

Holzer Table (Sample B)

## 1--NODE 13--STEP CALCULATION

		P1 = 24.8607966			P1 ** 2 = 618.059209		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NO	J	JP <sup>2</sup>	B	JP <sup>2</sup> B	SUM(JP <sup>2</sup> B)	K	SUM/K
1	17,987.0	1.111703E+07	1.0000	1.11170E+07	1.111703E+07	1.4E+10	0.0007
2	80,921.0	5.001396E+07	0.9992	4.99756E+07	6.109265E+07	1.1E+10	0.0053
3	80,921.0	5.001396E+07	0.9938	4.97057E+07	1.107983E+08	1.1E+10	0.0097
4	80,921.0	5.001396E+07	0.9840	4.92161E+07	1.600145E+08	1.1E+10	0.0141
5	80,921.0	5.001396E+07	0.9699	4.85092E+07	2.085237E+08	1.1E+10	0.0184
6	80,921.0	5.001396E+07	0.9514	4.75879E+07	2.561116E+08	1.1E+10	0.0226
7	80,921.0	5.001396E+07	0.9288	4.64563E+07	3.025679E+08	1.4E+10	0.0204
8	39,431.0	2.437069E+07	0.9084	2.21395E+07	3.247075E+08	2.0E+10	0.0154
9	26,862.0	1.660230E+07	0.8929	1.48254E+07	3.395330E+08	3.4E+08	0.9887
10	3,539.0	2.187311E+06	-0.0957	-2.09530E+05	3.393234E+08	3.9E+08	0.8580
11	3,859.0	2.385090E+06	-0.9538	-2.27501E+06	3.370484E+08	7.4E+08	0.4539
12	387,361.0	2.394120E+06	-1.4078	-3.37048E+08	-1.250000E+01		

## 2--NODE 72--STEP CALCULATION

		P2 = 167.067909			P2 ** 2 = 27911.6863		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NO	J	JP <sup>2</sup>	B	JP <sup>2</sup> B	SUM(JP <sup>2</sup> B)	K	SUM/K
1	17,987.0	5.020475E+08	1.0000	5.02047E+08	5.020475E+08	1.4E+10	0.0346
2	80,921.0	2.258641E+09	0.9653	2.18043E+09	2.682485E+09	1.1E+10	0.2369
3	80,921.0	2.258641E+09	0.7284	1.64521E+09	4.327696E+09	1.1E+10	0.3823
4	80,921.0	2.258641E+09	0.3461	7.81720E+08	5.109417E+09	1.1E+10	0.4513
5	80,921.0	2.258641E+09	-0.1052	-2.37744E+08	4.871672E+09	1.1E+10	0.4303
6	80,921.0	2.258641E+09	-0.5356	-1.20977E+09	3.661899E+09	1.1E+10	0.3234
7	80,921.0	2.258641E+09	-0.8591	-1.94041E+09	1.721479E+09	1.4E+10	0.1161
8	39,431.0	1.100585E+09	-0.9752	-1.07336E+09	6.481134E+08	2.0E+10	0.0308
9	26,862.0	7.497637E+08	-1.0061	-7.54382E+08	-1.062690E+08	3.4E+08	-0.3094
10	3,539.0	9.877945E+07	-0.6966	-6.88186E+07	-1.750877E+08	3.9E+08	-0.4427
11	3,859.0	1.077111E+08	-0.2539	-2.73522E+07	-2.024400E+08	7.4E+08	-0.2726
12	387,361.0	1.081189E+10	0.0187	2.02440E+08	1.192500E+02		

## 3--NODE 79--STEP CALCULATION

		P3 = 323.840663			P3 ** 2 = 104872.775		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NO	J	JP <sup>2</sup>	B	JP <sup>2</sup> B	SUM(JP <sup>2</sup> B)	K	SUM/K
1	17,987.0	1.886346E+09	1.0000	1.88634E+09	1.886346E+09	1.4E+10	0.1300
2	80,921.0	8.486409E+09	0.8699	7.38238E+09	9.268735E+09	1.1E+10	0.8187
3	80,921.0	8.486409E+09	0.0511	4.33776E+08	9.702511E+09	1.1E+10	0.8571
4	80,921.0	8.486409E+09	-0.8059	-6.84902E+08	2.862481E+09	1.1E+10	0.2528
5	80,921.0	8.486409E+09	-1.0588	-8.98598E+08	-6.123591E+09	1.1E+10	-0.5409
6	80,921.0	8.486409E+09	-0.5173	-4.39529E+09	-1.051880E+10	1.1E+10	-0.9292
7	80,921.0	8.486409E+09	0.4413	3.49046E+09	-7.028335E+09	1.4E+10	-0.4742
8	39,431.0	4.135238E+09	0.8855	3.66194E+09	-3.366386E+09	2.0E+10	-0.1601
9	26,862.0	2.817092E+09	1.0460	2.94669E+09	-4.196962E+08	3.4E+08	-0.2222
10	3,539.0	3.714447E+08	2.2682	8.41837E+08	4.221412E+08	3.9E+08	1.0674
11	3,859.0	4.047040E+08	1.2007	4.85944E+08	9.080853E+08	7.4E+08	1.2230
12	387,361.0	4.062362E+10	-0.0220	-9.08085E+08	-3.517500E+02		

# PID제어기의 퍼라미터 조정에 관한 비교 연구

A Comparative Study on the Parameter  
Adjustment of a PID Controller

박 운 서

*Won-Seo Park*

〈 目 次 〉

Abstract

기호설명

1. 서 론
  2. PID제어기의 퍼라미터 조정법
    - 2.1 PID제어기에 있어서 종래의 퍼라미터 조정방법
      - 2.1.1 한계감도법
      - 2.1.2 과도응답법
      - 2.1.3 Cohen-Coon 법
      - 2.1.4 수정된 Ziegler-Nichols 법
    - 2.2 2차형식의 평가함수를 이용한 PID제어기의 새로운 조정 방법
  3. 수치계산 및 시뮬레이션
    - 3.1 수치계산
    - 3.2 시뮬레이션
  4. 검토 및 고찰
  5. 결 론
- 참고문헌

A Comparative Study on the Parameter  
Adjustment of a PID Controller

Un - Seo, Park

*Department of Marine Engineering, Graduate School,  
Korea Maritime University*

ABSTRACT

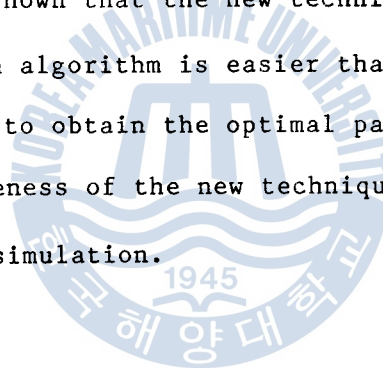
Conventional industrial process controls are heavily dependent on the PID controller. In order to maintain the desired performance of the process control with a PID controller, the three parameters, i.e.,  $K_p$ ,  $T_i$ , and  $T_d$  have to be properly adjusted in accordance with the control plant dynamics. However, it is a difficult task to properly adjust the parameters.

Since the last several years, a number of parameter adjustment techniques, such as the transient response method, the Cohen-Coon method, and the Modified Ziegler-Nichols method have been developed. Most of these conventional techniques are based on experience and experiment to obtain the suitable control quality but take no consideration of the energy consumption needed to drive the plants. In particular, the Ziegler-Nichols method needs a few period of the critical oscillation and the Cohen-Coon method needs an inflection

point to obtain the optimal setting values. They have shown that there were still several difficulties to get the optimal values.

So, in this paper a new control parameter adjustment method which can cope with the requirements of both the control quality and the energy saving is presented. In this technique, the optimal parameters,  $T_i$  and  $T_d$  are first determined by the Modified Ziegler-Nichols Method and then the optimal gain,  $K_p$  is obtained by making minimization of the quadratic index  $J = \int_0^{T_c} (e^2 + \alpha u^2) dt$  using the two parameters,  $T_i$  and  $T_d$ . It is shown that the new technique which makes use of the three point search algorithm is easier than the Modified Ziegler-Nichols technique to obtain the optimal parameters.

The effectiveness of the new technique is shown through the digital computer simulation.



## 기 호 설 명

- $R(s)$  : 시스템입력  
 $E(s)$  : 제어오차  
 $U(s)$  : 플랜트입력  
 $C(s)$  : 인디셜응답  
 $G_o(s)$  : 플랜트의 전달함수  
 $G_c(s)$  : 제어기의 전달함수  
 $\omega_n$  : 고유각주파수  
 $\varphi$  : 감쇄율  
 $K_p$  : 비례감도  
 $T_i$  : 적분시간  
 $T_d$  : 미분시간  
 $P$  : 기본진동의 주기  
 $K_{po}$  : 안정한계에서의 비례감도  
 $P_o$  : 안정한계에서의 기본진동의 주기  
 $T$  : 시정수  
 $L$  : 지연시간  
 $K$  : 정상이득  
 $S_{a'}$  : 인디셜 응답곡선에서 변곡점에서의 기울기  
 $T_{a'}$  : 인디셜 응답곡선에서 변곡점에서의 기울기의 역수



- $T_o'$  : 인디셜 응답곡선에서 변곡점에서의 시간
- $T_d'$  : 인디셜 응답곡선에서 변곡점에서의 접선이 시간축과 만나는 점
- $s_1, s_2$  : 플랜트의 전달함수  $G_p(s)$ 의 극점
- $J$  : 평가함수
- $T_c$  : 응답이 정상상태에 도달할 때의 시간
- $\alpha$  : 하중계수
- $T_o$  : 샘플링시간



## 1. 서 론

현재 산업현장에서 이용되고 있는 프로세스 ( process ) 제어의 대부분은 PID 제어기에 의해서 행하여지고 있다. 여기서 사용되고 있는 PID 제어기는 비례감도 [  $K_p$  ], 적분시간 [  $T_i$  ], 미분시간 [  $T_d$  ] 등의 퍼라미터 ( parameter ) 의 값에 따라서 제어특성이 크게 달라진다. 그러므로 제어장치의 성능이 잘 유지되도록 하기 위해서 세개의 퍼라미터를 적절히 조절할 필요가 있으며 이러한 일은 매우 중요하면서도 어려운 문제이다. 종래의 PID 제어기의 퍼라미터 조정법으로는 한계감도법 [ ultimate sensitivity method ]<sup>1),5)</sup> 과도응답법 [ transient response method ]<sup>1)</sup>, Cohen-Coon 법 [ Cohen - Coon method ]<sup>2),4)</sup>, 수정된 Ziegler-Nichols 법 [ modified Ziegler - Nichols method ]<sup>3),4)</sup> 등을 들수 있는데 이들은 경우에 따라 적용하기가 곤란한 때가 있다. 요컨대, 제어대상이 2차계인 경우 한계감도법을 적용할 수가 없고, 과도응답법은 제어대상이 고차계일 경우에 시정수와 지연시간이 일률적으로 결정되지 않는 결점이 있으며, Cohen-Coon 법은 3차이상의 고차계에 적용할수 없고, 수정된 Ziegler - Nichols 법을 이용하면  $T_i$  와  $T_d$  는 일의적으로 구하여지나  $K_p$  는 결정되지 않는 경우가 있다. 더욱이 이들 종래의 방법들은 실험적인 사실을 중요시하고 주로 제어의 질만을 고려하여 제어기퍼라미터를 조정하는 방법으로써 이러한 제어방법에서는 제어에너지를 전혀 고려하고 있지 않으므로 에너지절약의 측면에서 바람직한 제어라

고 할수 없을 것이다.

한편, 현대제어이론에서는 제어의 질과 에너지절약의 두가지 측면을 모두 고려한 평가함수를 도입하여 이 평가함수를 최소로 하는 최적제어 입력을 구함으로써 제어의 질적향상과 에너지절약의 양면을 기도하고 있다.<sup>6)</sup>

따라서, 본 연구에서는 종래의 방법들의 단점을 극복하기 위해서 제어의 질적향상과 에너지절약의 양면에서 최적제어가 되도록 2차형식 [ quadratic form ]의 평가함수  $J = \int_0^{T_c} (e^2 + \alpha u^2) dt$ 를 도입하고 PID제어기의 퍼라미터중  $T_i$ 와  $T_d$ 는 수정된 Ziegler-Nichols 법에 의해 결정하고  $K_p$ 는 이 평가함수를 최소로 하도록 조정하는 새로운 방법을 제안한다. 본 방법에 의한 제어가 종래의 방법보다 우수하다는 것을 입증하기 위하여 종래의 방법중에서 비교적 널리 알려진 Cohen-Coon 법과 수정된 Ziegler-Nichols 법에 의한 각각의 최적퍼라미터를 구하고 응답시험을 행한다. 또한 본 방법을 이용하여 몇가지의 하중계수 [  $\alpha$  ] 값에 대하여 디지털컴퓨터를 이용한 응답시물레이션 ( simulation )을 행하고 종래의 방법과 비교검토함으로써 본 방법의 우수성을 입증하고자 한다.



## 2. PID 제어기의 퍼라미터 조정법

일반적으로 제어시스템은 그림 1 과 같은 블록선도로 나타낼수 있다.

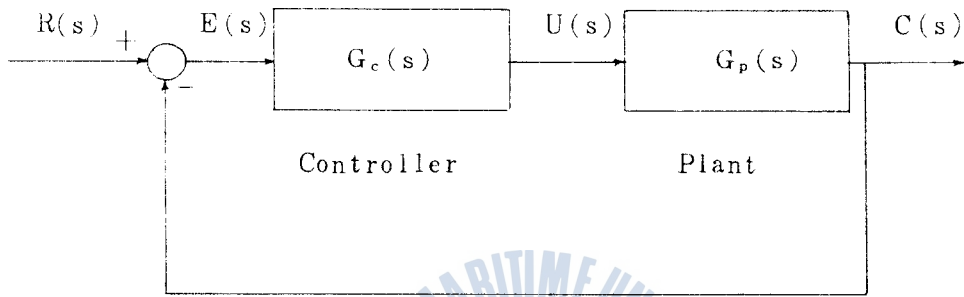


Fig.1 Block Diagram of a General Feedback Control System

그림 1 과 같은 제어시스템의 바람직한 설계는 주어진 입력에 대하여 출력이 잘 추종하도록 제어기의 퍼라미터를 조정하는 것이다.

그림 1 에서 제어기로는 전달함수가 식(1)과 같이 표시되는 PID제어기를 사용하기로 한다.

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (1)$$

여기서

$K_p$  : 비례감도

$T_i$  : 적분시간

$T_d$  : 미분시간

또한 일반적으로 고차계의 플랜트(plant)를 2차계로 근사화시킬 수 있음을 감안하여 본 연구에서는 플랜트의 전달함수를 식(2)와 같은 2차계로 간주한다.

$$G_p(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\varphi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2)$$

여기서

$\omega_n$  : 고유각주파수

$\varphi$  : 감쇠율

그림 2는 2차계의 제어대상에 대하여 PID 제어기를 갖는 제어시스템의 블록선도를 표시하고 있다.

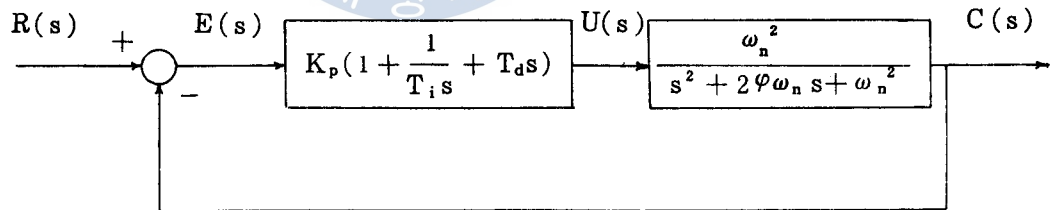


Fig.2 Block Diagram of a Control System with a PID Controller

## 2.1 PID 제어기에 있어서 종래의 퍼라미터 조정방법

### 2.1.1 한계감도법

1942년 Ziegler와 Nichols는 응답에 있어서 기본진동의 1주기당 진폭비가 25%로 되도록 제어기의 파라미터  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ 를 조정하는 것이 바람직하다는 한계감도법을 제안하였는데 그 개략을 소개하면 다음과 같다.

- i)  $T_i = \infty$ ,  $T_d = 0$  으로 두고  $K_p$ 를 증가시킨다.
- ii) 안정한계 [ critical stability ]에서의  $K_p$ 를  $K_{po}$ , 주기를  $P_o$ 라 하면 각각의 제어기의 파라미터는 표 1과 같다.

Table 1. Optimal Parameters by the Ultimate Sensitivity Method

parameter controller	parameter		$T_d$
	$K_p$	$T_i$	
P	$0.5 K_{po}$		
PI	$0.45 K_{po}$	$0.83 P_o$	
PID	$0.6 K_{pc}$	$0.5 P_o$	$0.125 P_o$

2.1.2 파드응답법

플랜트의 전달함수  $G_p(s)$ 가

$$G_p(s) = \frac{K e^{-\tau s}}{1 + Ts} \quad (3)$$

여기서

T : 시정수 [ time constant ]

L : 지연시간 [ delay time ]

K : 정상이득 [ gain constant ]

으로 주어지는 경우에 한계감도법을 적용한 것을 과도응답법이라 하는데 이 방법에 의한 각 제어기의 퍼라미터의 값은 표 2 와 같이 된다.

Table 2. Optimal Parameters by the Transient Response Method

parameter controller	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$1.0 \frac{T}{KL}$		
PI	$0.9 \frac{T}{KL}$	3.3 L	
PID	$1.2 \frac{T}{KL}$	2.0 L	0.5 L

### 2.1.3 Cohen-Coon 법

1965년 Coughanowr 와 Koppel 은 2 차계에서 그림 3 과 같은 인디셜 응답 [ indicial response ] 의 응답곡선을 통해서 각 제어기의 퍼라미터를 다음과 같이 구했다.

그림 3에서 표시한 기호의 의미는 각각 다음과 같다.

$S_{a'}$  : 변곡점에서의 기울기

$T_{a'}$  : 변곡점에서의 기울기의 역수

$T_o'$  : 변곡점에서의 시간

$T_d'$  : 변곡점에서의 접선이 시간축과 만나는 점

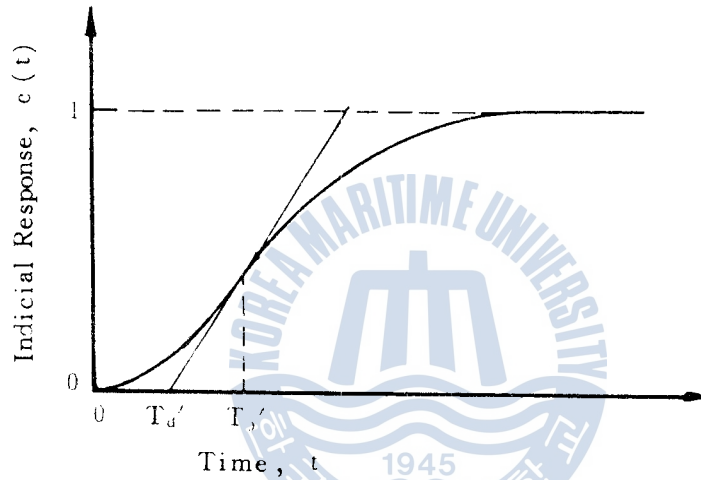


Fig.3 Reaction Curve of Indicial Response

P 동작일때

$$K_p = \frac{T_{a'}}{T_d'} \left( 1 + \frac{T_d'}{3T_{a'}} \right) \quad (4)$$

PI 동작일때

$$K_p = \left. \frac{T_{a'}}{T_d'} \left( \frac{9}{10} + \frac{T_d'}{12T_{a'}} \right) \right\} \quad (5)$$

$$T_i = \frac{30 + 3 \frac{T_d'}{T_a'}}{9 + 20 \frac{T_d'}{T_a'}} \quad \left. \vphantom{\frac{30 + 3 \frac{T_d'}{T_a'}}{9 + 20 \frac{T_d'}{T_a'}}}$$

PID 동작일 때

$$\left. \begin{aligned} K_p &= \frac{T_a'}{T_d'} \left( \frac{4}{3} + \frac{T_d'}{4T_a'} \right) \\ T_i &= T_d' \frac{32 + 6 \frac{T_d'}{T_a'}}{13 + 8 \frac{T_d'}{T_a'}} \\ T_d &= \frac{4}{11 + 2 \frac{T_d'}{T_a'}} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

다음에 전달함수가 식(1)과 같이 주어지는 2차계의 제어대상에 대하여 위의 방법을 적용하여  $T_o'$ ,  $T_a'$  및  $T_d'$ 를 계산해 보기로 한다. 우선 이 계통의 인디셜응답을  $c(t)$ 라고 하면  $c(t)$ 는 식(7)과 같이 된다.

$$c(t) = 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\varphi^2 - 1}} \left( \frac{e^{-s_1 t}}{s_1} + \frac{e^{-s_2 t}}{s_2} \right) \quad (7)$$

단,

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= (\varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1}) \omega_n \\ s_2 &= (\varphi - \sqrt{\varphi^2 - 1}) \omega_n \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

식(7)로부터  $T_o'$ ,  $T_a'$  및  $T_d'$ 는 다음과 같이 구할수 있다.

$$\left. \begin{aligned} T_o' &= \frac{\varrho_n \left( \frac{s_1}{s_2} \right)}{s_1 - s_2} \\ \frac{1}{T_a'} &= \left. \frac{dc(t)}{dt} \right]_{t=T_o'} = \frac{\omega_n}{\sqrt{\varphi^2 - 1}} \left\{ e^{-\left(\frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 - 1}} + 1\right) \cdot \ln(\varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1})} \right. \\ &\quad \left. - e^{-\left(\frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 - 1}} - 1\right) \cdot \ln(\varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1})} \right\} \\ T_d' &= \left. t - T_a' c(t) \right]_{t=T_o'} = \frac{\varrho_n (\varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1})}{\omega_n \sqrt{\varphi^2 - 1}} - \frac{T_a'}{2} \left\{ 2 + \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 - 1}} - 1 \right) e^{-\left(\frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 - 1}} + 1\right) \cdot \ln(\varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1})} - \left( \frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 - 1}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 1 \right) e^{-\left(\frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 - 1}} - 1\right) \cdot \ln(\varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1})} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

## 2.1.4 수정된 Ziegler-Nichols 법

그림 2와 같이 표시되는 제어시스템에서 먼저  $T_i = \infty$ ,  $T_d = 0$  으로 두고 진폭이 한주기 동안에  $1/4$  감쇄 [quarter decay]가 되도록  $K_p$ 를 증가시켜서  $P_o$ 를 구한다. 여기서 구한  $P_o$ 로부터  $T_i$ ,  $T_d$ 의 값을 각각 다음과 같이 구한다.

$$T_i = \frac{P_o}{1.5} \quad (10)$$

$$T_d = \frac{P_o}{6.0} \quad (11)$$

다음에 위에서 구한  $T_i$ ,  $T_d$ 의 값을 갖는 PID제어기를 사용하였을 때 인디셜응답의 기본진동의 진폭비가  $1/4$  감쇄가 되도록  $K_p$ 의 값을 조정한다.

## 2.2 2차형식의 평가함수를 이용한 PID제어기의 새로운 퍼래미터 조정법

지금까지 몇가지 종래의 PID제어기의 퍼래미터 조정법에 대해서 살펴 보았다. 그런데 종래의 방법들은 경험에 의한 근사적 실험식이므로 정확한 이론적 근거가 희박할 뿐더러 경우에 따라 이러한 방법을 적용하기가 곤란할 때가 있다. 즉 제어대상이 2차계통인 경우  $K_p$ 를 무한대로 하여야만 피드백제어계가 자려진동 [self excited oscillation]을 하게 되기 때문에 2차계의 제어대상에 대해서는 한계감도법을 적



용할수 없다. 또한 과도응답법은 제어대상이 고차계일 경우 이를 1차 요소와 순수지연요소로 근사화하여야 하기 때문에 1차요소의 시정수  $T$ 와 순수지연요소의 지연시간  $L$ 이 일률적으로 결정되지 않는 것이 그 결점이다. Cohen-Coon 법은 2차계의 제어대상에 대하여 계산된 것이기 때문에 모든 고차계에 적용하기가 곤란하며 수정된 Ziegler-Nichols 법은 Ziegler와 Nichols의 한계감도법을 2차계에도 적용할수 있도록 수정한 것으로 이러한 이점은 있으나 고차계의 경우  $T_i$ ,  $T_d$ 를 결정할 후에 다시 기본진동의 진폭비가 1/4로 되도록  $K_p$ 를 조정하기가 곤란한 경우가 있다. 그러므로 본 연구에서는 적분시간  $T_i$ 와 미분시간  $T_d$ 의 결정은 가장 많이 사용되고 있는 수정된 Ziegler-Nichols 법에 따르되 비례감도  $K_p$ 의 조정은 다음과 같이 행하는 새로운 방법을 제안한다. 즉 식 (12)와 같이 제어오차의 2승면적과 제어에 소요되는 에너지의 가중합으로 표시되는 2차형식의 평가함수를 도입하고 이 평가함수가 최소로 되도록  $K_p$ 를 조정한다.

$$J(K_p) = \int_0^{T_c} (e^2 + \alpha u^2) dt \quad (12)$$

단,

$T_c$  : 응답이 정상상태에 도달할 때의 시간

여기서  $\alpha$ 는 하중계수로서 실제의 제어목적에 따라  $\alpha$ 의 값을 적절히 선정함으로써 제어목적에 가장 적합한 피드백제어계의 구성이 가

능하다. 식 (12) 의 평가함수는  $K_p$  에 관한 1 변수함수이므로 이를 최소로 하는  $K_p$  의 값은 컴퓨터를 이용하여 용이하게 구할 수가 있다.

제어대상이 식(1)로 표시되는 2 차계인 경우  $T_i$  ,  $T_d$  를 계산해 보면 다음과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} T_i &= \frac{0.9464}{\varphi \omega_n} \\ T_d &= \frac{T_i}{4.0} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$



### 3. 수치계산 및 시물레이션

#### 3.1 수치계산

PID 제어기의 이상적인 방정식은 식(2)와 같이 표시되나 이를 정확히 실현하기는 곤란하므로 식(2)를 다음과 같은 차분방정식 [ difference equation ] 으로 근사화한다.<sup>7)</sup>

$$u(k) = K_p \left[ e(k) + \frac{T_o}{T_i} \left\{ \frac{e(0) + e(k)}{2} + \sum_{i=1}^{k-1} e(i) \right\} + \frac{T_d}{T_o} \{ e(k) - e(k-1) \} \right] \quad (14)$$

여기서

$T_o$  : 샘플링시간 [ sampling time ]

이때 적분동작은 사다리꼴적분을 이용하여 표시하였으며 미분동작은 두 샘플치를 이용하여 근사미분을 행하였다. 컴퓨터를 이용하여 반복적으로 제어기의 출력  $u(k)$  를 쉽게 구할수 있도록 식(14)로부터  $u(k-1)$  의 방정식을 유도하여 그 차를 구하면 다음과 같은 방정식이 구해진다.

$$u(k) - u(k-1) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \quad (38)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} q_0 &= K_p \left( 1 + \frac{T_o}{2T_i} + \frac{T_d}{T_o} \right) \\ q_1 &= -K_p \left( 1 + 2\frac{T_d}{T_o} - \frac{T_o}{2T_i} \right) \\ q_2 &= K_p \left( \frac{T_d}{T_o} \right) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

한편 플랜트의 전달함수,

$$G_p = \frac{C(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\varphi\omega_n s + \omega_n^2}$$

은 Runge-Kutta 법을 이용하여 근사값을 구할수 있도록 1계연립미분 방정식의 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, t) = x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, t) = -\omega_n^2 x_1 - 2\varphi\omega_n x_2 + \omega_n^2 u \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

여기서 초기조건은 0으로 간주한다.

즉,

$$x_1(0) = x_2(0) = 0 \quad (41)$$

수정된 Ziegler-Nichols 법에 의해  $T_i$  와  $T_d$  의 값이 구해질때

2 차형식의 평가함수  $J = \int_0^{T_c} (e^2 + \alpha u^2) dt$  를 최소로 하는 최적  $K_c$  의 값은 간격등분알고리즘 [ interval halving algorithm ]<sup>8)</sup> 을 이용하여 구한다. 이를 구하는 흐름도 [ flow chart ] 를 그림 8 에 나타낸다.

### 3. 2 시뮬레이션

본 연구에서는 PID 제어기의 퍼라미터를 조정하는데 있어서의 종래의 방법과 새로운 방법의 비교점토를 위해서 플랜트의 계수를 다음과 같이 둔다.

$$\left. \begin{array}{l} \text{i) } \omega_n = 2.0 \\ \text{ii) } \varphi = 3.0 \end{array} \right\} \quad (42)$$

본 연구에서는 시스템입력  $r(t)$  를 단위계단입력으로 하고 있다. 따라서 종래의 방법에 의한 퍼라미터의 값은 표 3 과 같다.

Table 3. Optimal Parameters by the Traditional Method

parameter \ method	$K_p$	$T_i$	$T_d$
Cohen-Coon	62.41	0.1683	0.3623
Modified Ziegler-Nichols	11.85	0.1577	0.03943

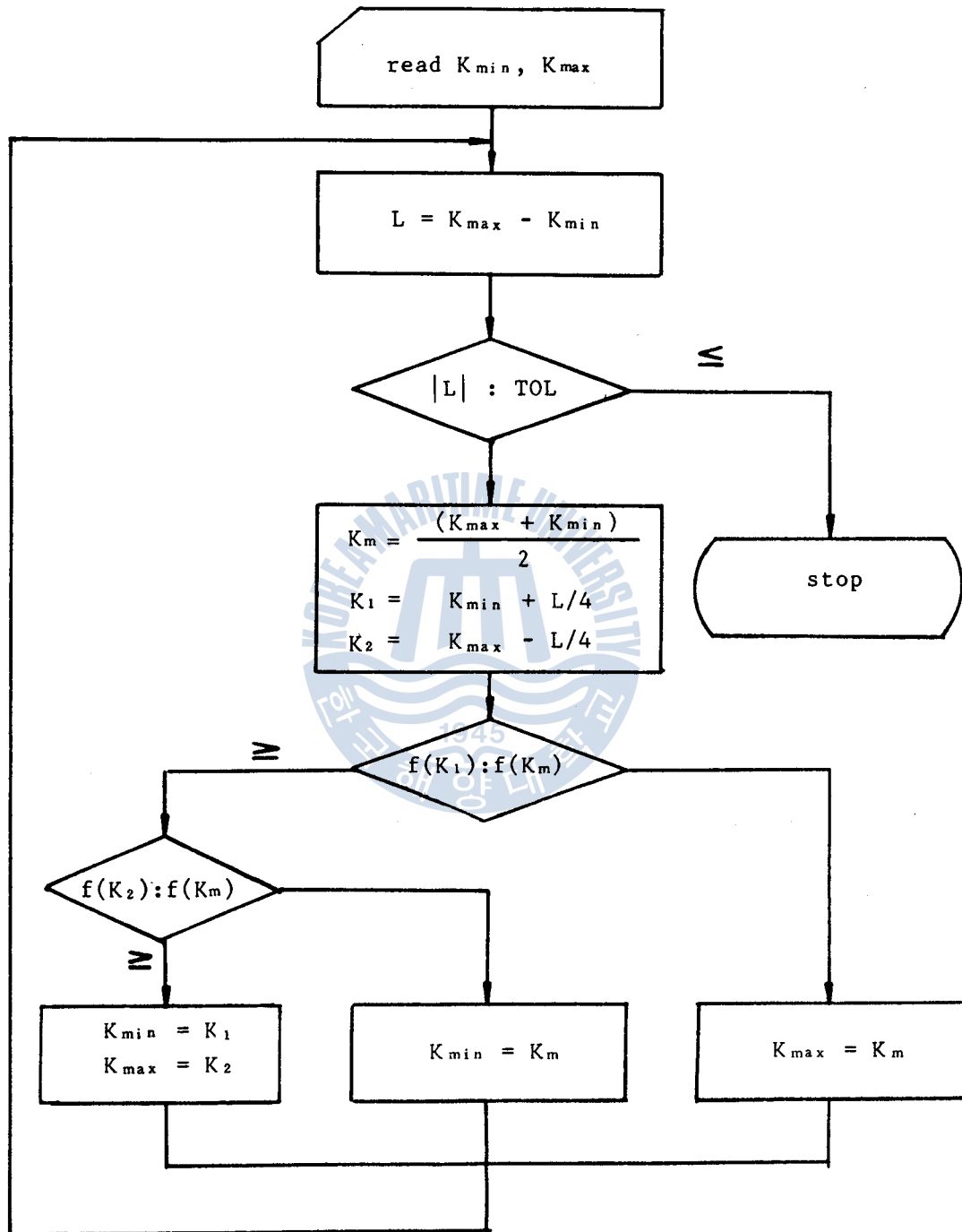


Fig.8 Interval Halving Algorithm

그림 9와 그림 10은 각각 Cohen-Coon 법과 Modified Ziegler-Nichols 법에 의해서 구한 인디셜응답을 나타낸다.

다음에  $T_i$ 와  $T_d$ 는 수정된 Ziegler-Nichols 법에 의해서 구한 값을 사용하고 식 (12)의 하중계수  $\alpha$ 의 여러가지 값에 대하여 식 (12)의 평가함수를 최소로 되게하는  $K_p$ , 즉 비례감도의 최적치를 계산해보면 표 4와 같이 된다. 또한 표 4의  $K_p$ 의 값을 사용하였을 때의 인디셜응답, 즉 본 연구에서 제안하는 방법에 의해서 구한 최적인디셜응답의 곡선을 그림으로 표시하면 그림 11의 (a)~(d)와 같이 된다. 그림 12의 (a)~(d)와 그림 13의 (a)~(d)는 각각 이 경우에 있어서의 제어오차  $e(t)$ 와 플랜트입력  $u(t)$ 의 선도이다. 그리고 그림 14의 (a)~(d)는 본 연구에서 제안하는 방법으로 구한 최적파라미터를 이용하여 구한  $c(t)$ ,  $e(t)$  및  $u(t)$ 의 선도를 함께 나타낸 것이다.



Table 4. Optimal Parameters Proposed by the New Method

$\alpha$	$K_p$	$\int_0^{T_c} e^2(t)dt$ $\int_0^{T_c} u^2(t)dt$	J	remark
$1.0 \times 10^{-2}$	$6.485 \times 10^{-5}$	$2.970 \times 10^1$ $1.535 \times 10^{-3}$	$2.985 \times 10^1$	

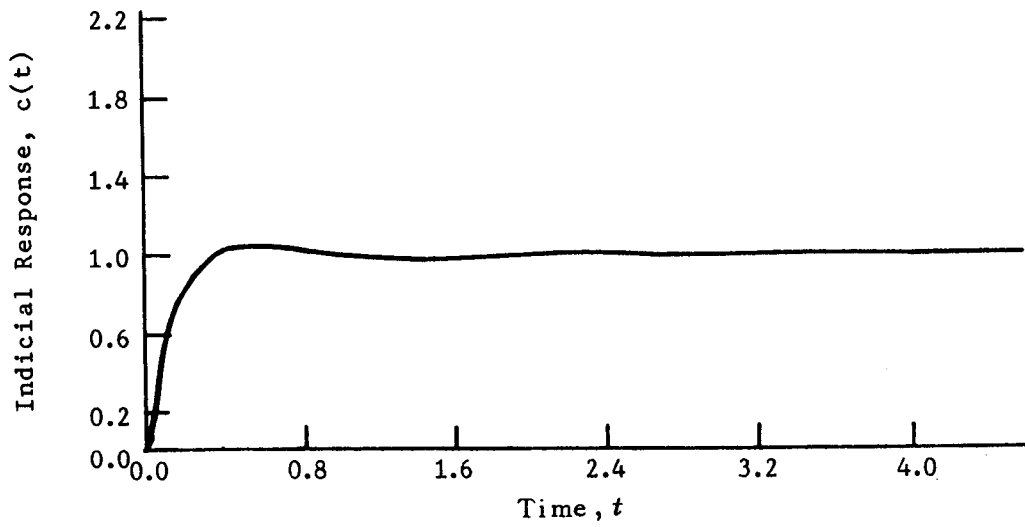


Fig.9 Indicial Response,  $c(t)$  of the System Using Cohen-Coon Method

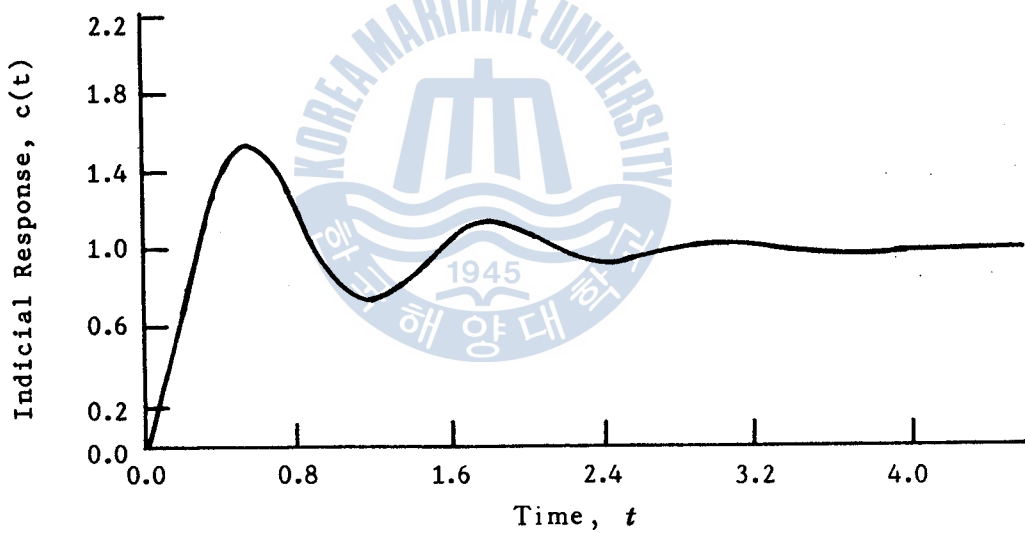


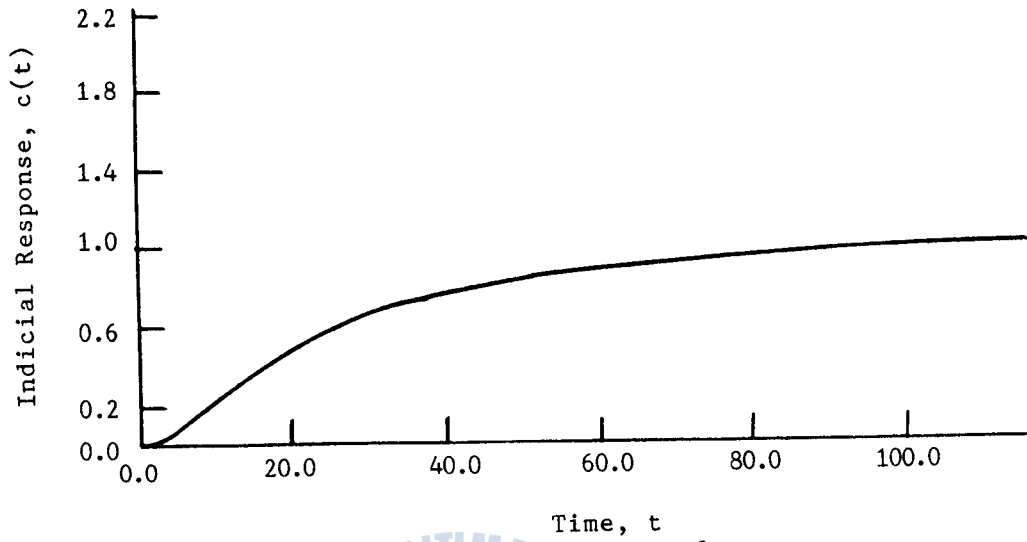
Fig.10 Indicial Response,  $c(t)$  of the System Using Modified Ziegler-Nichols Method



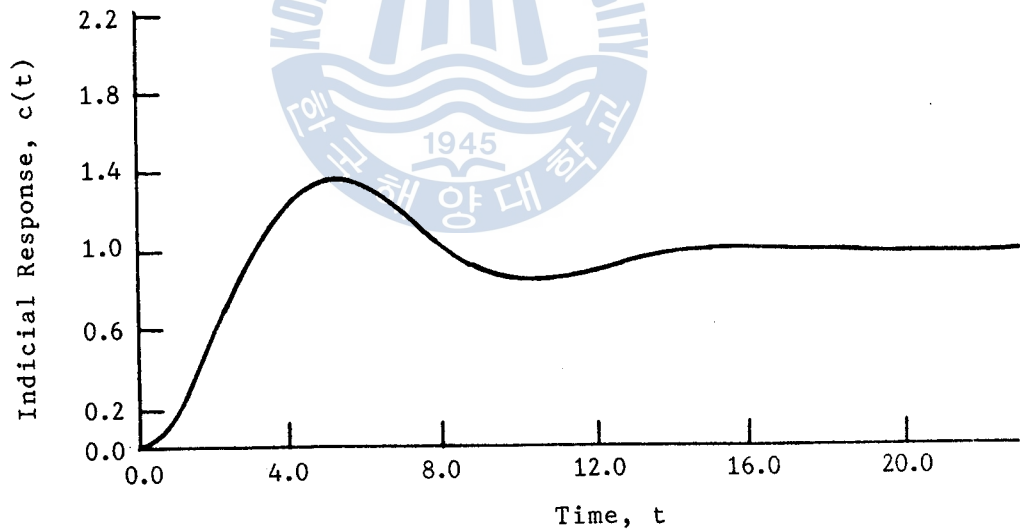


Table 4. Optimal Parameters Proposed by the New Method

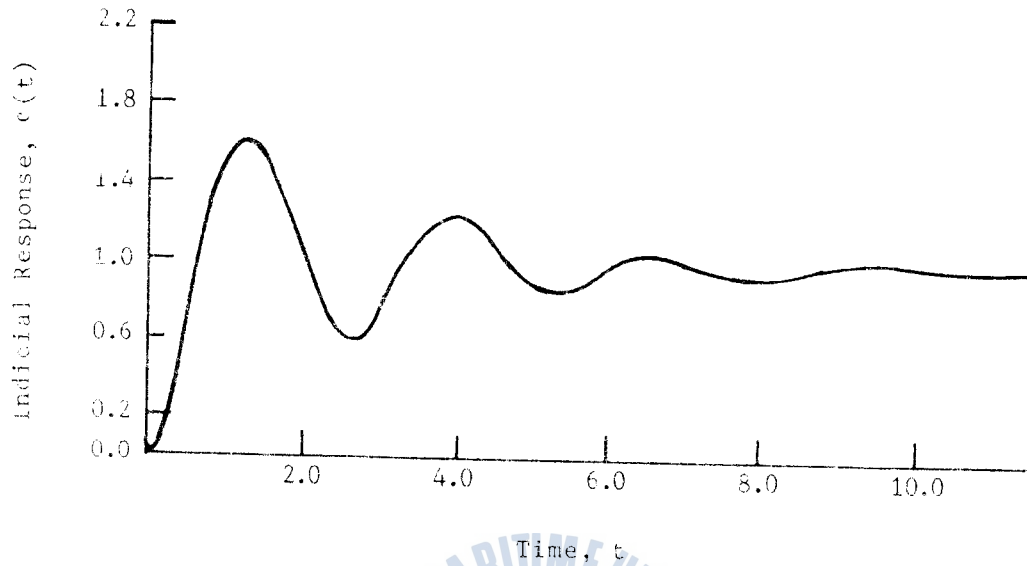
$\alpha$	$K_P$	$\int_0^{T_c} e^2(t)dt$ $\int_0^{T_c} u^2(t)dt$	J	remark
$1.0 \times 10^2$	$6.485 \times 10^{-5}$	$2.970 \times 10^1$ $1.535 \times 10^{-3}$	$2.985 \times 10^1$	the Proposed Method $T_i = 0.1577$ $T_d = 0.03943$
$1.0 \times 10^1$	$6.296 \times 10^{-4}$	$2.720 \times 10^1$ $1.358 \times 10^{-1}$	$2.856 \times 10^1$	
$1.0 \times 10^0$	$5.490 \times 10^{-3}$	$1.418 \times 10^1$ $6.156 \times 10^0$	$2.034 \times 10^1$	
$1.0 \times 10^{-1}$	$1.785 \times 10^{-1}$	$1.755 \times 10^0$ $3.752 \times 10^1$	$5.508 \times 10^0$	
$1.0 \times 10^{-2}$	$5.170 \times 10^0$	$4.513 \times 10^{-1}$ $8.851 \times 10^1$	$1.336 \times 10^0$	
$1.0 \times 10^{-3}$	$8.124 \times 10^0$	$3.121 \times 10^{-1}$ $1.963 \times 10^2$	$5.084 \times 10^{-1}$	
$1.0 \times 10^{-4}$	$2.005 \times 10^1$	$1.437 \times 10^{-1}$ $7.609 \times 10^2$	$2.198 \times 10^{-1}$	
0	$4.525 \times 10^2$	$6.658 \times 10^{-3}$ $7.585 \times 10^4$	$6.658 \times 10^{-3}$	
$1.515 \times 10^{-8}$	$6.241 \times 10^1$	$5.495 \times 10^{-3}$ $8.922 \times 10^4$	$6.849 \times 10^{-3}$	the Cohen-Coon Method $T_i = 0.1683$ $T_d = 0.3623$
$4.125 \times 10^{-4}$	$1.187 \times 10^1$	$2.284 \times 10^{-1}$ $3.255 \times 10^2$	$3.627 \times 10^{-1}$	the Modified Ziegler-Nichols Method $T_i = 0.1577$ $T_d = 0.03943$



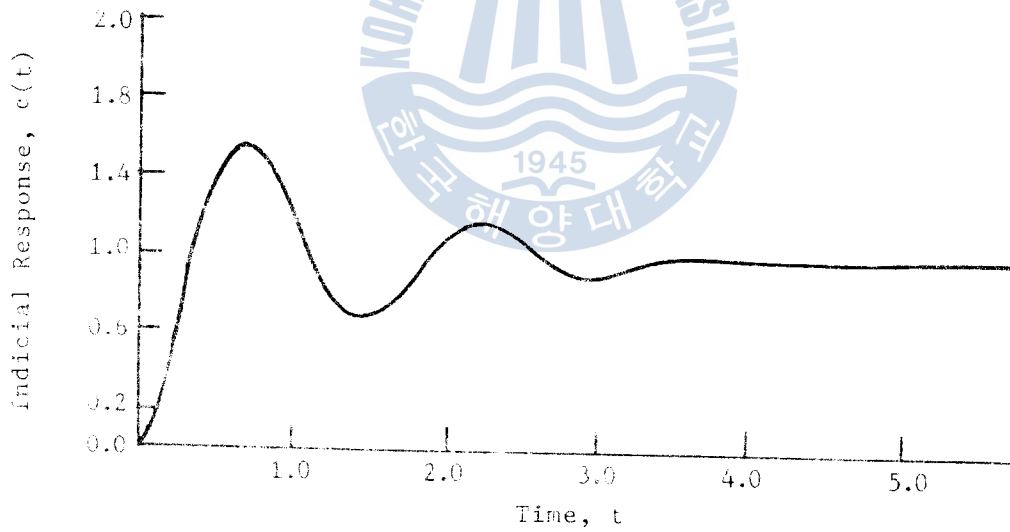
(a)  $\alpha = 1.0 \times 10^0$ ,  $K_p = 5.490 \times 10^{-3}$



(b)  $\alpha = 1.0 \times 10^{-1}$ ,  $K_p = 1.785 \times 10^{-1}$

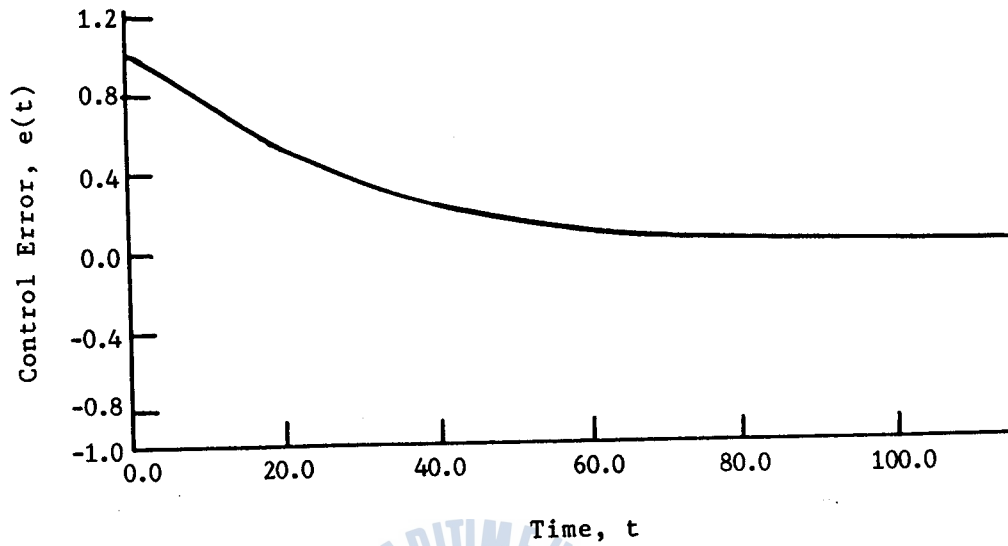


(c)  $\alpha = 1.0 \times 10^{-2}$ ,  $K_p = 5.170 \times 10^0$

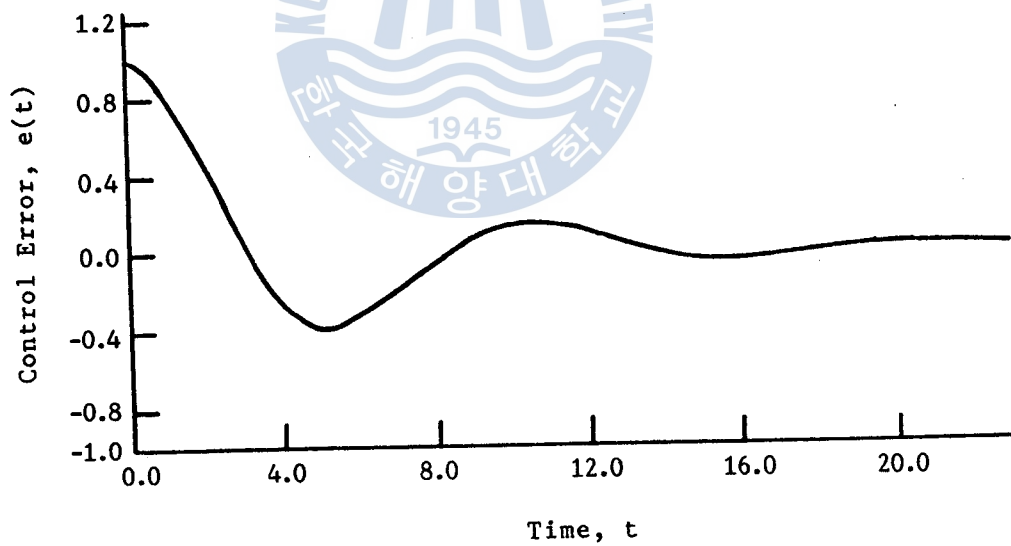


(d)  $\alpha = 1.0 \times 10^{-3}$ ,  $K_p = 8.124 \times 10^0$

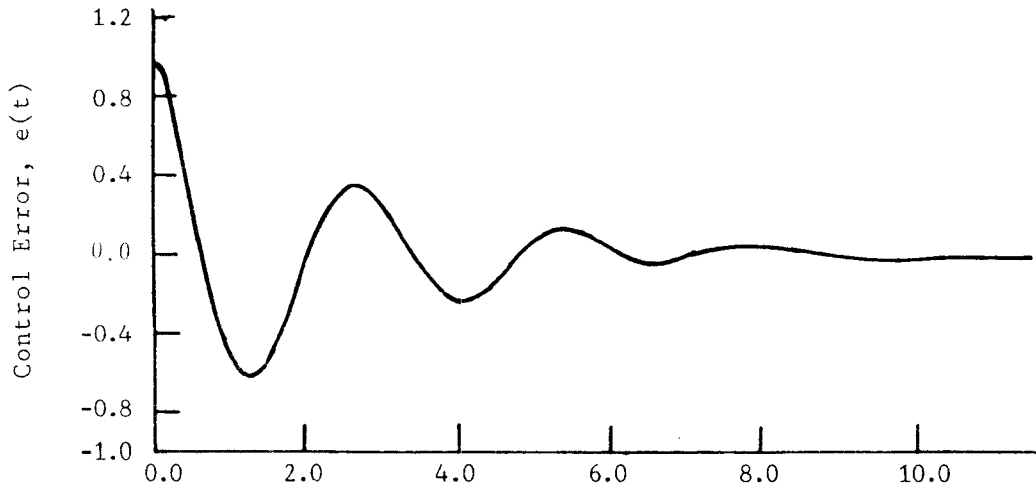
Fig.11 Indicial Response,  $c(t)$  of the System



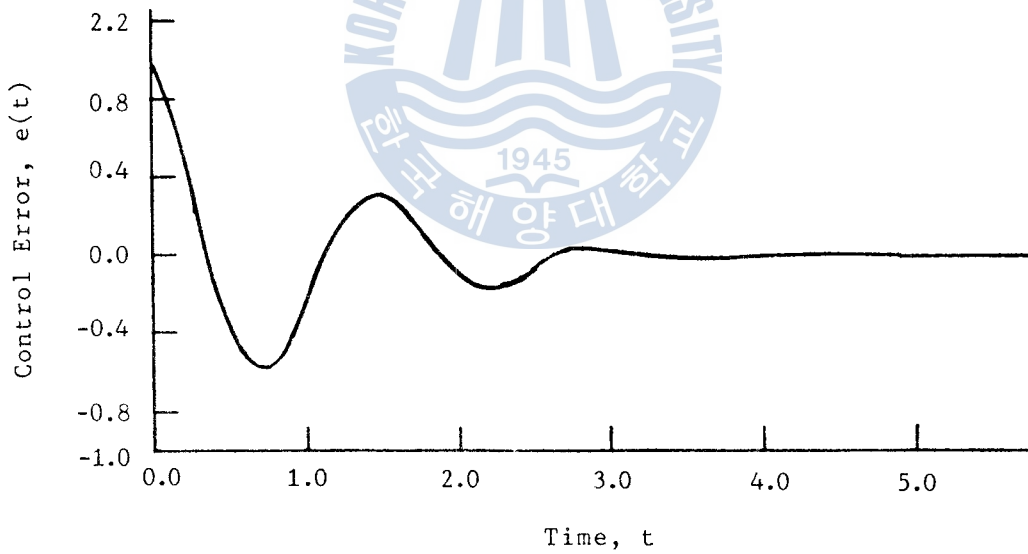
(a)  $\alpha = 1.0 \times 10^0$ ,  $K_p = 5.490 \times 10^{-3}$



(b)  $\alpha = 1.0 \times 10^{-1}$ ,  $K_p = 1.785 \times 10^{-1}$

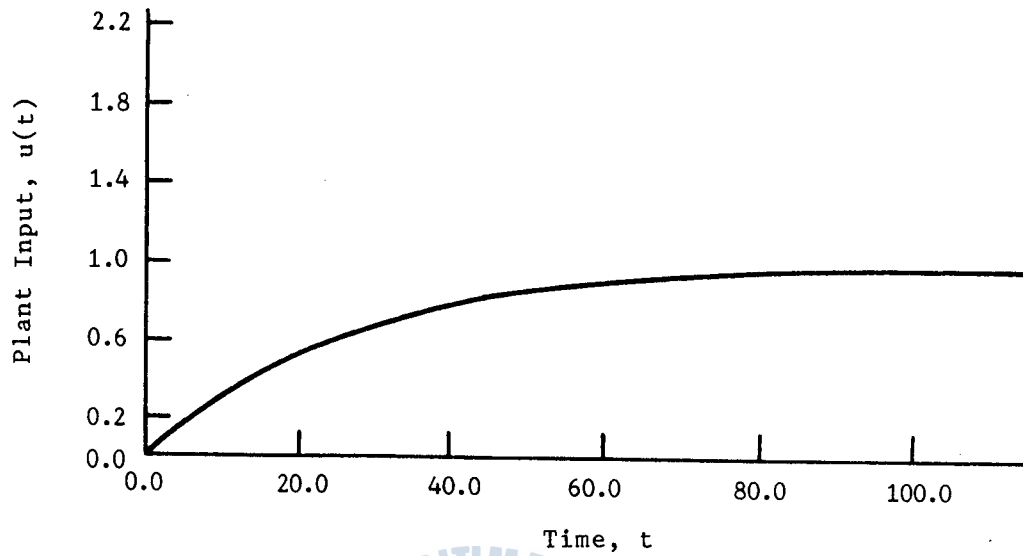


(c)  $\alpha = 1.0 \times 10^{-2}$ ,  $K_p = 5.170 \times 10^0$

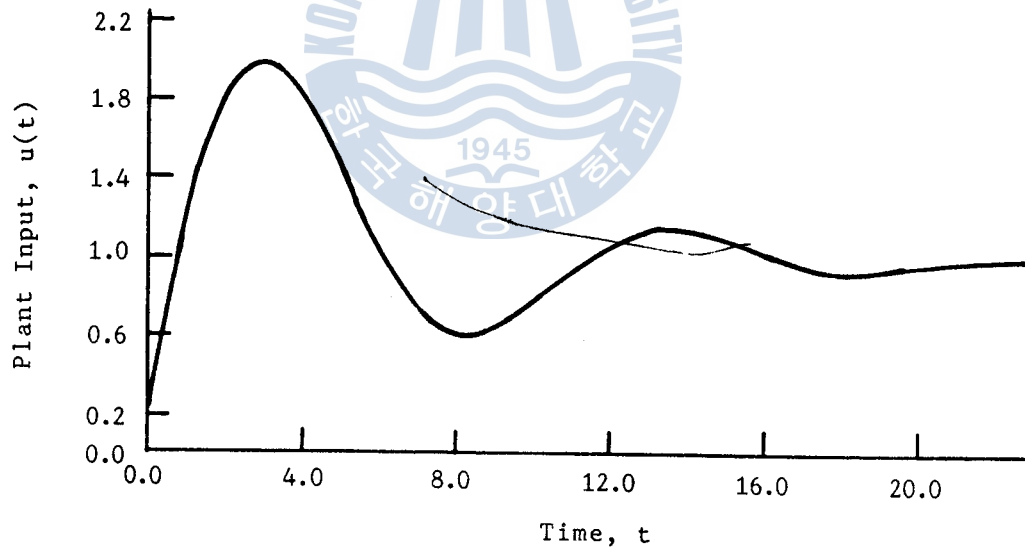


(d)  $\alpha = 1.0 \times 10^{-3}$ ,  $K_p = 8.124 \times 10^0$

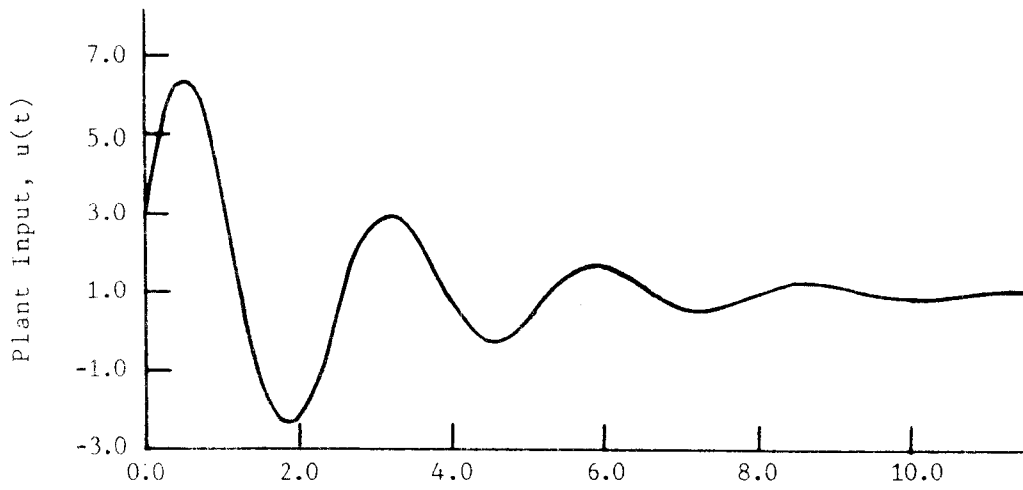
Fig.12 Control Error,  $e(t)$  of the System



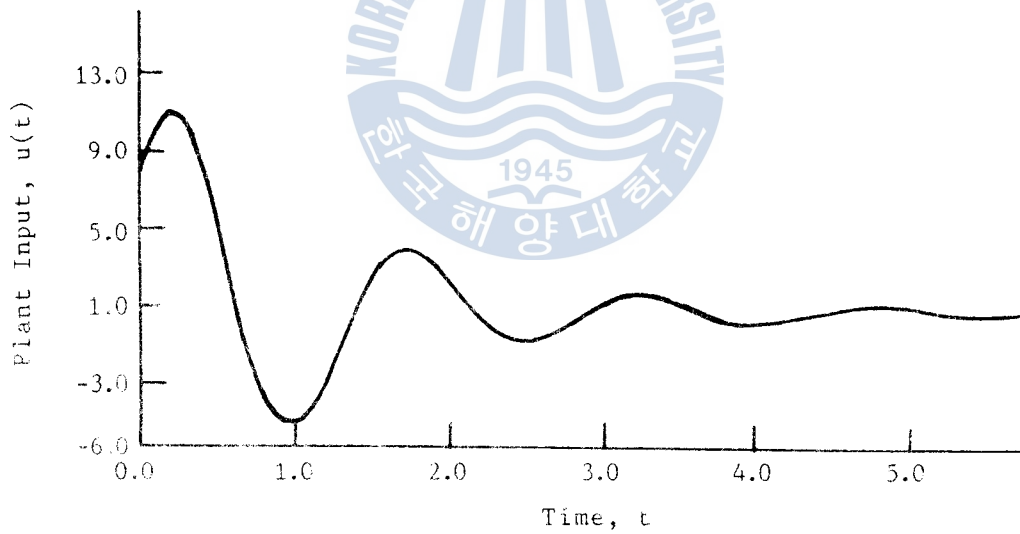
(a)  $\alpha = 1.0 \times 10^0$ ,  $K_p = 5.490 \times 10^{-3}$



(b)  $\alpha = 1.0 \times 10^{-1}$ ,  $K_p = 1.785 \times 10^{-1}$

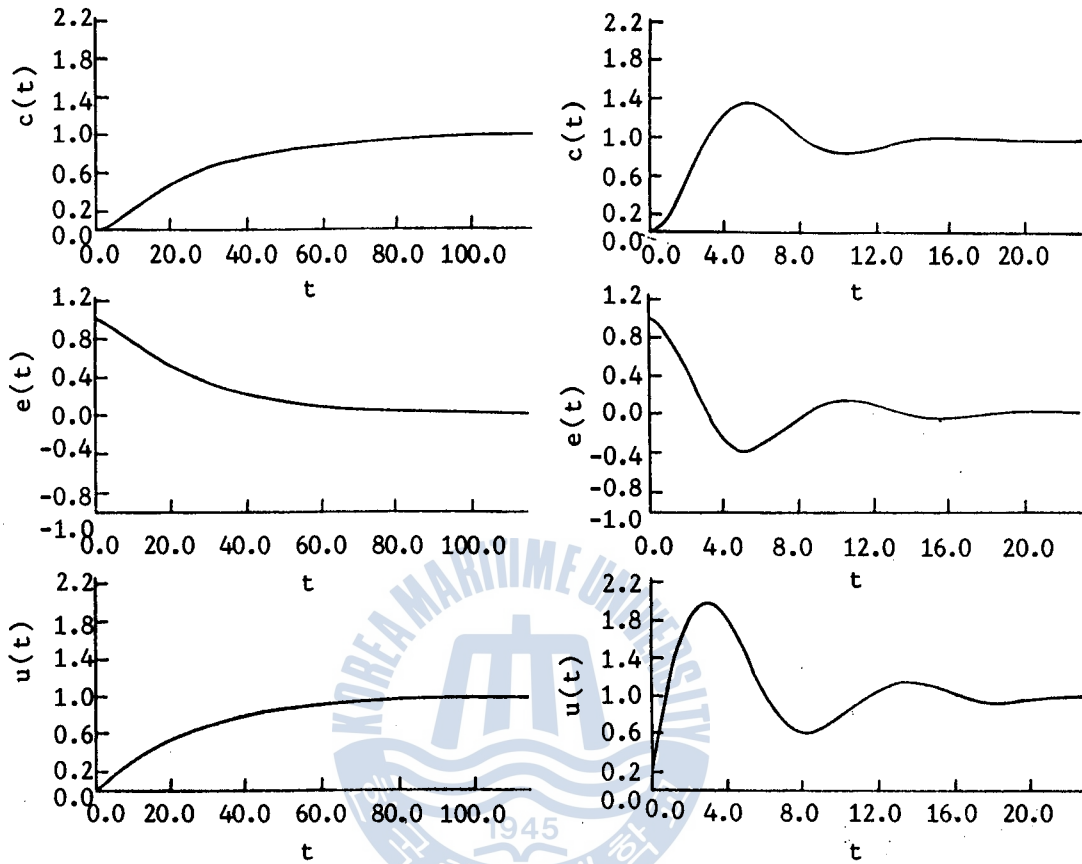


(c)  $\alpha = 1.0 \times 10^{-2}$ ,  $K_p = 5.170 \times 10^0$



(d)  $\alpha = 1.0 \times 10^{-3}$ ,  $K_p = 8.124 \times 10^0$

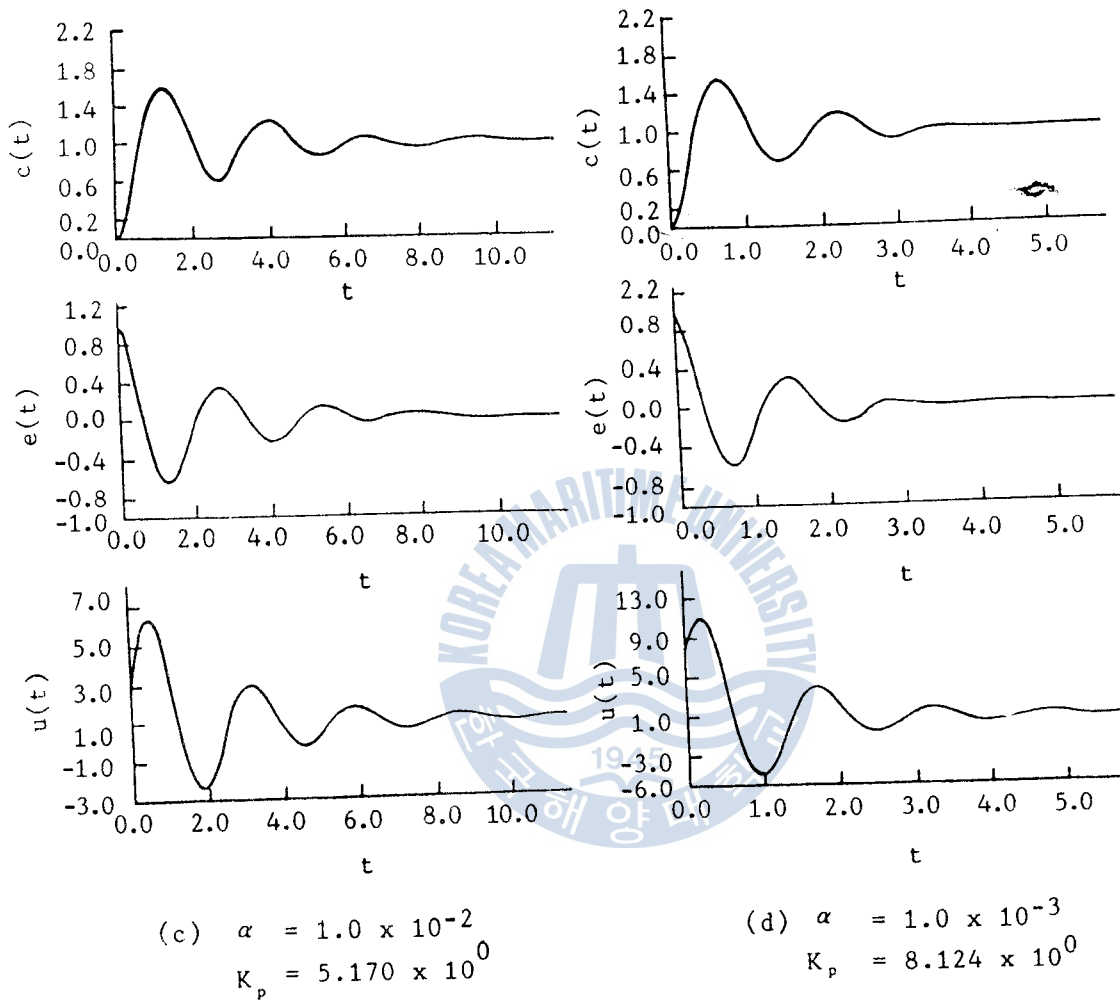
Fig.13 Plant Input,  $u(t)$  of the System



(a)  $\alpha = 1.0 \times 10^0$   
 $K_p = 5.490 \times 10^{-3}$

(b)  $\alpha = 1.0 \times 10^{-1}$   
 $K_p = 1.785 \times 10^{-1}$



Fig.14  $c(t)$ ,  $e(t)$ , and  $u(t)$  of the System

## 4. 검토 및 고찰

본 장에서는 앞 장에서 행한 시뮬레이션 결과를 토대로 본 연구에서 제안하는 PID 제어기의 퍼라미터 조정법과 종래의 퍼라미터 조정법을 비교 검토해 보기로 한다. 표 4 에서 보면  $\alpha$  의 값을 크게하여 에너지절약의 측면을 중시할 경우에는  $K_p$  의 값이 작아져서 오차의 2 승면적이 커지므로 제어의 질은 나빠진다. 반면에  $\alpha$  의 값을 작게하여 에너지절약의 측면을 경시할 경우에는  $K_p$  의 값이 커져서 오차의 2 승면적이 작아지므로 제어의 질이 상대적으로 양호해짐을 알수 있다. 그림 12, 그림 13 은 각각  $K_p$  의 값이 변화할 때의  $e(t)$  와  $u(t)$  의 변화추이를 연속적으로 나타내고 있는데 역시  $K_p$  가 커질수록 오차의 2 승면적은 작아지고 조작량의 2 승면적은 커지며 반면에  $K_p$  가 작아지면 오차의 2 승면적은 커지고 조작량의 2 승면적은 작아짐을 알수 있다. 다음에 하중계수  $\alpha$  의 값의 변화에 따른  $K_p$  의 값의 변화를 양대수좌표 [ log-log coordinate ] 를 사용하여 그림으로 나타내면 그림 15 와 같이 된다. 또한 표 4 에서는 Cohen-Coon 법과 수정된 Ziegler-Nichols 법에 의해서 조정된 퍼라미터를 가지고 평가함수를 최소로 하는  $\alpha$  의 값을 시행착오법 [ trial and error method ] 으로 구하여 본 연구에서 제안하는 방법에 의한 결과와 함께 나타내었는데 Cohen-Coon 법에서는  $\alpha = 1.515 \times 10^{-8}$ , 수정된 Ziegler-Nichols 법에서는  $\alpha = 4.125 \times 10^{-4}$  의 극히 작은 수치임을 알수 있다. 이와같은 수치는 Cohen-Coon 법이나 수정된

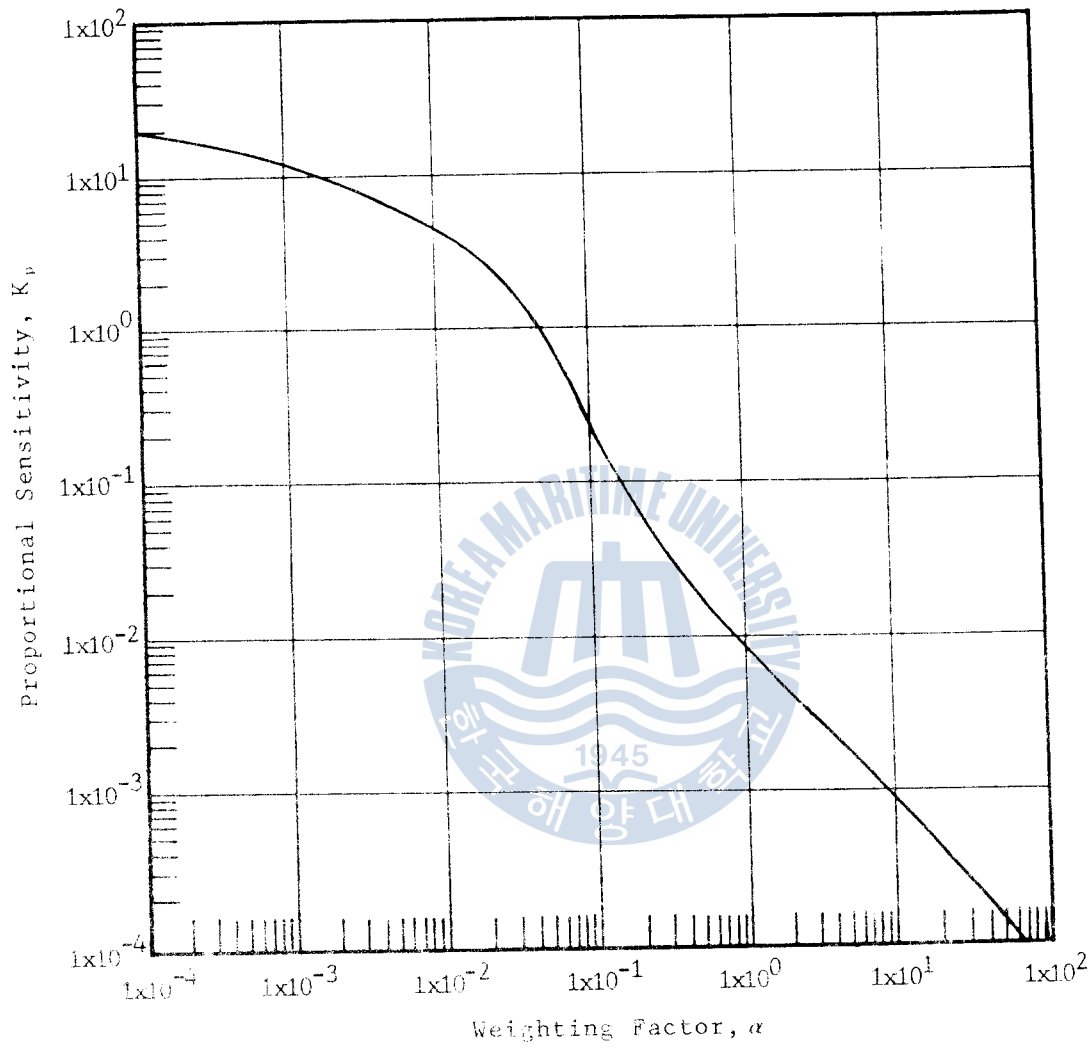


Fig.15 Optimal Parameter,  $K_p$  vs. Weighting Factor,  $\alpha$

Ziegler-Nichols 법과 같은 종래의 PID 제어기의 퍼라미터 조정법들은 에너지절약의 측면을 고려하지 않은 채 주로 제어의 질만을 중시하고 있음을 의미한다. (그림 9, 그림 10 참조) 즉  $\alpha$ 가 작을 때는 오차의 2승면적은 작아지나 제어에 소요되는 에너지, 즉  $\int u^2(t) dt$ 는 대단히 커짐을 표 4에서 알수 있다. 따라서 본 연구에서 제안하는 방법은  $\alpha$ 의 값의 선정여하에 따라 이들 종래의 방법들을 모두 내포하고 있는 것으로, 가장 일반적이고 사용범위가 넓은 것임을 알수 있다.



## 5. 결 론

이상과 같이 본 연구에서는 플랜트의 전달함수를 2 차계로 선정하고 PID 제어기를 사용하였을 때의 제어기의 퍼라미터  $K_p$ ,  $T_i$  및  $T_d$ 의 값을 조정하는 새로운 방법을 제안하고 시뮬레이션을 통하여 이 제어기의 효용성에 대하여 검토하는 한편 본 연구에서 구한 제어기 퍼라미터의 값에 대한 응답과 종래의 퍼라미터 조정법 중에서 비교적 널리 쓰이는 Cohen-Coon 법과 수정된 Ziegler-Nichols 법으로 구한 제어기 퍼라미터의 값에 대한 응답을 제어오차와 제어에 소요되는 에너지의 양면에서 비교검토해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 본 연구에서 제안하는 방법에 의하면  $\alpha$ 의 값의 선정에 따라 제어목적에 가장 적합한 최적피드백제어를 행할수 있음을 확인하였다.
- (2) 본 연구에서 제안하는 방법은 종래의 Cohen-Coon 법이나 수정된 Ziegler-Nichols 법 등을 모두 포함하는 것으로, 일반적이고 사용범위가 넓은 것임을 알수 있었다.
- (3) 종래의 Cohen-Coon 법, 수정된 Ziegler-Nichols 법 등은 제어에 소요되는 에너지를 무시하고 단지 제어의 질 만을 중요시한 방법임을 알수 있었다.

그러나 실제의 경우에 있어서 제어목적에 적합한  $\alpha$ 의 값을 수치적으로 결정하는 문제, 3 차계 이상의 제어대상에 본 방법을 적용할때 수반되는 점 등에 대해서는 앞으로 더욱 검토를 요한다.

## 참 고 문 헌

1. J.G. Ziegler and N.B. Nichols, Optimum Settings for Automatic Controllers, Trans. ASME, 64, pp.759-768 (1942)
2. Donald R. Coughanowr and Lowell B. Koppel, Process Systems Analysis and Controll, McGraw-Hill, Inc., N.Y., pp.303-316 (1965)
3. J.E. Grader, Taylor Instrument Companies, Technical Data, TDS -10A 120, Issue 1



## 5. 결 론

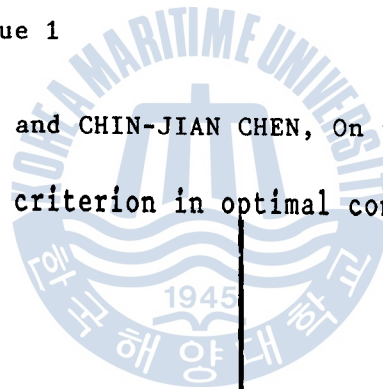
이상과 같이 본 연구에서는 플랜트의 전달함수를 2 차계로 선정하고 PID 제어기를 사용하였을 때의 제어기의 퍼래미터  $K_p$ ,  $T_i$  및  $T_d$ 의 값을 조정하는 새로운 방법을 제안하고 시뮬레이션을 통하여 이 제어기의 효용성에 대하여 검토하는 한편 본 연구에서 구한 제어기 퍼래미터의 값에 대한 응답과 종래의 퍼래미터 조정법 중에서 비교적 널리 쓰이는 Cohen-Coon 법과 수정된 Ziegler-Nichols 법으로 구한 제어기 퍼래미터의 값에 대한 응답을 제어오차와 제어에 소요되는 에너지의 양면에서 비교검토해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 본 연구에서 제안하는 방법에 의하면  $\alpha$ 의 값의 선정에 따라 제어목적에 가장 적합한 최적피드백제어를 행할수 있음을 확인하였다.
- (2) 본 연구에서 제안하는 방법은 종래의 Cohen-Coon 법이나 수정된 Ziegler-Nichols 법 등을 모두 포함하는 것으로, 일반적이고 사용범위가 넓은 것임을 알수 있었다.
- (3) 종래의 Cohen-Coon 법, 수정된 Ziegler-Nichols 법 등은 제어에 소요되는 에너지를 무시하고 단지 제어의 질 만을 중요시한 방법임을 알수 있었다.

그러나 실제의 경우에 있어서 제어목적에 적합한  $\alpha$ 의 값을 수치적으로 결정하는 문제, 3 차계 이상의 제어대상에 본 방법을 적용할때 수반되는 점 등에 대해서는 앞으로 더욱 검토를 요한다.

## 참 고 문 헌

1. J.G. Ziegler and N.B. Nichols, Optimum Settings for Automatic Controllers, Trans. ASME, 64, pp.759-768 (1942)
2. Donald R. Coughanowr and Lowell B. Koppel, Process Systems Analysis and Control, McGraw-Hill, Inc., N.Y., pp.303-316 (1965)
3. J.E. Grader, Taylor Instrument Companies, Technical Data, TDS-10A 120, Issue 1
4. YEN-PING SHIH and CHIN-JIAN CHEN, On the Weighting factors of the quadratic criterion in optimal control, INT. J. CONTROL,





## 5 . 결 론

이상과 같이 본 연구에서는 플랜트의 전달함수를 2 차계로 선정하고 PID 제어기를 사용하였을 때의 제어기의 퍼라미터  $K_p$ ,  $T_i$  및  $T_d$ 의 값을 조정하는 새로운 방법을 제안하고 시뮬레이션을 통하여 이 제어기의 효용성에 대하여 검토하는 한편 본 연구에서 구한 제어기 퍼라미터의 값에 대한 응답과 종래의 퍼라미터 조정법 중에서 비교적 널리 쓰이는 Cohen-Coon 법과 수정된 Ziegler-Nichols 법으로 구한 제어기 퍼라미터의 값에 대한 응답을 제어오차와 제어에 소요되는 에너지의 양면에서 비교검토해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 본 연구에서 제안하는 방법에 의하면  $\alpha$ 의 값의 선정에 따라 제어목적에 가장 적합한 최적피드백제어를 행할수 있음을 확인하였다.
- (2) 본 연구에서 제안하는 방법은 종래의 Cohen-Coon 법이나 수정된 Ziegler-Nichols 법 등을 모두 포함하는 것으로, 일반적이고 사용범위가 넓은 것임을 알수 있었다.
- (3) 종래의 Cohen-Coon 법, 수정된 Ziegler-Nichols 법 등은 제어에 소요되는 에너지를 무시하고 단지 제어의 질 만을 중요시한 방법임을 알수 있었다.

그러나 실제의 경우에 있어서 제어목적에 적합한  $\alpha$ 의 값을 수치적으로 결정하는 문제, 3 차계 이상의 제어대상에 본 방법을 적용할때 수반되는 점 등에 대해서는 앞으로 더욱 검토를 요한다.

## 참 고 문 헌

1. J.G. Ziegler and N.B. Nichols, Optimum Settings for Automatic Controllers, Trans. ASME, 64, pp.759-768 (1942)
2. Donald R. Coughanowr and Lowell B. Koppel, Process Systems Analysis and Control, McGraw-Hill, Inc., N.Y., pp.303-316 (1965)
3. J.E. Grader, Taylor Instrument Companies, Technical Data, TDS -10A 120, Issue 1
4. YEN-PING SHIH and CHIN-JIAN CHEN, On the Weighting factors of the quadratic criterion in optimal control, INT. J. CONTROL, Vol.19, NO.5, pp.947-955 (1974)
5. 河注植, 自動制御工學, 太和出版社, pp.267-279 (1986)
6. 梁注鎭·河注植, PID制御器의 最適設計에 관한 研究(II), 韓國船用機關學會誌, Vol.11, NO.3, pp.227-235 (1987)
7. Rolf Isermann, Digital Control Systems, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, N.Y., pp.74-105 (1977)
8. G.V. REKLAITIS, A. RAVINDRAN and K.M. RAGSDELL, Engineering Optimization Methods and Applications, John Wiley & Sons, Inc. pp.41-43 (1983)

9. 河注植·柳吉洙, PID 제어기의 最適調整에 關한 研究, 韓國海洋大學 大學院 論文集, Vol.2, pp.89-106 (1979)
10. Benjamin C. Kuo, Automatic Control Systems, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1982)
11. George M. Swisher, Introduction to Linear Systems Analysis, Matrix Publishers, Inc. (1976)
12. Benjamin C. Kuo, Digital Control Systems, Holt, Rinehart and Winston, Inc. (1980)



# 磁氣結合型 펄스 變壓器를 利用한 SCR 強制轉流 回路的 最適設計에 關한 研究

A Study on the Optimal Design of the Forced Commutation Circuit for  
SCR Using Magnet-coupled Pulse Transformer

朴 重 淳

*Jong-Soon Pack*

〈 目 次 〉

Abstract

記號說明

1. 序 論

2. 펄스變壓器를 이용한 轉流原理와 理論

2 - 1. 轉流 原理와 그 動作

2 - 2. 轉流 回路的 理論 解析

2 - 3. 逆바이어스 時間의 理論 曲線

3. 펄스變壓器를 이용한 轉流回路的 設計

4. 實驗 및 檢討

4 - 1. 實驗圖와 轉流 回路的 電壓 波形

4 - 2. 逆바이어스 時間의 理論 曲線과 實驗 曲線

4 - 3. 檢 討

5. 結 論

參考文獻