

# PID制御器의 最適調整에 관한 研究

柳 吉 洙

## A Study on the Optimal Adjustment of the PID Controller

Keel-soo Rhyu

〈目 次〉	
Abstract	
1. 序 論	4.1 實驗裝置 및 方法
2. 理論的 考察	4.2 定數推定 實驗
2.1 溫度制御系統의 블럭(Block)線圖	4.3 應答實驗
2.2 最適時常參數의 推定	5. 檢計 및 考察
3. 數值計算	6. 結 論
4. 實 驗	參考文獻

### Abstract

In the feed back control systems using the P.I.D. controller, it is one of the most important problems how to adjust the parameters of the controller to the optimal condition and how to define the criterion of the optimum.

Many researches have been made for this problem. For example, Ziegler and Nichols proposed a method to determine the values of parameters of the P.I.D. controller under the assumption that 25% damping oscillation per period in the transient response of the control system is optimal experimentally, and Takahashi determined the optimal parameters in the sense of minimizing the control area, which is defined as the time integral of absolute value of the control error in the indicial responses of the feed back control systems.

In this paper, the authors propose a method to determine the optimal parameters of the P.I.D. controller in the sense of minimizing the square integral of the control error in the feed back control systems, whose controlled objects are described by the first order equation with dead time. The values of the optimal parameters are computed numerically for various values of the parameters of the controlled object and the results are

examined and compared with those of the above-mentioned conventional methods.

The experiments for the indicial responses by means of the model of the temperature control system using SCR actuator showed good results as expected, and effectiveness of the proposed method is verified.

## 1. 序 論

現在, 各工場이나 船舶等に 使用되고 있는 프로세스 制御의 大部分은 P. I. D 制御器에 依해서 行하여지고 있다. 이 制御器는 3個의 퍼래미터, 즉 比例感度( $k_P$ ), 積分時間( $T_I$ ), 微分時間( $T_D$ )에 의해 調整되고 있으며 이 3個의 퍼래미터에 의해 制御特性이 크게 달라진다. 그러므로 이 3個의 퍼래미터를 여하히 調整하느냐 하는 것은 重要な 問題이다.

이 問題에 對해서 從來에 많은 研究가 行하여 졌다. 例를 들면 Ziegler와 Nichols는 制御應答에 있어서 基本振動의 1週期當 減幅比가 25%가 되도록 制御器의 퍼래미터를 調整하는 것이 좋다고 하는 限界感度法<sup>1)</sup>을 提議하였고, 目標値에서 制御量까지의 全体를 하나의 傳達函數로 보고 그 周波數 應答의 共振値를 求하여 이 값이 1.25~1.8程度가 되도록 P. I. D. 制御器의 퍼래미터를 調整하는 方法<sup>2)</sup>과 最大 오버슈트(over shoot)를 求하여 이 값이 21~38%程度가 되도록 P. I. D 制御器의 퍼래미터를 調整하는 方法<sup>3)</sup> 등이 있다. 그러나, 이러한 方法들은 周波數 應答을 利用하는 方法으로서 制御對象에 非線型要素 또는 非線型퍼래미터가 包含되는 경우에 對해서는 適用하기가 困難하다. 한편, 이러한 缺點을 解決하기 爲하여 인디셜 應答曲線(Indicial response curve)에 있어서 制御誤差의 絶對値를 積分한 값 즉, 制御面積을 評價函數로 取하여 이 값이 最少가 되도록 P. I. D 制御器의 퍼래미터를 決定하는 方法<sup>4)</sup>도 研究되고 있다.

最近 시스템理論을 基礎로 하여 發展한 最適制御理論은 二次型式 評價函數(quadratic criterion function)<sup>5)</sup>를 利用하고 있으므로 本 論文에서도 이 二次型式인 制御誤差의 自乘制御面積을 評價函數로 取하고 이 값을 最少로 하는 意味에서의 P. I. D 制御器의 最適퍼래미터의 값을 決定하는 方法을 採擇하기로 한다.

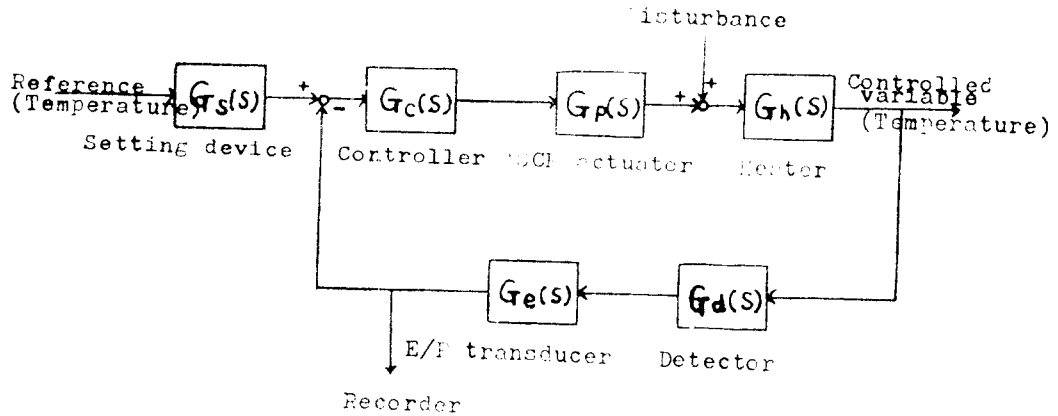
一般的으로 制御對象은 遲延要素를 隨伴하는 一次系統, 즉  $ke^{-Ls}/(1+Ts)$  ( $k$ : 定常利得,  $L$ : 遲延時間,  $T$ : 時定數)로 近似化할 수 있으므로 本 研究에서는  $k$ ,  $T$ ,  $L$ 이 주어졌을 때 이에 對한 P. I. D. 制御器의 最適퍼래미터 즉,  $k_P$ (定常利得),  $T_I$ (積分時間),  $T_D$ (微分時間)의 最適値를 計算하고 本 方法에서 求한 最適퍼래미터의 값과 前述한 바와 같은 이미 研究發表된 다른 方法에 의한 結果와를 比較檢討함과 同時에 實驗用모델로서 韓國海洋大學 自動制御實驗室에 있는 Model Plant(P-FLPT-1003型)를 利用한 SCR 制御方式의 溫度制御實驗을 行하여 計算値와 實驗値를 比較檢討하기로 한다.

## 2. 理論的 考察

### 2.1 SCR 制御方式 溫度制御統의 블럭線圖

Fig. (1)은 Model Plant(P-FLPT-1003型)의 SCR 制御方式 溫度制御系統에 對한 블럭線圖이며 다른 溫度制御方式도 이와같이 表示할 수 있다.

一般的으로 檢出器와 變換器는 線型比例要素로 볼 수 있으며 이 다음에 記錄計가 있는 것이 普通이므로 이 傳達函數는 制御對象의 傳達函數에 包含시킬 수 있고 Fig. (1)에서 檢出要素와 電空變換器를 곁한 것의 傳達函數는 設定要素의 傳達函數와 同一한 것이 普通이다. 또한 加熱器는 一般的으



Fig(1): General block diagram of the temperature control system with SCR actuator.

로 遲延要素를 隨伴하는 一次要素로 表示할 수 있으므로 本 研究에서는 SCR電力調整器, 加熱器, 檢出器와 電空變換器까지를 하나의 制御對象으로 보고 그 傳達函數를 式 (2.1)과 같이 表示한다.

$$G_o(S) = G_p(S)G_h(s)G_d(s)G_e(s) = \frac{ke^{-Ls}}{1+Ts} \dots\dots\dots(2.1)$$

$k$  : 定常利得,  $L$  : 遲延時間,  $T$  : 時定數

그리고 制御器의 傳達函數는

P制御器의 경우

$$G_{c1}(s) = k_p \dots\dots\dots(2.2)$$

PI制御器의 경우

$$G_{c2}(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_I s}) \dots\dots\dots(2.3)$$

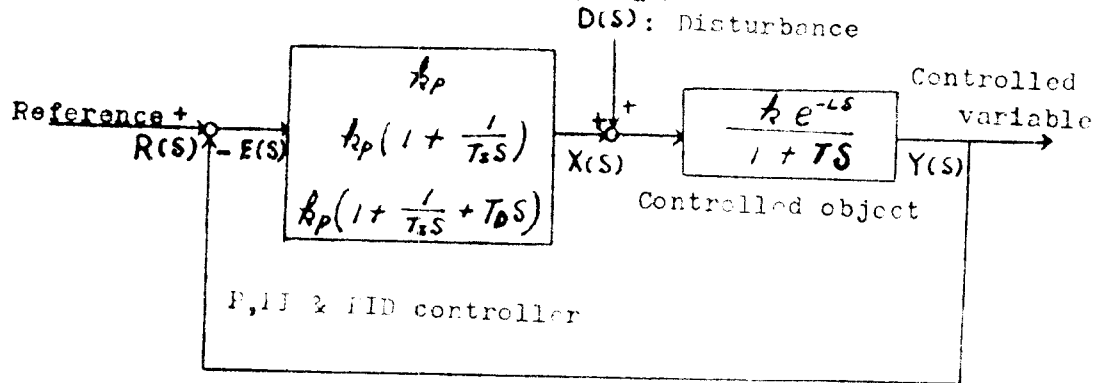
PID制御器의 경우

$$G_{c3}(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s) \dots\dots\dots(2.4)$$

$k_p$  : 定常利得,  $T_I$  : 積分時間,  $T_D$  : 微分時間

으로 表示할 수 있다.

Fig. (1)에서 設定要素의 出力을 새로운 目標值로, 電空變換器의 出力을 새로운 制御量으로 보고 以上을 綜合하여 블럭線圖를 簡略化하면 Fig. (2)와 같이 된다.



Fig(2): Simplified block diagram of Fig. (1).

## 2.2 最適퍼래미터의 推定

앞에서도 論述한 바와 같이 Fig. (2)와 같은 制御系統의 블럭線圖에서의 最適制御問題는 制御對象의 時定數, 利得, 遲延時間이 주어졌을 때 制御器의 利得  $k_p$ 와 積分時間  $T_I$  및 微分時間  $T_D$ 의 最適值을 決定하는 것이다. 그러므로 設定值(目標值)의 變動을 單位階段函數로 보고 이에 따르는 制御誤差  $E(s)$ 의 自乘面積을 評價函數로 하여 이를 最少로 하는 制御器의 最適 퍼래미터를 時間領域에서 求하기로 한다.

Fig. (2)의 블럭線圖를 時間領域으로 表示하면

$$T \frac{dy}{dt} + y(t) = k x(t-L), \quad t \geq L \dots\dots\dots (2.5)$$

$$e(t) = [r(t) - y(t)] \dots\dots\dots (2.6)$$

P制御器의 경우

$$x(t) = k_p e(t) \dots\dots\dots (2.7)$$

PI制御器의 경우

$$x(t) = k_p [e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt] \dots\dots\dots (2.8)$$

PID制御器의 경우

$$x(t) = k_p [e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt}] \dots\dots\dots (2.9)$$

단  $r(t) = u_0(t)$  : unit step function

으로 表示된다.

다음에 評價函數를  $J$ 라고 하면

$$J(k_p, T_I, T_D) = \int_0^{\infty} [e(t) - e(\infty)]^2 dt + \alpha [e(\infty)]^2 \dots\dots\dots (2.10)$$

단  $\alpha$  : 荷重係數(Weighting Coefficient)

으로 表示되며, 여기서  $e(\infty)$ 는 單位階段入力에 對한 Off-Set, 즉 制御誤差의 最終值이며 Fig. (2)에서 最終值定理를 利用하여 計算할 수 있다.

P制御器의 경우

$$\begin{aligned} e(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1 + k_p k e^{-LS} / (1 + Ts)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + k_p k} \end{aligned}$$

PI制御器의 경우

$$\begin{aligned} e(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1 + k_p k \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) e^{-LS} / (1 + Ts)} \cdot \frac{1}{s} = 0 \end{aligned}$$

PID制御器의 경우

$$\begin{aligned} e(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1 + k_p k \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) e^{-LS} / (1 + Ts)} \cdot \frac{1}{s} = 0 \end{aligned}$$

따라서 式(2.10)은 다음 두가지 경우로 나누어 쓸 수 있다.

P 제어기의 경우

$$J(k_p) = \int_0^\infty \left[ e(t) - \frac{1}{1+k_p k} \right]^2 dt + \alpha \left( \frac{1}{1+k_p k} \right)^2 \dots\dots\dots (2.11)$$

PI & PID 제어기의 경우

$$J(k_p, T_I, T_D) = \int_0^\infty [e(t)]^2 dt \dots\dots\dots (2.12)$$

여기서  $e(t)$ 는  $r(t)$  즉 설정값가 단위階段函數일 때이며 PID 제어기의 최적 조정 문제는 식 (2.5) (2.6), (2.7), (2.8), (2.9)를 拘束條件으로 하여 식(2.11), (2.12)를 最少로 하는  $k_p, T_I, T_D$ 의 最適 퍼라미터를 推定하는 問題이다.

그러나, P 제어기의 경우에 있어서는  $e(\infty)$ , 즉 Off-Set가 남기 때문에 荷重係數( $\alpha$ )를 무시할 수 없고 이 값을 어떻게 定하느냐에 따라서 最適特性이 크게 달라지므로 本 研究에서는 PI와 PID 제어기에 對해서만 論하여 보고자 한다.

以上을 綜合하면 식(2.5), (2.6)(2.8) 및 식(2.5), (2.6)(2.9)의 拘束條件下하서 다음 式의 解를 求함으로써 PI 제어기 및 PID 제어기의 最適 퍼라미터를 各各 求할 수 있다.<sup>9),7)</sup>

PI 제어기의 경우

$$\left. \begin{aligned} \frac{dJ}{d\mathbf{P}} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial J}{\partial k_p} \\ \frac{\partial J}{\partial T_I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots \\ \frac{d^2J}{d^2\mathbf{P}} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial k_p^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial k_p \partial T_I} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial T_I \partial k_p} & \frac{\partial^2 J}{\partial T_I^2} \end{pmatrix} : \text{Positive definite} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (2.13)$$

단  $\mathbf{P}^T = (k_p, T_I)$

PID 제어기의 경우

$$\left. \begin{aligned} \frac{dJ}{d\mathbf{P}} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial J}{\partial k_p} \\ \frac{\partial J}{\partial T_I} \\ \frac{\partial J}{\partial T_D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots \\ \frac{d^2J}{d^2\mathbf{P}} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial k_p^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial k_p \partial T_I} & \frac{\partial^2 J}{\partial k_p \partial T_D} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial T_I \partial k_p} & \frac{\partial^2 J}{\partial T_I^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial T_I \partial T_D} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial T_D \partial k_p} & \frac{\partial^2 J}{\partial T_D \partial T_I} & \frac{\partial^2 J}{\partial T_D^2} \end{pmatrix} : \text{Positive definite} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (2.14)$$

단  $\mathbf{P}^T = (k_p, T_I, T_D)$

그러나 식(2.13) 및 (2.14)에서 最適 퍼라미터를 理論的으로 求하기는 매우 困難하므로 本 研究에서는 電子計算機에 의한 數值計算으로 求하기로 한다.

### 3. 數值計算

Fig. (3)은 PID 제어기를 使用한 경우, 식 (2.5), (2.6), (2.9)의 拘束條件下에서 식(2.14)의

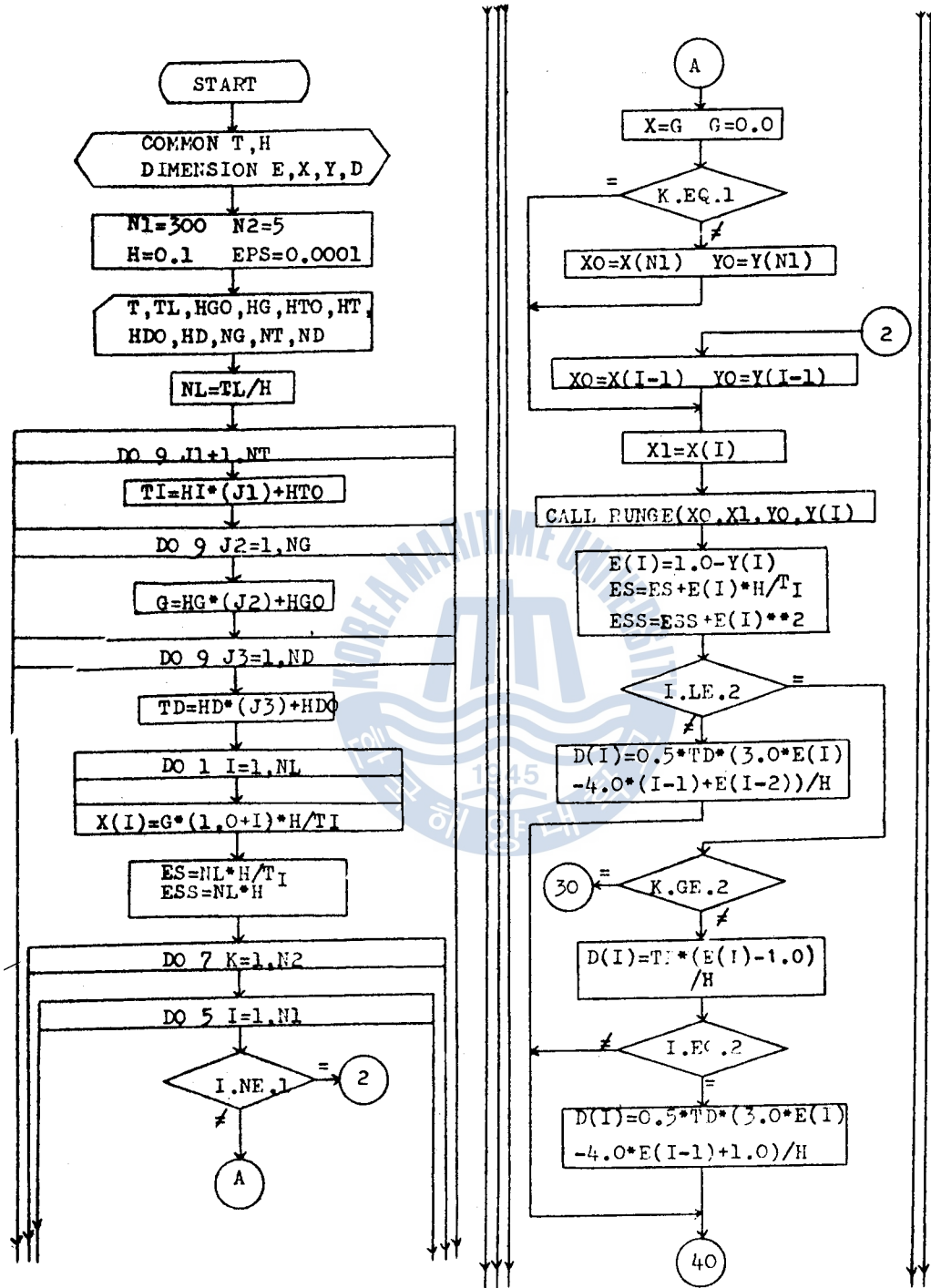


Fig. (3) Flowchart for the numerical computation of the optimal parameters of the PID controller. (a)

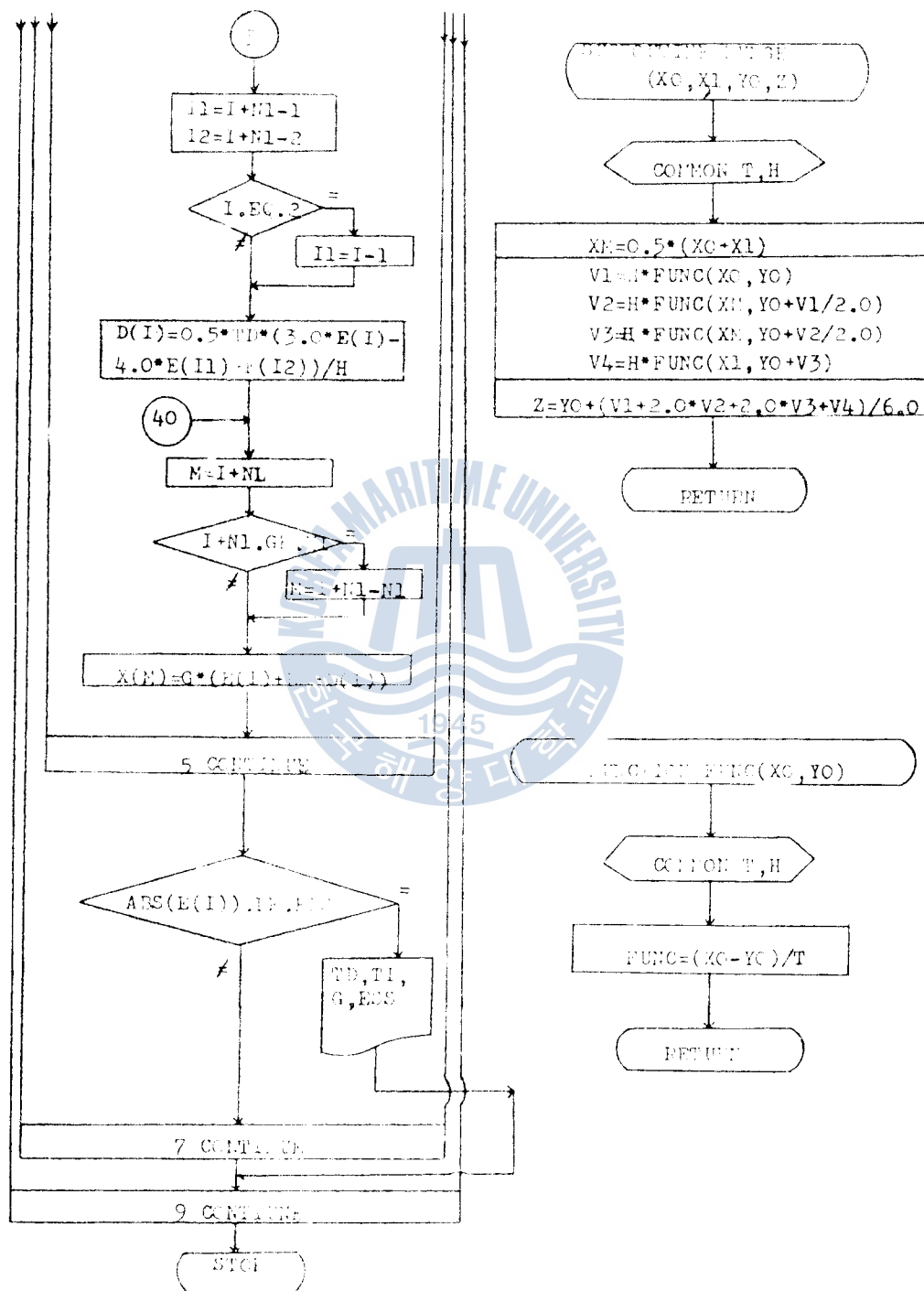


Fig. (3) Flow chart for the numerical computation of the optimal parameters of the PID controller. (b)



		$L$							
$T$		0.1	0.5	1.0	3.0	5.0	7.0	10.0	15.0
0.1	$G$	0.904	0.513	0.487	0.480	0.480	0.480	0.479	0.479
	$T_I$	0.116	0.356	0.650	1.841	3.040	4.236	6.016	8.990
0.5	$G$	3.667	1.048	0.717	0.533	0.507	0.498	0.492	0.487
	$T_I$	0.545	0.865	1.124	2.253	3.432	4.622	6.417	9.394
1.0	$G$	7.128	1.772	1.065	0.624	0.552	0.526	0.510	0.497
	$T_I$	1.081	1.540	1.794	2.840	3.969	5.133	6.917	9.868
3.0	$G$	20.971	4.712	2.523	1.076	0.799	0.687	0.609	0.555
	$T_I$	3.220	4.279	4.569	5.514	6.503	7.537	9.163	12.000
5.0	$G$	34.813	7.659	3.998	1.557	1.078	0.878	0.734	0.630
	$T_I$	5.373	7.006	7.378	8.304	9.233	10.200	11.711	14.415
7.0	$G$	40.654	10.606	5.472	2.045	1.336	1.079	0.869	0.714
	$T_I$	7.516	9.742	10.182	11.148	12.039	12.963	14.384	16.992
10.0	$G$	69.415	15.031	7.687	2.781	1.801	1.385	1.079	0.847
	$T_I$	10.679	15.874	14.405	15.438	16.227	17.110	18.525	20.914
15.0	$G$	104.001	22.400	11.384	3.999	2.536	1.904	1.440	1.081
	$T_I$	16.091	20.717	21.532	22.293	23.340	24.098	25.579	27.982
$T$	2.3	$L$	0.15	$G$	11.522	$T_I$	3.085		

Table. (1): Values of the optimal parameters for the PI controller.

最適퍼래미터를 求하기 爲한 數值計算에 關한 플로우차아트(flow-chart)이며 PI制御器를 使用한 경우에는 이 플로우 차아트에서  $T_D=0$ 으로 놓으면 된다. 이 數值計算에 있어서 微分方程式의 計算은 Runge kutta公式를 利用했고 微分計算은 Taylor級數展開를 利用했다.

이 그림에서 制御對象의 定常利得  $k$ 와 制御器의 定常利得  $k_P$ 와의 곱을  $G$ 로 하고 制御對象의 時定數  $T$ (min)와 遲延時間  $L$ (min)을 各各 0.1, 0.5, 1.0, 3.0, 5.0, 7.0, 10.0, 15.0으로 나누어 이값들에 對해  $G$ ,  $T_I$ ,  $T_D$ 의 最適值  $\hat{G}$ ,  $\hat{T}_I$ ,  $\hat{T}_D$ 를 Grid search method<sup>8)</sup>로 數值計算하여 推定한 結果, PI制御器에 對한 경우에는 表(1), PID制御器에 對한 경우에는 表(2)와 같이 되었다. 단, 여기서 制御器의 最適利得  $\hat{k}_P$ 는  $\hat{G}/k$ 이다.



$T$		$L$							
		0.1	0.5	1.0	3.0	5.0	7.0	10.0	
0.1	$G$	0.943	0.557	0.516	0.491	0.486	0.484	0.483	
	$T_I$	0.097	0.337	0.633	1.825	3.018	4.210	6.007	
	$T_D$	0.037	0.120	0.144	0.161	0.164	0.166	0.168	
0.5	$G$	4.354	1.295	0.849	0.587	0.543	0.525	0.511	
	$T_I$	0.479	0.830	1.082	2.184	3.366	4.557	6.345	
	$T_D$	0.038	0.197	0.348	0.666	0.755	0.799	0.847	
1.0	$G$	8.647	2.303	1.335	0.719	0.616	0.575	0.547	
	$T_I$	0.953	1.493	1.740	2.732	3.833	4.986	6.764	
	$T_D$	0.039	0.214	0.406	0.932	1.261	1.441	1.591	
3.0	$G$	25.838	6.403	3.389	1.354	0.964	0.807	0.697	
	$T_I$	2.852	4.178	4.498	5.388	6.293	7.278	8.835	
	$T_D$	0.039	0.227	0.455	1.222	1.831	2.352	2.985	
5.0	$G$	43.022	10.516	5.467	2.032	1.357	1.075	0.872	
	$T_I$	4.777	6.837	7.280	8.182	9.026	9.922	11.316	
	$T_D$	0.039	0.230	0.466	1.310	2.034	2.667	3.505	
7.0	$G$	60.218	14.633	7.548	2.722	1.763	1.357	1.062	
	$T_I$	6.710	9.476	10.049	10.985	11.832	12.689	13.988	
	$T_D$	0.039	0.231	0.470	1.351	2.137	2.839	3.794	
10.0	$G$	85.985	20.809	10.674	3.761	2.380	1.792	1.359	
	$T_I$	9.585	13.479	14.226	15.248	16.050	16.833	18.150	
	$T_D$	0.039	0.232	0.473	1.384	2.230	3.004	4.060	
$T$	2.3	$L$	0.15	$G$	15.520	$T_I$	2.983	$T_D$	0.065

Table(2): Values of the optimal parameters for the PID controller.

### 4. 實 驗

#### 4.1 實驗裝置 및 方法

Photo. (1)은 P-FLPT-1003型 Model Plant이며 Fig.(4)는 이 Model Plant에서 SCR電力調整器를 利用한 溫度制御系統에 對한 簡略圖이다.

Fig.(4)에서 貯水槽 3에 一定水位가 維持되도록 給水밸브  $V_1$ 을 調節하여 두고  $V_2$  밸브를 거쳐 펌프①에 吸込된 물은  $V_4, V_5, V_6$  밸브를 通하여 實驗槽 8에 一定流量으로 흘러 들어가게 해서 이 實驗槽에서 水位가 올라가면  $V_9, V_7, V_8$  밸브를 通해 흘러나와 外部로 排出된다.

本 實驗에서는 加熱器의 容量에 比해 實驗槽가 너무 크기 때문에 되도록 水位를 낮추기 위

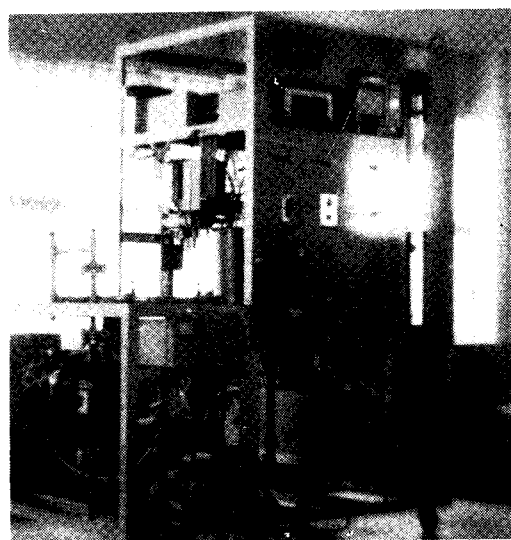


Photo. (1) General view of the Model Plant (P-FLPT-1003AHM) used in the experiment

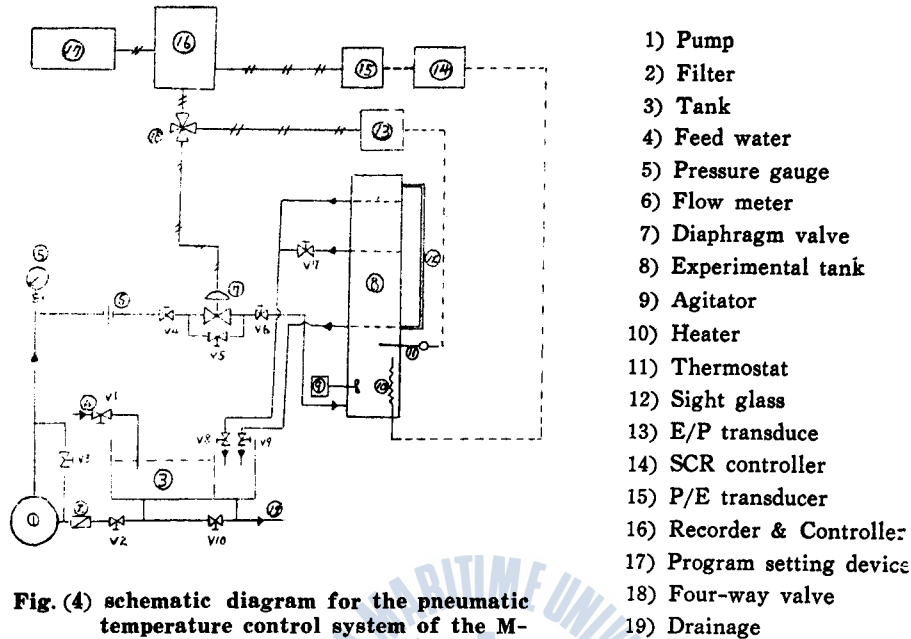


Fig. (4) schematic diagram for the pneumatic temperature control system of the M-odel plant(P-FLPT-1003 type).

해  $V_3$  밸브를 2/3 정도 關閉하여 바이패스 시켰고  $V_4$  밸브를 全開하였으며, 4方 阀 ⑩을 다이아프램 밸브 ⑦과 關係없이 電空變換器 ⑬에서 調節計 ⑭로 通하도록 操作했으며 攪拌器 ⑨를 利用하여 實驗槽內의 水의 溫度가 均一하게 되도록 했다.

調節計 ⑭에서의 制御用 空氣壓信號는 空電變換器 ⑬와 SCR電力調整器 ⑭를 거쳐 電氣信號로 變換되어 電熱器 ⑩에 보내지며, 熱電對 ⑪에서 檢出된 水의 溫度는 電氣信號로 나타나 電空變換器 ⑬에서 空氣壓信號도 變換되어 調節計의 入力이 된다.

Fig(5)는 Fig(4)에 있는 電空變換器 ⑬의 簡略圖로서 熱電對 ⑪로 부터의 電流信號가 토오크 모터 ②內部的 코일에 흘려서 토오크를 發生시킨다. 즉 電流가 增加함에 따라 可動片 ⑤를 下方으로 움직여서 노즐 ⑥의 噴出口를 닫아서 背壓이 上昇하게 되고 콘트롤 릴레이 ⑨의 릴레이 밸브가 排出口를 닫는다. 그러므로 릴레이밸브의 出口側으로 나가는 出力空氣壓은 調節計로 보내지게 되는 同時에 피이드백 벨로우즈 ⑩으로 들어가서 可動片에 作用하는 토오크

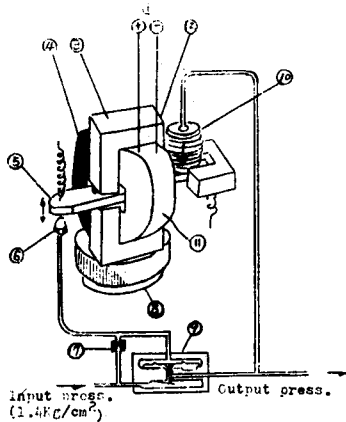
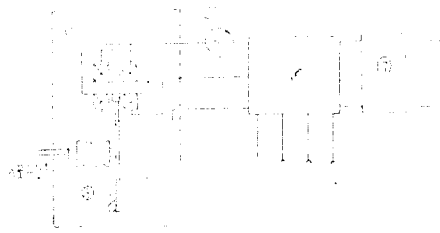


Fig. (5) Schematic diagram of the E/P transducer

- 1) Controller output current
- 2) Torque motor
- 3) Yoke
- 4) Magnet
- 5) Moving plate
- 6) Nozzle flapper
- 7) Restrict
- 8) Span adjustment
- 9) Control relay
- 10) Feed back bellows
- 11) Coil



- 1) Detector
- 2) Ring
- 3) Bellows
- 4) Plate spring
- 5) Oscillator
- 6) Amplifier
- 7) Source unit

Fig. (6) Schematic diagram of the P/E transducer

와 平衡狀態를 이루게 된다.

Fig. (6)은 Fig. (4)에 있는 空電變換器의 簡略圖로서 調節計로 부디의 空氣壓信號가 受信 벨로 우즈 3에 들어가 여기서 發生하는 힘이 板스프링 4의 彈性力과 平衡이 될때까지 板스프링을 變位시킨다. 板스프링의 先端에는 短紐링 2가 附着되어 있어서 이것이 變位됨에 따라 링의 兩測에 있는 두개의 檢出코일 間에 인덕턴스의 差가 생긴다. 이 인덕턴스의 變化가 電流를 變化시켜 增幅器 6에서 增幅되고 이것이 出力電氣信號가 된다.

4.2 定數推定實驗

制御器의 最適러래미터를 推定하기 위해서는 먼저 空電變換器, SCR電力調整器, 實驗槽, 溫度檢出用熱電對, 電空變換器로 構成되는 制御對象의 利得  $k$ , 遲延時間  $L$ , 時定數  $T$ 의 값을 求하여야 하나 이는 實驗적으로 求할 수 밖에 없다.

그래서 Fig. (4)의 調節計에 附着되어 있는 出力信號의 auto-man. switch를 man. 位置에 두고 一定 壓力의 空氣壓을 手動으로 操作하여 出力空氣壓이 階段狀이 되도록 순간적으로 開閉하였다. 이때 各 時間(單位: min)에 對한 實驗槽의 水溫의 上昇 및 下降하는 狀態를 Fig (7)에 記錄하였으며 Fig. (8)은 記錄計에 나타난 溫度를 空氣壓으로 換算하기 위한 換算表이다.

이 인덕턴스 應答曲線으로부터 最少自乘法을 利用하여  $k$ ,  $T$ ,  $L$ 의 最適值를 推定한 結果 다음과 같은 값을 얻었다.

$$k=0.342$$

$$T=2.3 \text{ min}$$

$$L=0.15 \text{ min}$$

4.3 應答實驗

前節에서 推定한 制御對象의 實驗值 中 遲延時間  $L=0.15\text{min}$ 와 時定數  $T=2.3\text{min}$ 에 對한 制御器의 最適러래미터를 數值計算한 結果 表(1), (2)의 제일 下段에 表示된 것처럼 PI制御器를 使用한 경우

$$\hat{G}=11.522$$

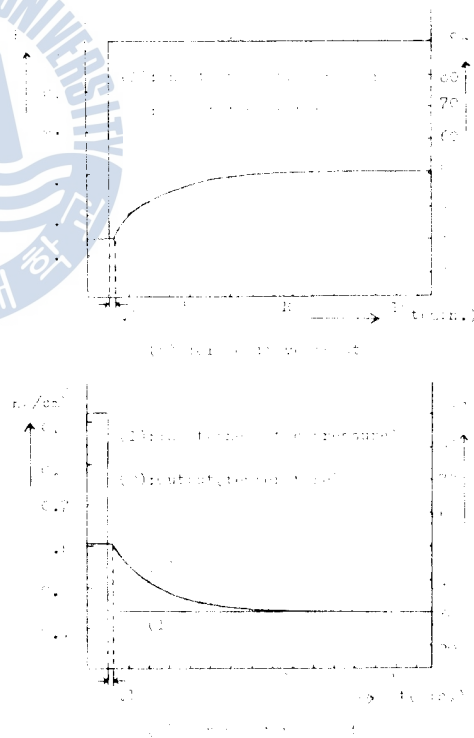


Fig. (7) Step responses of the controlled object.

$\hat{T}_I=3.085\text{min}$

PID制御器를 사용한 경우

$\hat{G}=15.52$

$\hat{T}_I=2.983\text{min}$

$\hat{T}_D=0.065\text{min}$

와 같이 되었으며 制御器의 實際利得  $\hat{k}_p=\hat{G}/k_0$ 이므로

PI制御器를 사용한 경우

$\hat{k}_p=33.723, P.B=2.965(\%)$  (PB: Proportional Band)

$\hat{T}_I=3.085\text{min}$

PID制御器를 사용한 경우

$\hat{k}_p=45.38, P.B=2.2(\%)$  (PB: Proportional Band)

$\hat{T}_I=2.983\text{min}$

$\hat{T}_D=0.065\text{min}$

이다.

Fig. (9)는 Model Plant의 溫度制御系統에 있어서 目標值變動에 對한 應答實驗結果로서 同圖(a)~(f)는 PI制御器를 사용했을 경우이고 (g)~(p)는 PID制御器를 사용했을 경우이다.

(i) PI制御器에 對한 경우

(a), (b)는 PI制御器의 퍼래미터 값이 앞에서 推定한 最適值일 때의 應答曲線으로서 期待했던 바와 같이 良好한 結果를 보여주고 있다. (c)는  $T_I$ 를 最適值로 調整해 두고  $k_p$ 를 最適值보다 적은 값으로 調整했을 경우로서 그림에서 알 수 있듯이 應答이 相當이 느리다. (d)는  $k_p$ 를 最適值로 維

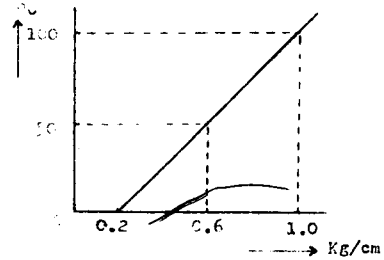
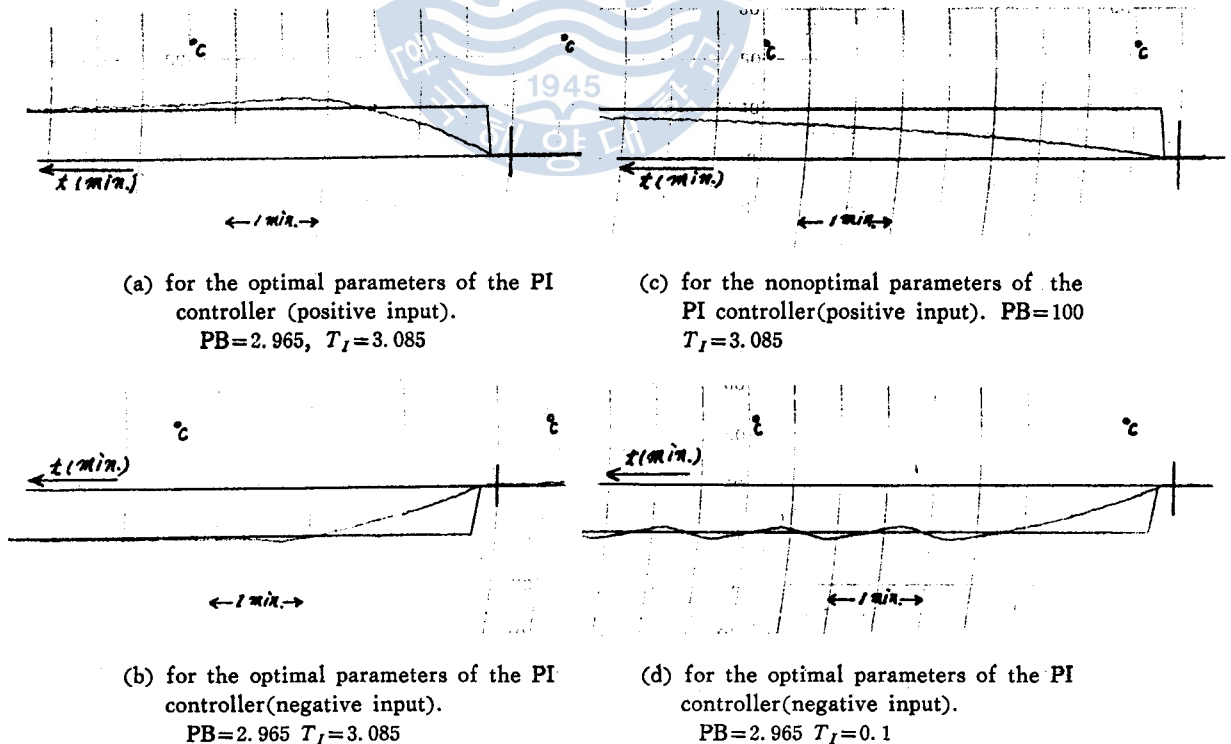


Fig. (8) Temperature vs. pneumatic pressure.



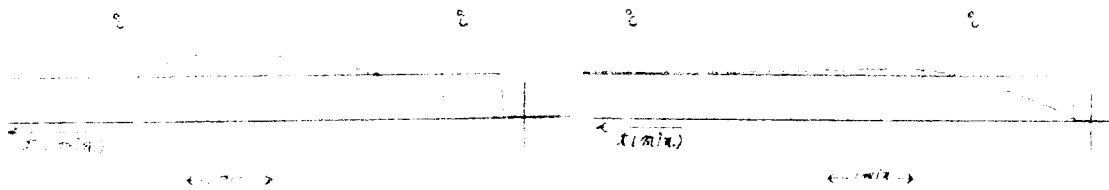
(a) for the optimal parameters of the PI controller (positive input). PB=2.965,  $T_I=3.085$

(c) for the nonoptimal parameters of the PI controller(positive input). PB=100  $T_I=3.085$

(b) for the optimal parameters of the PI controller(negative input). PB=2.965  $T_I=3.085$

(d) for the optimal parameters of the PI controller(negative input). PB=2.965  $T_I=0.1$

Fig. (9) Step responses of the temperature control system. (1)



(e) for the nonoptimal parameters of the PI controller(positive input).  
PB=100  $T_I=0.1$

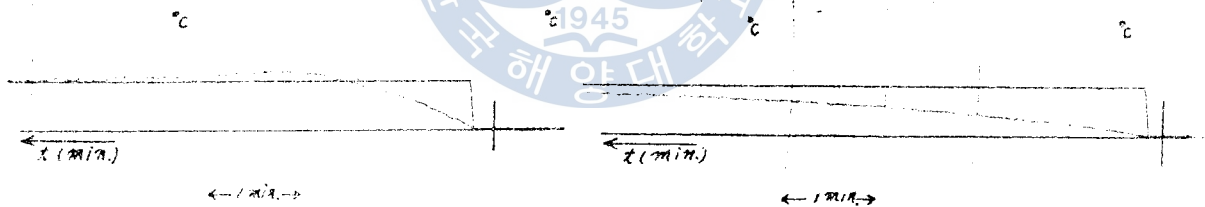
(g) for the optimal parameters of the PID controller(positive input).  
PB=2.2  $T_I=2.983$   $T_D=0.065$



(f) for the nonoptimal parameters of the PI controller(negative input).  
PB=100  $T_I=4.0$

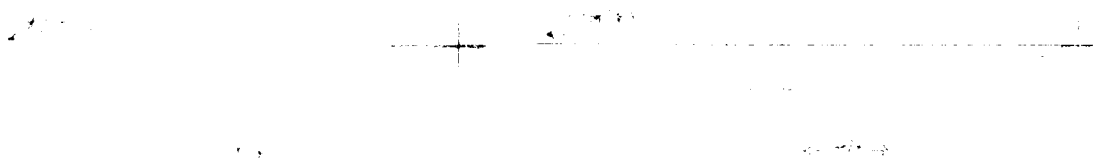
(h) for the optimal parameters of the PID controller(negative input).  
PB=2.2  $T_I=2.983$   $T_D=0.065$

Fig. (9) Step responses of the temperature control system. (2)



(i) for the nonoptimal parameters of the PID controller(positive input).  
PB=50  $T_I=2.983$   $T_D=0.065$

(k) for the nonoptimal parameters of the PID controller(positive input).  
PB=2.2  $T_I=0.1$   $T_D=0.065$



(j) for the nonoptimal parameters of the PID controller(negative input).  
PB=50  $T_I=2.983$   $T_D=0.065$

(l) for the nonoptimal parameters of the PID controller(negative input).  
PB=2.2  $T_I=0.1$   $T_D=0.065$

Fig. (9) Step responses of the temperature control system. (3)

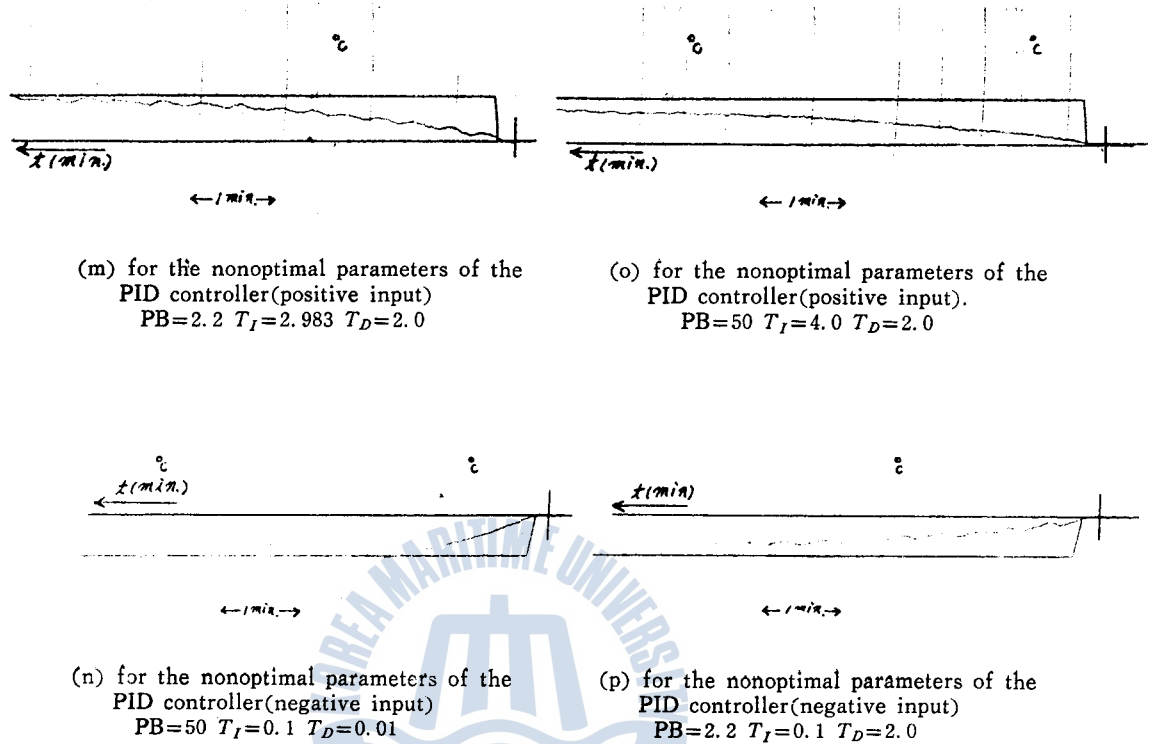


Fig. (9) Step responses of the temperature control system. (4)

持하고  $1/T_I$  즉 리셋트율을 크게 調整한 경우로서 積分動作이 너무 커져 波形이 多少 振動的이 되 있음을 알 수 있다. (e), (f)는  $k_P$  및  $T_I$  모두 最適値가 아닌 값으로 調整한 경우로서 (c), (d) 보다도 더 나쁜 波形을 나타내고 있다.

(ii) PID制御器에 對한 경우

(g), (h)는 PID制御器에 있어서 퍼라미터 값을 最適値로 調整했을 경우로서 PI制御器의 퍼라미터 값을 最適値로 調整했을 때 보다도 微分動作의 影響으로 最大오우버슈우트가 더 적게 나타나서 가장 理想的인 應答曲線이라 할 수 있다. (i)에서 (p)까지의 波形은  $k_P$ ,  $T_I$ ,  $T_D$ 중 한個 以上の 퍼라미터를 最適値가 아닌 값으로 調整한 경우에 對한 應答實驗結果로서 여기서 一般的으로 알 수 있는 것은  $k_P$ 가 적으면 應答이 너무 느리고  $T_I$ 가 적으면 振動的이 될을 알 수 있으며 특히  $T_D$ 가 적을 때는 Cycling에 對한 制動이 적어 振動性이 그대로 나타나고  $T_D$ 가 클 때는 制動이 커서 應答이 느린것은 勿論 周期가 짧은 小振幅의 振動性을 나타내고 있음은 흥미있는 일이라 하겠다.

## 5. 檢討 및 考察

여기서는 앞에서 行한 數值計算에 依해서 求한 最適퍼라미터(表(1), (2))에 對한 그래프를 作成하고 이것과 從來의 方法에 의해서 이미 研究發表된 것중에서 代表的인것 즉 Ziegler와 Nichols의 25% 減幅比를 基準으로 한 限界感度法에 依한 計算結果 및 Takahashi(高橋)의 制御面積을 最少로 하는 基準에서 求한 計算結果와를 比較檢討해 보기로 한다.

(i) Ziegler와 Nichols의 計算結果式

$$\begin{aligned} \text{PI制御器의 경우} & \quad \text{PB}=110L/T \\ & \quad \hat{T}_I=3.3L \\ \text{PID制御器의 경우} & \quad \text{PB}=83L/T \\ & \quad \hat{T}_I=2L \\ & \quad \hat{T}_D=0.5L \end{aligned}$$

.....(5.1)

(ii) Takahashi의 計算結果式

$$\begin{aligned} \text{PI制御器의 경우} & \quad \text{PB}=110L/T \\ & \quad \hat{T}_I=3.3L \\ \text{PID制御器의 경우} & \quad \text{PB}=77L/T \\ & \quad \hat{T}_I=2.2L \\ & \quad \hat{T}_D=0.45L \end{aligned}$$

.....(5.2)

式 (5.1), (5.2)에서 알 수 있듯이 이들의 研究結果가 대개 最適퍼래미터를  $L/T$  또는  $L$ 에 對한 一次式으로 近似化해서 表示하고 있으므로 比較를 容易하게 하기 위해서 橫軸에  $L/T$  (PB의 경우) 또는  $L$  ( $T_I$  및  $T_D$ 의 경우)를 取하고 本方法에 의해서 求한 最適퍼래미터 즉  $G$ ,  $T_I$ ,  $T_D$ 의 값들을

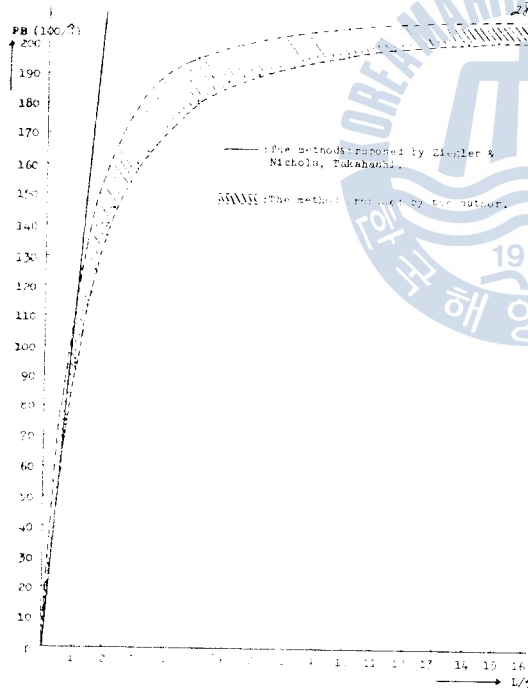


Fig. (10) Optimal values of Proportional Band vs.  $L/T$  (PI controller)

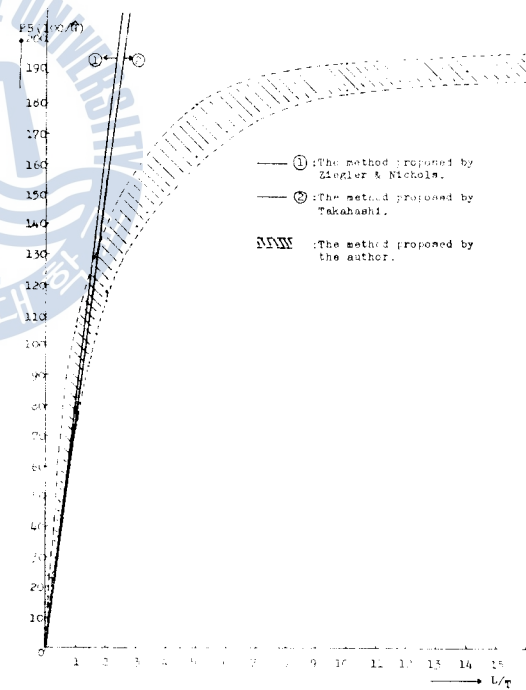
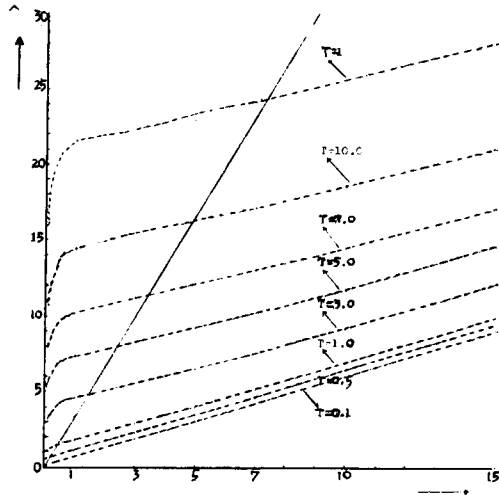


Fig. (11) Optimal values of Proportional Band vs.  $L/T$  (PID controller)

圖示하면 Fig. (10)~(14)의 点線과 같이 되고 이들 그림에서 實線①은 Ziegler와 Nichols의 結果 즉 式(5.1)을 圖示한 것이고 實線②는 Takahashi의 結果 즉 式(5.2)를 圖示한 것이다. Fig. (10) 및 Fig. (11)은 各各 PI制御器 및 PID制御器를 使用한 경우에 對해서 最適 PB의 값을 圖示한 것으로 圖表에서 알 수 있듯이 PB는  $L/T$ 가 大略 1보다 작은 때는 Ziegler와 Nichols의 結果 또는 Takahashi의 結果와 本方法에 의한 結果가 거의 比較하나  $L/T$ 가 1보다 크게 되면 相當한 差異를 보이다



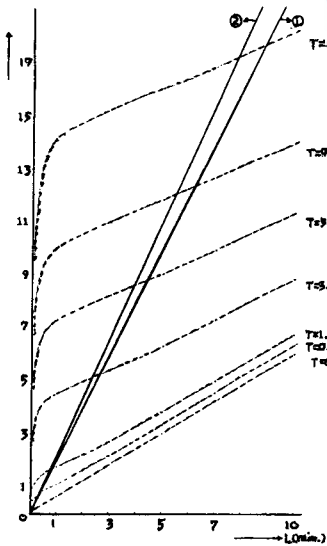


— : The method proposed by Ziegler & Nichols, Takahashi.  
 ..... : The method proposed by the authors.

Fig. (12) Optimal values of  $T_I$  vs.  $L$ . (PI Controller)

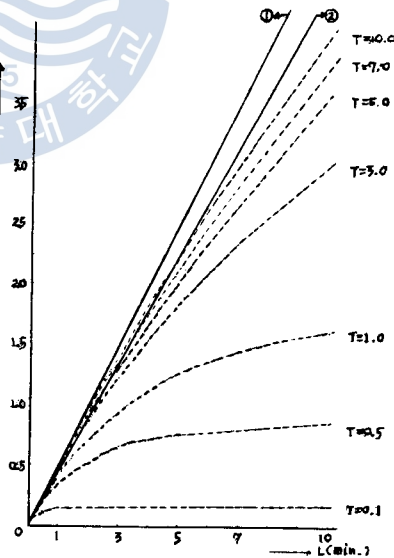
고 있다. 또한 본 방법에 의한最適PB의 값은  $L/T$ 만의 함수로表示할 수 없으며  $L/T$ 이 외의  $T$  및  $L$ 自體의 값에 따라서도 다르게 나타났기 때문에 그上限과 下限을 바개의 點線으로表示하였다. Fig. (12)와 Fig(13)은 PI制御器와 PID制御器를 사용한 경우에對해서  $T_I$ 의最適值  $\hat{T}_I$ 를各各表示하는 것으로 Ziegler와 Nichols의結果 또는 Takahashi의結果와 本方法에 의한結果와는 相當히 差異를 보여 주고 있다. 더우기 本方法의結果에 의하면  $\hat{T}_I$ 의 값은  $T$ 의 값에 따라서도 相異하므로  $L$ 만의 함수로表示하기가 困難하였다.

Fig. (14)는 PID制御器를 사용한 경우에對해서  $T_D$ 의最適值  $\hat{T}_D$ 를圖示한 것으로 그림에서 알 수 있듯이 本方法에 의한結果로는  $\hat{T}_D$ 의 값이  $L$ 만의 函數가 아니라  $T$ 의 값에 따라서도 相當히



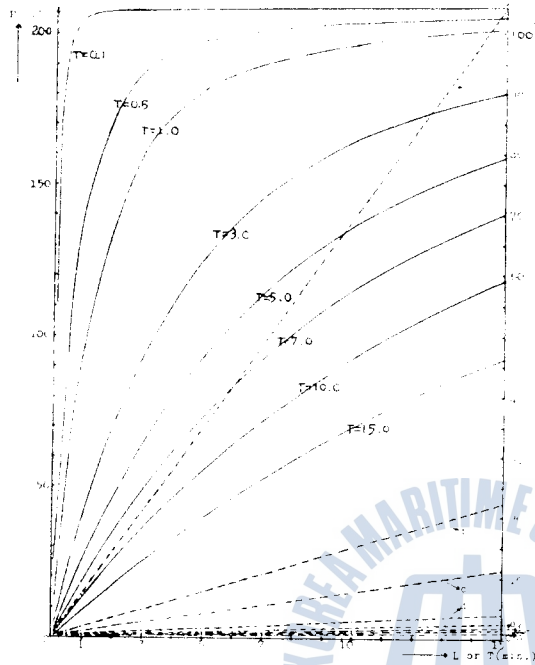
①: The method proposed by Ziegler & Nichols.  
 ②: The method proposed by Takahashi.  
 ..... : The method proposed by the authors.

Fig. (13) Optimal values of  $T_I$  vs.  $L$ . (PID controller)



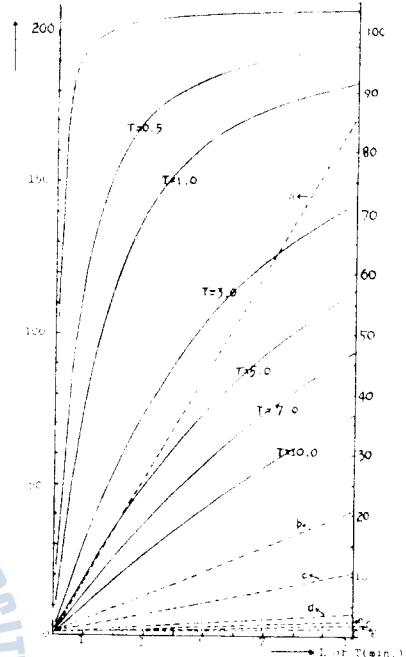
①: The method proposed by Ziegler & Nichols.  
 ②: The method proposed by Takahashi.  
 ..... : The method proposed by the authors.

Fig. (14) Optimal values of  $T_D$  vs.  $L$ . (PID controller)



a:L=0.1 b:L=0.5 c:L=1.5 d:L=3.0 e:L=5.0  
f:L=7.0 g:L=10.0 h:L=15.0  
—: Optimal values of PB vs. L.  
- - -: Optimal values of G vs. T.

Fig. (15) Optimal values of PB vs. L and optimal values of G vs. T. (PI controller)



a:L=0.1 b:L=0.5 c:L=1.0  
d:L=3.0 e:L=5.0 f:L=7.0 g:L=10.0  
—: Optimal values of PB vs. L.  
- - -: Optimal values of G vs. T.

Fig. (16) Optimal values of PB vs. L and optimal values of G vs. T. (PID controller)

相異하게 나타났으며  $T$ 의 값이 大略 10보다 클 때에는 Ziegler와 Nichol의結果 또는 Takahashi의結果와 거의一致하고 있다.

以上을 綜合해 보면 Ziegler와 Nichols의 方法 또는 Takahashi의 方法에서도 本 方法과는 相異한 評價基準를 使用하고 있기 때문에 當然히 그 結果도 本 方法의 結果와는 相異하며 또한 이들의 結果式은 어디까지나 近似的인 實驗式이므로 모든 범위의  $T$  및  $L$ 의 값에 對해서 그대로 適用하기는 困難한 것으로 생각된다.

Fig. (15)와 Fig. (16)에 있어서 實線은 各各 PI制御器 및 PID制御器에 있어서 比例帶 PB의 最適値와  $L$ 과의 關係를  $T$ 를 媒介變數로 하여 圖示한 것이며 同圖의 點線은 綜合利得  $G$ 의 最適値  $\hat{G}$ 와  $T$ 와의 關係를  $L$ 을 媒介變數로 하여 圖示한 것으로  $L$ 이 一定한 때  $\hat{G}$ 와  $T$ 와의 關係는 거의 直線的으로 나타나고 있음을 알 수 있다.

實際의 應用에 있어서 制御器의 綜合利得이나 比例帶의 最適値를 決定할 때에는 Fig. (10) 또는 Fig. (11)代身에 이 圖表를 使用하는 것이 더욱 正確한 最適値를 求할 수 있을 것이다.

## 6. 結 論

以上과 같이 本 研究에서는 遲延時間을 수반하는 一次系統을 制御對象으로 하는 피드백 制御系

統에 있어서 PI制御器 또는 PID制御器를 使用하는 경우에 對해서 制御誤差의 自乘面積을 評價函數로 定義하고 이 評價函數를 最少로 하는 意味에 있어서의 制御器의 最適퍼라미터 즉 最適利得, 最適積分時間 및 最適微分時間을 決定하는 方法에 對해서 考察하고 制御對象의 時定數( $T$ ) 및 遲延時間( $L$ )의 여러가지 값에 對해서 制御器의 最適퍼라미터의 값을 數值計算하여 圖表로 表示하였다.

또한 溫度制御系統을 모델로 한 實際의 應答實驗을 通하여 本 方法에 의해서 求한 結果를 實驗的으로 檢討하는 한편 過去에 研究發表되었던 Ziegler와 Nichols의 限界感度法에 의한 結果 및 Takahashi의 結果와 本方法에 의한 結果를 比較 檢討하였다.

위의 比較檢討 結果, 本 方法에 의해서 求한 結果와 從來의 方法에 의해서 求한 結果는 若干 相異하였으나 이는 本 方法에서 使用한 評價函數 自体가 相異한 것이기 때문에 起因되는 것으로 어느 方法이 더 優秀하느냐 하는 것은 制御目的에 따라서도 달라지는 것으로 簡單히 論할수는 없으나 溫度制御系統에 對한 實際의 應答實驗結果에 의하면 本 方法에 依해서 求한 制御器의 最適퍼라미터 값에 對해서 인디티 應答이 아주 理想的으로 나타났으므로 이는 本 方法의 妥當性を 立證하는 것으로 생각된다.

또한 從來의 方法에서는 大概가 比例帶 PB의 最適値를  $L/T$ 만의 一次函數의 實驗式으로 表示하고  $T_I$  및  $T_D$ 의 最適値를  $L$ 만의 一次式으로 表示하고 있으나 이는 어디까지나 近似式으로서  $T$  및  $L$ 의 어떤 範圍內에서만 適用될 수 있는 것이므로 보다 精度높은 最適値를 求하기 爲해서는 計算結果의 圖表로부터 直接 求하는 것이 바람직한 것으로 생각된다.

本 方法에서 求한 퍼라미터의 最適値에 對한 圖表를 近似化해서 簡單한 一次式의 實驗式을 誘導함으로써 利用에 좀 더 便利하도록 하는 問題는 앞으로의 研究課題이며 또한 本研究에서는 遲延時間  $L$ 의 값이 큰 制御對象을 갖는 피이드백 制御系統에 對한 實際의 應答實驗을 行하지 못하였던 바 이에 對해서는 앞으로 더욱 檢討되어야 할 것이다.

### 參 考 文 獻

1. Ziegler and Nichols; A. S. M. E. Trans, 64, pp. 759—768.
2. 河注植, 自動制御工學, 韓國海洋大學 海事圖書出版部, 釜山, pp. 237~245, (1974)
3. H. Chestnut & R. Mayer; Servomechanism and Regulating System design I, p. 336, (1951)
4. Instruction manual for Model Plant (P—FLPT—1003AHM)
5. R. E. Kalman; A new approach to linear filtering & Prediction problem, A. S. M. E. Trans., J, Basic Engineering,, (1961)
6. 高木貞治, 解析概論, 岩波書店, 東京, pp. 67—77(1966)
7. Donald E. Kirk; Optimal Control Theory, Prentice-Hall Inc., New Jersey, p. 431, (1970)
8. G. R. Walsh; Method of Optimization, John Wiley & Sons, p. 75, pp. 93—96, pp. 110—116, (1975)