



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

오픈 소스 라이브러리를 이용한
수치수조에서의 로그파 시뮬레이션

Rogue Wave Simulation in Numerical Wave Tank
Using Open Source Libraries



2019년 2월

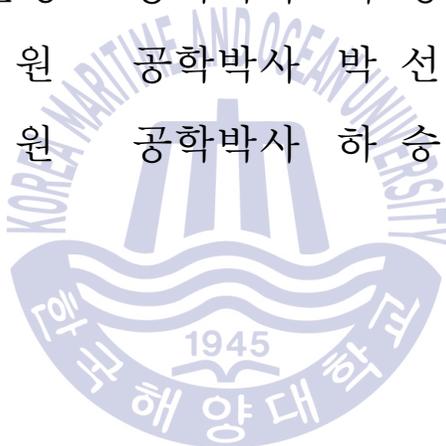
한국해양대학교 대학원

해양공학과

전우영

본 논문을 전우영의 공학석사 학위논문으로 인준함.

위원장	공학박사	최 경 식	(인)
위 원	공학박사	박 선 호	(인)
위 원	공학박사	하 승 현	(인)



2019년 1월 10일

한국해양대학교 대학원

목 차

Abstract	iv
초 록	vi
제 1 장 서 론.....	1
1.1 연구 배경	1
1.2 선행 연구	6
1.3 연구 내용	7
제 2 장 수치해석방법	9
2.1 지배방정식	9
2.2 수치방법	10
2.3 수치파랑수조 구현	11
2.3.1 완화구역 기법	11
2.3.2 방향파 생성	12
2.4 부유체의 6 자유도 운동	13
2.4.1 6 자유도 운동 해석 기법	14
2.4.2 격자 변형 기법.....	17

제 3 장 결과 및 고찰	18
3.1 해석 조건	18
3.2 다방향파에 의한 로그파 생성	19
3.3 로그파 환경하의 단순형상 구조물의 동적 거동	25
제 4 장 결론	29
참고문헌	30



List of Figures

Fig. 1 Rogue wave event measured at the Draupner Jacket.....	2
Fig. 2 The Prestige sunk by rogue wave.....	3
Fig. 3 Photos of damage caused by rogue waves.....	4
Fig. 4 Rogue waves made by direction focusing.....	5
Fig. 5 Rogue waves made by frequency focusing.....	5
Fig. 6 Relaxation zones and weighting functions.....	12
Fig. 7 Description of Earth-fixed and Ship-fixed coordinate system.....	14
Fig. 8 Domain size and grid.....	19
Fig. 9 Contours of rogue wave.....	21
Fig. 10 Time history of wave elevation at focal point.....	22
Fig. 11 Wave profile at focal point.....	23
Fig. 12 Comparison of EFD and CFD results.....	24
Fig. 13 box-shape body.....	25
Fig. 14 Time history of motion of body in rogue or regular wave.....	27
Fig. 15 Motion of body in rogue wave (compared with commercial software).....	28

Rogue Wave Simulation in Numerical Wave Tank Using Open Source Libraries

Jeon, Wooyoung

Department of Ocean Engineering
Graduate School of Korea Maritime and Ocean University

Abstract

The rogue wave is huge wave that its wave height is higher than two times of a significant wave height and it is unpredictable. It can cause serious damage to a ship and an offshore structure. To consider effect of rogue wave to design of ships and offshore structures, the studies for ships and offshore structures' dynamic characteristic in rogue wave are required. The rogue wave can be generated by focusing of wave energy. Multi-directional waves, multi-frequency waves, wave-wind interactions and wave-current interactions can be cause of wave energy focusing. In this study, the rogue waves were simulated by multi-directional waves. The open source CFD libraries, OpenFOAM, were used to simulate the rogue wave. For accurate and efficient simulation, shape of grid system, time step for simulation, etc. were chosen as parameters. The rogue

wave's maximum elevation was 4.8 times of wave amplitude at wave maker. The rogue wave's height, defined with distance from rogue wave's crest to rogue wave's trough, showed good agreement with experimental result. Heave and pitch motion of box-shaped body in rogue wave condition were calculated. The motions in rogue wave condition were greater than the motions in regular wave condition.

KEY WORDS: Computational fluid dynamics 전산유체역학, Rogue wave 로그파, Numerical wave tank 수치수조, OpenFOAM 오픈폼



오픈 소스 라이브러리를 이용한 수치수조에서의 로그파 시뮬레이션

전 우 영



특정해역에서의 유의파고보다 2배 이상 높은 파랑 현상으로 정의되는 로그파는 드물게 발생하지만 발생 장소와 시간을 예측할 수 없고 매우 높은 파도가 갑자기 발생했다 사라지는 특징을 가진다. 이런 이유로 로그파는 선박 및 해양구조물의 안전을 심각하게 위협하는 요인이 될 수 있다. 선박 및 해양구조물의 설계에 로그파의 영향을 고려하기 위해 로그파 환경에서의 선박 및 해양구조물의 동역학적 특성에 관한 실험 또는 수치적 연구가 필요하다. 로그파는 파랑 에너지의 집중으로 인해 발생할 수 있으며 다방향파에 의한 중첩, 주파수가 다른 파들의 중첩, 파랑-바람 또는 파랑-해류의 상호작용 등이 그 원인으로 여겨진다. 본 논문에서는 로그파 환경이 선박 및 해양구조물에 미칠 수 있는 영향을 파악하기 위해 다방향파에 의한 로그파 재현 시뮬레이션을 수행하였다. 로그파 시뮬레이션을 위해 오픈 소스 전산유체역학

라이브러리 OpenFOAM이 사용되었다. 높은 정확도를 가지면서 효율적인 시뮬레이션을 위한 파라미터로 격자의 모양, 격자의 간격, 계산의 시간간격 등을 선택하여 해석을 수행하였다. 재현된 로그파의 정수면을 기준으로 한 최대 높이는 중첩되기 전의 파의 진폭의 약 4.8배에 달했다. 과정에서 파저까지의 거리를 로그파의 높이로 정의하였고 로그파 재현 실험 결과와 일치함을 확인하였다. 재현된 로그파 환경에서 단순형상 구조물의 상하동요와 종동요 거동을 해석하였고 규칙파 환경에서 보다 더 큰 폭으로 진동하는 것을 확인하였다.

KEY WORDS: Computational fluid dynamics 전산유체역학, Rogue wave 로그파, Numerical wave tank 수치수조, OpenFOAM 오픈폼



제 1 장 서 론

1.1 연구 배경

최근 거대한 파랑현상인 로그파(Rogue wave)에 대한 관심이 높아지고 있다. Freak wave, Killer wave 등 다양한 명칭으로 불리우는 로그파는 오랫동안 선원들의 미신으로만 여겨져 왔다. 하지만 사진 자료, 계측자료 등을 통하여 로그파가 실제로 존재한다는 사실이 밝혀졌다.

로그파는 식 (1)과 같이 정의된다(Kharif, Pelionovsky and Slunyaev, 2009).

$$AI > 2, \quad \text{where,} \quad AI = \frac{H_{\text{rogue}}}{H_s} \quad (1)$$

여기서, AI 는 이상지수(Abnormality index), H_{rogue} 는 로그파의 파고, H_s 는 유의파고(Significant wave height)로 특정 해역에서 일정기간 관측된 파고 중에서 상위 1/3에 해당하는 높은 파고의 평균값이다. 즉, 유의파고의 2배 이상의 파고의 파랑 현상을 로그파라고 할 수 있다.

1995년 1월 1일, 북해에 위치한 채킷 구조물 Draupner가 위치한 곳에서 로그파가 발생했고 이를 계측한 기록이 공개된 이후로 로그파는 공학자들의 관심의 대상이 되고 있다. 이 때 계측된 로그파는 Draupner wave 또는 New year wave라고 불린다. Draupner wave의 시간 별 파고가 Fig. 1(Haver, 2004)에 나타나 있다. Fig. 1에서 240초에 해당하는 순간에 파고 약 26 m의 로그파가 발생했다. 당시의 Draupner가 위치한 해역의 유의파고는 11.9 m이고, 이는 식 (1)의 로그파 정의에 해당한다. 로그파가 발생하는 순간에 이르기까지 파고가 점점 높아지는 등의 징후는 찾아볼 수 없다. 발생한 로그파의 파고는 유의파고 11.9 m 인 해역의 1만년주기파에 해당하는 수준으로, 기존의 통계적인 방법으로는 발생할 확률이 지극히 낮다고 볼 수 있다. 징후 없이 발생하는 로그파는 선박 및 해양구조물이 선수의 방향을 돌리거나 작업을 중단하고 안전한 해역으로 이동하는 방법 등으로 대비할 수 없기 때문에 선박 및 해양구조물의 안전을 심각하게 위협할 수 있다.

Fig. 1에서 로그파의 정수면(Still water level)을 기준으로 파정(Crest)까지의 거리는 18 m, 파저(Trough)까지의 거리는 약 8 m로 정수면을 기준으로 비대칭 형상이다. 다른 계측자료에서도 이러한 비대칭적 형상의 특징을 살펴볼 수 있다. 이러한 특징으로 로그파와 선박 및 해양구조물이 상호작용할 때 일반적인 파랑에 비해 선박 및 해양구조물에 더 큰 하중이 발생할 수 있다.

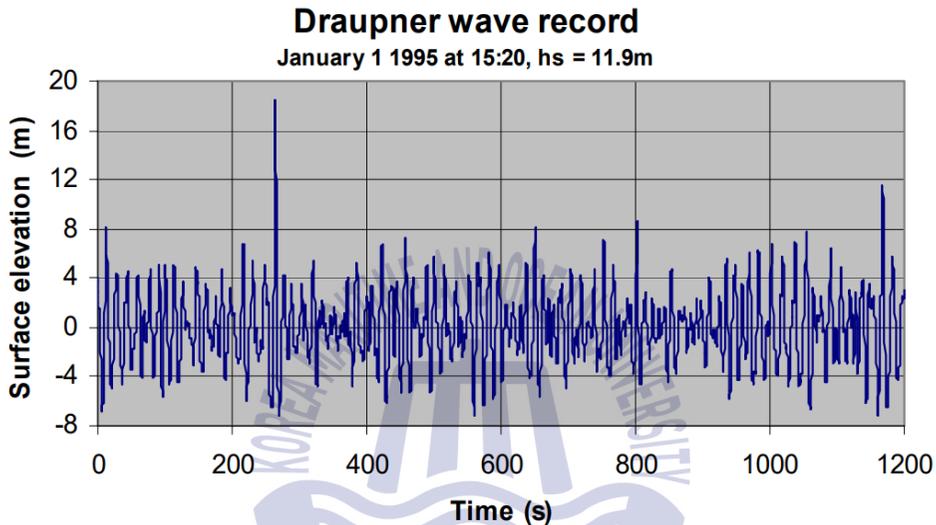


Fig. 1 Rogue wave event measured at the Draupner Jacket

실제로 로그파로 인해 선박 및 해양구조물의 손상과 인명피해 사례들이 있었고 최근에도 보고되고 있다. Fig. 2는 2002년 11월 침몰한 유조선 Prestige호의 모습이다(Lechuga, 2006). 우현에 로그파가 충돌하여 설계기준을 초과하는 하중이 발생했고, 이로 인해 발생한 손상으로 선체가 분리되고 마침내 침몰하여 60,000 ton에 해당하는 기름을 유출하여 주변 해역에 극심한 오염을 초래했다. Fig. 3은 로그파로 인해 손상된 사례들의 모습이다(Olagnon, 2000). 위와 같은 로그파로 인한 사고, 그로인한 2차 오염을 예방하기 위해 선박 및 해양구조물의 설계에 로그파로 인한 하중이 고려되어야 하지만, 현재까지 선박 및 해양구조물에 로그파가 미치는 영향은 명확하게 연구되지 않은 실정이다.



(a) Initial damage by rogue wave on the Prestige



(b) Sinking of the Prestige

Fig. 2 The Prestige sunk by rogue wave

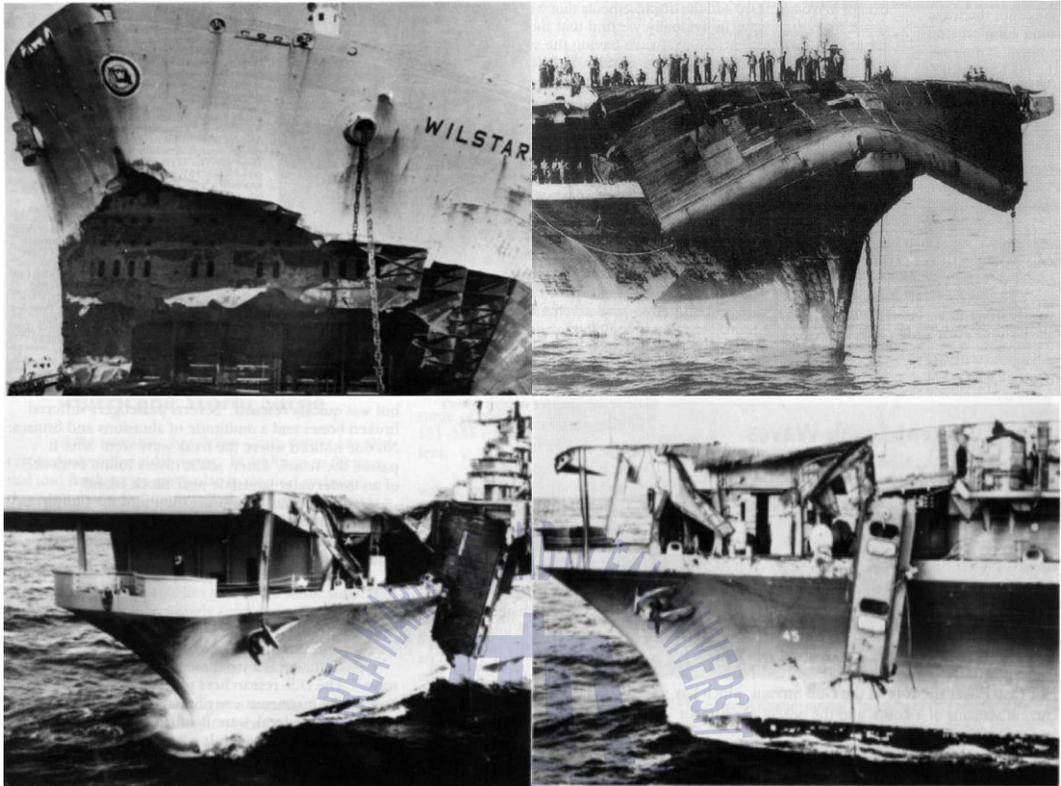


Fig. 3 Photos of damage caused by rogue waves

로그파가 발생하는 원리는 정확하게 밝혀지지 않았지만 다음과 같은 원인으로 인해 로그파가 발생할 수 있다. 로그파는 기본적으로 파랑 에너지의 집중에 의해 발생할 수 있다. 방향이 다른 파들의 공간적 중첩, 주파수가 다른 파들의 시간적 중첩, 해저 지형의 효과, 파랑과 바람의 상호작용, 파랑과 해류의 상호작용 등이 파랑 에너지의 집중의 원인이 될 수 있다.

Fig. 4는 방향에 의한 중첩으로 로그파가 발생하는 모습을 나타낸 그림이다. 동일한 주파수와 동일한 위상을 가진 다른 방향의 파들이 한 점으로 향하고, 그 지점에서 파랑 에너지가 중첩되어 로그파가 발생한다. Fig. 5는 주파수에 의한 중첩으로 로그파가 발생하는 모습을 나타낸 그림이다. 먼저 출발한 속도가 느린 파들을 나중에 출발한 속도가 빠른 파들이 한 순간에 추월하게 되고, 그 순간 집중된 파랑 에너지에 의해 로그파가 발생한다.

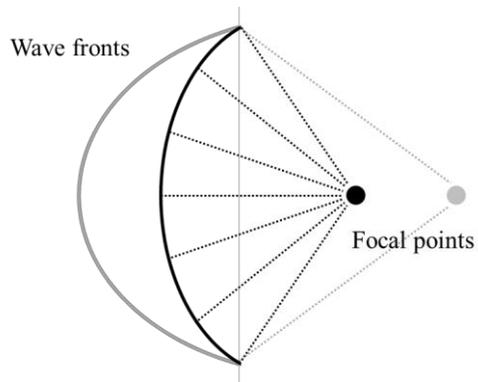


Fig. 4 Rogue waves made by direction focusing

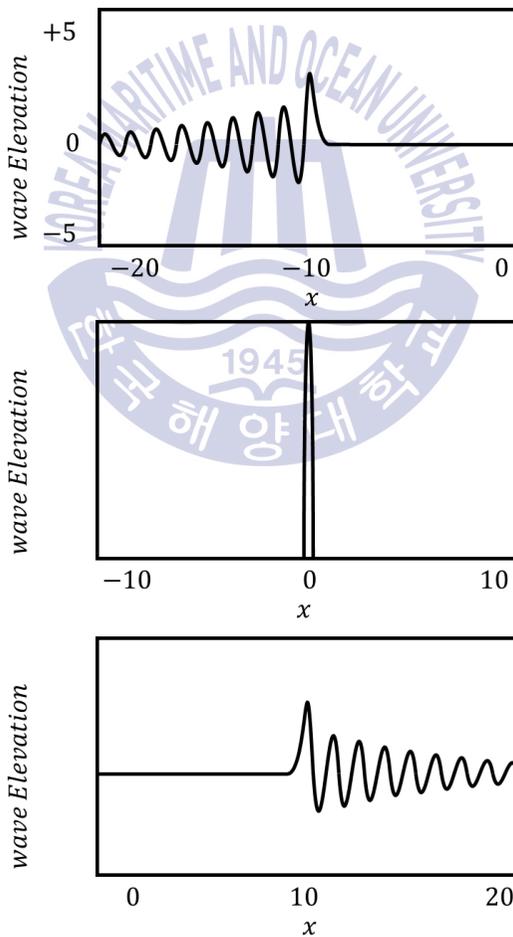


Fig. 5 Rogue waves made by frequency focusing

1.2 선행 연구

일반적으로 파랑 환경에서의 선박 및 해양구조물의 동역학적 특성을 추정하는 방법에는 수조(Experimental wave tank, EWT)에서의 모형실험(Experimental fluid dynamics, EFD), 및 포텐셜 이론(Potential theory)을 이용한 방법, 전산유체역학(Computational fluid dynamics, CFD)을 이용한 수치수조(Numerical wave tank, NWT)에서의 수치해석적 방법이 있다. 이 중 모형실험의 경우 실험수행에 필요한 시간 및 경제적 비용이 크고 프루드수(Froude number, Fr) 기반 동역학적 상사로 인한 레이놀즈수(Reynolds number, Rn)의 차이와 물리수조의 유한한 크기에 의해 발생하는 벽면의 영향에 의한 축척효과(Scale effect)로 인해 실험에서의 유동과 실제 유동에 차이가 있다. 포텐셜 이론을 통한 접근법은 전산유체역학을 이용한 방법보다 비교적 빠른 시간안에 결과를 얻을 수 있다는 장점이 있으나 점성을 고려하지 않는 한계를 지니고 있다

최근 컴퓨터 성능의 발달로 전산유체역학을 이용한 수치적 연구가 비약적인 발전을 이루었으며 그 신뢰성과 활용되는 폭이 넓어지면서 수치수조, 점성을 고려한 파랑 구조물간 상호작용과 비선형성 거동에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 특히 오픈 소스 전산유체역학 라이브러리인 OpenFOAM(Jasak, 2009)은 해양공학의 많은 문제에 적용되고 있으며, 상용 전산유체역학 프로그램과 비교했을 때 라이선스 비용이 없고 사용자가 원하는 기능을 구현하여 추가할 수 있는 확장성이 뛰어난 장점이 있다.

선행 연구자들에 의해 로그파(Rogue wave)가 발생할 수 있는 물리적인 과정이 밝혀졌다. 계측 데이터 분석, 수조실험, 시뮬레이션 등을 통해 로그파가 발생할 수 있는 물리적인 과정들을 제시하였다(Kharif and Pelinovsky, 2003).

로그파 재현 시뮬레이션은 주로 포텐셜 이론인 비선형 슈뢰딩거 방정식(Nonlinear Schrödinger equation, NLSE), 뒤스테 모델(Dysthe model), 고차 스펙트럴법(High order spectral method, HOSM) 등의 방법을 이용한 연구가 이루어졌다.

비선형 슈뢰딩거 방정식을 이용한 로그파 재현의 경우, 비선형적 발달의 불안정성에 의해 파의 에너지가 좁은 지역에서 집중되는 현상을 재현하였으나 좁은 대역폭에 대해서만 유효하며 비선형적인 현상에 대해서는 취약한 특징을 보여주었다. 뒤스테 모델을 이용한 로그파 재현의 경우, 비선형 슈뢰딩거 방정식의 3차 정확도를 4차 정확도로 확장하여 비선형 슈뢰딩거 방정식을 이용한 방법보다 더 안정적인 파랑을 재현하고 더 넓은 범위의 진폭을 재현하였지만 일부 대역폭에서 불안정하다는 단점이 있다(Dysthe *et al.*, 2003).

실험을 통해 로그파를 재현하고 로그파의 물리적인 특징을 분석하는 연구가 수행되었다(Liagre, 1999). 실제 발생했던 로그파를 모형 스케일로 재현하고 로그파의 형상을 분석하였다.

포텐셜 이론을 통해 시뮬레이션된 로그파의 한계를 극복하기 위해 점성을 고려한 전산유체역학을 통한 방법이 고려되었다. 3차원 수치구조에서 완전히 비선형적인 다방향파로 로그파를 재현하고 벽면 효과를 연구했다(Kim *et al.*, 2001). 벽면에 완전 경계조건을 사용하여 벽면에 의한 영향을 최소화하였다.

통계적인 접근법을 통한 로그파의 특성에 대한 연구가 이루어졌다. 로그파가 포함된 파랑자료의 통계적 특성을 Rayleigh 이론 등을 이용하여 살펴보았다(Stansell, 2002 cited in 김도영, 2011). 실제 로그파 계측데이터를 분석한 결과 유의파고의 크기가 클수록 로그파가 발생할 확률이 높다고 볼 수 없다는 것을 보여주었다(김도영, 2011).

1.3 연구 내용

본 연구에서는 오픈 소스 전산유체역학 라이브러리인 OpenFOAM을 이용하여 Fig. 4와 같이 방향이 다른 규칙파들이 중첩되어 발생하는 로그파(Rogue wave)를 재현하고, 재현된 로그파 환경에서의 단순형상 구조물의 동적 거동에 대한 수치해석을 수행하였다. 체적비 이송 방정식을 이용하여 2 상 유동(Two phase flow)를 해석할 수 있는 OpenFOAM의 기본 해석자 interFoam에 로그파 재현을 위한 라이브러리를 추가하여 로그파의 생성과 소멸이 이루어지게

하였다.

로그파 재현 실험이 수행된 물리수조를 참고하여 구성된 수치수조에 위상차가 부여된 규칙파를 생성하도록 하여 로그파를 재현하고 시간에 따른 자유수면 변화를 계측하여 로그파의 생성과정을 확인하였다. 로그파가 잘 생성되었는지 검증하기 위해 수치수조에서의 시뮬레이션 결과와 물리수조에서의 실험결과와 비교하였다.

로그파 환경에서의 단순형상 구조물의 동적 거동을 해석을 수행하였다. 로그파 재현 수치해석의 경우와 동일한 방법으로 로그파를 재현하고 단순형상 구조물의 상하동요와 종동요를 계측하였다. 비교를 위해 규칙파 환경에서의 동일한 구조물에 대한 동적 거동 해석도 수행하였다.



제 2 장 수치해석방법

2.1 지배방정식

물과 공기의 혼합류인 비압축성의 유동의 속도와 압력은 다음과 같이 표현되는 연속방정식(2)과 운동량방정식(3)에 의해 계산된다.

$$\nabla \cdot (\rho_m \vec{v}_m) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_m \vec{v}_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}_m \vec{v}_m) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} + \rho_m \vec{g} \quad (3)$$

여기서, ρ 는 밀도, v 는 속도벡터, p 는 압력, $\bar{\tau}$ 는 점성 응력 텐서, \vec{g} 는 중력 가속도벡터를 나타낸다. 아래 첨자 m 은 여러 상으로 이루어진 혼합류를 의미한다. 비압축성 유동에서의 점성 응력 텐서는 식(4)와 같이 표현된다.

$$\bar{\tau} = \mu_m (\nabla \vec{v}_m + \nabla \vec{v}_m^T) \quad (4)$$

혼합류의 밀도와 점성계수는 식(5)와 식(6)과 같이 표현된다.

$$\rho_m = \alpha_{air} \rho_{air} + \alpha_{water} \rho_{water} \quad (5)$$

$$\mu_m = \alpha_{air} \mu_{air} + \alpha_{water} \mu_{water} \quad (6)$$

여기서, α 는 각 셀에서의 공기와 물의 체적분율, 아래 첨자 air 와 $water$ 는 각각 공기와 물을 의미한다. 각 셀에서의 α_{air} 와 α_{water} 의 합은 항상 1이다.

자유수면을 계산하기 위해 체적비 이송 방정식(7)을 이용하였다.

$$\frac{\partial \alpha \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \rho_m \vec{v}_m) = -C_{ad} \nabla \cdot (\alpha(1-\alpha) \vec{v}_r) \quad (7)$$

여기서, 체적분율 α 는 셀이 완전히 물로 채워진 경우에는 1, 완전히 공기로 채워진 경우에는 0, 자유수면에 해당하는 셀에서는 0에서 1사이의 값을 갖는다. 오른쪽 변의 항은 자유수면에서 두 상의 물성치 차이에 의한 확산을

감소시키기 위한 소스 항으로 $0 < \alpha < 1$ 인 자유수면에서만 작용한다. C_{ad} 는 자유수면에서의 확산의 감소를 위한 상수로 0과 1사이의 값을 갖고, 본 연구에서는 1을 사용하였다. \bar{u}_r 은 자유수면의 최대속도를 기반으로 한 경계면의 압축속도이다.

본 연구에서는 난류에 의한 영향은 고려되지 않았다.

2.2 수치방법

연속방정식, 운동량방정식 및 체적비 이송 방정식은 비압축성 기반 비정상상태에서 계산하였다.

시간항에 대해서는 1차 정확도의 Euler scheme을 사용하였다. 일반적인 공학문제에서 시간에 대해 1차 정확도를 사용하는 것은 큰 문제가 없는 것으로 알려져 있다. 확산항에 대해서는 2차 정확도의 중심차분법을 사용하였다. 확산항에 대해서는 2차 정확도의 TVD차분법을 사용하고 제한자로 Van Leer 제한자(Van Leer, 1977)를 사용하였다.

속도와 압력의 연성은 SIMPLE 알고리즘(Patankar and Spalding, 1972)과 PISO 알고리즘(Issa, 1986)을 결합한 PIMPLE 알고리즘을 사용하였다. 내부 반복 횟수는 2회, 외부 반복 횟수를 1회로 적용하였다. 대수방정식의 수렴성을 증가시키기 위해 Algebraic Multi-Grid(AMG) 방법(Weiss, Maruszewski and Smith, 1999)을 사용하였고 Gauss-Seidel 반복 계산법을 이용하여 대수방정식을 계산하였다.

2.3 수치파랑수조 구현

2.3.1 완화구역 기법

본 연구에서는 로그파(Rogue wave)의 생성과 소멸이 가능한 수치파랑수조를 구현하기 위해 OpenFOAM과 함께 사용되는 오픈 소스 라이브러리인 waves2Foam(Jacobsen, Fuhrman and Fredsøe, 2011)을 사용하였다.

수치파랑수조를 구현하는 데에 있어 출구 경계면에서의 파가 반사되는 것을 방지하여 반사파가 해석 영역을 가로질러 파랑이 생성되는 입구 경계면에 영향을 미치는 것을 방지하는 것은 매우 중요하다. 출구 경계면에서의 반사파는 오염된 해석 결과를 낳고 반사파가 입구 경계면에 영향을 미치면 자유수면의 높이에 불연속성으로 인해 수치해의 수렴을 방해하게 된다.

이를 방지하게 위하여 완화구역 기법을 통해 해석 영역의 입구와 출구 경계면 주위에 완화구역을 설정하여 파랑의 생성 및 소멸을 강제적으로 조절할 수 있도록 하였다. 완화구역 내에서 파 이론에 의한 목표값과 지배방정식에 의한 값을 식 (8)과 같이 완화시켜 계산한다.

$$\phi = \chi(\sigma)\phi_{computed} + (1 - \chi(\sigma))\phi_{target} \quad (8)$$

여기서, ϕ 는 완화구역(Relaxation zone) 내에서 계산되는 변수로 속도 벡터(\vec{u})와 체적비(α)가 이에 해당된다. $\chi(\sigma)$ 는 가중함수(Weighting function)이고 완화구역 내에서 0과 1 사이의 값을 갖는다. waves2Foam에서는 Exponential, FreePolynomial, ThirdOrderPolynomial 세 가지의 가중함수 계산법을 제공하고 있으며 본 연구에서는 Exponential 방법을 사용하였고 식 (9)와 같다.

$$\chi(\sigma) = 1 - \frac{\exp(\sigma^{3.5}) - 1}{\exp(1) - 1}, \quad \text{for } \sigma \in [0,1] \quad (9)$$

여기서, σ 는 완화구역 내의 국부 좌표로 0과 1 사이의 값을 갖는다. 입구 및 출구 경계면에서는 $\chi(1) = 0$, 완화구역과 완화되지 않은 해석영역의 경계에서는 $\chi(0) = 1$ 과 같이 표현된다. 완화구역과 가중함수를 Fig. 6에 나타냈다.

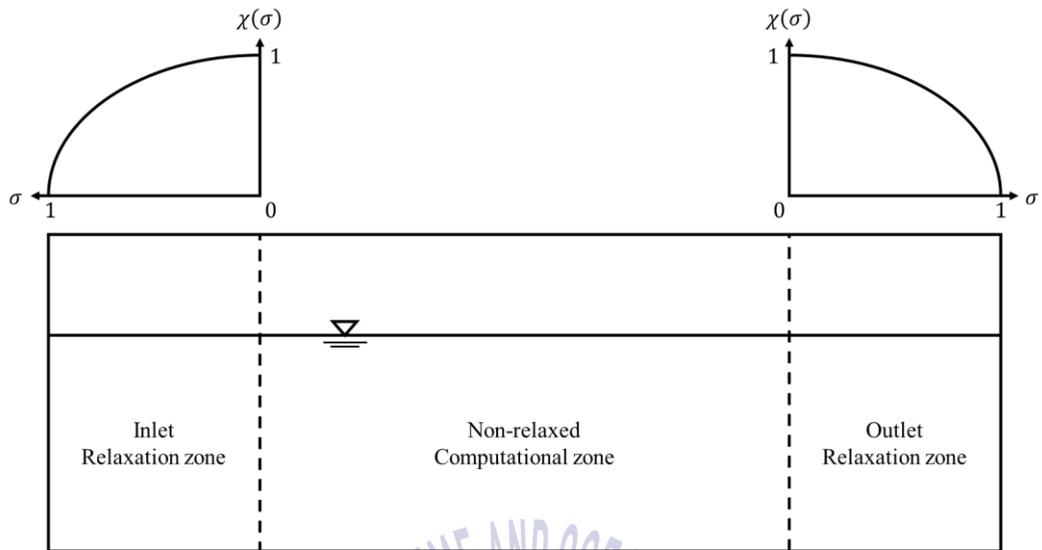


Fig. 6 Relaxation zones and weighting functions

2.3.2 방향파 생성

본 연구에서는 다른 방향의 규칙파 요소들이 초점에 모여 로그파(Rogue wave)를 형성하는 경우를 재현하였다. 규칙파를 이론적으로 해석하는 방법은 선형파 이론인 에어리(Airy)파 이론, 비선형파 이론인 스톡스(Stokes)파 이론, 크노이드(Cnoidal)파 이론, 고립(Solitary)파 이론, 스트림 함수(Stream function) 이론 등이 있다. 본 연구에서는 선형파를 이용하여 비선형 로그파를 재현하였다.

다방향파를 생성하기 위해 Snake wavemaker의 이론을 적용하였다(Deen and Dalrymple, 1991). Snake wavemaker는 유한개의 플랩(flap)형 또는 피스톤(piston)형 조파기 패널로 이루어져 있으며 각 조파기 패널이 독립적으로 움직이며 파를 생성할 수 있다. 수치수조에서는 각 입구 경계면의 셀의 크기와 같은 크기의 가상의 조파기 패널이 입구 경계면의 셀에 설치되어 있는 것과 동일하게 파를 생성한다.

계산영역의 입구 경계면에서 생성할 규칙파의 수치파랑수조의 입구 경계면의 각 셀에는 식 (10), 식 (11)과 같은 속도와 식 (12)와 같은 파의 높이가

주어진다.

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = A\omega \frac{\cosh(k(z+h))}{\sinh(kh)} \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \cos(k_x x + k_y y - \omega t - \epsilon) \quad (10)$$

$$w = A\omega \frac{\sinh(k(z+h))}{\sinh(kh)} \sin(k_x x + k_y y - \omega t - \epsilon) \quad (11)$$

$$\eta = A \cos(k_x x + k_y y - \omega t - \epsilon) \quad (12)$$

여기서, u, v, z 는 각각 x -방향, y -방향, z -방향의 속도다. x, y, z 는 입구 경계면의 각 셀의 좌표이며 정수면에서 $z = 0$ 이다. A 는 파의 진폭(Amplitude), ω 는 각주파수(Angular frequency), h 는 수심(Water depth), θ 는 파의 z -축 기준의 방향각(Directional angle), t 는 시간(Time), k 는 파수(Wavenumber)이며 $k_x = k \cos\theta$, $k_y = k \sin\theta$ 이다. ϵ 는 위상차(Phase difference)로 식 (13)과 같다.

$$\epsilon = k \sqrt{(x_f - x)^2 + (y_f - y)^2} \quad (13)$$

여기서, x_f 와 y_f 는 파랑의 초점(Focal point)이다. 위상차는 입구 경계면의 셀의 위치에서부터 초점까지의 거리와 파수의 함수로, 각 수치조파기에서 생성하는 다방향파들에 위상차가 고려되어 생성된 진행하며 초점에서 위상이 일치하게 초점에서 다방향파들의 위상이 일치하여 증첩이 일어난다.

2.4 부유체의 6 자유도 운동

파랑 환경에서의 선박 및 해양구조물과 같은 부유체의 6 자유도(Six degrees of freedom) 운동 해석을 위해 부유체에 작용하는 힘과 모멘트를 계산하여 선체의 운동 변위와 각도를 계산해야 한다. 선박의 6 자유도 운동은 전후동요(Surge), 좌우동요(Sway), 상하동요(Heave)의 병진운동(Translations)과 횡동요(Roll), 종동요(Pitch), 선수동요(Yaw)의 회전운동(Rotations)으로 구분된다. 6자유도 운동을 해석하기 위해 부유체의 움직임을 표현하기 위한 6자유도 운동 해석 기법과 격자의 변형 기법이 필요하다.

2.4.1 6 자유도 운동 해석 기법

직교좌표계(Cartesian coordinate system)에서 파랑에 의한 부유체의 6자유도 운동을 해석하기 위해 부유체를 강체로 강주하고 각 방향으로 작용하는 힘과 모멘트의 합을 계산한다.

Fig. 7은 선체의 운동성능을 해석하기 위해 이용되는 두 가지 좌표계를 나타낸 그림이다. 첫 번째 좌표계는 지구고정 좌표계(Earth-fixed coordinate system), OXYZ, 두 번째 좌표계는 부유체 기준의 선체고정 좌표계(Ship-fixed coordinate system), O'X'Y'Z'이다. 선체고정 좌표계는 부유체의 중심에 고정되어 있고 선체고정 좌표계에서의 운동은 지구고정 좌표계에 대해서 표현된다.

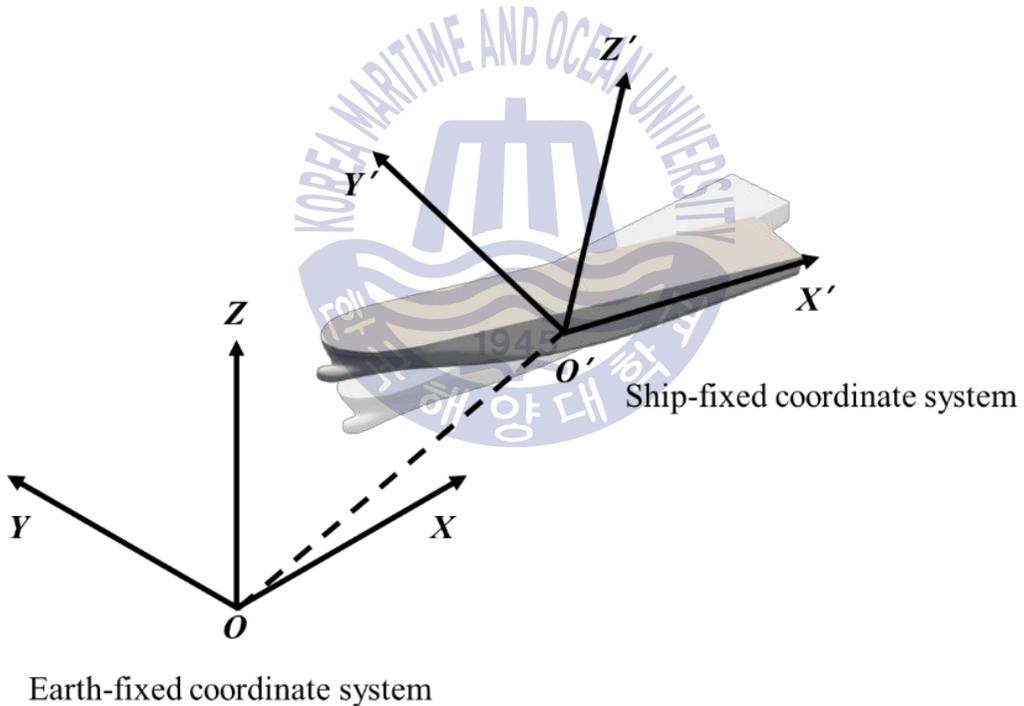


Fig. 7 Description of Earth-fixed and Ship-fixed coordinate system

지구고정 좌표계에서 각 축에 대한 병진운동과 변위와 회전운동의 각변위는 식 (14)와 같이 표현된다. 선체고정 좌표계에서의 6자유도 운동으로 인한 속도와 가속도는 식 (15)와 같이 표현된다.

$$(\eta_1, \eta_2) = (x, y, z, \phi, \theta, \psi) \quad (14)$$

$$(v_1, v_2) = (u, v, w, p, q, r) \quad (15)$$

여기에서, $x, y, z, \phi, \theta, \psi$ 는 지구고정 좌표계의 각 변위와 각도 벡터를 의미하며 u, v, w, p, q, r 는 선체고정 좌표계에서의 부유체의 속도와 가속도 벡터를 의미한다.

시간에 따라 고정된 검사체적을 지나는 유체의 특성을 다루는 방법인 오일러 방법(Eulerian method)을 적용하여 지구고정 좌표계에 대한 선체고정 좌표계의 상대속도는 식 (16), 선체고정 좌표계에 대한 지구고정 좌표계의 상대속도는 식(17)과 같이 표현된다.

$$v_1 = J_1^{-1} \cdot \dot{x}_1, \quad v_2 = J_2^{-1} \cdot \dot{x}_2 \quad (16)$$

$$\dot{x}_1 = J_1 \cdot v_1, \quad \dot{x}_2 = J_2 \cdot v_2 \quad (17)$$

여기에서, J_1 와 J_2 는 선체고정 좌표계에서 선속도 벡터와 각속도 벡터를 지구고정 좌표계의 선속도 벡터와 각속도 벡터로 변환하는 오일러 변환 행렬이다. J 는 식 (18), 식 (19)와 같은 행렬로 표현된다.

$$J = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \theta \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$J^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \quad (19)$$

여기에서, $\theta = \pm 90^\circ$ 에서의 J 의 값은 정의될 수 없지만, 부유체의 종동요 각변위가 $\pm 90^\circ$ 가 되는 경우는 없다고 가정할 수 있으므로 무시할 수 있다.

선체고정 좌표계에서 선박이 이동하는 속도에 대해 지구고정 좌표계에서의 벡터 행렬 J 는 식 (20)과 같이 표현된다.

$$J^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \cos \psi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \sin \theta \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi & -\cos \theta \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} \quad (20)$$

선체고정 좌표계에서 선박에 작용하는 힘과 모멘트의 합은 다음의 식들과 같이 계산된다.

$$\Sigma F_x = m[\dot{u} - vr + xq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pg - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] \quad (21)$$

$$\Sigma F_y = m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] \quad (22)$$

$$\Sigma F_z = m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + x_G(rq + \dot{p})] \quad (23)$$

$$\Sigma M_x = I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] \quad (24)$$

$$\Sigma M_y = I_y \dot{q} + (I_x - I_z)qr + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] \quad (25)$$

$$\Sigma M_z = I_z \dot{r} + (I_y - I_x)qr + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] \quad (26)$$

여기에서, x, y, z 는 선체고정 좌표계의 각 방향을 의미한다. F 는 힘, M 는 모멘트, I 는 관성질량을 의미한다. u, v, w 와 p, q, r 은 각 방향에 대한 속도와 각속도를 의미한다. 또한 $\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$ 와 $\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$ 은 각 방향에 대한 가속도와 각가속도를 의미한다. x_G, y_G, z_G 는 회전중심점과 무게중심점 사이의 거리를 x, y, z 방향으로 나타낸 것을 의미한다.

식 (27), (28)과 같이 선체고정 좌표계에서의 힘과 모멘트를 지구고정 좌표계로 이동시켜 6 자유도 운동을 구현하기 위한 힘과 모멘트를 구할 수 있다.

$$F_e = J_1 F \quad (27)$$

$$M_e = J_1 M \quad (28)$$

2.4.2 격자 변형 기법

파랑에 의한 선박 및 해양구조물의 움직임을 구현하기 위해 격자를 변형하는 과정이 필요하다. 라플라스 방정식(Laplace's equation)을 이용한 방법으로 전체 계산영역의 격자의 변형이 가능하다. 격자 변형의 지배방정식은 식 (29), (30)과 같다.

$$\nabla \cdot (\gamma \nabla \vec{u}_p) = 0 \quad (29)$$

$$\gamma = \frac{1}{d^2} \quad (30)$$

여기에서, γ 는 확산계수이며 본 연구에서는 2차 기반의 확산계수를 사용했다. d 는 움직이고 있는 격자의 셀 중심과 임의의 셀 중심 사이의 거리를 의미한다. \vec{u}_p 는 격자점의 이동 속도를 나타내고 확산계수의 크기에 따라 격자의 이동속도를 조절할 수 있다.

격자점의 이동 속도를 얻은 후 내부 격자점들은 식 (31)의 과정을 통해 변형된다.

$$\vec{x}_p = \vec{x}_{p0} + \vec{u}_p \Delta t \quad (31)$$

여기에서, \vec{x}_{p0} 는 격자점의 기존 위치를 의미하고, \vec{x}_p 는 시간에 따라 변형된 격자점을 의미한다. 이 방법은 격자점과 격자점의 거리비가 일정하도록 변형시켜 격자가 매우 부드럽게 변형되는 장점을 가지고 있으며 이로 인해 격자의 직교성이 최대한 유지될 수 있다.

제 3 장 결과 및 고찰

3.1 해석 조건

본 연구에서는 위상차가 부여된 파고 $H = 0.02$ m, 파장 $\lambda = 3.2375$ m, 주기 $T = 1.44$ s의 규칙파를 입구 경계면에서 생성하여 초점($x = 7.5$ m, $y = 0$ m)에서 중첩되게 하여 로그파(Rogue wave)를 재현하였다.

수치해석에 사용된 격자의 형상과 치수는 Fig. 8과 같다. 길이 $X = 19$ m, 폭 $Y = 30$ m, 높이 $Z = 5$ m인 정렬형 격자계를 구성하였다. 이 수치는 로그파 재현 실험이 수행된 Offshore Technology Research Center의 수조의 크기를 참고하여 구성된 것이다.

OpenFOAM에 포함된 정렬형 격자생성 유틸리티인 blockMesh, refineMesh, extrudeMesh를 사용하여 총 셀 수 700만 개의 정렬형 격자를 생성하였다. 계산영역의 격자 간격은 길이 방향에 대해서 규칙파의 파장에 해당하는 길이를 60분할하고 폭 방향의 격자 간격은 길이 방향의 격자 간격과 1:1에 가까이 되도록 해서 파장에 해당하는 길이를 53분할하였다. 높이 방향에 대해서는 초기 상태의 정수면이 위치하는 $z = 0$ m인 평면을 기준으로 규칙파의 진폭 $A = 0.01$ m에 해당하는 길이를 5분할하도록 설정하였다. 소파영역 내부에선 길이 방향의 격자 간격이 출구 경계면에 가까워질수록 넓어지게 구성하였다.

출구 경계면에서부터 파장 길이의 2배에 해당하는 영역을 파랑 소멸을 소멸시켜 반사파를 없애기 위한 완화구역(Relaxation zone)으로 설정하였다. 입구 경계면에 완화구역을 설정하게 되면 중첩된 파가 완화되어 로그파의 초점에서의 파고가 낮아지기 때문에 입구 경계면에는 완화구역을 설정하지 않았다.

높은 정확도와 수치해석의 효율성을 위해 격자모양, 계산의 시간간격 등의 다양한 파라미터 변화를 주며 수치해석을 수행하였으며 상기 격자모양과 계산 간격인 $\Delta t = 0.001$ s의 조건에서 변화가 없고 충분히 수렴된 결과를 보이면서

좋은 시간효율을 보였다.

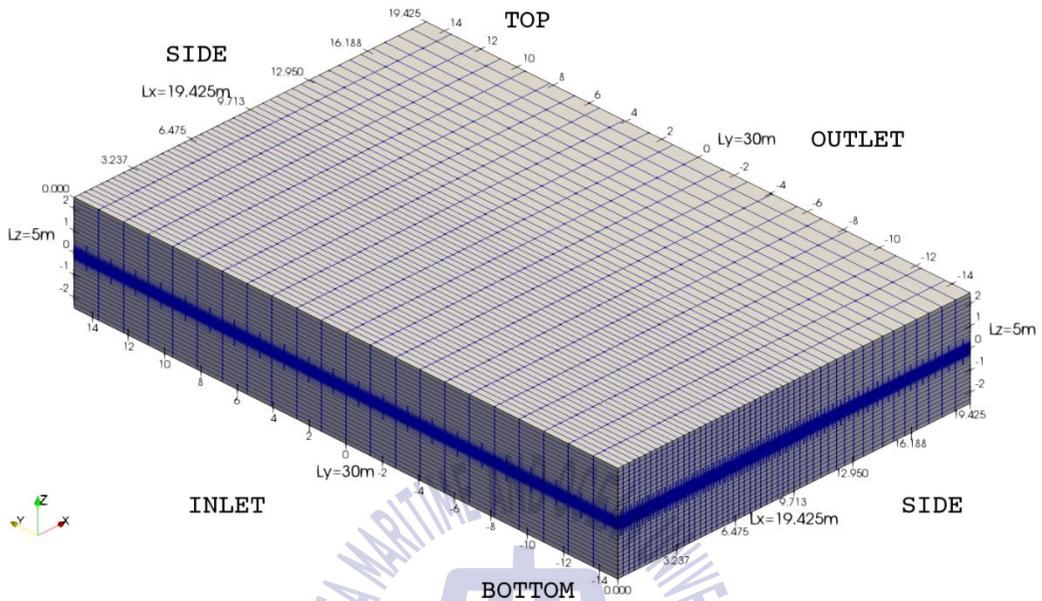
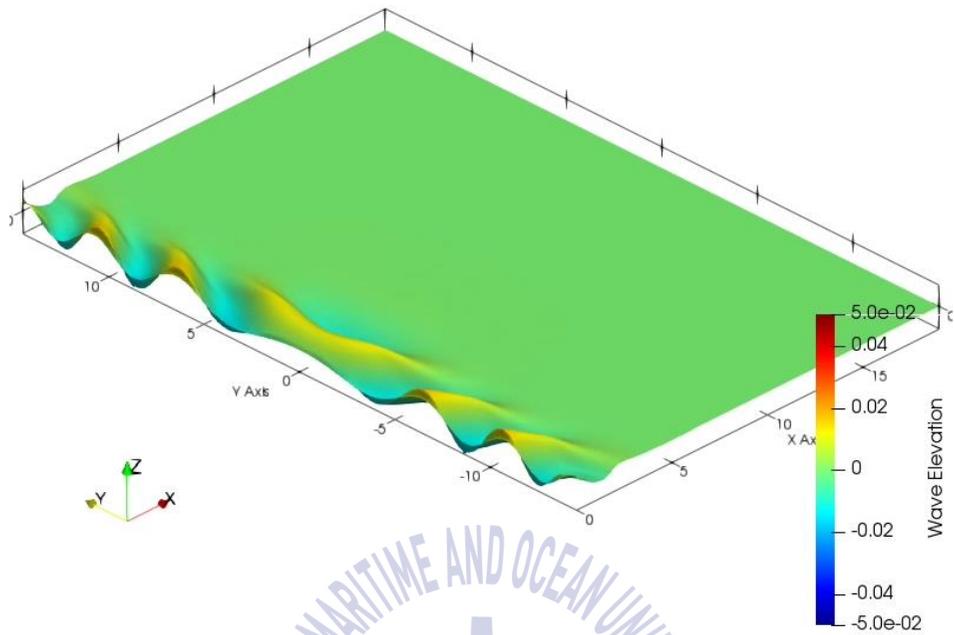


Fig. 8 Domain size and grid

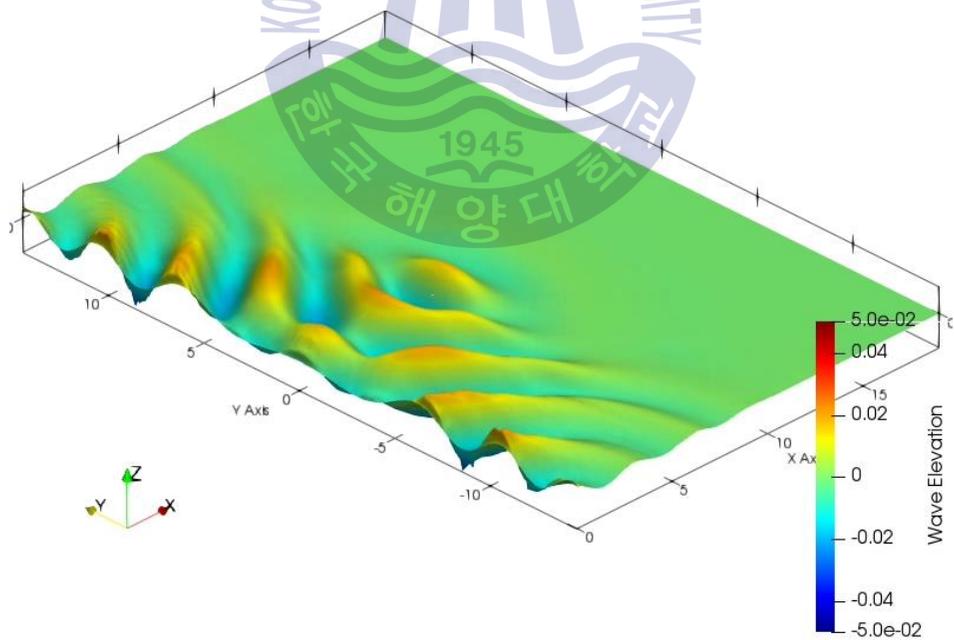
입구 경계면에서는 속도, 체적함수는 Dirichlet 조건으로 설정하였고, 압력은 Neumann 조건으로 설정하였다. 이와 반대로, 출구 경계면에서는 압력을 Dirichlet 조건으로 설정하였고, 속도, 체적함수를 Neumann 조건으로 설정하였다. 측면 경계면은 반사파의 영향을 최소화하기 위하여 slip 조건으로 설정하였다.

3.2 다방향파에 의한 로그파 생성

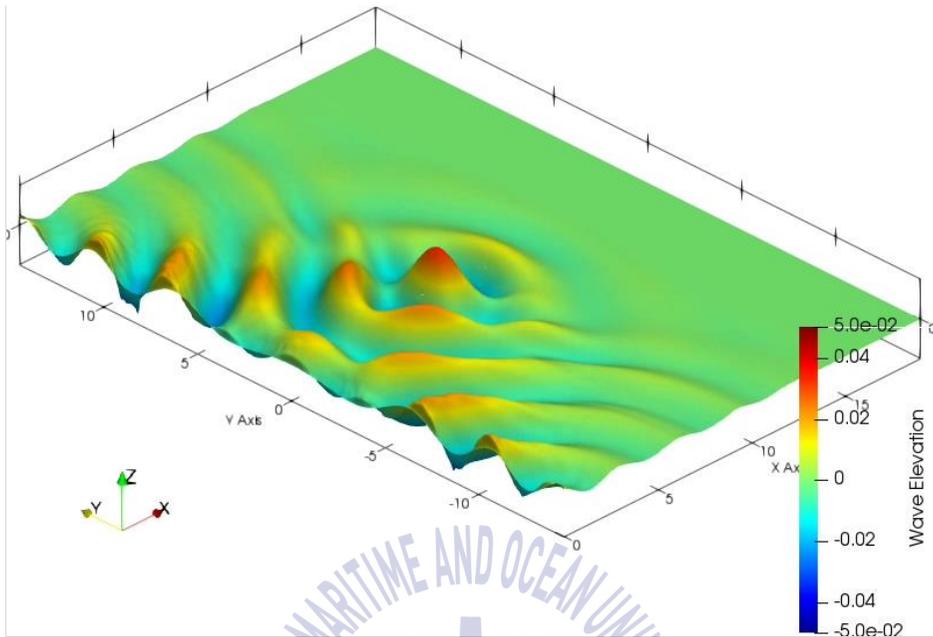
입구 경계면에서 생성된 각기 다른 위상차를 갖는 파고 $H = 0.02$ m, 파장 $\lambda = 3.2375$ m, 주기 $T = 1.44$ s의 다방향파 규칙파들이 진행하며 초점에서 로그파(Rogue wave)를 생성한다. Fig. 9는 수치수조에서의 자유수면에 해당하는 체적비 $\alpha = 0.5$ 인 면을 시간 순으로 나타낸 그림으로 로그파가 생성되는 과정을 보여주고 있다.



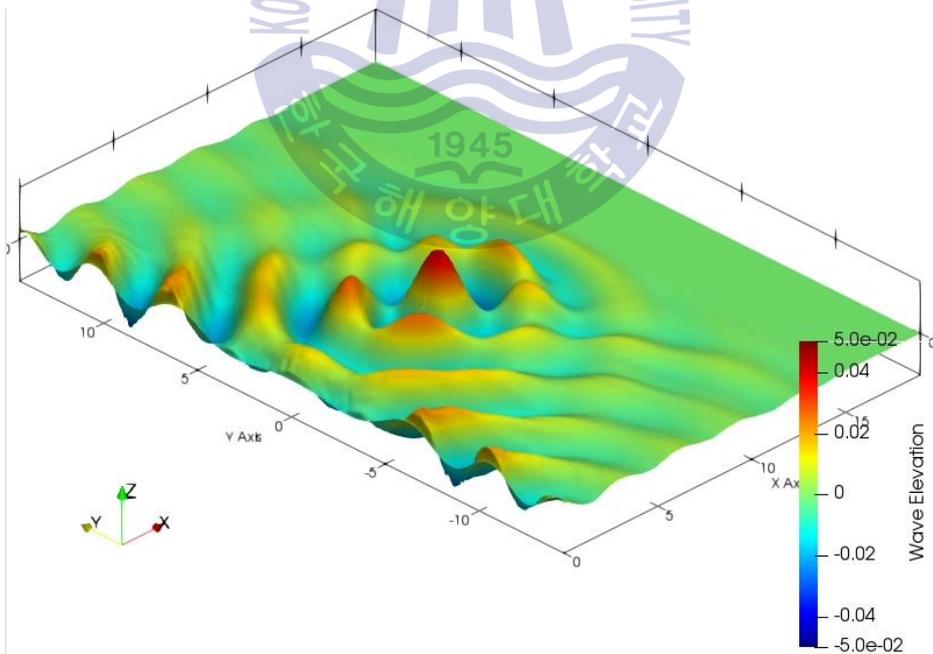
(a) $t/T = 2$



(b) $t/T = 6$



(c) $t/T = 8$



(d) $t/T = 12$

Fig. 9 Contours of rogue wave

Fig. 10은 무차원화된 시간에 따라 변화하는 초점에서의 무차원화된 자유수면 위치를 나타낸 그림이다. 초점에서 중첩된 파의 최대 진폭이 커지며 $t/T = 12$ 이후부터 같은 높이의 로그파가 반복적으로 발생한다. 로그파의 정수면에서부터 파정까지의 길이는 입구 경계면에서 생성한 규칙파의 진폭의 약 4.8배이다.

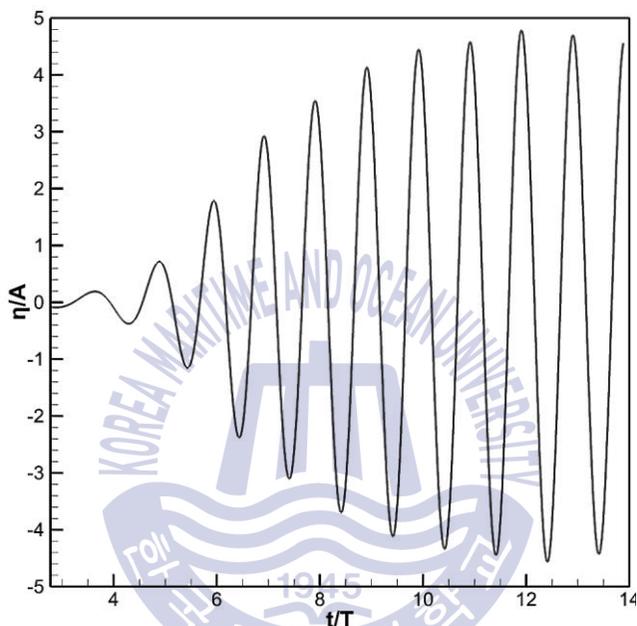
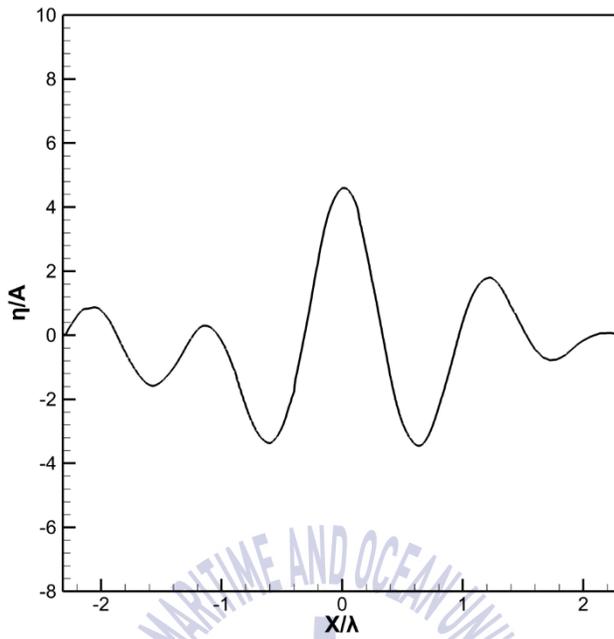
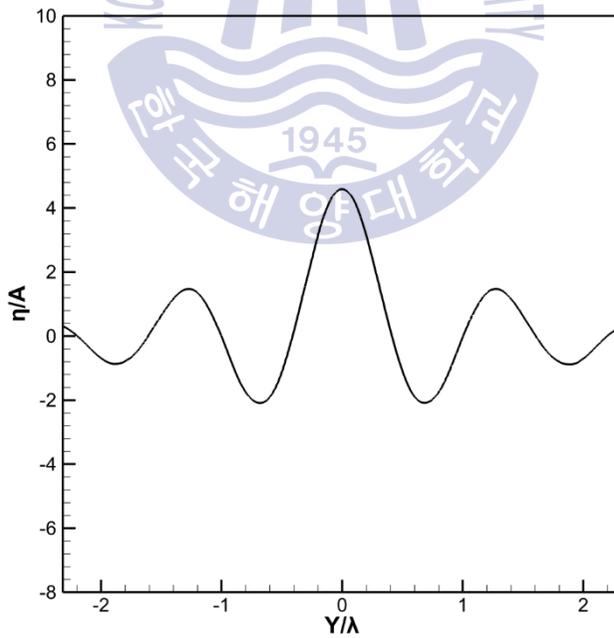


Fig. 10 Time history of wave elevation at focal point

Fig. 11은 로그파의 높이가 최대가 되는 순간과 가까운 순간의 초점을 기준으로 한 종단면($y = 0 \text{ m}$)과 횡단면($x = 7.5 \text{ m}$)을 나타낸 그림이다. 종단면에서 정수면으로부터 로그파의 파정, 파저까지의 거리는 각각 0.046 m , -0.035 m 이다. 횡단면에서 정수면으로부터 로그파의 파정, 파저까지의 거리는 각각 0.046 m , -0.021 m 이다. 종단면에서 최고 높이와 최저 높이를 기준으로 한 로그파의 파고는 $H_{\text{rogue}} = 0.081 \text{ m}$ 이다. 로그파의 높이가 최대가 되는 순간의 정수면으로부터 로그파의 파정까지의 거리는 주변의 정수면으로부터 파정까지의 거리보다 긴 것으로 정수면을 기준으로 비대칭 형상을 보인다.



(a) Cross section of wave profile along $y = 0$ m



(b) Cross section of wave profile along $x = 7.5$ m

Fig. 11 Wave profile at focal point

Fig. 12에 조파기에서 생성하는 규칙파의 진폭과 중첩된 로그파의 파고를 나타내었다. 적색 원형 표식은 물리수조에서 수행된 실험결과(Liagre, 1999)이고, 청색 사각형 표식은 본 연구에서 시뮬레이션한 수치해석 결과이다. 흑색 실선은 실험에서의 계측치를 선형 회귀분석하여 나타낸 선이다. 수치해석 결과는 실험의 경향과 일치하는 모습을 보이고 있다.

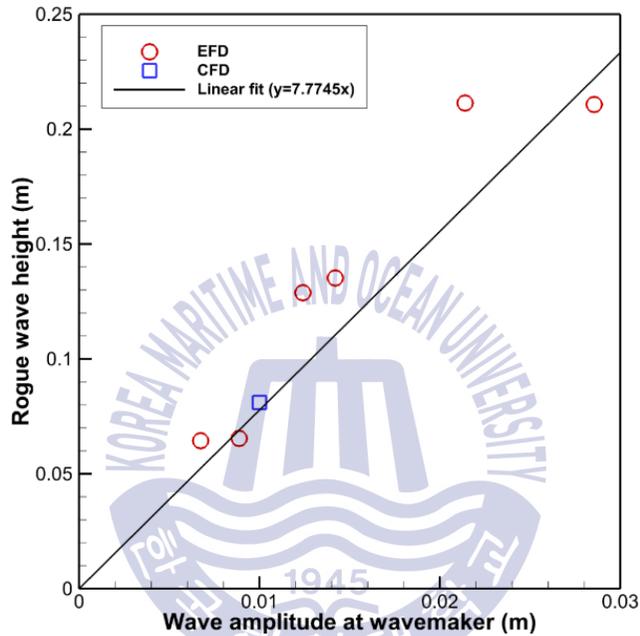


Fig. 12 Comparison of EFD and CFD results

3.3 로그파 환경하의 단순형상 구조물의 동적 거동

로그파(Rogue wave)가 선박 및 해양구조물에 미치는 영향을 파악하기 위해 환경하에서의 Fig. 13과 같은 단순형상 구조물의 동적 거동에 대한 수치해석을 실시하였다. 로그파 생성은 3.2절과 동일한 방법으로 수행되었다. 단순형상 구조물의 형상은 길이 $L_x = 2\text{ m}$, 폭 $L_y = 0.28\text{ m}$, 높이 $L_z = 0.15\text{ m}$ 이고, 평형상태에서의 흘수는 $D = 0.1\text{ m}$ 이다. 단순형상 구조물은 구조물의 바닥면의 중앙에 로그파의 초점($x = 7.5\text{ m}$, $y = 0\text{ m}$)과 일치하도록 위치되었다. 단순형상 구조물의 상하동요와 종동요의 2 자유도를 제외한 자유도는 구속된 상태에서 해석하였다.



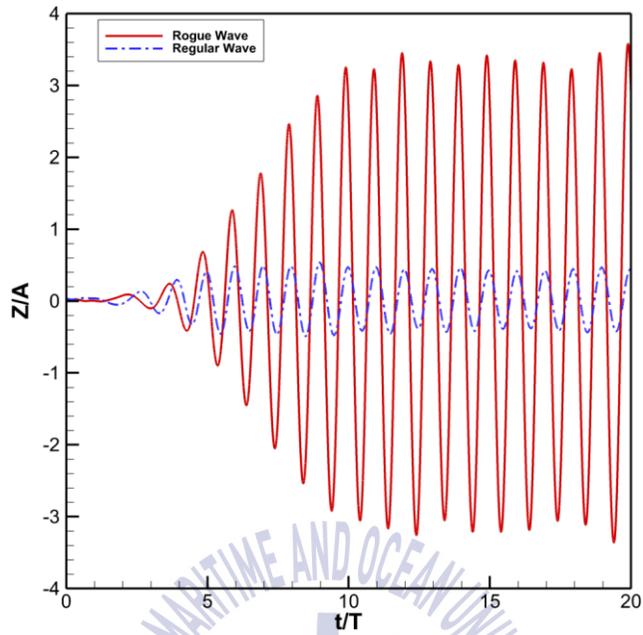
Fig. 13 Box-shape body

단순형상 구조물의 동적거동 해석 결과를 Fig. 14와 Fig. 15에 나타내었다. 단일방향의 규칙파와 규칙파가 중첩되어 형성된 로그파의 두 가지 환경에서의 단순형상 구조물의 상하동요, 종동요의 두 가지 자유도에 대한 동적 거동 해석을 실시하였다.

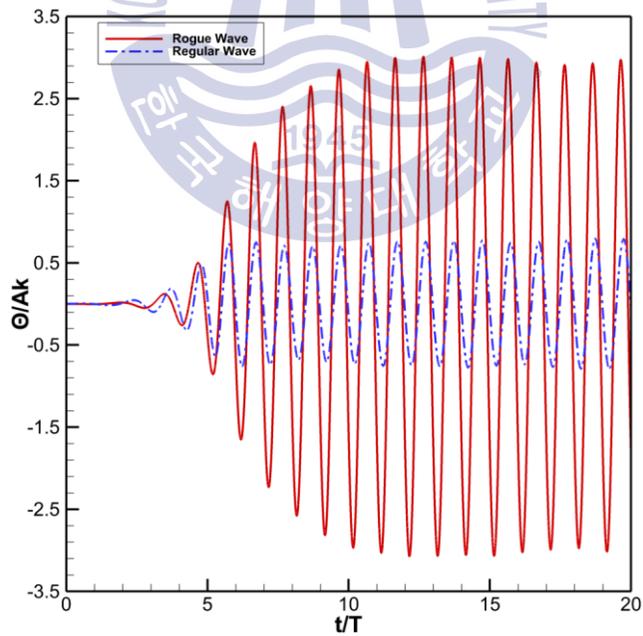
Fig. 14에서 붉은색 실선은 파고 $H = 0.02\text{ m}$ 의 규칙파가 중첩되어 형성된

로그파에 의한 단순형상 구조물의 동적 거동을 나타내고, 파란색 파선은 단일방향의 파고 $H = 0.02 \text{ m}$ 의 규칙파에 의한 거동을 나타낸 것이다. 무차원화된 로그파 환경의 단순형상 구조물의 상하동요와 종동요의 최대치는 규칙파 환경에서의 같은 구조물의 상하동요와 종동요 최대치의 각각 약 6.7배, 2.6배로 나타났다. 로그파 환경에서의 구조물의 큰 상하동요와 종동요 진폭에 의해 호깅(hogging) 또는 새깅(sagging)에 의한 하중이 클 것으로 예측되며 이와 관련하여 추후 연구가 필요하다.

Fig. 15에서 붉은색 실선으로 표시된 결과는 본 연구에서 오픈 소스 라이브러리를 이용하여 개발된 프로그램을 이용하여 해석한 결과이고 푸른색 파선으로 표시된 결과는 최근 해양공학 분야에서 널리 쓰이는 상용 전산유체역학 프로그램인 STARCCM+을 이용하여 해석한 결과이다. 두 가지 해석의 경우의 사용된 격자, 경계조건, 로그파 생성 방법, 단순형상 구조물의 크기 등의 해석 조건은 동일하다. 시간이 흐르며 로그파가 형성되어 구조물의 상하동요, 종동요의 진폭이 점점 커지는 경향과 그 크기는 두 가지 해석의 결과가 거의 일치함을 보이고 있다.

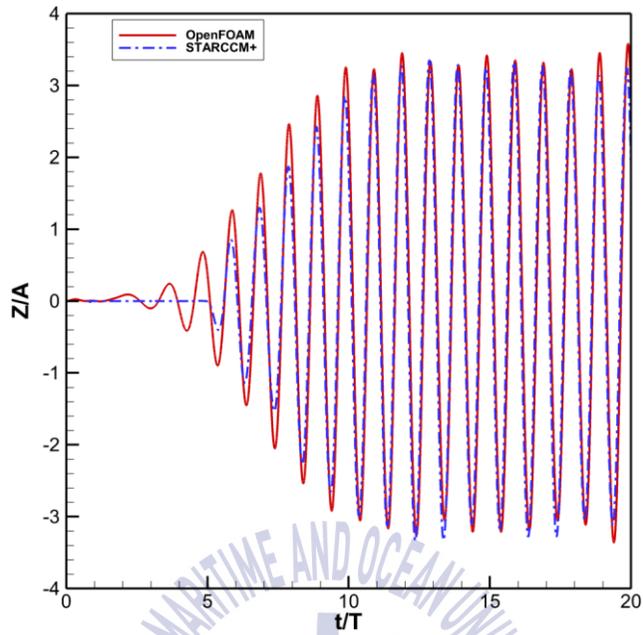


(a) Heave motion

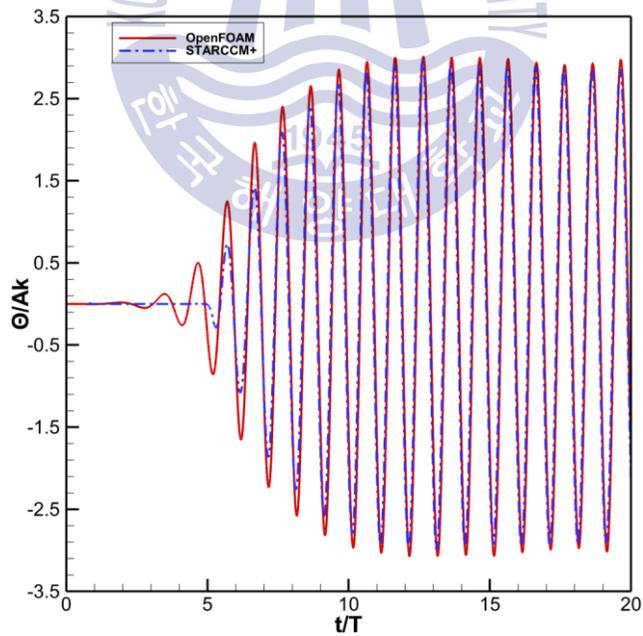


(b) Pitch motion

Fig. 14 Time history of motion of body in rogue or regular wave



(a) Heave motion



(b) Pitch motion

Fig. 15 Motion of body in rogue wave (compared with commercial software)

제 4 장 결 론

본 연구에서는 오픈 소스 라이브러리 OpenFOAM을 이용하여 수치수조에서의 로그파(Rogue wave)를 재현하고 로그파 환경에서의 부유체의 동적 거동에 대한 해석을 수행하였다. OpenFOAM의 2 상 유동(Two phase flow) 해석자 interFoam에 본 연구에서 개발한 로그파 재현을 위한 라이브러리를 추가하여 수치수조 내의 로그파의 생성과 소멸을 시뮬레이션 하였다.

로그파 재현을 위해 입구 경계면에서 위상차가 부여되어 다방향성을 갖게 되는 규칙파를 생성하여 초점에서 중첩되어 로그파를 재현하였다. 다방향성의 규칙파들이 초점을 향해 진행하며 중첩되며 로그파를 형성하는 과정을 확인하였다. 다방향파들이 초점에 중첩되어 최대 높이가 되는 순간에 예측한 로그파의 높이는 입구 경계면에서 생성되는 규칙파의 진폭의 약 4.8배였다. 형성된 로그파는 초점에서 진폭이 갑자기 커지며 파형을 보였다. 초점에서 파의 높이가 최대가 된 순간에 정수면을 기준으로 로그파의 파정까지의 거리가 로그파의 파저까지의 거리보다 더 큰 비대칭성을 보였다. 실험결과와 수치해석결과를 비교하여 로그파 재현이 잘 되었음을 확인하였다.

규칙파와 로그파 환경에서 단순형상 구조물의 상하동요, 종동요의 동적 거동을 해석하였다. 로그파가 형성되어가며 구조물의 거동의 진폭이 점점 커지는 것을 확인 할 수 있었다. 규칙파 환경과 로그파 환경에서의 상하동요, 종동요의 진폭의 크기를 비교하였을 때, 로그파 환경에서의 상하동요 진폭이 6.7배, 종동요 진폭이 2.6배 큼을 확인하였다. 로그파 환경에서의 구조물의 큰 상하동요와 종동요 진폭으로 호깅(hogging) 또는 새깅(sagging)에 의한 하중이 크게 발생할 것으로 예측되며 이와 관련하여 후속 연구가 필요하다. 개발된 라이브러리를 이용한 동적 거동 해석결과와 상용프로그램을 이용하여 동일한 조건으로 동적 거동 해석결과와 비교하여 두 가지 결과가 잘 일치함을 확인하였다.

향후에는 양방향 유체-구조 연성 인터페이스를 개발하여 로그파와 선박 및 해양구조물의 구조적 상호작용을 해석하는 연구를 진행할 계획이다.

참고문헌

- Deen, R. G. and Dalrymple, R. A. (1991) *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*, World Scientific.
- Dysthe, K. B. *et al.* (2003) 'Evolution of a narrow-band spectrum of random surface gravity waves', *Journal of Fluid Mechanics*, 478(478), pp. 1–10.
- Haver, S. (2004) 'A possible freak wave event measured at the Draupner jacket January 1 1995', in *Rogue waves 2004: proceedings of a workshop organized by Ifremer and held in Brest, France*, pp. 1–8.
- Issa, R. I. (1986) 'Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting', *Journal of Computational Physics*, 62(1), pp. 40–65.
- Jacobsen, N. G., Fuhrman, D. R. and Fredsøe, J. (2011) 'A wave generation toolbox for the open-source CFD library: OpenFoam®', *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 70(9), pp. 601–629.
- Jasak, H. (2009) 'OpenFOAM: Open source CFD in research and industry', *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 1(2), pp. 89–94.
- Kharif, C. and Pelinovsky, E. (2003) 'Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon', *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, 22(6), pp. 603–634.
- Kharif, C., Pelionovsky, E. and Slunyaev, A. (2009) *Rogue Waves in the Ocean*, Springer.
- Kim, M. H. *et al.* (2001) 'Fully Nonlinear Multidirectional Waves by a 3-D Viscous Numerical Wave Tank', *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 123(3), p. 124.
- Lechuga, A. (2006) *Were freak waves involved in the sinking of the Tanker 'Prestige'?*, *Natural Hazards and Earth System Science*.

- Van Leer, B. (1977) 'Towards the ultimate conservative difference scheme. IV. A new approach to numerical convection', *Journal of Computational Physics*, 23(3), pp. 276–299.
- Liagre, P. F. B. (1999) 'Generation and Analysis of Multi-Directional Waves'.
- Olagnon, M. (2000) *Vagues extrêmes - Vagues scélérates Vagues extrêmes - Vagues scélérates*. Available at: <http://www.ifremer.fr/web-com/molagnon/jpo2000/>
- Patankar, S. V. and Spalding, D. B. (1972) 'A calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows', *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15, pp. 1787–1806.
- Weiss, J. M., Maruszewski, J. P. and Smith, W. A. (1999) 'Implicit Solution of Preconditioned Navier-Stokes Equations Using Algebraic Multigrid', *AIAA Journal*, 37(1), pp. 29–36.
- 김도영 (2011) 'Freak Wave 발생의 통계적 특성에 대하여', *한국해양환경공학회지*, 14(2), pp. 138–145.

