交叉方位法에 있어서 誤差三角形의 크기와 船位誤差에 관한 研究

尹 汝 政

The Accuracy of Ship's Position using Cross Bearings in connecting with the Size of a Cocked Hat

Yoon, Yeo-Jeong

〈目 次〉

Abstract

The ship's position fixed by three land marks using cross bearings usually forms a cocked hat.

The author studied the connection between the size of a cocked hat and the error of the ship's position fixed by three cross bearings on the assumption that each bearing contains a systematic error.

The results of the calculation with the aids of an electronic computer by means of altering the position of the observer and the three objects are presented.

They are as follows;

(1) If we select the three objects whose central object is on the same side of the observer against the line connecting two side objects, real ship's position is always in the circle with the radius of maximum length of the side of the cocked hat and with the center as its inner center.

(2) If the maximum length of the side of the cocked hat exceeds 10% of the distance between the observer and central object, the author will conclude that the cocked hat is large, so the necessary measure should be taken.

1. 序 論

沿岸航海時에 船位決定 手段으로 利用되고 있는 여러가지 方法들 중에서 가장 널리 利用되고 있는 것이 交叉方位法이다.

交叉方位法은 視認方位에 의하건 또는 Radar 等 電波方位에 의하건 간에 海圖上에 두개 또는 세개 目標의 測定反方位線을 交叉시키는 간단한 作圖로써 船位를 測定할 수 있는 點이 이 方法을 愛用하는 主된 理由라 할 수 있다.

그런데 2方位線의 交點을 船位로 定할 경우에는 各 方位線에 誤差가 包含되어 있어 船位가 不精確하여도 그 誤差의 크기나 方向等에 對하여 全혀 알 수 없으므로 第3의 目標에 의한 Check bearing을 取하는 것이 通例이다.

通常 觀測値의 誤差는 偶然誤差, 系統誤差 및 過失 等으로 區別되며 方位測定時에도 이들 誤差가 包含되게 된다. 따라서 어떤 手段에 의하여 測定된 方位線이라도 그 結果에는 以上의 3種의 誤差가 包含되는 까닭에 3개의 方位線이 交叉되면 이들은 Cocked hat를 形成하게 마련이다. 一般的으로 이것이 어떤 種類의 誤差에 의하여 생긴 것인가를 判斷하기는 至極히 어려운 일이다. 그러므로 다만 위의 3種의 誤差에 對하여 個別的으로 檢討하는 수 밖에 없으며 偶然誤差 때문에 Cocked hat가 생긴 경우에 關하여는 確率論的인 考察이 可能한데 이에 關해서는 比較的 詳細히 研究된 것을 볼 수 있다.

過失로 因하여 생긴 Cocked hat에 關한 問題는 事實上 定量的으로 다루기 곤란한 것이며 또 比較的 熟練된 航海者라면 이를 事前에 防止할 수 있어 별로 問題될 것이 없다고 생각된다.

交叉方位法으로 船位를 決定하였을 때 Cocked hat가 생기면 그것이 어떤 原因에 의하여 생겼는가를 알아내는 것도 必要하지만 그 보다도 그 結果에 대한 處理問題가 더욱 重要하다고 생각된다. 一般的으로 "Cocked hat가 크게 생긴 경우에는 船位決定을 다시 할 必要가 있다"고 한다. 그러나 '크다'고 하는 말 自體는 너무 莫然하게 들린다.

本 論文은 方位測定時에 介入되는 誤差中 가장 比重이 높은 系統誤差에 의하여 생긴 Cocked hat의 크기에 관하여 檢討하는데 目的을 두고 特히 觀測의 對象이 되는 目標와 觀測者와의 相對的 位置關係에 따라서 Cocked hat의 크기가 어떻게 變化하며 또 Cocked hat의 內部를 船位로 定한 경우 船位의 誤差는 어느 程度인가를 計算機로 計算한 結果를 綜合한 것이다.

2. 誤差三角形의 크기

그림 1에서 F를 眞位置라 하고 物標 A, B, C를 選定하여 交叉方位法으로 船位를 決定할 때 各 方位線에 δ 만큼의 系統誤差가 介入된 경우에 생긴 誤差三角形 XYZ의 크기를 나타내면 다음과 같다.

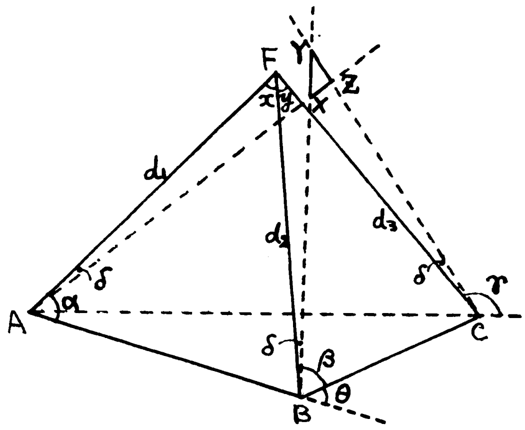

그림 1. 誤差三角形

$$\left.\begin{aligned} FX &= AB \sin\delta \csc x = d_2 \sin\delta \csc\alpha \\ FY &= BC \sin\delta \csc y = d_3 \sin\delta \csc\beta \\ FZ &= CA \sin\delta \csc(x+y) = d_1 \sin\delta \csc\gamma \end{aligned}\right\} \text{①}$$

$$XY = FX \cos\alpha + FY \cos\{180° - (y+\beta)\}$$
$$= d_2 \sin\delta \cot\alpha - d_3 \sin\delta \csc\beta \cos(y+\beta)$$

그런데 $d_3 = \dfrac{d_2 \sin\beta}{\sin(y+\beta)}$이므로 Cocked hat의 3邊은 다음과 같이 된다.

$$\left.\begin{aligned} XY &= d_2 \sin\delta\{\cot\alpha - \cot(y+\beta)\} \\ YZ &= \frac{\sin x}{\sin(x+y)} \cdot XY \\ ZX &= \frac{\sin y}{\sin(x+y)} \cdot XY \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\text{②}$$

誤差三角形의 크기를 中央物標까지의 거리를 單位로 表示하기 위하여

$$r_1 = \frac{XY}{d_2}, \quad r_2 = \frac{YZ}{d_2}, \quad r_3 = \frac{ZX}{d_2}$$

라 놓으면 ②式은 다음과 같이 된다.

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= \sin\delta\{\cot\alpha - \cot(y+\beta)\} \\ r_2 &= \frac{\sin\delta \sin x}{\sin(x+y)}\{\cot\alpha - \cot(y+\beta)\} \\ r_3 &= \frac{\sin\delta \sin y}{\sin(x+y)}\{\cot\alpha - \cot(y+\beta)\} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{③}$$

③式에서 $\delta=1°$라 假定하고 α, β, x, y를 變化시키면서 r_1, r_2, r_3를 計算한 結果는 x, y가 작을수록 r_1, r_2, r_3의 값이 작게됨을 알 수 있다. 즉 x, y가 各各 작으면 α, β의 크기에 관계없이 誤差三角形도 작아진다.

只今 誤差三角形의 크기를 그 最大邊의 크기로 代表하여 表示하기로 하여 θ의 變化에 따른 誤差三角形의 크기의 變化를 살펴보기로 한다.

(1) $\theta=0$인 경우

物標 A, B, C가 一直線上에 있는 경우이며 이 때 생긴 誤差三角形의 最大邊의 크기를 R이라 하고 이를 그래프로 표시하면 그림 2와 같다.

그림 2에 의하면 α가 작을수록 $x+y+\alpha$가 180°에 가까워짐에 따라 最大邊이 急激히 커지는 경향이 있음을 알 수 있다.

(2) $\theta \neq 0$인 경우

이 경우는 3物標 A, B, C의 中央物標가 兩側物標 A, C를 잇는 直線에 對해서 觀測者側에 있는 경우(이 경우의 θ를 +로 한다)와 觀測者와 反對側에 있는 경우(이 경우의 θ는 −로 한다)로 나누어 생각할 수 있다.

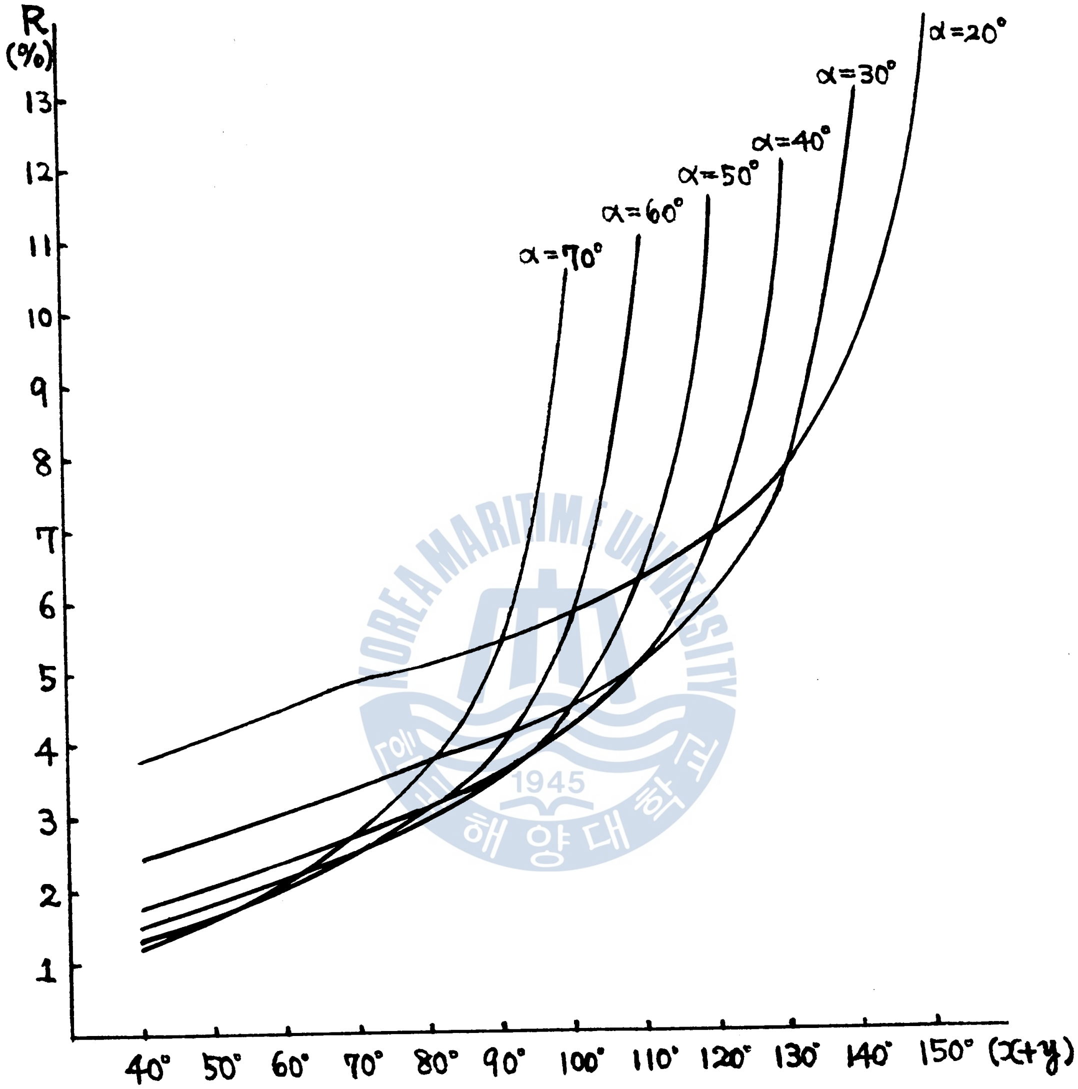

그림 2. $\theta=0$인 경우의 最大邊 R

이들 各 경우에 대하여 最大邊의 크기를 조사하여 보면 $\theta>0$인 경우의 最大邊 R_1은 $\theta=0$인 경우의 $x+y$와 $\theta>0$인 경우의 $x+y+\theta$가 같으면 $R=R_1$이 된다. 즉 θ의 크기에 관계없이 $x+y+\theta$가 같은 값이면 最大邊들도 같게 된다.

또 $\theta<0$인 경우의 最大邊을 R_2라면 R_2는 $\theta=0$인 경우의 $x+y$와 $\theta<0$인 경우의 $x+y+\theta$가 같은 값일 때에 $R=R_2$로 된다.

以上을 綜合하면 $\theta=0$, $\theta>0$, $\theta<0$인 各 경우에 있어서 3物標 사이의 交角 x와 y의 合인 $x+y$가 같아도 $R_2<R<R_1$인 관계가 成立하며 $\theta>0$ 또는 $\theta<0$인 모든 경우에 θ가 크면 클수록 R에 比하여

R_1이나 R_2의 크기는 差異가 커진다는 뜻이다.

이를 바꾸어 말하면 $\theta>0$인 경우에는 同一量의 系統誤差에 對하여 θ가 클수록 誤差三角形이 커지고 $\theta<0$인 경우에는 그와 反對로 θ가 클수록 誤差三角形이 작아진다는 것을 의미한다.

3. 誤差三角形의 內心과 眞位置

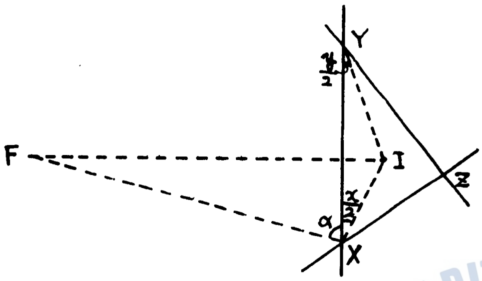

그림 3. 眞位置와 誤差三角形의 內心사이의 거리

그림 3에서 F를 眞位置, I를 誤差三角形의 內心이라면 $\triangle IXY$에서 IF는

$$\frac{IX}{\sin\frac{y}{2}}=\frac{XY}{\sin\left(180^\circ-\frac{x+y}{2}\right)}$$

$$IX=\frac{\sin\frac{y}{2}}{\sin\frac{x+y}{2}}\cdot XY$$

$$=d_2\sin\delta\sin\frac{y}{2}\csc\frac{x+y}{2}\{\cot\alpha-\cot(y+\beta)\}$$

$$\therefore IF=d_2\sin\delta\sqrt{\csc^2\alpha+\sin^2\frac{y}{2}\csc^2\frac{x+y}{2}\{\cot\alpha-\cot(y+\beta)\}^2-2\csc\alpha\sin\frac{y}{2}\csc\frac{x+y}{2}\{\cot\alpha-\cot(y+\beta)\}\cos\left(\frac{x}{2}+\alpha\right)} \quad \cdots\cdots ④$$

로 表現된다.

④式에서 $\delta=1^\circ$로 놓고 $\theta=0$인 경우의 $\frac{IF}{d_2}$를 P, $\theta>0$ 및 $\theta<0$인 경우의 $\frac{IF}{d_2}$를 各各 P_1, P_2라 하고 R, R_1, R_2와 P, P_1, P_2 사이의 관계를 조사하여 보면 다음과 같다.

(1) $\theta=0$인 경우

x 및 y가 30° 이내인 경우에 $P>R$인 경우가 있으나 이 때의 P 및 R은 모두 대단히 작고 α가 극히 작은 경우($\alpha<30^\circ$) 이외에는 d_2의 3% 미만이다.

x 및 y가 30° 以上이면 항시 $P<R$인 관계를 만족시킨다.

(2) $\theta>0$인 경우

P_1은 x가 클수록 커지며 y의 어느 特定値에 對하여 最小値를 가지는데 항상 $P_1<R_1$인 관계를 만족한다. 그리고 $\alpha>20^\circ$인 범위내에서는 P_1의 最大値가 d_2의 10% 미만으로 나타났다.

(3) $\theta<0$인 경우

P_2는 x가 클수록 커지며 y의 어느 特定値에 對하여 最小値를 갖는 點은 $\theta>0$인 경우와 같다. 그러나 $P_2>R_2$인 경우와 $P_2<R_2$인 경우가 共存하여 이들 사이의 規則性을 發見할 수 없었다.

4. 結　　論

方位測定時에 系統誤差만 介入되고 그 크기가 1°라는 假定에서 檢討한 以上의 結果는 다음과 같이 要約된다.

(1) $x+y+\alpha$가 160° 미만이면 誤差三角形의 最大邊의 길이는 中央物標까지의 거리의 10% 미만이다.

δ가 10° 이내이면 $\sin\delta$는 δ에 比例한다고 볼 수 있으므로 系統誤差가 2°, 3°……로 증가하면 邊의 길이도 20%, 30%……로 커지게 될 것이다.

그러므로 實用上 誤差三角形의 最大邊의 길이가 中央物標까지의 거리의 10%를 초과하는 경우는 1° 以上의 系統誤差가 包含된 것으로 判斷하여야 하며 '誤差三角形의 크기'의 基準도 이를 基礎로 하여 決定할 問題인 것 같다. 즉 中央物標까지의 距離가 멀고 가까움에 따라 同一한 系統誤差에 對하여 誤差三角形의 크기는 달라진다는 點에 留意하여야 한다.

또 $\theta\geq0$인 경우라면 誤差三角形의 內心을 中心으로 하고 最大邊을 반지름으로 하는 圓을 그리면 거의 大部分의 경우 그 圓의 內部에 眞位置가 存在하게 되는데 特히 $\theta>0$인 경우에는 반드시 그 圓의 內部에 있게 된다. 이는 誤差界設定의 方法으로 實用上 有效할 것으로 믿는다.

(2) $\theta<0$인 경우에는 一般的으로 誤差三角形의 크기가 작으며 따라서 比較的 큰 系統誤差로 因해서 誤差三角形이 생긴 경우라도 이를 識別하기가 어렵게 된다.

(3) 測定한 方位에 一定한 誤差가 包含되어 있어도 交角 x, y가 너무 작으면 誤差三角形이 微小하므로 誤差가 介入되어 있는지 如否를 判斷하기 어려움으로 交角이 너무 작지 않은 物標를 選定하도록 留意할 必要가 있다.

以上으로 分明해 졌드시 可及的 物標를 選定할 때에는 $\theta<0$인 것을 피하고 $\theta\geq0$이며 交角이 너무 작지 않은 것을 選定할 것이며 誤差三角形의 最大邊의 크기와 中央物標까지의 거리에 의하여 誤差三角形의 크기에 對한 判斷基準을 삼아야 할 것으로 생각된다.

參　考　文　獻

1. 平岩 節, 船位論, 成山堂, (1971).
2. 並川能正, 船位誤差論, 海文堂, (1959).
3. 尹汝政, 地文航海學, 亞成出版社, (1969).
4. 平岩 節, 交叉方位法, 三點兩角法による測定船位の精度分布, 日本航海學會誌, 第41號, pp. 55~60, (1969).