

A Study on the Numerical Method to Analyze the viscous Flow around a Ship

Myung - Kyu Park*, Kuk - Jin Kang**

*Department of Naval Architect, Korea Maritime University, Pusan, Korea

**Korea research Institute of Ships and Ocean Engineering

Abstract

This paper introduces the numerical method to analyze the viscous flow around a ship and presents the usefulness through the calculation of validation. An algebraic grid and elliptic grid generation techniques are adopted for generation of the body - fitted coordinates system, which is suitable to ship's hull forms. The mass and momentum conservation equations are used for governing equations, and the flow field is discretized by the Finite - Volume Method for the numerical calculation. Time - marching procedure is used to solve the three - dimensional unsteady problem, where the convection terms are approximated by the QUICK scheme and the 2nd - order central differencing scheme is used for other spatial derivatives. A Sub - Grid Scale turbulence model is used to approximate the turbulence. Pressure and velocity fields are calculated by the simultaneous iteration method. Numerical calculations are accomplished for the Wigley and the Series 60($C_b=0.8$) model. Numerical results are compared to the experimental results and show good agreements.

1. 서 론

선체주위의 유동장은 파도와 점성유동이 매우 복잡하게 작용하는 물리적인 특성을 지니고 있다. 성능이 우수한 선형을 설계하기 위해서는 이러한 물리적인 현상을 잘 파악하고 선체에 작용하는 저항이 최소가 되도록 해야 한다. 선체에 작용하는 저항성분을 크게 나누어 보면, 파도에 의한 조파저항과 유체의 점성력에 의한 점성저항 및 선체형상에 의한 형상저항 등을 들 수 있다. 오늘에 이르기까지 많은 조선공학 연구자들은 이들 저항성분의 정확한 추정과 최소저항을 갖는 선형의 설계를 위하여 이론 및 실험적인 기술개발에 노력을 기울여 왔다. 조파저항은 주로 포텐셜이론인 선형조파저

항이론에 바탕을 두고 연구가 이루어져 왔으나 저속선 또는 선수부가 뚱뚱한 비대선 등 비선형성이 강한 경우에는 계산이 불가능하게 된다. 근래에 와서 Rankine Source 방법과 같이 비선형항까지 고려해주는 방법들이 등장하여서 비교적 양호한 결과를 얻고 있으나, 점성의 영향이 큰 선미부에서 잘 맞지 않는 등 한계성을 지니고 있다. 그리고 점성저항은 경계층이론에 의해 주로 연구가 진행되어 왔으나, 이것은 경계층이 얇은 한정된 대상에 대해서만 양호한 결과를 얻을 수 있으며 뚱뚱하거나 복잡한 물체인 경우에는 계산이 거의 불가능하다. 최근 전산기와 더불어 수치계산능력이 급속히 발달함에 따라, 유한차분법(Finite Difference Method)과 같은 수치해석방법을 이용하여 과거의

해석적인 방법으로는 접근할 수 없었던 거의 모든 분야의 문제를 수치적으로 풀 수 있는 단계에 이르렀다. 따라서 선체주위의 점성유동장의 해석에 있어서도 그 지배방정식인 Navier - Stokes 또는 Reynolds 방정식을 수치해석적으로 직접 풀어서 유동장을 어느정도 정확하게 해석할 수 있는 상황에 이르고 있다. 이들 수치계산방법들을 선체에 대하여 적용한 연구가 1990년 ITTC보고서 [1]에 요약 정리되어 있다.

본 논문에서는 선체주위 점성유동장을 해석할 수 있는 수치해석법을 개발하고, 그 정도를 검증하여 선형개발 및 저항성능추정시에 활용할 수 있도록 하고자 한다.

2. 지배방정식

2.1 연속방정식 및 운동량방정식

3차원 물체주위의 비압축성 유동장에 대한 지배방정식은 질량보존법칙으로부터 유도되는 연속방정식과 운동량보존법칙으로부터 유도되는 Navier - Stokes방정식으로서 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_i} (F_{ij}) \quad (2)$$

$$\text{단, } F_{ij} = -u_i u_j + \frac{2}{R_n} e_{ij} - \overline{u_i u_k} \quad (3)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

$$R_n = \frac{U_0 L}{\nu} \quad (5)$$

여기서, U_0 는 배의 전진속도, L 은 배의 길이, ν 는 물의 동점성계수이다. 그리고, (3)식에서 우변 첫항은 대류항, 2항은 확산항, 마지막항은 난류응력항이다.

2.2 난류모델

점성유동중에 물체가 놓여 있으면, 물체표면에서는 점성때문에 유체가 미끌어 질 수가 없으므로 그 경계면에서 속도는 불연속이 되며 그 부근에서

는 미세한 이차원파(Tollmien - Schlichting waves)가 존재하게 된다. R_n 수가 작으면 이 미세한 파동은 감쇄되어서 유동은 층류가 되지만, R_n 수가 커지면 점성력보다도 관성력이 커지게 되고, 이에 따라서 미세한 파동이 발달하여 유동이 난류가 된다. 그리고 난류에서는 크고작은 여러가지 scale의 와동이 불규칙하게 혼합되어 운동량과 에너지를 전달한다. 일반적으로 R_n 수 104을 층류로 풀수 있는 한계라 생각하고, 그 이상의 R_n 수에서는 난류모델의 도입이 불가피하다. 본 연구에서는 SGS 난류모형[2]을 사용하여 난류유동해석을 하고자 한다.

$$\overline{u_i^i u_j^j} = \frac{2}{3} \frac{v_s^2}{(0.094\Delta)^2} - 2v_s \overline{e_{ij}} \quad (6)$$

$$\Delta = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

와점성계수 v_s 는 Smagorinsky[3] 가정을 따라서 다음과 같이 구해진다.

$$v_s = L_s^2 (2\overline{e_{ij} e_{ij}})^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

여기서, 길이척도는 다음과 같이 Takakura[4]의 제안을 따라 최소격자길이의 반으로 취한다.

$$L_s = 0.5 \min(\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3) \quad (9)$$

3. 수치계산법

3.1 격자생성 및 좌표변환

3차원 선체형상의 경계면에서의 유동을 정확하게 계산하기 위해서는 경계조건을 정확하게 줄 수 있는 물체적합좌표계가 필요하다. 수치계산을 위해서는 선체표면을 포함한 계산유체공간이 많은 격자점들로 구성되어져야 하며, 이들 격자점들끼리의 정보량 교환을 통하여 계산이 진행되게 된다. 따라서 생성된 격자의 좋고 나쁨에 따라서 수치해의 결과가 영향을 받기 때문에 격자생성은 매우 중요하다 할 수 있다. 본 연구에서는 Thompson[5]의 방법을 따라서 초기격자생성은 대수적인 방법으로 하고 이를 매끄럽게 해주는 타원형 격자생성

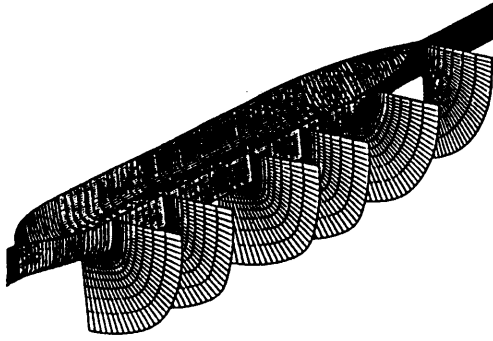


그림 1 Series 60(C_B=0.8)에 대한 계산 격자

법을 개발했다. 그림 1에는 한 예로서 Series 60, C_B=0.8인 선형에 대해서 생성된 격자모양을 보이고 있다.

본 격자생성법을 사용하여 Wigley선형에 대해서는 78,000(97×35×23)개의 격자점을, Series 60(C_B=0.8)에 대해서는 126,480(124×34×30)개의 격자점을 각각 생성하였다. 그리고 선체표면에서의 최소격자점의 크기는 $y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$ 가 10을 넘지 않도록 하였다. 여기서, u_τ 는 마찰속도, y 는 선체표면에서 격자점까지의 수직거리, ν 는 물의 점성계수이다.

3.2 지배방정식의 변환

그림 2에는 유동장해석에 적용되는 직교좌표계에서의 실영역범위와 수치계산시에 사용되는 일반좌표계에서의 계산영역의 좌표변환 관계를 보인다.

실영역을 계산영역으로 좌표변환시키면 직선좌표계의 방정식을 모두 일반좌표계로 변환시켜 주어야 한다. 이때 필요한 변환 metric tensor들은 다음과 같다.

$$\text{-공변벡터 : } a_i^l = \frac{\partial x^l}{\partial \xi^i}$$

$$\text{-격자체적(Jacobian) : } J = \partial_i \cdot (a_j \times a_k) = \det(a_m^l)$$

$$\text{-반변벡터 : } b_i^l = \frac{1}{J} (a_j \times a_k)_l = \frac{1}{J} \epsilon_{lmn} a_j^m a_k^n$$

$$\text{-면적벡터 : } A_i^j = J \cdot b_i^j$$

위에서 정의된 변환 metric tensor들을 이용하

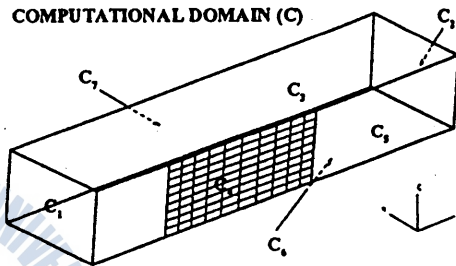
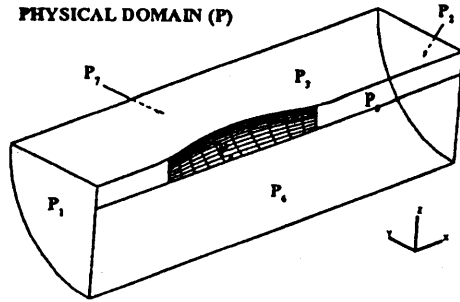


그림 2 실영역과 계산영역의 좌표변환 관계

여 직각좌표계에서의 지배방정식(1)~(4)를 일반좌표계로 변환시키면 다음과 같다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^i} (A_k^i u_k) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^j} (-A_k^j p \delta_{ik} + A_k^j F_{ik}) \quad (11)$$

$$\text{단, } F_{ik} = -u_i u_k + \frac{2}{R_n} e_{ik} - \overline{u_i u_k} \quad (12)$$

$$e_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \quad (13)$$

3.3 수치계산방법

선체주위의 난류유동장을 시뮬레이션하기 위하여 유한체적법에 의한 수치계산법을 개발하였다. 계산시에 사용되는 격자계는 staggered 격자계이며, 속도와 압력점들이 3차원적으로 각기 다른 점에 정의가 되므로 압력계산시에 안정된 결과를 준다[6].

우선, 유한체적법을 이용한 수치계산을 위해서는 지배방정식을 차분화된 식으로 변형해야 하는데, 이 차분방법에 따라서 수치계산방법이 다양하

다. 본 논문에서는 비정상유동의 해석을 목표로 하여 시간에 대해서 전진차분형태를 취하면, (11)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = -\nabla p + \nabla F \quad (14)$$

앞에서 언급한 바와 같이 F의 첫째항은 대류항에 해당하며, 이 항의 차분은 매우 중요하다. 대류항의 차분방법에는 여러가지가 있으나 본 연구에서는 3차에 가까운 정도를 주는 QUICK Scheme[7]을 사용하였다. 그리고 둘째와 세째항은 확산항과 난류 응력항에 해당하는 것으로서 2차정도의 중심차분으로 차분화 하였다.

이렇게 하여 차분화된 방정식을 사용하여 다음과 같은 방법으로 속도와 압력을 푼다. (14)식에서 압력항을 제외한 속도변화량은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta u = \Delta t \cdot \nabla F \quad (15)$$

그리고, (14)식은 다음과 같다.

$$u^{n+1} = u^n - \Delta t \cdot \nabla p + \Delta u \quad (16)$$

(16)식의 양변에 divergence를 취하면

$$\nabla(u^{n+1}) = \nabla(u^n - \Delta t \cdot \nabla p + \Delta u) \quad (17)$$

가 되고, (n+1) 시간단계에서의 divergence를 0으로 놓으면,

$$\nabla(u^{n+1}) = 0 \quad (18)$$

$$\nabla(u^n - \Delta t \cdot \nabla p + \Delta u) = 0 \quad (19)$$

가 되어, 압력에 대한 Poisson 방정식이 다음과 같이 구해진다.

$$\nabla^2 p = \Delta(u^n + \delta u) / \Delta t \quad (20)$$

(20)식은 속도와 압력을 동시 반복적으로 구하는 HSMAC법[8]으로 푸는데, 이하에는 HSMAC법을 간략히 정리하였다. 즉, \hat{u} 를(n) 시간단계의 속도 예측치로 놓고, m을 반복회수라고 하면 \hat{u} 는 (16)식으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{u} = u^n - \Delta t \cdot \nabla p^m + \Delta u \quad (21)$$

이렇게 구해진 \hat{u} 는 아직 연속방정식(18)을 만족

하지 않으며, 이로 인해서 생기는 압력변화는 다음과 같다.

$$p^{m+1} = p^m - \frac{\omega}{|\nabla^2|} \frac{\nabla \hat{u}}{\Delta t} \quad (22)$$

여기서 ω 는 완화계수(relaxation factor)로서 0.8로 한다. $|\nabla^2|$ 은 Laplace 연산자의 절대치로서 직교좌표계에서는 $(\Delta^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)$ 이나, 일반좌표계에서는 다음과 같은 근사값을 사용하기로 한다.

$$|\nabla^2| \approx g^{11} + g^{22} + g^{33} \quad (23)$$

이렇게 해서 구해진 압력치들은 그 변화량이

$$|\Delta p| = |p^{m+1} - p^m| \leq 10^{-4} \quad (24)$$

일때, 수렴된 것으로 보고 다음 시간단계로 넘어가서 계산을 계속 수행한다.

3.4 경계조건

본 계산시에 주어진 경계조건은 그림 3에서 보는 바와 같다. 즉, 유입면에서는 속도가 일정한 조건과 압력이 0인 조건이 주어지고, 유출면과 측면 원방에서는 속도와 압력이 연속하다는 조건이 주어진다. 그리고 선체중심면과 자유표면에서는 대칭조건이 주어지고, 선체표면상에서는 속도가 0인 조건과 압력이 연속하다는 조건이 주어진다.

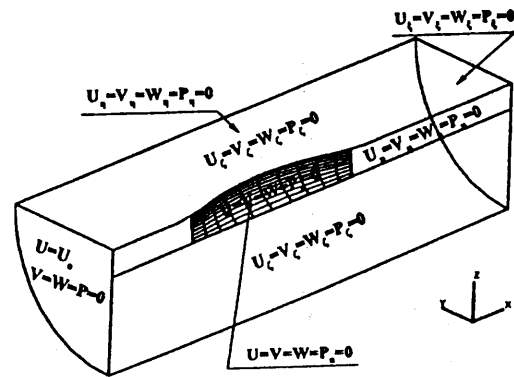


그림 3 수치계산시의 경계조건

4. 계산결과 및 검토

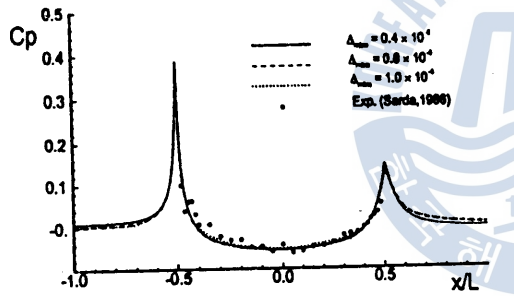
4.1 Wigley 선형

Wigley 선형은 다음과 같은 방정식으로 주어진다.

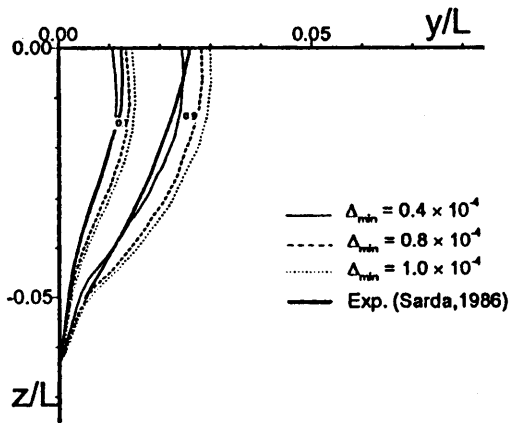
$$y = \frac{B}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{z}{d} \right)^2 \right\} \quad (25)$$

여기서, y 는 배의 폭방향 offset 이며 L, B, d 는 배의 길이, 폭, 흘수를 의미한다. 그리고 L/B 는 10 이고, L/d 는 16이다.

계산은 $R_n = 4.5 \times 10^6$ 인 난류유동에 대해서 수행되었으며, 그 결과를 Sarda의 실험결과[9]와 비교하여 그림 4와 5에 수선면을 따른 선체표면의 압력분포 모양과 선미(A.P.)에서의 축방향 등속 분포



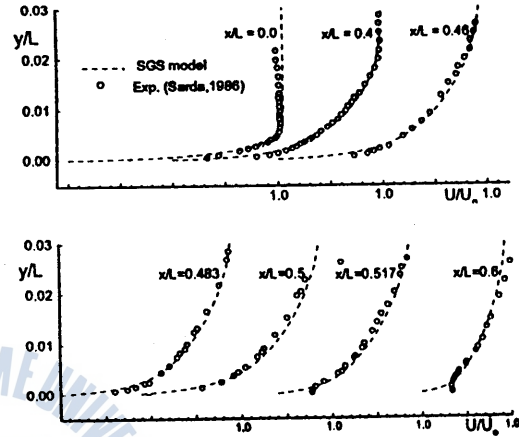
(Wigley, $R_n = 4.5 \times 10^6$)
그림 4 수선면에서의 선체표면 압력분포 모양



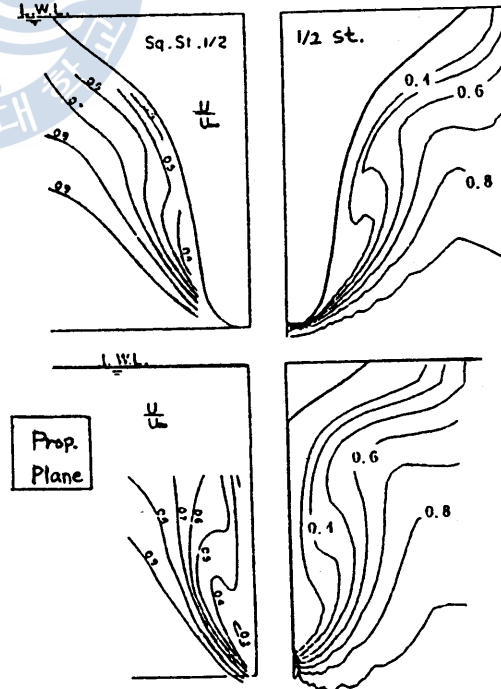
(Wigley, $R_n = 4.5 \times 10^6$)
그림 5 선미(A.P.)에서의 축방향 등속 분포도

도를 보이는데, 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

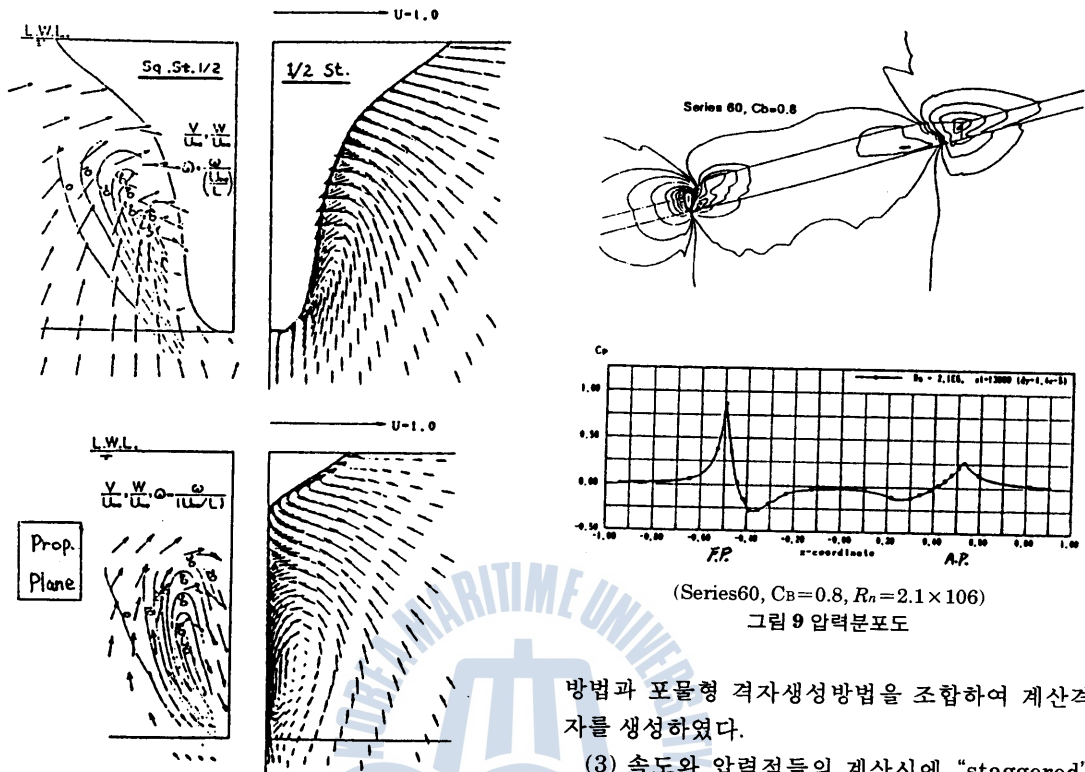
그림 6은 수선면에서 선체부근의 속도분포도를 여러개의 대표단면에서 비교하여 보이고 있는데, 역시 실험과 좋은 일치를 보이고 있다.



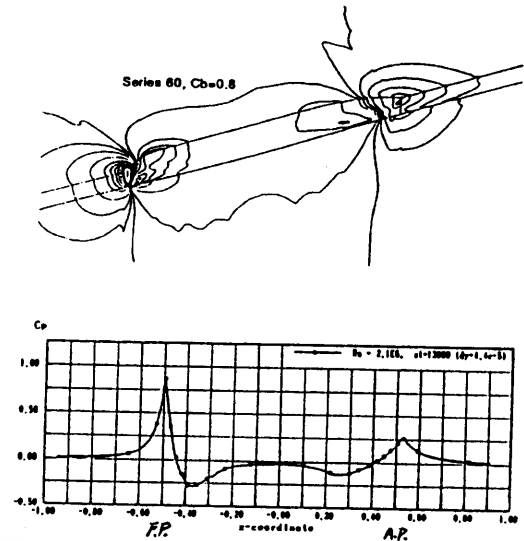
(Wigley, $R_n = 4.5 \times 10^6$)
그림 6 수선면에서의 선체근처의 속도분포도



(Series60, $C_B = 0.8, R_n = 2.1 \times 10^6$)
그림 7 축방향 등속도 분포도



(Series60, $C_b=0.8$, $R_n=2.1 \times 10^6$)
그림 8 횡방향 속도벡터도



(Series60, $C_b=0.8$, $R_n=2.1 \times 10^6$)
그림 9 압력분포도

4.2 Series 60, $C_b=0.8$

Series 60, $C_b=0.8$ 선형에 대한 난류유동계산을 $R_n=2.1 \times 10^6$ 에서 수행하였다. 그림 7과 8에서는 축방향의 등속분포도와 횡방향의 속도벡터도를 Fukuda[10]의 실험결과와 비교하여 선미부 0.5스테이션과 프로펠러단면에서 보이고 있는데, 비교적 양호한 결과를 주고 있다.

그리고, 그림 9에서는 선체표면과 선체주위의 압력분포 모양을, 그리고 자유수면과 선체표면과의 교선에서의 압력분포 모양을 보여주고 있다.

5. 결 론

- (1) 선체주위의 유동장을 해석하기 위하여 유한체적법을 이용한 수치해석기법을 개발하였다.
- (2) 계산격자의 생성시에 선체형상의 표현에 적합한 물체적합좌표계를 사용하였으며, 대수적인

방법과 포물형 격자생성방법을 조합하여 계산격자를 생성하였다.

(3) 속도와 압력점들의 계산시에 “staggered” 격자계를 적용하여 압력계산시에 안정된 결과를 얻었다.

(4) 난류계산에서 사용한 Sub - Grid Scale 난류모델은 아직 명확한 검증이 되어 있지 않으나, 본 계산에 적용해 본 결과에 의하면 적어도 정성적인 계산에는 유용하게 사용될 수 있는 것으로 판단된다.

(5) 본 연구를 통하여 개발한 수치해석법을 검증하기 위하여 Wigley 선형과 Series 60($C_b=0.8$)선형에 대해서 계산을 수행하였으며, 실험결과와 좋은 일치를 보였다.

(6) 본 논문을 통하여 개발한 수치해석법의 정도와 안정성을 더욱 향상시켜 선박의 초기선형 설계에 유용하게 사용할 수 있도록 지속적인 노력이 있어야 할 것이다.

(7) 그리고 본 수치해석법을 자유수면까지 포함하여 계산할 수 있도록 확장시킬 필요가 있으며, 이를 위한 지속적인 노력이 있어야 할 것이다.

참고문헌

- 1) "Report of the Resistance and Flow Committee", Proc. 19th ITTC, Madrid, Spain, 1990.
- 2) Zhu, M., Miyata, H. and Kajitani, H., "Finite-Difference Simulation of a Viscous Flow about a Ship of Arbitrary Configuration", 5th ICNSH, Hiroshima, Japan, 1989.
- 3) Smagorinsky, J., Manabe, S., and Holloway, J. L., "Numerical Results from a nine-level general circulation model of the atmosphere", *Monthly Weather Review*, 93, Dec., 727-768, 1965.
- 4) Takakura, Y., Ogawa, S., and Ishiguro, T., "Turbulence Model for Transonic Viscous Flow", *AIAA paper*, No. 89-1952CP, 1989.
- 5) Thompson J.F., Warsi Z.U.A. and Mastin C. W., "Numerical grid generation", North-Holland, 1985.
- 6) Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGRAW-Hill Book Company, 1980.
- 7) Leonard B.P., "A Stable and accurate convective modeling procedure based quadratic upstream interpolation, Computational Methods", *Appl. Mech. Eng.* Vol. 19, 1979.
- 8) Hirt C.W., Nichols B.D. and Romero N.C., "SOLA - A Numerical solution algorithm for transient fluid flows", Los Alamos Lab., UC-34 and UC-79d, 1979.
- 9) Sarda, O. P., "Turbulent flow past ship hulls - An experimental and computational study", Ph. D Thesis, Iowa Univ., 1986
- 10) Fukuda, K. and Fujii, A., "Turbulence Measurements in Three Dimensional Boundary Layer and Wake around a Ship Model", *JSNA*, Japan, Vol. 150, 1980.

