

矩形斷面水路에서의 水面波減衰

俞 洪 善

Dissipation of oscillatory waves in a rectangular channel

Hong-Sun Yu

〈目 次〉

- | | |
|------------------------|---------|
| I. 序 言 | IV. 結 論 |
| II. 理論式 | 參考文獻 |
| III. van Dorn의 實驗과의 比較 | |

Abstract

Van Dorn was very successful in his research on explaining theoretically the attenuation of progressive, dispersive, oscillatory waves in a long laboratory channel with a rectangular cross section. But there remained a small discrepancy between the theoretical values and the experimental values. In this paper, the author introduced the viscous dissipation effect inside the fluid medium to remove the remaining discrepancy. And it was found reasonable to introduce the inner dissipation effect into the theory.

I. 序 論

直四角形斷面の 수로에서의 水面波減衰現象을 설명하는데 있어서 底面과 側面에서 일어나는 감쇠 효과만을 고려한 이론으로는 관측치의 일부(45% 내외)밖에는 설명이 안된다는 사실이 Grosch (1962)¹⁾ 및 Hunt(1963)²⁾에 의하여 밝혀진 후 이 차이를 설명할 수 있는 이론보완을 위해서 많은 사람들이 여러가지 이론을 提示했었다. van Dorn(1966)³⁾은 自由表面에 있어서의 감쇠효과를 추가하여서 대단히 성공적인 이론보완을 이루었다. 저자는 앞서(1977)⁴⁾ 수면파의 점성으로 인한 空間 감쇠계수를 계산한 바 있는데 본 논문에서는 이것을 van Dorn의 이론⁵⁾에 추가하여 그의 실험결과⁶⁾와 비교해 보았다.

van Dorn은 폭이 $b=41.3cm$, 길이 $h_{max}=38cm$, 길이 $l=27m$ 의 직사각형단면의 수로에서 진동수가 3cycle/sec이내인 수면파를 발생시켜 실험을 수행하였다. 그는 표면에서의 감쇠효과가 표면의 화학적 상태에 좌우된다는 점을 이론적으로, 그리고 실험으로 확인하고 있다. 수로에 清水를 넣고 시작하여서 시간이 진행됨에 따라 표면에 汚染膜이 생기게 되어 점점 감쇠는 증가하고 시간이 60분

을 지나면 표면은 완전히 오염되어 그 이후에는 더 이상의 감쇠증가는 없다고 그는 밝히고 있다. 그래서 그는 완전오염의 표면상태에 대하여 이론을 전개하였다. 이와 같이 표면감쇠이론을 도입함으로써 대단히 성공적으로 실험결과를 설명하고 있다.

그러나 본 논문에서는 저면, 측면 및 표면에서 뿐 아니라 유체내부에서도 점성에 의해서 감쇠가 일어난다고 보고 이론보완을 추가해 보았다.

II. 理論式

單一파장의 平面波가 波源으로부터 거리 x_0 되는 곳에서 x 까지 진행해 갈 때 점성저항으로 말미암아 일으키는 감쇠현상을 수식으로 표현하면

$$\eta = \eta_0 e^{-A(x-x_0)} \dots\dots\dots(1)$$

로 표현할 수 있다. 여기서 η_0, η 는 각각 x_0 및 x 에서의 波高를 나타내고 A 는 점성으로 인한 각종 저항의 효과를 모두 포함한 감쇠係數를 뜻한다. 본논문에서는 감쇠계수 A 가 측면 및 저면의 경계에서 생기는 境界減衰效果 Δ_b 와 자유표면에서의 表面減衰效果 Δ_s 와 유체내부에서의 内部減衰效果 Δ_i 의 삼자로 구성된다고 생각하고저 한다.

첫째 균일한 폭 b 및 깊이 h 의 직사각형단면의 수로에서 微小振幅波의 경계감쇠계수 Δ_b 는 Hunt (1952)²⁾에 의해서 다음과 같이 계산되었다.

$$\Delta_b = \frac{2k}{b} \left(\frac{\nu}{2\omega} \right)^{1/2} \frac{kb + \sinh 2kh}{2kh + \sinh 2kh} \dots\dots\dots(2)$$

여기서 ν 는 媒質流體의 動粘性係數, k 는 進行波의 波數, ω 는 角振動數를 각각 나타내고 h 는 水深을 뜻한다.

같은 수로에서 표면이 완전히 오염되어서 표면입자들의 水平運動이 불가능해진 상태에 있을 때 표면에서 일어나는 표면감쇠계수 Δ_s 는 van Dorn(1966)⁵⁾에 의해서 계산된 대로

$$\Delta_s = \frac{2k}{b} \left(\frac{\nu}{2\omega} \right)^{1/2} \frac{kb \sinh^2 kh}{2kh + \sinh 2kh} \dots\dots\dots(3)$$

으로 주어진다.

그리고 유체내부의 내부감쇠계수 Δ_i 는 본 저자(1977)⁶⁾가 앞서 구한 바 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta_i = d_1 + d_2 + d_3 + \dots\dots\dots(4)$$

여기서

$$\frac{d_1}{k} = \frac{1}{4} \frac{\epsilon_0}{(kh)^{5/4}}, \quad \frac{d_2}{k} = \frac{5}{32} \frac{\epsilon_0^2}{(kh)^{5/2}},$$
$$\frac{d_3}{k} = -\frac{295}{521} \frac{\epsilon_0^3}{(kh)^{15/8}} \dots\dots\dots(5)$$

그리고

$$\epsilon_0 = \left(\frac{4\nu^2 k^3}{g} \right)^{1/4} \dots\dots\dots(7)$$

여기에 다시 진행파가 단일진동수의 파가 아닐 때 파는 分散을 이르기게 되고 이로 인하여 파고의 감소가 일어나게 된다는 사실을 고려해야 되는데 Kranzer와 Keller(1959)⁴⁾에 의하면 진동수 分散에 의한 파고 감소는

$$(\eta/\eta_0)_\omega \sim (x/x_0)^{-1/2} \dots\dots\dots(7)$$

의 꼴로 波源에서의 거리의 제곱근에 반비례하여 감소함을 나타내고 있다.

이상의 논의를 종합해서 수면파의 점성감쇠를 표현하면

$$\begin{aligned} \eta/\eta_0 &= \left(\frac{x}{x_0}\right)^{-1/2} \exp[-(\Delta_b + \Delta_s + \Delta_t)(x-x_0)] \\ &= \left(\frac{x}{x_0}\right)^{-1/2} \exp \left[-\frac{2k}{b}(x-x_0) \left(\frac{\nu}{2\omega}\right)^{1/2} \frac{bk \cosh^2 kh + \sinh 2kh}{2kh + \sinh 2kh} \right] \\ &\quad \times \exp[-(d_1 + d_2 + d_3 + \dots)(x-x_0)] \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

의 결과를 얻는다.

III. van Dorn의 實驗과의 比較

서문에서도 이야기한 바와 같이 본 논문에서는 이론식 (8)의 결과를 van Dorn의 실험결과와 비교해서 평가해 보고자 한다. van Dorn은 그의 실험결과를 주로 그래프로 표현하고 있어서 이용할 수 있는 자료는 한정되어 있었다. (2)식과 (3)식의 성립조건이 만족되고 있는가의 여부를 따지는 곳에서 다음과 같은 자료를 계산해 낼 수 있다. 표1은 수심이 $h=15, 5, 1cm$ 인 곳에서 각진동수가 각각 $\omega=\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$ 인 파의 波數 k 들을 계산한 것이다.

표 1

ω	$h=15$	5	1
π	0.0264	0.0452	0.101
2π	0.0579	0.0932	0.203
3π	0.0993	0.145	0.303
4π	0.160	0.208	0.411

그리고 편의상 $x_0=400cm, x=800cm$ 로 맥중고 清水로 $20^\circ C$ 부근의 온도에서 실험했다고 간주하고 動粘性은 $\nu=0.01 \text{ stoke}(=cm^2/sec)$ 로 취했다.

이렇게 해서 정리된 자료를 이용함에 있어서 새로 추가된 (4)식의 근사조건에서 오는 또 다른 제약이 요구된다. 첫째 (4)식은 $kh \ll 1$ 의 조건하에서 성립하는 근사식이다. 이 조건만으로는

만하면 ω 가 작은 쪽, 및 h 도 작은 쪽의 자료인 수록 (4)식을 이용하기에 적합한 자료들임을 뜻한다. 그러나 한편 (4)식이 무한급수이어서는 계산이 불가능하므로 收斂性이 좋아야 한다. 수렴성의 조건은 (5)식에서 $\epsilon_0 \ll (kh)^{5/4}$ 로 표현된다. 이것은 표현을 바꾸면 $(4\nu^2/g)^{1/4} \ll h^{5/4}k^{1/2}$ 로 되는데 여기서는 k 가 클수록 수렴성은 좋으며 h 도 클수록 수렴성은 좋으며 h 가 수렴에 미치는 영향은 k 보다 월등함을 알 수 있다.

이상의 의미에서 알아지는 결론은 대체로 어느 정도 $kh \ll 1$ 의 조건이 만족되는 자료중에서 h 가 큰 쪽의 자료를 택함이 내부감쇠효과를 따지는데 있어서 적절하다는 것이다. 그래서 표1에서 $h=15$ 일 때 $\omega=\pi$ 의 경우, $h=5$ 일 때 $\omega=\pi, 2\pi$ 일 경우의 자료정도를 택해서 논하기로 한다. 사실은 본 논문의 목적을 위해서는 $\omega < \pi$ 인 영역의 파에 관한 자료가 더욱 필요한 것인데 유감스럽게도 van Dorn은 그 영역의 파에 관해서 관심을 나타내지 않았다.

이상의 논의에서 선택한 자료들을 가지고 $\Delta_b, \Delta_s, \Delta_t$ 등을 전자계산기 계산에 의해서 구한 결과

표 2. $h=15cm$

ω	Δ_b	Δ_s	d_1	d_2	d_3
π	0.601×10^{-4}	0.550×10^{-5}	0.348×10^{-4}	0.115×10^{-6}	-0.219×10^{-8} ○
2π	0.906×10^{-4}	0.406×10^{-4}	0.515×10^{-4}	0.115×10^{-6}	-0.148×10^{-8}
3π	0.121×10^{-3}	0.157×10^{-3}	0.674×10^{-4}	0.115×10^{-6}	-0.113×10^{-8}
4π	0.159×10^{-3}	0.466×10^{-3}	0.856×10^{-4}	0.115×10^{-6}	-0.889×10^{-8}

표 3. $h=5cm$

ω	Δ_b	Δ_s	b_1	b_2	b_3
π	0.222×10^{-3}	0.921×10^{-5}	0.179×10^{-3}	0.179×10^{-5}	-0.103×10^{-6} ○
2π	0.313×10^{-3}	0.571×10^{-4}	0.258×10^{-3}	0.179×10^{-5}	-0.717×10^{-7} ○
3π	0.374×10^{-3}	0.175×10^{-3}	0.322×10^{-3}	0.179×10^{-5}	-0.575×10^{-7}
4π	0.418×10^{-3}	0.439×10^{-3}	0.385×10^{-3}	0.179×10^{-5}	-0.480×10^{-7}

표 4. $h=1cm$

ω	Δ_b	Δ_s	b_1	b_2	b_3
π	0.211×10^{-2}	0.206×10^{-4}	0.201×10^{-2}	0.998×10^{-4}	-0.288×10^{-4}
2π	0.297×10^{-2}	0.118×10^{-3}	0.285×10^{-2}	0.998×10^{-4}	-0.203×10^{-4}
3π	0.356×10^{-2}	0.320×10^{-3}	0.348×10^{-2}	0.998×10^{-4}	-0.166×10^{-4}
4π	0.408×10^{-2}	0.692×10^{-3}	0.405×10^{-2}	0.998×10^{-4}	-0.143×10^{-4}

를 표 2, 3, 4에 정리했다.

표 2, 3, 4에 ○표를 한 것은 위의 논의에서 적절한 것으로 백한자료에 의한 계산결과를 나타낸다. 그 외의 다른 항목도 계산 나열한 것은 Δ_b 와 Δ_s 의 변화경향을 살피기 위한 목적과 Δ_s 의 수렴성에 관한 음미도 재확인하기 위함이다.

이상의 자료를 van Dorn이 그의 실험결과를 나타낸 그래프, 그림 1 및 2와 비교검토해 보자. 그런데 유감스럽게도 그림 1은 1/32의 底面傾斜가 있는 경우의 그래프다. 그러므로 量的인 比較는 불가능하다. 그리고 일정수심의 이론치보다 이론치 그래프(實線)는 좀 낮게 실험치(點線)는 좀 높게 나타나 있다는 것을 고려에 넣고 평가해야 한다. 그림 2는 시간이 감에 따라 표면오염도가 증가하고 그래서 표면감쇠가 증가하므로 전체감쇠가 증가하는 모양을 살피기 위한 실험의 결과를 나타낸 것이기 때문에 수심은 일정한데 얼마인지는 밝혀져 있지 않다.

표 2, 3, 4에서 보이는 경향을 음미해보면 Δ_b 와 Δ_s 는 수심이 낮아질수록 Δ_b 쪽이 우세해지고 수심이 깊고 진동수가 클수록 Δ_s 쪽이 우세해 진다는 것을 알수 있다. 그리고 진동수가 작아질 때 Δ_s 의 감소율은 급격하지만 Δ_b 나 Δ_s 의 감소율은 완만한데 특히 Δ_s 의 감소율은 더욱 완만해서 Δ_s 의 효과가 현저하게 나타나는 것은 진동수가 작은 파의 경우가 된다는 것을 알수 있다. 그래프 2에서는 표면감쇠 효과가 작은 쪽이 실험치와 이론치($\Delta_b + \Delta_s$ 만 고려한)의 차가 크다는 것을 나타내고 있다.

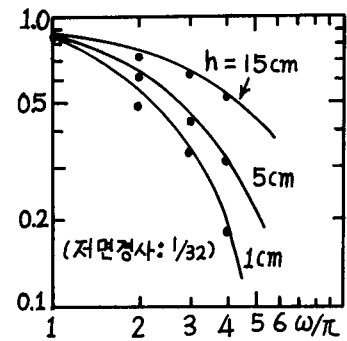


그림 1

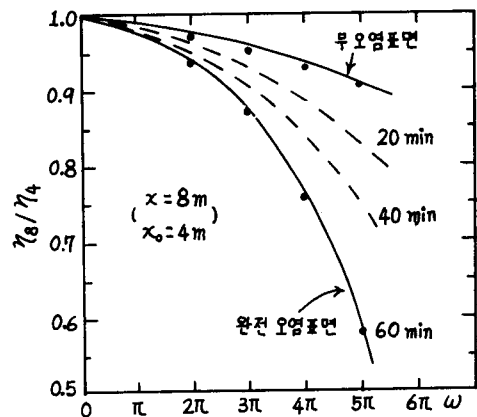


그림 2

IV. 結 論

이제까지 논의한 바를 다음과 같이 정리할 수 있다.

1. van Dorn의 이론은 대단히 성공적이기는 하지만 개선의 여지가 있다는 점이 논리적으로나 실험적으로 분명하다.
2. 경계면(측면, 저면) 및 자유표면에서의 감쇠효과외에 유체내부에서의 감쇠효과가 추가되어 고려되어야 한다.
3. 본 저자가 앞서 발표한 논문에서 구한 淺海波의 粘性減衰係數의 근사식을 van Dorn의 이론식에 추가하여 그 결과를 그의 실험결과에 의해 검토해 보았다.
4. 이용할 수 있는 자료는 한정되어 있었고 그래서 양적으로 비교검토하는 것은 불가능했지만 대체로 보완된 이론식이 실험결과를 좀더 잘 설명한다는 것을 알 수 있다.
5. 앞으로 천해파영역의 근사식 (4)의 효과를 검토하기 위해서는 진동수가 더 작은 영역($\omega < \pi$)의 실험을 해야한다.

參 考 文 獻

1. C. Grosch (1952): Physical Fluids, 5, 1163.
2. J. Hunt (1952): La Houille Blanche, 7, 836.
3. J. Hunt (1963): Physical Fluids, 7, 156.
4. H. Kranzer & J. Keller (1959): Journal of Applied Physics, 30, 398.
5. van Dorn (1966): Journal of Fluid Mechanics.
6. 유용선 (1977): 韓國海洋大學 論文集 第12輯, 305.

