

VOF 방법에 의한 3차원 SLOSHING 해석 프로그램의 개발

Development of 3-dimensional Sloshing Analysis Program Using VOF-technique

강 신 영*

S. Y. Kang

초 록

유조선이나 LNG선 등의 액체 화물탱크내의 sloshing 현상과 그에 따른 동적하중해석을 목적으로 SOLA-VOF 기법을 사용하여 3차원 sloshing 해석이 가능한 수치프로그램과 유체유동 simulation 영상처리 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램의 검증은 타 연구자들의 모형실험 결과 및 수치 시뮬레이션 결과와 비교하였는데, 그들의 모형실험 결과와 거의 동일한 값을 얻을 수 있었다.

1. 서론

액체의 자유표면은 액체를 담고있는 용기의 가속도 방향에 항상 수직하게 놓이려는 경향이 있다. 만약 용기가 운동을 할 경우, 용기의 가속도 방향이 변함에 따라 용기내의 액체도 운동을 하게 된다. 이 현상을 sloshing 이라 하는데 이와 관련된 연구는 1960년대 우주항공분야에서 연료탱크내의 유체유동으로 인한 안정성과 연관되어 시작된 이래, 현재 sloshing 해석을 위하여 이론적, 실험적, 수치해석적인 방법이 모두 동원되고는 있으나 아직까지도 실제 sloshing 현상을 정교하게 해석할 수 있는 체계적인 방법은 제시되지 못하고 있는 실정이다. 그동안 조선산업분야에서는 자유표면의 운동에 따른 동력학적인 힘의 추정과 그에 따른 탱크선각의 손상 가능성등 설계하중의 산정을 위해 주로 실험에 의존해 왔으나, 근래에는 경비도 많이 들고 어려운 실험적인 방법보다는 고속의 컴퓨터 보급과 함께 수치해석적인 방법의 사용이 강조되고 있는 추세이다.

Sloshing 해석을 위한 수치기법은 유한요소법, 유한차분법, 경계요소법 등 여러 기법들이 동원되고 있으나 그중에서도 유한차분법의 일종인 SOLA-SURF 와 SOLA-VOF (Nichols et al.: 1980) 방법이 가장 효과적이라 알려져 있다. 본 연구는 유조선이나 LNG선 등의 액체 화물탱크내의 sloshing 현상과 그에 따른 동적하중해석을 목적으로 SOLA-VOF 기법을 사용하여 2차원 및 3차원 sloshing 해석용 수치프로그램과 유체유동 simulation 영상처리 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램의 검증은 타 연구자들의 모형실험 결과 및 수치 시뮬레이션 결과와 비교하였

* 한국해양대학교 해양공학과

는데, 모형실험 결과와 거의 동일한 값을 얻을 수 있었다.

2. Sloshing 문제의 정식화

2.1 적용방정식

본 연구에서 고려한 대상 액체화물은 등방성 균질이며, Newton 점성유체로 가정하였다. 탱크의 동요는 3차원 6자유도 동요를 예상하였고 탱크는 완전강체로 가정하였다. 문제를 해석하기 위해서 사용하는 좌표계는 경계조건의 비선형성을 피하고 탱크벽면에서 경계조건을 정확히 적용시킬 수 있도록 탱크에 고정되어 탱크와 동일한 동요를 하는 좌표계를 사용하였다. 3차원 직교좌표계에서의 비압축성 유체의 층류유동에 관한 연속방정식과 운동량방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f_x + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + f_y + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + f_z + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.2 가속계에서 체적력

본 연구에서는 중력과 탱크의 동요로 인한 관성력을 합하여 체적력으로 표시하였다. Fig. 1 은 체적력을 계산하는데 사용한 세 가지의 좌표계를 보여준다. 좌표계 $O-X_1, X_2, X_3$ 는 공간상에 고정된 좌표계 (관성계) 를 표시한다. 이 좌표계는 수정되지 않은 Newton 법칙을 기술하기 위해서 필요한데, 중력이나 탱크의 병진동요 가속도는 이러한 좌표계로 표시하는 것이 편리하다. 한편 병진동요와는 달리 회전동요는 일반적으로 벡터가 아니므로 회전동요를 표시하기 위해서는 회전중심과 회전축을 명시해야 한다. 탱크의 회전동요중심은 선체의 무게중심이 되는데 Fig. 1 에서 탱크의 동요를 기술하기 위해 선체의 무게중심에 설정한 좌표계가 $O-y_1, y_2, y_3$ 이다. 이 좌표계는 선체의 무게중심에 고정되어 선체와 동일한 동요를 하는

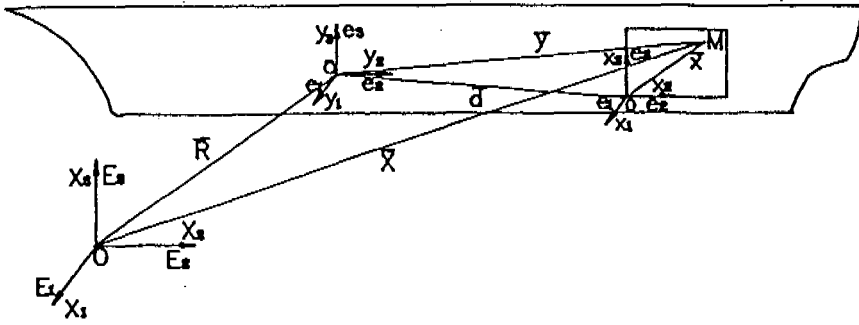


Fig. 1 General coordinate system.

가속계이다. 그리고 좌표계 $O-x_1, x_2, x_3$ 는 탱크의 한쪽 corner 부에 고정된 좌표계로써 역시 탱크와 동일한 동요를 하는 가속계이다. 가속계에서 관측자 O 가 측정한 유체입자에 작용하는 체적력은 선체의 6자유도 동요를 모두 고려할 경우 x 방향 성분은 아래와 같이 표시된다.

$$\begin{aligned}
 f_x = & (B_x - \ddot{R}_x) \cos \theta_y \cos \theta_z + (B_y - \ddot{R}_y) \cos \theta_x \sin \theta_z \\
 & + (B_z - \ddot{R}_z) \sin \theta_x \sin \theta_y \cos \theta_z + (B_x - \ddot{R}_x) \sin \theta_x \sin \theta_z \\
 & - (B_z - \ddot{R}_z) \cos \theta_x \sin \theta_y \cos \theta_z + \dot{\omega}_x (y + d_y) \sin \theta_y \\
 & + \dot{\omega}_x (z + d_z) \cos \theta_y \sin \theta_z - \dot{\omega}_y (z + d_z) \cos \theta_z + \dot{\omega}_z (y + d_y) \\
 & + \omega_y^2 (x + d_x) + \omega_z^2 (x + d_x) - 2 \omega_x \omega_y (x + d_x) \cos \theta_y \sin \theta_z \cos \theta_z \\
 & + 2 \omega_x \omega_y (y + d_y) \cos \theta_y \sin^2 \theta_z - 2 \omega_x \omega_y (z + d_z) \sin \theta_y \sin \theta_z \\
 & + 2 \omega_z \omega_x (x + d_x) \sin \theta_y + 2 \omega_x v \sin \theta_y + 2 \omega_x w \cos \theta_y \sin \theta_z \\
 & - 2 \omega_y w \cos \theta_z + 2 \omega_z v
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

여기서 B_x, B_y, B_z 는 각각 x, y, z 방향의 중력가속도 성분, $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 는 각각 roll, pitch, yaw 각도, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 는 각각 roll, pitch, yaw 에 대한 각속도, $\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z$ 는 각가속도, d_x, d_y, d_z 는 선체의 무게중심에서 탱크에 고정된 좌표계의 원점까지 거리의 각 좌표축 성분을 표시한다.

3. 수치해석 기법

3.1 적용방정식의 이산화

적용방정식의 유한차분식은 2차원 SOLA-VOF 알고리즘의 차분식 전개방법과 같다. 시간에 대

해 위첨자를 사용하고 공간에 대해 아래첨자를 사용한 운동량 방정식의 차분식은 다음과 같이 표시된다.

$$u_{i,j,k}^{n+1} = u_{i,j,k}^n + \Delta t \left[\frac{1}{\Delta x} (p_{i,j,k}^n - p_{i+1,j,k}^n) + B_x - FUX - FUY - FUZ + VISX \right] \quad (3.1)$$

$$v_{i,j,k}^{n+1} = v_{i,j,k}^n + \Delta t \left[\frac{1}{\Delta y} (p_{i,j,k}^n - p_{i,j+1,k}^n) + B_y - FVX - FVY - FVZ + VISY \right] \quad (3.2)$$

$$w_{i,j,k}^{n+1} = w_{i,j,k}^n + \Delta t \left[\frac{1}{\Delta z} (p_{i,j,k}^n - p_{i,j,k+1}^n) + B_z - FWX - FWY - FWZ + VISZ \right] \quad (3.3)$$

여기서 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 는 직육면체 각 방향 길이, Δt 는 시간간격을 표시한다. 또한 FUX, FUY, FUZ, FVX, FVY, FVZ, FWX, FWY, FWZ 는 대류항들이며 VISX, VISY, VISZ 는 점성항이다. 이를 전개한 차분식은 강 (1990) 의 논문에 있다.

3.2 해석방법

식(3.1), (3.2), (3.3)에서 계산된 속도값은 대개 연속방정식을 만족시키지 못한다. 따라서 다음의 순서로 반복과정 (iteration process) 을 통하여 압력과 속도를 상호조정함으로써 연속방정식을 만족시킨다.

- (1) 계산된 속도값 u, v, w 을 사용하여 다음과 같이 발산 (Divergence 또는 Flux) D 를 구한다.

$$D = \frac{1}{\Delta x} [u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i-1,j,k}^{n+1}] + \frac{1}{\Delta y} [u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j-1,k}^{n+1}] + \frac{1}{\Delta z} [w_{i,j,k}^{n+1} - w_{i,j,k-1}^{n+1}]$$

- (2) 위식의 D 로부터 Δp 를 계산한 후 각 경계면에서의 속도들을 조정한다. (만일 $D > 0$ 으면 직육면체내의 압력이 너무 높으므로 압력을 낮게하고 나가는 속도들은 작게, 들어오는 속도들을 크게하여 연속방정식을 만족시키면서 출입량을 조절한다.)
- (3) 조절된 새로운 속도장 (u, v, w) 으로부터 위식의 D 를 다시 계산한다.
- (4) 각 직육면체에서 D 의 값이 전부 지정된 허용오차 (epsilon) 값 이내가 될 때까지 (1)-(3)의 과정을 반복한다.

이상의 과정으로 예정된 시간까지 속도와 압력에 대한 시간적분을 수행하여 진행해 나간다.

3.3 경계조건 적용방법

자유표면에서의 경계조건은 표면장력을 무시할 수 있을 때 접선응력이 영 (zero) 이 되고 수직응력이 대기압과 평형을 이루는 것이다. 그러나 자유표면에서의 경계조건 적용은 경계조건을 근사적으로 만족시키는 식도 수치해석적으로 처리하기가 쉽지 않다. 그 이유는 알려져 있지도 않은 자유표면의 위치와 기울기를 계산하여 자유표면에 수직 및 접선방향의 속도성분을 산출해야 하기 때문인데 (Hirt and Shannon, 1968) 본 연구에서는 경계조건을 다음과 같이 처리하였다.

- (1) 우선 주위 직육면체들의 F 함수값으로부터 수평면 (X축) 과 수직면 (Y축) 에 대한 기울기를 근사적으로 계산한다.
- (2) F 함수값과 기울기에 대한 정보로부터 유체가 직육면체속에 놓인 형태를 알아내고, 자유표면의 수직방향과 가장 가까운 방향을 찾아 압력을 보정할 직육면체를 결정한다.
- (3) 압력을 보정할 직육면체의 중심위치로부터 자유표면까지의 거리를 이용하여 선형보정법 (linear interpolation) 으로 자유표면이 직육면체 속에 위치한 장소가 대기압과 평형을 이룰 수 있도록 surface cell 에서의 압력을 계산한다.
- (4) 계산된 압력으로 부터 주위 속도들을 조정한 후 full cell 의 새로운 속도들이 연속방정식을 만족시킬 수 있을 때까지 반복해서 압력과 속도를 조정한다.

한편 고체면에서의 경계조건 적용은 유체와 고체면이 만나는 장소에 따라 크게 세 가지 형태로 분류할 수 있다. 첫번째는 탱크 벽이나 바닥, 천정과 같이 유체-고체의 경계면과 직육면체의 면이 일치하는 형태인데, 이곳의 경계조건을 적용하기 위해 MAC 방법은 탱크 바깥쪽에 가상의 직육면체로 탱크를 한 겹 둘러싸고 둘러싼 격자에서의 속도를 이용하여 경계조건을 만족시킨다. 두번째 형태는 탱크 내부에 유동을 억제하기 위해 설치하는 baffle 에서인데, 보통 'no-slip' 조건을 적용시킨다. 마지막으로 세번째는 탱크 corner 가 경사진 경우 corner 부에서의 경계조건 적용인데, 일반적으로 corner 를 계단 형태의 baffle 로 많이 처리한다. 그러나 이 경우 정확한 계산결과를 얻기위해서는 격자크기를 아주 작게 해야 하므로 이 문제를 해결하기 위해 최근에 이르기까지 많은 연구가 계속되어 오고 있다 (Chan and Street, 1971; Wang and Su, 1993). 본 연구에서도 corner 부의 처리를 위해 경계조건 적용 알고리즘을 기존의 프로그램에 보완하였는데, 기본적인 원리는 corner 부가 지나는 격자에서 연속방정식을 만족시키면서 법선방향 속도성분을 '0' 으로 하는 것이다.

4. 프로그램 검증

개발된 전산 프로그램 SHI-SLOSH (Version 1.0) 은 2차원 해석용 SLOSH2D 와 3차원 해석용 SLOSH 로 구분되는데 두 프로그램의 외형상 구조는 동일하다. 즉 두 프로그램 모두 여러 개의 subroutine 과 이들을 control 하는 짧은 main program 으로 구성되어 있다. 프로그램의 검증을 위해 타 연구자들에 의한 실험결과 및 수치 시뮬레이션 결과 (Arai, 1984; Arai, 1986) 와 비교하였는데, 2차원 경우에는 직사각형 탱크, 상부 corner 가 경사진 탱크, 내부재가 있는 탱크의 세가지 형상에 대한 검증을 마칠 수가 있었다. 그러나 3차원의 경우에는 마땅한 실험자료

를 구하지 못하여 3차원 기진을 가상하여 simulation 해 보았다.

본 논문에는 2차원 해석 프로그램으로 탱크 corner 부가 경사진 경우에 대한 검증한 결과를 실었는데, Fig. 2 는 두 지점의 물기둥 높이와 네 곳에서의 압력변화를 도시한 것이고 Fig. 3 는 자유표면의 변화를 영상처리한 화면이다. 그리고 Fig. 4 는 속도장, Fig. 5 는 유동장 내의 압력분포를 영상처리한 화면이다. 3차원의 경우는 한 단면을 선택하여 2차원 영상처리 방법으로 해석할 수 있도록 되어 있고 자유수면의 변화는 Fig. 5 와 같이 3차원으로 처리하였다.

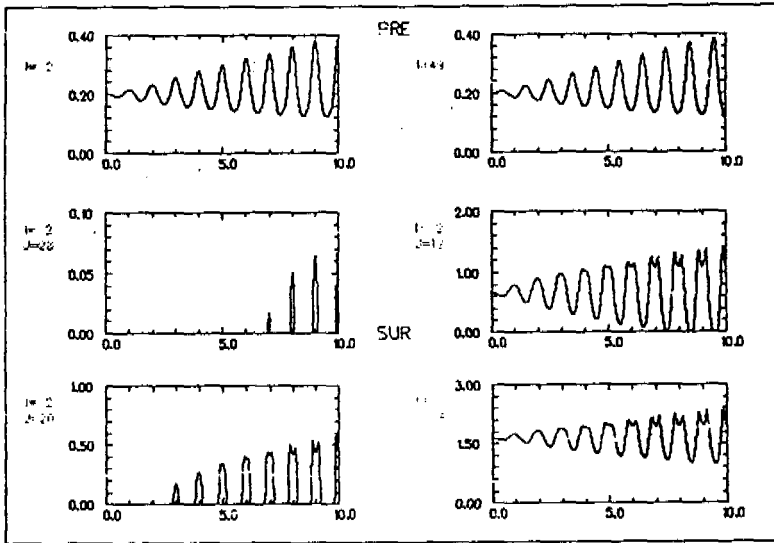


Fig. 2 Surface elevation and pressure time history plot.

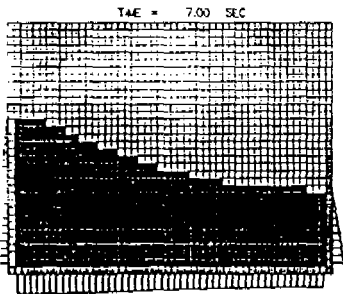


Fig. 3 Flow simulation.

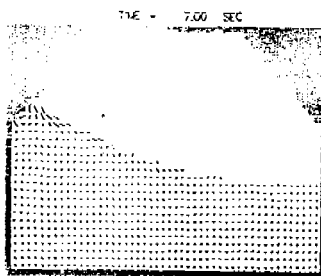


Fig. 4 Velocity vector.

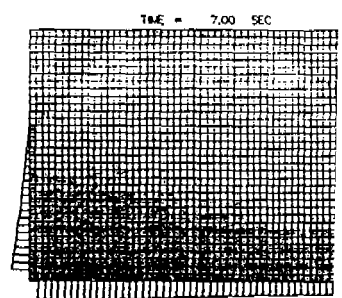


Fig. 5 Pressure distribution.

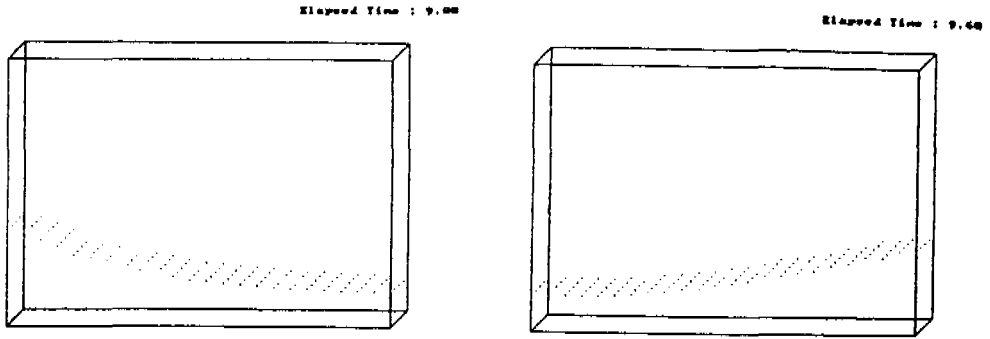


Fig. 6 3-dimensional free surface simulation.

참고문헌

- Arai, M., 1986. "Experimental and Numerical Studies of Sloshing in Liquid Cargo Tanks with Internal Structures", IHI Engineering Review, Vol. 19, No. 2, p51-56.
- Arai, M., 1984. "Experimental and Numerical Studies of Sloshing Pressure in Liquid Cargo Tanks", 日本造船學會論文集 155號, p114-121.
- Chan, R. K. C. and Street, R. L., 1971. "Shoaling of Finite-Amplitude Waves on Plane Beaches", Coastal Engineering, p345-361.
- Hirt, C. W. and Shannon, J. P., 1968. "Free Surface Stress Conditions for Incompressible-Flow Calculations", J. Comp. Phys. 2, p403-411.
- Hirt, C. W., Nichols, B. D. and Romero, N. C., 1975. "SOLA-A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows", Los Alamos Scientific Lab. Report LA-5852.
- Nichols, B. D. and Hirt, C. W. and Hotchkiss, R. S., 1980. "SOLA-VOF: A Solution Algorithm for Transient Fluid Flow with Multiple Free Boundaries", Los Alamos Scientific Lab. Report LA-8355.
- Wang, Y. and Su, T. C., 1993. "Computation of Wave-Breaking on Sloping Beach by VOF Method", Proceeding of 3rd International Offshore & Polar Engineering Conference, p96-101.
- 강 신영, 1990. "3차원 자유표면 유동의 수치 시뮬레이션", 한국해양공학회지 제4권 제1호, p55-61.