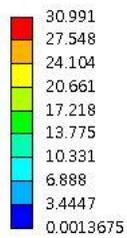


Fig. 5.2 Von-Mises stress - the forward of NAB propeller

**D: NAB Static Structural**

Equivalent Stress  
Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
Unit: MPa  
Time: 1  
Max: 30.991  
Min: 0.0013675

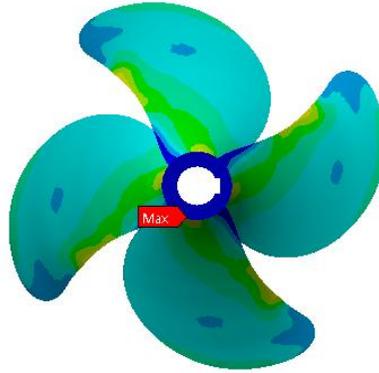
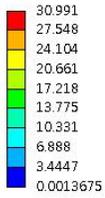


Fig. 5.3 Von-Mises stress - the backward of NAB propeller

**B: CFRP Static Structural**

Total Deformation  
Type: Total Deformation  
Unit: mm  
Time: 1  
Max: 25.888  
Min: 0

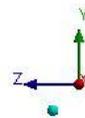
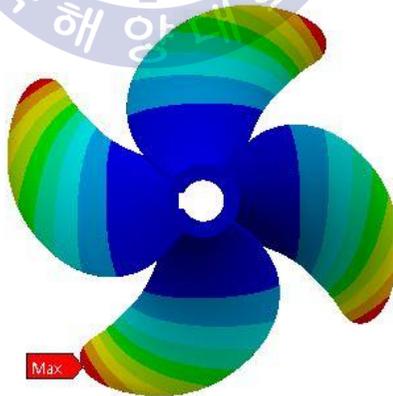
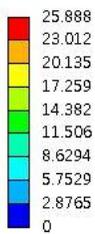


Fig. 5.4 Total deformation of CFRP propeller

**B: CFRP Static Structural**  
Equivalent Stress  
Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
Unit: MPa  
Time: 1  
Max: 39.342  
Min: 0.0060043

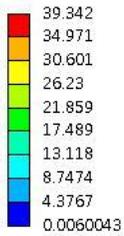


Fig. 5.5 Von-Mises stress - the forward of CFRP propeller

**B: CFRP Static Structural**  
Equivalent Stress  
Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
Unit: MPa  
Time: 1  
Max: 39.342  
Min: 0.0060043

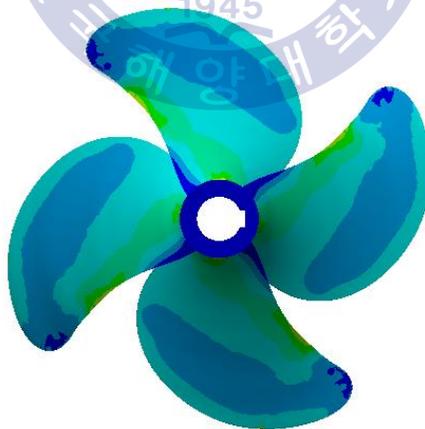
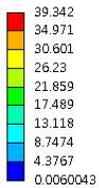


Fig. 5.6 Von-Mises stress - the backward of CFRP propeller

**Table 5.3** Comparison of structural analysis result

	Unit	NAB	CFRP
Von-Mises stress	MPa	30.99	39.34
Ultimate strength	MPa	330	882
Safety factor	-	10.5	22.4

### 5.3 프로펠러 재료별 진동해석

본 연구에서는 프로펠러의 고유진동해석을 통해 프로펠러 재질에 따라 각 모드별 진동특성을 파악하였다. 해석의 효율을 위해 **Figs. 5.7, 5.8** 과 같이 4개의 블레이드 중 하나의 블레이드로 3D Model을 생성하였으며, 프로펠러 보스의 6자유도를 모두 구속하여 해석을 수행하였다.

#### 5.3.1 NAB 프로펠러의 진동해석 및 결과

프로펠러 블레이드는 하나의 외팔보로 볼 수 있기 때문에 블레이드의 변형형태를 보면 1차 모드에서는, **Fig. 5.9** 에서 보는 바와 같이, 블레이드 끝단 쪽으로 한 방향으로의 굽힘형태를 보이고 있다.

**Fig. 5.10** 에서 보는 바와 같이, 2차 모드에서는 1차 모드의 블레이드 끝단의 변형과 더불어 반대방향에서의 굽힘을 나타내어, 블레이드의 중심축을 기준으로 양쪽에서의 굽힘형태를 나타낸다.

**Figs. 5.11 ~ 5.14** 에서 보는 바와 같이, 3~6차 모드에서는 1, 2차 모드에 비해 비틀림의 경향이 나타난다.



Fig. 5.7 3D model of 1 blade

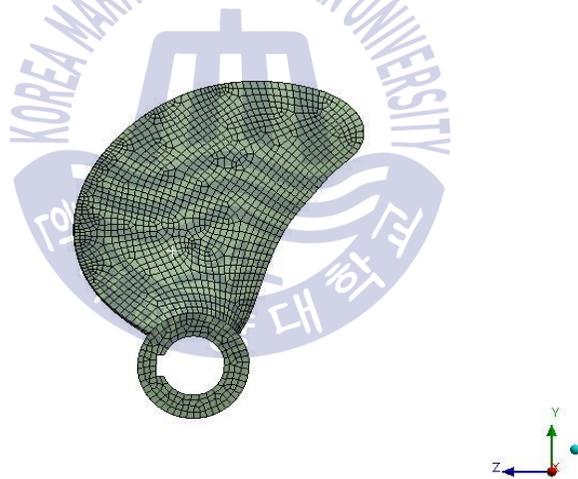
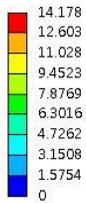


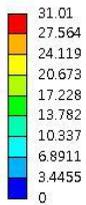
Fig. 5.8 Finite element model of 1 blade

**D: NAB Modal**  
 Total Deformation  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 93.832 Hz  
 Unit: mm  
 Max: 14.178  
 Min: 0



**Fig. 5.9** Natural vibration mode of NAB propeller - 1st mode

**D: NAB Modal**  
 Total Deformation 2  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 173.87 Hz  
 Unit: mm  
 Max: 31.01  
 Min: 0



**Fig. 5.10** Natural vibration mode of NAB propeller - 2nd mode

**D: NAB Modal**  
 Total Deformation 3  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 256.42 Hz  
 Unit: mm  
 Max: 29.094  
 Min: 0

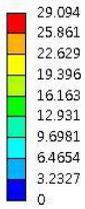


Fig. 5.11 Natural vibration mode of NAB propeller - 3rd mode

**D: NAB Modal**  
 Total Deformation 4  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 347.46 Hz  
 Unit: mm  
 Max: 35.13  
 Min: 0

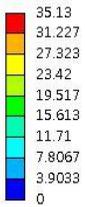
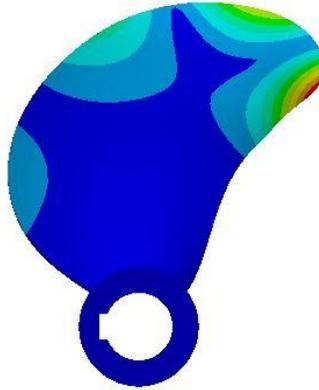
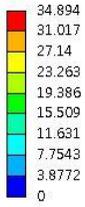


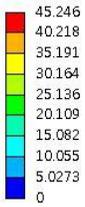
Fig. 5.12 Natural vibration mode of NAB propeller - 4th mode

**D: NAB Modal**  
 Total Deformation 5  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 388.76 Hz  
 Unit: mm  
 Max: 34.894  
 Min: 0



**Fig. 5.13** Natural vibration mode of NAB propeller - 5th mode

**D: NAB Modal**  
 Total Deformation 6  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 487.77 Hz  
 Unit: mm  
 Max: 45.246  
 Min: 0



**Fig. 5.14** Natural vibration mode of NAB propeller - 6th mode

### 5.3.2 CFRP 프로펠러 진동해석 및 결과

Figs. 5.15 ~ 5.20 과 같이, CFRP 프로펠러 또한 앞서 NAB 프로펠러의 각 모드의 형상과 비슷하게 1, 2차 모드에서 굽힘의 형태 3~6차 모드에서 비틀림의 형태로 나타나는 것을 볼 수 있었다

두 재질의 프로펠러 진동해석 결과 각 모드에 따라 유사한 경향을 보이지만 고유진동수는 큰 차이를 나타내었다. 재질에 따른 고유진동수는 Table 5.4 에 나타낸 바와 같다. 일반적으로 진동이나 주기하중이 지속적으로 작용하는 구조물의 경우에는 반드시 모드해석을 통해 구조물의 고유진동수가 작동주파수 대비 1/3 이하로 낮아지거나 3배 이상 커지도록 설계를 해야 한다. 선체의 작동주파수를 고려하여야 하지만, 실질적으로 다양한 조건의 진동상태를 고려하기는 어렵기 때문에 프로펠러가 설치되는 엔진의 회전수를 고려하였다. 본 연구에서 사용한 엔진은 출력 736 kW 1500 rpm 이며 감속비 3.2의 감속 장치에 의해 프로펠러 회전수는 393rpm 이므로 프로펠러의 회전 주파수는 6.55 Hz 이다. 또한 프로펠러는 유체 속에서 거동하게 되어 자체의 질량뿐 아니라 유체력에 의한 부가수 질량 효과의 영향을 받게 되어 고유 진동수가 더 낮아질 수 있음을 고려하였을 때, CFRP 의 주파수 영역은 269.2 ~ 1408.5 Hz 으로 NAB의 주파수 영역인 93.8 ~ 487.8 Hz에 비해 최소 2.8배 높으므로 공진에 대해 더 안전하다고 판단된다. Fig. 5.21 과 같이 고유진동해석 결과를 비교하였다.

**B: Modal**  
 Total Deformation  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 269.2 Hz  
 Unit: mm  
 Max: 30.916  
 Min: 0

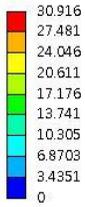


Fig. 5.15 Natural vibration mode of CFRP propeller - 1st mode

**B: Modal**  
 Total Deformation 2  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 501.09 Hz  
 Unit: mm  
 Max: 67.682  
 Min: 0

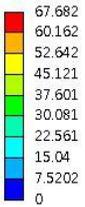


Fig. 5.16 Natural vibration mode of CFRP propeller - 2nd mode

**B: Modal**  
 Total Deformation 3  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 740.59 Hz  
 Unit: mm  
 Max: 63.573  
 Min: 0

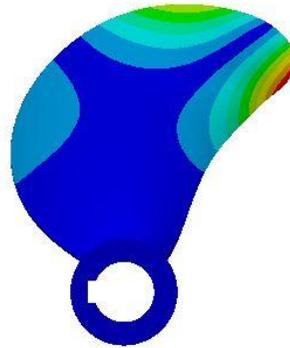
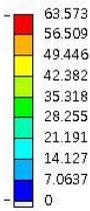


Fig. 5.17 Natural vibration mode of CFRP propeller - 3rd mode

**B: Modal**  
 Total Deformation 4  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 1002.4 Hz  
 Unit: mm  
 Max: 76.719  
 Min: 0

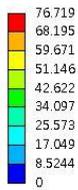


Fig. 5.18 Natural vibration mode of CFRP propeller - 4th mode

**B: Modal**  
Total Deformation 5  
Type: Total Deformation  
Frequency: 1123.4 Hz  
Unit: mm  
Max: 75.744  
Min: 0

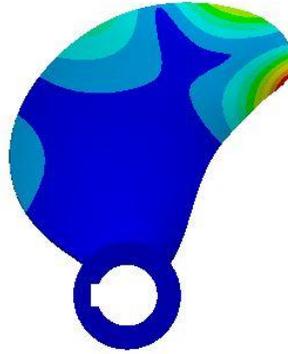
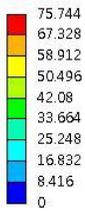


Fig. 5.19 Natural vibration mode of CFRP propeller - 5th mode

**B: Modal**  
Total Deformation 6  
Type: Total Deformation  
Frequency: 1408.5 Hz  
Unit: mm  
Max: 99.293  
Min: 0

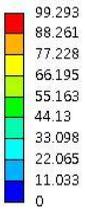
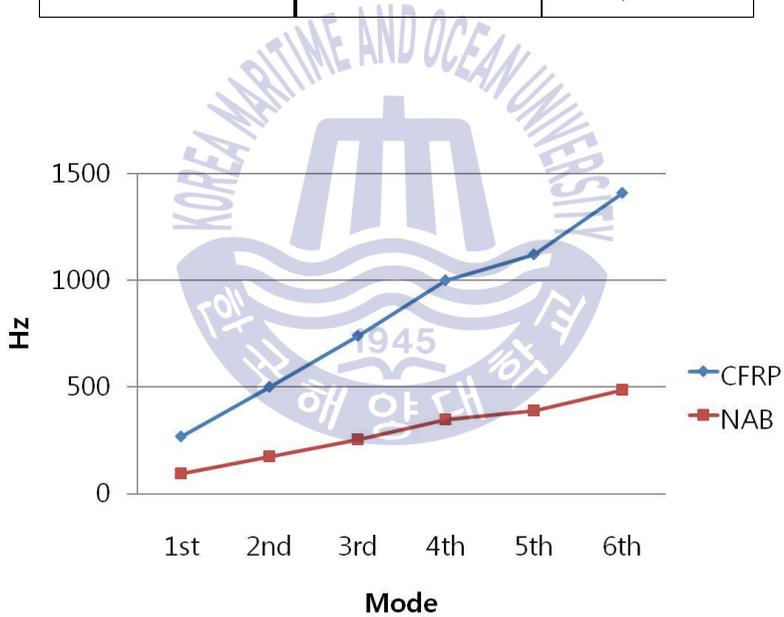


Fig. 5.20 Natural vibration mode of CFRP propeller - 6th mode

**Table 5.4** Results of propeller modal analysis

Mode	Natural frequency [Hz]	
	NAB	CFRP
1st mode	93.8	269.2
2nd mode	173.9	501.1
3rd mode	256.4	740.6
4th mode	347.5	1,002.4
5th mode	388.8	1,123.4
6th mode	487.8	1,408.5



**Fig. 5.21** Comparison of natural frequency

## 제 6 장 결 론

본 연구에서는 중소형 선박용 프로펠러의 복합재료 적용의 타당성을 검토하기 위해 범용 유한요소해석 프로그램인 Ansys V17.0을 이용하여 프로펠러 재질(CFRP, NAB)에 따라 결과를 비교하였고, 고유진동해석을 수행하여 각 모드의 특성을 파악하였다. 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 통상 항해시 선박은 전진 상태이므로 프로펠러의 전진 시 압력면의 응력을 자세히 관찰하여 비교하였다. 프로펠러 블레이드는 한 쪽이 고정된 외팔보로 볼 수 있으며 시뮬레이션 결과 두 재질 모두 허브로부터 멀어질수록 변형량이 증가하여 프로펠러 끝단에서 최대치를 나타냈다.

프로펠러 각 재질에 따른 응력의 거동을 시뮬레이션한 결과 두 프로펠러 모두 하중분포는 블레이드 단면에 적절하게 나타남을 알 수 있었다. Max. Von-Mises 값은 NAB 재질이 약 31 MPa 로 재료의 인장강도에 1/10.6 이고, CFRP 재질의 경우 약 39.34 MPa 로 재료의 인장강도에 비해 약 1/22.4 로 같은 하중에 대해 더 큰 안전율을 확보할 수 있음을 알 수 있었다. 프로펠러에 가해지는 하중은 각종 추력, 토크 및 원심력에 의한 정상적인 힘 외에 블레이드의 진동, 프로펠러의 공전, 레이싱에 의한 선체진동, 표류물과의 충돌 등에 의한 변동적인 힘이 발생할 수 있고 이러한 힘에 대해서는 재료의 안전율을 고려해야 하므로 CFRP 재질의 프로펠러 적용은 타당하다고 사료된다.

(2) 각 재질에 따른 고유진동해석을 수행하여 블레이드의 각 모드별 1차 모드에서 6차 모드까지 그 변형 특성을 확인하였다.

프로펠러의 블레이드는 하나의 외팔보로 볼 수 있기 때문에 블레이드의 변형형태를 보면 1차 모드에서는 블레이드 끝단 쪽으로 한 방향으로의 굽힘형태를 보이고, 2차 모드에서는 1차 모드의 블레이드 끝단의 변형과 더불어 반대 방향에서의 굽힘을 나타내어, 블레이드의 중심축을 기준으로 양 쪽으로의 굽힘형태를 나타낸다. 3~6차 모드에서는 1, 2차 모드에 비해 비

틀림의 경향이 나타났으며 두 재질 모두 비슷한 거동을 나타냄을 알 수 있었다.

고유진동 해석결과 CFRP의 주파수 영역은 269.2~1408.5 Hz, NAB의 주파수 영역은 93.8~487.8 Hz의 값이 나타났다. 이는 프로펠러의 운동에서 유체력에 의한 부가수의 영향에 의한 진동수 저감을 감안하고, 선체의 부가적인 진동에 의한 조화 진동을 고려하더라도 저차 모드 기준에서 CFRP 재질의 주파수 영역이 NAB 재질의 주파수 영역보다 약 2.8배 높으므로 공진에 대해 비교적 안전하다고 판단된다.

(3) 더불어 각 재질에 따른 프로펠러의 무게를 비교하였다. 본 연구에서 설계한 프로펠러를 기준으로 NAB 재질의 프로펠러 무게는 470.63 kg, CFRP 재질의 프로펠러 무게는 약 98.562 kg으로 NAB 프로펠러에 비해 약 80% 무게를 절감할 수 있었다.

본 연구에서는 복합재 프로펠러의 적용을 위해 현재 상용화되어 있는 NAB 프로펠러와 CFRP 프로펠러의 구조해석과 고유진동해석을 수행하였으며, CFRP 프로펠러는 강도 면에서 성능을 만족하며 선체진동 저감, 선박의 경량화에 탁월한 효과를 볼 수 있을 것으로 판단된다. 이는 축계 베어링의 손상을 저감시키고 기진력이 감소되어 선체의 진동을 저감시킬 수 있고, 프로펠러의 유지 및 보수가 용이하게 된다. 또한, CFRP 프로펠러의 유연성은 압력의 변동에 적절히 대응함으로써 고성능, 과부하 저감을 실현시킬 수 있다.

본 논문의 결과물은 제한적인 조건을 적용하여 산출한 결과로 프로펠러의 정적상태의 구조해석을 수행하였다. 추후 CFRP 프로펠러의 내부식성을 평가하는 동시에 프로펠러 모형 제작 후 수조시험을 통한 실제 성능을 평가한 비교 연구가 진행되어야 할 것으로 사료된다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김윤해, 한중원, 복합재료학, 효성출판사, pp. 1~18, 2001.
- [2] 복합재료란 <http://m.blog.naver.com/v3zino/140012908381>
- [3] 산업정책분석원 RIssearch 센터, 주력산업 복합신소재(Composite Material) 국내외 기술 개발 동향과 발전 전망, pp. 441~445, 2014.
- [4] 산업정책분석원 RIssearch 센터, 주력산업 복합신소재(Composite Material) 국내외 기술 개발 동향과 발전 전망, pp. 479~482, 2014.
- [5] 산업정책분석원 RIssearch 센터, 주력산업 복합신소재(Composite Material) 국내외 기술 개발 동향과 발전 전망, pp. 174~175, 2014.
- [6] Susan Rush, HIGH-PERFORMANCE COMPOSITE, pp. 48~49, 2000.
- [7] Compositestoday, John Shury, First Installation of a CFRP Propeller on a Merchant Ship Announced, <http://www.compositestoday.com/2014/09/first-installation-of-a-cfrp-propeller-on-a-merchant-ship-announced/>
- [8] Lloyd's Register Technical Association, J. S, Carlton, "The Strength of Marine Propeller Blades", No. 2, pp. 651~659, 1965.
- [9] 이창섭 외, 선박 추진과 프로펠러 설계, 문운당, pp. 249~251, 2008.
- [10] 전효중 외, 축계장치와 프로펠러, 대진문화사, pp. 203~204, 2006.
- [11] 이창섭 외, 선박 추진과 프로펠러 설계, 문운당, pp. 144~149, 2008.
- [12] K. E. Schoenherr, "Recent Developments in Propeller Design", Trans SNAME, Vol. 42, 1984.
- [13] J. W. Cohen, "On Stress Calculations in Helicoidal Shells and Propeller Blades", Netherlands Research Center T. N. O. for Shipbuilding and Navigation, Publication No. 21S.

- [14] L. Kretschmer, "Ein Beitrag der Festigkeitsberechnung der Schraubenpropeller", Schiffstechnik, Vol. 3, No. 14/15, 1956.
- [15] Ir. R. Keyser & W. ARNOLDUS, "STRENGTH CALCULATION OF MARINE PROPELLERS", Int. Shipbuilding Progress, Vol. 6, No.53, pp. 26~27, January 1959.
- [16] Taylor, D. W, "The speed and power of ships", Washington D.C., 1933.
- [17] Romsom, J. "Propeller Strength Calculation", The Marine Engineer and Naval Architect, 1952.
- [18] 전효중, 김정렬, 조권희, 이돈출, "축계장치와 프로펠러", 대진출판사, pp. 266~267, 2003.
- [19] Kumai, T. and Sakurada, Y., " On the Natural Frequencies of Propeller Blade Vibration", Trans. West Japan Society of Naval Architects, 1972.
- [20] 김윤해, 한중원, 복합재료학, 효성출판사, pp. 31~32, 40~41, 2001.
- [21] 산업정책분석원 RIssearch 센터, 주력산업 복합신소재(Composite Material) 국내외 기술 개발 동향과 발전 전망, p. 81, 2014.
- [22] VARTM, <http://m.blog.naver.com/v3zino/140012908344>
- [23] 조영대, "VARTM 공법을 이용한 CFRP의 기계적 성질과 자동차용 엔진 후드 제작에의 응용", 한국해양대학교 석사학위논문, 2010.
- [24] Guide to Composites, Courtesy of MG Rover, p. 58, <http://www.gurit.com>
- [25] 손진호, "VARTM 성형공법에 의해 제조된 첨단 복합재료의 물리적·기계적 특성평가 및 그 응용", 한국해양대학교 석사학위논문, 2006.
- [26] ASTM D3039, "Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials", 2015.
- [27] ASTM D695, "Standard Test Method For Compressive Properties of Rigid Plastics", 2015.

- [28] ASTM D5379, "Standard Test Method for Shear Properties of Composite Materials by the V-Notched Beam Method", 2013.
- [29] ASTM D790, "Standard Test Method for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials", 2013.
- [30] Ever H. Barbero, "Finite Element Analysis of Composite Materials", CRC Press, pp. 17~22, 2008.

