

# 뉴로-퍼지 技法을 利用한 非線形 시스템의 制御

소명옥<sup>1)</sup> · 柳吉洙<sup>2)</sup>

## Control of Nonlinear Systems Using the Neuro-Fuzzy Technique

Myeung-Ok So, Kil-Soo Rhyu

### Abstract

The conventional approaches in the design of a control system often require the construction of a mathematical model describing the dynamic behavior of the plant. Usually, such a mathematical model consists of a set of linear or nonlinear differential equations, most of which are derived using some form of approximation and simplification. However, there are many cases where system dynamics are only partially known, where nonlinearities are significant due to the complexity/uncertainty of systems, or where the model violates the underlying assumptions of the control law synthesis techniques. Conventional control techniques based on a mathematical model are not well suited for dealing with ill-defined and uncertain systems.

Recently, as alternatives to these model-based control, the fuzzy logic and neural network techniques have been successfully applied to control of complex and ill-defined systems in a wide variety of areas, such as robot, water purification, automatic train operation system and automatic container crane operation system, etc. Fuzzy logic provides a means for converting linguistic control knowledge into control actions. On the other hand, neural networks provide salient features, such as learning, adaptation and parallelism.

This thesis presents a neuro-fuzzy controller which unifies both fuzzy logic and multilayered feedforward neural networks. In the proposed neuro-fuzzy controller, the parameters of membership functions in the antecedent part of fuzzy control rules are identified by using the backpropagation algorithm as a learning rule, while the coefficients of the consequent part are determined by using the least squares estimation method.

Finally, the effectiveness of the proposed approaches is verified through computer simulation of an inverted pendulum system.

1) 한국해양대학교 기관공학과 박사과정

2) 한국해양대학교 사동화·정보공학부 교수

## 1. 서론

과학기술의 발달과 더불어 산업분야에서의 자동화가 가속됨에 따라 여러가지로 더욱 복잡한 시스템이 등장하고 있으며, 제어시스템의 개발에 있어서 최근까지 연구되어 온 제어 알고리즘의 대부분은 일반적으로 프로세스의 수학적인 모델링에 근거하여 이루어져 왔기 때문에 프로세스의 동특성에 대한 정확한 지식이 필수적이다. 그러나, 많은 경우에 있어서 제어시스템의 동특성이 부분적으로 알려져 있거나, 제어시스템의 동특성이 너무 복잡하여 제어대상의 모델링이 어렵거나 또는 비선형성이 강한 경우, 종래의 제어이론에 기반을 둔 파라미터가 고정된 보통의 제어기는 초기에 제어기의 파라미터가 정확하게 선정되어 진다 하더라도 프로세스 및 환경의 변화에 대해 만족스러운 제어성능을 얻지 못할 뿐만 아니라, 강인한 제어기의 구성이 용이하지 못하다. 또한, 이러한 문제점을 보상하기 위하여 현재까지 많이 응용되어 온 최적제어나 기준모델적용제어(MRAC) 등은 주위환경에 따른 파라미터의 변화 또는 외란에 대한 적응성이나, 시스템의 비선형성에 대한 복잡한 제어이론이 부가되어야 하는 문제점을 안고 있다<sup>1)2)</sup>. 따라서 이러한 어려움을 해결하기 위해서 최근에는 인간의 사고능력과 적응능력을 갖는 지능형 제어기(Intelligent controller)가 연구되고 있으며<sup>3)</sup>, 이러한 연구방향으로서 간단하면서도 외란에 대해 강인하고, 비선형 시스템에 적용이 용이한 퍼지제어 기법을 이용한 퍼지논리 제어기(Fuzzy logic controller ; FLC)와 신경회로망 기법을 이용한 신경회로망 제어기(Neural network controller ; NNC)를 들 수 있다.

그러나 위에서 기술한 단순한 퍼지제어기는 제어기에 내포되어 있는 규칙베이스와 데이터베이스를 전문가의 지식이나 경험에 의존하여 주관적으로 구성하기 때문에 퍼지논리 제어기의 구조와 퍼지규칙을 최적으로 설계한다는 것은 어렵다. 이와같이 퍼지제어기가 일반적으로 가지고 있는 퍼지규칙의 설계와 소속함수의 조절 등에 대한 문제점을 극복하기 위해서는 규칙베이스의 자동생성과 더불어 퍼지제어기에 적응성을 부여해야 할 필요성이 제기되며, 그 방법 중의 하나는 언어적 정보를 직접 취급할 수 있고 논리와 추론의 기능이 있는 퍼지논리와 학습기능과 적응능력을 가지는 다층-신경회로망을 결합하여 서로의 단점을 보완하면서 제어 시스템에 적응성을 부여하는 것이다<sup>4)5)</sup>.

일반적으로 퍼지제어는 규칙베이스 제어의 특수한 형태로서, 불명확한 정보를 효율적으로 취급할 수 있고, 전문가의 지식에 기초한 언어적 제어전략을 구체적으로 표현할 수 있는 언어적 제어의 특징을 가지고 있다. 특히, 논리와 추론의 기능을 가지고 있고, 병렬형 제어기로서 기존의 제어기에 비해 간단하면서도 외란에 대하여 강인하며, 비선형 시스템에 적용이 용이한 제어 기법이다. 한편, 신경회로망은 인간의 뇌를 모델로 한 인공 뉴런의 소자들을 상호 연결하여 인간의 신경 시스템을 모방한 것으로서 대규모의 병렬분산처리 특성과 학습능력 및 적응성을 가지고 있다. 특히 학습을 통하여 지식 습득을 가능하게 하고 외란에 대한 강인성과 적응능력 등의 장점이 있다.

따라서, 본 논문에서는 퍼지논리와 다층-피이드포워드 회로망의 장점들을 결합한 새로운 뉴로-퍼지 제어기(Neuro-Fuzzy Controller; NFC)의 설계 방법을 제안한다. 여기서, 뉴로-퍼지 제어기는 퍼지논리 제어기의 추론과정을 다층-피이드포워드 회로망 형태로 표현하여 다층-피이드포워드 회로망의 학습기능을 퍼지 제어시스템에 도입한 것으로서, 퍼지규칙의 전건부

에 있는 소속함수의 파라미터 또는 후건부에 있는 파라미터는 학습에 의해 조정된다.

학습방법으로는 다중-피이드포워드 회로망에서 널리 사용되는 오차 역전파 학습법과, 최소사승추정법을 결합한 하이브리드 학습규칙(Hybrid learning rule)이 사용된다. 오차 역전파 학습법은 퍼지규칙의 전건부에 포함되어 있는 소속함수의 파라미터를 조정하여 출력층에서 측정된 오차의 제곱을 최소화하는 구배법(Gradient descent method)에 기초를 둔 감독학습 기법이므로 학습을 위해서는 제어대상의 목표 입·출력 데이터가 미리 주어져 있어야 한다. 본 논문에서는 비선형성이 강한 도입진자의 제어에 적용하여, 본 기법의 추종성과 파라미터의 변화, 외란 등 제어환경의 변화에 대한 강인성과 유연한 적응성을 입증하고자 한다.

## 2. 뉴로-퍼지 제어기

### 2.1 뉴로 퍼지 제어기의 설계

퍼지 제어시스템은 퍼지집합 이론, 퍼지 "If-then" 규칙 및 퍼지추론에 기반을 둔 제어의 특수한 형태로서 비선형 시스템에 적용이 용이하고, 종래의 PID 제어기나 정확한 모델에 근거하여 설계된 어떠한 종류의 제어기 보나도 자유도가 많으며, 적절히 잘 설계하면 외란에 대하여 강인한 제어특성을 갖는 병렬형, 분리형 제어기로서 언어적 제어의 특징을 가지고 있다.

일반적으로 퍼지제어기(Fuzzy logic controller; FLC)의 기본구조는 그림 2.1과 같이 퍼지화부(Fuzzification interface), 지식베이스부(Knowledge base), 퍼지추론부(Fuzzy inference engine) 및 비퍼지화부(Defuzzification interface)의 네 개의 중요한 부분으로 이루어져 있다.

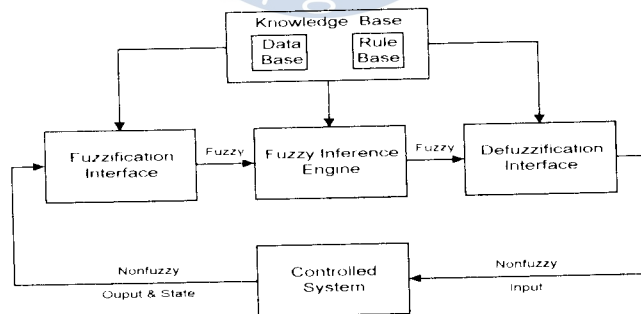


Fig 2.1 Basic structure of a fuzzy logic controller

퍼지화부는 입력데이터를 받아들여 퍼지집합으로 적절히 변환하는 기능을 갖고 있으며, 지식 베이스부는 퍼지공간의 경계 및 가능한 변환, 언어적인 값에 상응하는 퍼지집합에 대한 정보를 가지고 있는 데이터베이스와 전문가의 경험 등을 "If-then" 형식의 문장으로 기술한 규칙 베이스로 이루어져 있다. 그리고 퍼지추론부는 규칙베이스의 규칙을 이용하여 퍼지입력에 대한 퍼지출력을 추론하는 기능을 가지며, 비퍼지화부는 추론부에서 추론한 퍼지출력의 결과를

명확한 제어 입력값으로 변환시키는 기능을 갖는다.

이 중에서 퍼지추론부는 인간의 추론형태를 흉내내는 퍼지제어기의 핵심부분으로서, 퍼지 조건과 합성규칙의 추론을 사용하여 퍼지입력에 대한 퍼지출력을 추론하며, 다입력-단일출력 (MISO) 퍼지제어기의 경우에  $n$ 개의 전건부로 이루어진  $r$ 개의 퍼지 "If-then" 규칙을 가진 제어규칙  $R_i$ 는 다음과 같은 형태로 표현될 수 있다.

$$R_i : \text{If } x_1 \text{ is } A_{1,i} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{2,i} \text{ and } \dots \text{ and } x_j \text{ is } A_{j,i} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{n,i} \\ \text{then } z \text{ is } C_i, \quad i \in I, j \in J \quad (2.1)$$

여기서,  $I = \{1, 2, \dots, r\}$ ,  $J = \{1, 2, \dots, n\}$  이고,  $x_j (j \in J)$ 와  $z$ 는 각각  $X_j (j \in J)$ 와  $Z$ 내에 있는 값을 취하는 언어적 변수이며,  $A_{j,i} (j \in J, i \in I)$  및  $C_i (i \in I)$ 는 소속함수에 의해 특성이 주어지는 언어적 변수의 퍼지집합을 나타낸다. 그리고  $R_i (i \in I)$ 는 퍼지 제어규칙을 나타내고,  $r$ 은 퍼지 제어규칙의 수이다.

일반적으로 퍼지 제어기에 있어서 퍼지규칙의 전건부는 입력공간이 여러개의 국부적인 퍼지영역으로 퍼지분할되며, 후건부는 여러가지로 연구되고 있다. Mamdani-퍼지모델에서는 후건부가 소속함수로 되어 있고, Tsukamoto-퍼지모델에서는 단조형 소속함수이며, Sugeno-퍼지모델에서는 상수로 된 0차 Sugeno-퍼지모델과, 입력변수의 1차 곱합으로 되어 있는 1차 Sugeno-퍼지모델 등이 있다.

본 연구에서는 식(2.1)에서 "If-then" 규칙의 후건부가 1차 곱합으로 되어 있는 1차 Sugeno-퍼지모델을 사용하며(7), 다입력-단일출력 구조의 일반적인 퍼지 시스템을 고려할 때  $r$ 개의 퍼지 "If-then" 규칙을 가진 제어규칙  $R_i$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$R_i : \text{If } x_1 \text{ is } A_{1,i} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{2,i} \text{ and } \dots \text{ and } x_j \text{ is } A_{j,i} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{n,i} \\ \text{then } u_i = \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} x_j + \beta_{0,i}, \quad i \in I, j \in J \quad (2.2)$$

여기서,  $I = \{1, 2, \dots, r\}$ ,  $J = \{1, 2, \dots, n\}$  이고,  $u_i (i \in I)$ 는  $i$ 번째 제어규칙  $R_i (i \in I)$ 에 대한 출력이고,  $\beta_{j,i} (j \in J, i \in I)$ 와  $\beta_{0,i} (i \in I)$ 는 후건부에 포함되어 있는 파라미터이다. 이러한 퍼지 제어규칙과 다음에 설명될 추론과정을 다층-피이드포워드 신경회로망으로 구현한 것이 뉴로-퍼지 제어기이다. 뉴로-퍼지 제어기는 노드와, 노드들 사이를 연결하는 유향링크로 이루어진 다층-피이드포워드 회로망으로서, 각 노드는 파라미터를 가지고 있는 적용노드와 파라미터가 없는 고정노드로 되어 있으며, 유향링크는 단지 노드들 간의 신호의 흐름방향을 나타낼 뿐 링크의 가중치와는 관계가 없다.

그림 2.2(a)는 학습 모드에서의 뉴로-퍼지 제어기의 블록 선도로서,  $\{x_{1d}, x_{2d}, \dots, x_{nd}, u_d\}$ 는 이상적인 학습용 입·출력 데이터의 집합이고,  $u$ 는 뉴로-퍼지 제어기(Neuro-fuzzy controller)의 출력이며  $e_u = u_d - u$ 인 오차벡터이다. 학습할 경우에는 오차벡터의  $\|e_u\|^2$ 이

최소되게 퍼지규칙의 전건부에 있는 소속함수의 파라미터와 후건부에 있는 각 파라미터를 조정한다. 그림 2.2(b)는 제어 모드에서의 뉴로-퍼지 제어기의 블록 선도로서, 뉴로-퍼지 제어기는 학습 모드에서 오프 라인(Off-line)으로 학습 완료된 후 복사된 것이다. 여기서,  $y_r$ 은 기준입력벡터,  $y$ 는 제어대상의 출력벡터이고,  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ 는 제어기에 대한 입력이다.

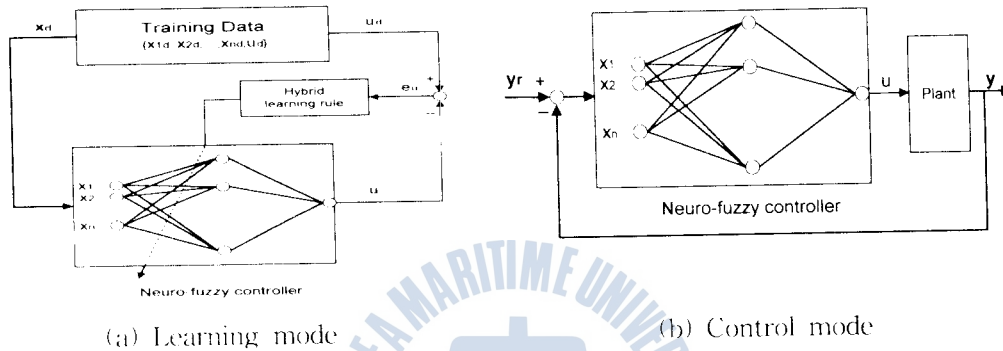


Fig. 2.2 Learning and control modes of the neuro-fuzzy controller

한편, 상기의 퍼지 제어규칙을 이용해서 원하는 제어출력을 추론하기 위한 본 논문에서의 퍼지추론 방법은 다음과 같고, 그림 2.3은 뉴로-퍼지 제어기의 구조를 나타내고 있다.

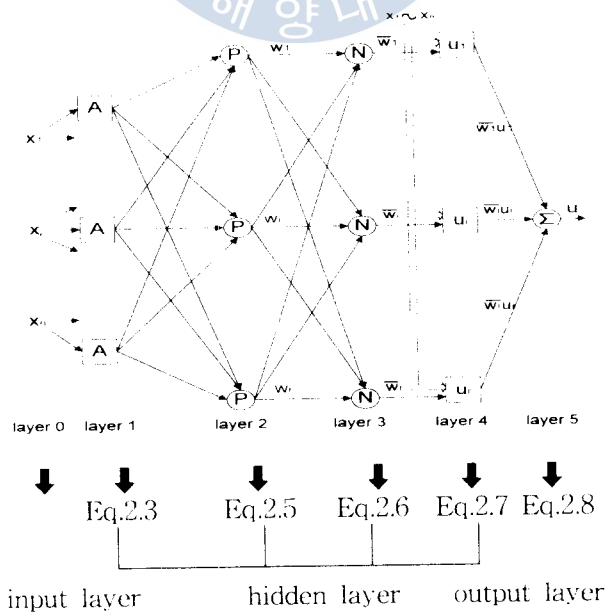


Fig. 2.3 Structure of the neuro-fuzzy controller

• 계층 1 : 이 계층에 있는 모든 노드들은 다음 식에 의해 정의되는 노드출력을 가지는 적응노드이고  $\square$ 로 표시되어져 있으며 이 계층의 노드에 있는 파라미터를 전진부 파라미터라고 한다.

$$O_i^1 = A_{j,i}(x_j) \quad (2.3)$$

여기서,  $A_{j,i}(x_j)$ 는 입력변수  $x_j$ 에 대한  $i$ 번째 노드함수로서 언어적 변수들이 가지는 “Positive Big”, “Zero”, “Negative Big” 등과 같은 퍼지집합의 소속함수이다. 바꾸어 말하면, 이 계층의 출력은 퍼지규칙의 전진부에 있는 소속함수의 값으로서  $x_j$ 가 주어질 때  $x_j$ 가 정량자  $A_{j,i}$ 를 만족하는 정도를 나타낸다. 이 계층에서의 노드함수로는 삼각형, 사다리꼴, 가우스형 및 범종형 등과 같이 연속이고 구간적 미분가능한 파라미터를 가진 소속함수가 사용될 수 있으며, 본 장에서는 완곡한 비선형 함수로 정의된 범종형을 사용한다.

범종형 소속함수는 다음과 같이 3개의 파라미터  $\{a_i, b_i, c_i\}$ 에 의해 지정되며, 이러한 파라미터의 값을 적절히 선택함으로써 바라는 범종형의 소속함수를 여러가지로 얻을 수 있다.

$$A_{j,i}(x_j) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x_j - c_i}{a_i}\right)^{2b_i}} \quad (2.4)$$

특히, 소속함수의 폭과 중심을 변화시키기 위해서  $a_i$ 와  $c_i$ 를 조절하고, 교차점(Crossover point)에서의 경사를 조절하기 위해서  $b_i$ 를 사용하며 일반적으로  $b_i$ 는 양수이다.

• 계층 2 : 이 계층에 있는 노드  $i$ 는 모두 고정노드이고  $\oplus$ 로 표시되어져 있으며, 각 인입 신호들에 대한 소속정도의 값을 대수적으로 곱하여 노드출력으로 내보낸다.

$$O_i^2 = w_i = A_{1,k_1}(x_1) \cdot A_{2,k_2}(x_2) \cdot \cdots \cdot A_{j,k_j}(x_j) \cdot \cdots \cdot A_{n,k_n}(x_n) \quad (2.5)$$

이 계층에서의 각 노드의 출력은 규칙의 점호강도(Firing strength)를 나타내며,  $A_{j,k_j}(x_j)$ 는 퍼지변수  $x_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ )에 대한  $k_j$ 번째 소속함수를 나타낸다. 일반적으로 퍼지-AND 연산을 하는 “t-norm” 연산자는 이 계층에서 사용된 대수곱 연산자 “ $\cdot$ ” 대신에 사용되어 질 수 있다.

• 계층 3 : 이 계층에 있는 노드  $i$ 는 모두 고정노드이고  $\ominus$ 으로 표시되어 있으며,  $i$ 번째 노드는 전체 규칙의 점호강도의 합에 대한  $i$ 번째 규칙의 점호강도의 비를 나타내므로 정규화된 점호강도를 노드출력으로 내보낸다. 여기서,  $r$ 은 규칙수이다

$$O_i^3 = \bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (2.6)$$

• 계층 4 : 이 계층에  $\square$ 로 표시되어 있는 모든 노드  $i$ 는 다음 식과 같은 노드함수를 갖는

적용노드이다.

$$O_i^1 = \overline{w}_i \cdot u_i = \overline{w}_i \cdot \left( \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} x_j + \beta_{0,i} \right) \quad (2.7)$$

여기서,  $\overline{w}_i$  는 계층 3의 출력이고, 이 계층에 있는 파라미터  $\{\beta_{j,i}, \beta_{0,i}\}$  를 후진부 파라미터라고 한다.

• 계층 5 : 이 계층에 있는 단일 노드는 고정노드이고  $\Sigma$ 로 표시되어져 있으며 모든 인입 신호의 가중합으로서 전체 출력을 계산한다.

$$O_1^5 = \sum_{i=1}^r \overline{w}_i \cdot u_i = \frac{\sum_{i=1}^r w_i \cdot u_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (2.8)$$

이와 같이 다입력-단일출력 시스템의 1차 Sugeno-퍼지모델과 5개의 계층구조를 사용하여 뉴로 퍼지제어기를 구성했다.

## 2.2 뉴로-퍼지 제어기의 학습

주어진 다층 퍼지네트워크 회로망이  $L$  개의 계층을 가지고 있고, 계층  $l$  ( $l = 0, 1, \dots, L$ ) 이  $N(l)$  개의 노드를 가지고 있다면, 계층  $l$ 에 있는 노드  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N(l)$ )의 출력과 함수를 각각  $O_i^l$ 와  $g_i^l$ 로 표현할 수 있다. 여기서,  $l=0$ 과  $l=L$ 은 각각 입력층과 출력층을 나타내고 있다. 노드출력은 인입 신호와 노드의 파라미터에 따라 다르므로 노드함수  $g_i^l$ 에 대해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$O_i^l = g_i^l(O_1^{l-1}, \dots, O_{N(l-1)}^{l-1}, \alpha, \beta, \dots) \quad (2.9)$$

여기서,  $\alpha, \beta$  등은 이러한 노드에 포함되어 있는 파라미터이다.

주어진 훈련 데이터(Training data) 쌍이  $M$ 개 일 때,  $m$  ( $1 \leq m \leq M$ ) 번째 훈련 데이터 쌍에 대한 오차척도를 어리가지로 정의할 수 있지만 식 (2.10)과 같이 오차제곱의 합(Sum of squared error)으로 정의하면, 전체 오차척도는 식 (2.11)과 같이 표시된다.

$$E_m = \sum_{k=1}^{N(L)} (d_{k,m}^L - O_{k,m}^L)^2 \quad (2.10)$$

$$E = \sum_{m=1}^M E_m = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^{N(L)} (d_{k,m}^L - O_{k,m}^L)^2 \quad (2.11)$$

여기서,  $d_{k,m}^L$  는  $m$  번째 훈련용 입력 데이터에 대한 목표 출력벡터의  $k$  번째 요소이고,  $O_{k,m}^L$  은 회로망의  $k$  번째 요소의 실제 출력벡터이다.

계층  $l$ 에 있는 노드  $i$ 의 출력에 대해 오차척도  $E_m$ 을 미분하면 오차변화율  $e'_{i,m}$ 은 다음 식과 같게 된다.

$$e'_{i,m} = \frac{\partial E_m}{\partial O'_{i,m}} \quad (2.12)$$

식 (2.10)을 식 (2.12)에 대입하고 정리하면 계층  $L$ 에서의  $i$ 번째 출력 노드에 대한 오차변화율은 다음과 같이 된다.

$$e'_{i,m} = \frac{\partial E_m}{\partial O^L_{i,m}} = -2(d^L_{i,m} - O^L_{i,m}) \quad (2.13)$$

계층  $l$ 의  $i$ 번째 위치의 내부노드에 대해서 오차변화율은 연쇄규칙(Chain rule)에 의해 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} e'_{i,m} &= \frac{\partial E_m}{\partial O^l_{i,m}} = \sum_{q=1}^{N(l+1)} \frac{\partial E_m}{\partial O^{l+1}_{q,m}} \cdot \frac{\partial O^{l+1}_{q,m}}{\partial O^l_{i,m}} \\ &= \sum_{q=1}^{N(l+1)} e^{l+1}_{q,m} \cdot \frac{\partial O^{l+1}_{q,m}}{\partial O^l_{i,m}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

여기서,  $0 \leq l \leq L-1$  이다. 즉 계층  $l$ 에 있는 내부노드의 오차변화율은 계층  $l+1$ 에 있는 내부노드의 오차변화율의 선형결합으로 표현된다. 따라서 임의의  $l$  ( $0 \leq l \leq L$ )과  $i$  ( $1 \leq i \leq N(l)$ )에 대해, 일단 출력층에서의 오차신호를 구하기 위해 우선 식 (2.13)을 적용하고, 그 다음에 목표층  $l$ 에 도달할 때까지 식(2.14)를 반복적으로 적용하여  $e'_{i,m} = \frac{\partial E_m}{\partial O^l_{i,m}}$ 를 구할 수 있다.

오차변화율이 순차적으로 출력층으로부터 입력층 쪽을 향해 역방향으로 구해지기 때문에 이러한 학습규칙을 역전파 학습규칙(Backpropagation learning rule)이라 부른다.

만약  $\alpha$ 가 주어진 다층-피이드포워드 회로망의 파라미터이고,  $P_S$ 가 파라미터  $\alpha$ 를 포함하는 노드의 집합이라면 식 (2.15)와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial E_m}{\partial \alpha} = \sum_{\sigma \in P_S} \frac{\partial E_m}{\partial O^*} \cdot \frac{\partial O^*}{\partial \alpha} \quad (2.15)$$

따라서,  $\alpha$ 에 대한 전체 오차척도  $E$ 의 미분은 식 (2.16)으로 되며, 학습율  $\eta$ 을 고려한 일반적인 학습공식은 식 (2.17)과 같다.

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \sum_{m=1}^M \frac{\partial E_m}{\partial \alpha} \quad (2.16)$$

$$\Delta \alpha = -\eta \frac{\partial E}{\partial \alpha} \quad (2.17)$$

일반적으로, 다층-피이드포워드 회로망의 학습에는 구배법(Gradient descent method; GD)에 기초한 역전파 학습규칙이 많이 적용되고 있지만 이 방법은 일반적으로 수렴속도가 느리고 지역적 최소값(Local minima)에 빠지는 단점을 가지고 있다. 만약 다층-피이드포워드 회



모양의 출력 또는 그것의 변화이 회로망 내에 있는 파라미터 중의 몇 개로 선형이면 이러한 선형 파라미터를 최소자승추정법(Least squares estimation method; LSE)으로 동정할 수 있다. 따라서 파라미터를 동정하기 위해서 구배법(GD)과 최소자승추정법(LSE)을 결합한 하이브리드 학습규칙(Hybrid learning rule)을 적용할 수 있다<sup>8)</sup>.

다중-퍼지모뎀의 회로망이 입력변수들과 파라미터들에 의해서 한 개의 출력변수를 가지며, 또한 파라미터는 비선형요소 파라미터 집합  $P_{S1}$  과 선형요소 파라미터 집합  $P_{S2}$  로 분리되어 있다고 가정하고, 비선형요소 파라미터의 값이 주어지면  $M$  쌍의 임·출력 훈련 데이터를 이용해 다음 식과 같은 행렬 방정식을 얻을 수 있다.

$$H\beta = U_d \tag{2.18}$$

단,

$$H = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{11}x_{11} & \dots & w_{11}x_{j1} & \dots & w_{11}x_{n1} & \dots & w_{11} & w_{11}x_{11} & \dots & w_{11}x_{j1} & \dots & w_{11}x_{n1} & \dots & w_{11} & w_{11}x_{11} & \dots & w_{11}x_{j1} & \dots & w_{11}x_{n1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ w_{1m} & w_{1m}x_{1m} & \dots & w_{1m}x_{jm} & \dots & w_{1m}x_{nm} & \dots & w_{1m} & w_{1m}x_{1m} & \dots & w_{1m}x_{jm} & \dots & w_{1m}x_{nm} & \dots & w_{1m} & w_{1m}x_{1m} & \dots & w_{1m}x_{jm} & \dots & w_{1m}x_{nm} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ w_{1M} & w_{1M}x_{1M} & \dots & w_{1M}x_{jM} & \dots & w_{1M}x_{nM} & \dots & w_{1M} & w_{1M}x_{1M} & \dots & w_{1M}x_{jM} & \dots & w_{1M}x_{nM} & \dots & w_{1M} & w_{1M}x_{1M} & \dots & w_{1M}x_{jM} & \dots & w_{1M}x_{nM} \end{bmatrix}$$

$$\beta = [\beta_{0,1} \ \beta_{1,1} \ \dots \ \beta_{j,1} \ \dots \ \beta_{n,1} \ \dots \ \beta_{0,i} \ \beta_{1,i} \ \dots \ \beta_{j,i} \ \dots \ \beta_{n,i} \ \dots \ \beta_{0,r} \ \beta_{1,r} \ \dots \ \beta_{j,r} \ \dots \ \beta_{n,r}]^T$$

$$U_d = [u_{d1} \ u_{d2} \ \dots \ u_{dm} \ \dots \ u_{dM}]^T, \quad 1 < m < M$$

여기서,  $H$ 와  $U_d$ 는  $M$  쌍의 임·출력 훈련 데이터로 이루어지는 행렬과 벡터로서 차원은 각각  $M \times N$  및  $M \times 1$  이고,  $\beta$ 는 선형파라미터의 집합  $P_{S2}$  내에 있는 미지의 파라미터 벡터로서 그 차원은  $N \times 1$  이며,  $N = r \cdot (n + 1)$ 이다. 그리고  $\overline{w_{im}}$ 은  $m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ )번째 데이터 쌍의  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, r$ )번째 규칙에 대한 정규화된 점호강도이고,  $x_{jm}$ 은  $m$ 번째 데이터 쌍에 있는  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )번째 입력변수의 값이다. 일반적으로 훈련 데이터 쌍의 수  $M$ 은 선형 파라미터의 수  $N$ 보다 크므로, 식 (2.18)을 만족하는 유일한 해  $\beta$ 는 존재하지 않고, 오차 벡터의  $\|H\beta - U_d\|^2$ 을 최소화하는 추정치  $\hat{\beta}$ 를 구할 수 있다.

$$\hat{\beta} = (H^T H)^{-1} H^T U_d \tag{2.19}$$

반면, 이 식은 역행렬을 계산할 때 많은 연산시간을 요구할 뿐만 아니라 많은 기억용량을 필요로 하므로 재귀적 최소자승추정법을 사용하여  $\hat{\beta}$ 를 계산한다<sup>9)10)</sup>. 특히 식 (2.19)에서 정의된 행렬  $H$ 의  $m$ 번째 행벡터를  $h_m^T$ 라 하고  $U_d$ 의  $m$ 번째 요소를  $u_{dm}$ 이라 하면, 다음 식을 사용하여 재귀적으로 추정치  $\hat{\beta}_m$ 을 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_m &= \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{m-1} + \mathbf{S}_m \mathbf{h}_m (u_{dm} - \mathbf{h}_m^T \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{m-1}) \\ \mathbf{S}_m &= \mathbf{S}_{m-1} - \frac{\mathbf{S}_{m-1} \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^T \mathbf{S}_{m-1}}{1 + \mathbf{h}_m^T \mathbf{S}_{m-1} \mathbf{h}_m}, \quad m=1, \dots, M\end{aligned}\quad (2.20)$$

여기서,  $\mathbf{S}_m$ 은 추정 파라미터의 공분산 행렬이다. 위 식을 반복적으로 사용하기 위하여 설정되는 초기조건으로  $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_0 = \mathbf{0}$  과  $\mathbf{S}_0 = \gamma \mathbf{I}$ 를 선정하였으며, 이때  $\mathbf{I}$ 는  $N \times N$ 차원의 항등행렬 (Identity matrix)이다.

어떤 다층-피이드포워드 회로망 내에 있는 파라미터를 갱신하기 위해 구배법과 최소자승추정법을 결합한 하이브리드 일괄학습의 각 단계는 전방향 과정과 역방향 과정으로 이루어진다. 전방향 과정에서는, 입·출력 훈련 데이터 벡터가 주어진 후, 식 (2.18)의 행렬  $\mathbf{H}$  및  $\mathbf{U}_d$ 에 있는 해당 행이 얻어질 때까지 한 계층 한 계층씩 회로망 내의 노드출력을 계산한다. 이러한 과정은 완전한 행렬  $\mathbf{H}$ 와  $\mathbf{U}_d$ 를 만들기 위해서 모든 훈련용 데이터 쌍에 대해서 반복되고, 다음에  $P_{S2}$  내의 선형 파라미터는 식 (2.19) 또는 식 (2.20)의 재귀적 최소자승공식에 의해서 동정된다.  $P_{S2}$  내의 선형 파라미터가 동정되어진 후 각 훈련 데이터 쌍에 대한 오차척도를 계산할 수 있다. 역방향 과정에서는 오차변화율이 출력의 끝단부터 입력의 끝단 쪽으로 전파된다. 구배벡터가 각 훈련 데이터를 위해 축적되고, 모든 훈련 데이터에 대한 역방향 과정의 최후에는  $P_{S1}$  내의 비선형 파라미터가 식 (2.17)의 구배법에 의해 갱신된다.

### 2.3 독립진자 시스템의 뉴로-퍼지 제어기

시뮬레이션에 사용된 독립진자 시스템은 그림 2.4와 같고, 진자의 수직에 대한 각위치를  $\theta$  [rad], 각속도를  $\dot{\theta}$  [rad/s], 대차의 수평방향 위치를  $y$  [m], 대차의 수평방향 속도를  $\dot{y}$  [m/s], 대차의 질량을  $M$  [kg], 진자의 질량을  $m$  [kg], 진자의 길이를  $2l$  [m], 중력 가속도를  $g$  [m/s<sup>2</sup>], 직류 서보모터에 부여하는 지령전압에 비례하는 힘을  $u$  [N]이라고 하면 다음과 같은 비선형 미분방정식으로 표현된다.

$$\dot{y} = \frac{u - ml(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta)}{M + m} \quad (2.21)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{g \sin \theta - \frac{\cos \theta}{M + m} \{ ml \dot{\theta}^2 \sin \theta + u \}}{\left( \frac{4}{3} - \frac{m}{M + m} \cos^2 \theta \right)} \quad (2.22)$$

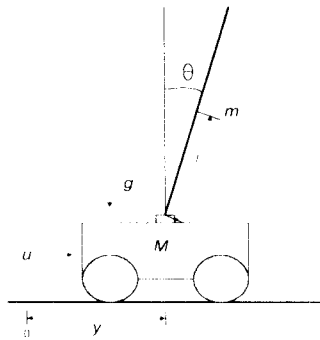


Fig. 2.4 An inverted pendulum system

제어목적은 힘  $u$ [N]를 대차에 인가하여 대차를 좌,우의 수평방향으로 움직임으로써 진자의 균형을 유지하면서 동시에 원하는 위치로 대차를 이동시키는 것이다.

진자의 회전각도  $\theta$ 를 나타내는 퍼지변수  $x_1$ 의 입력공간은  $-0.6 \sim +0.6$ [rad], 진자의 회전각속도  $\dot{\theta}$ 를 나타내는 퍼지변수  $x_2$ 의 입력공간은  $-2.4 \sim +2.4$ [rad/s], 대차의 현재위치와 기준위치와의 차  $y - y_r$ 를 나타내는 퍼지변수  $x_3$ 의

입력공간은  $-3.1 \sim +3.1$ [m], 대차의 속도  $\dot{y}$ 를 나타내는 퍼지변수  $x_4$ 의 입력공간은  $-3.7 \sim +3.7$ [m/s]로 하고, 계층 1에 해당하는 전진부의 초기 소속함수를 식 (2.4)와 같은 범종형을 취하고 각 입력공간에 등간격으로 배치한다. 여기서, 입력공간의 값에 표시되어져 있는 부호 “0”은 레일의 중간 위치 또는 진자가 수직으로 똑바로 서 있는 상태를 “0”으로 했을 때, 각각 대차가 중심의 왼쪽에 위치한 상태 또는 진자가 수직에서 왼쪽으로 기울어져 있는 상태를 나타내며, 부호 “+”은 이것과는 반대인 상태를 나타낸다.

규칙의 전진부에 있는 퍼지변수  $x_1, x_2, x_3$  및  $x_4$ 에 대해 범종형의 소속함수  $A_{1,i}(x_1), A_{2,i}(x_2), A_{3,i}(x_3)$  및  $A_{4,i}(x_4)$ 를 사용하여 각각 2개의 퍼지집합 NE(Negative)와 PO(Positive)로 퍼지분할하면, 각 계층  $l$ 에서의 노드수  $N(l)$  ( $l=0 \sim 5$ )은  $N(0)=4, N(1)=8, N(2)=16, N(3)=16, N(4)=16$  및  $N(5)=1$  이 되어, 입·출력층을 포함하여 전체의 노드수는 61개이고, 전체의 총 규칙 수는 16개로 된다. 또한, 전진부의 파라미터 수는 24개, 후진부의 파라미터 수는 80개가 되며,  $u_i = \sum_{j=1}^4 \beta_{j,i} x_j + \beta_{0,i}$ 로  $i$ 번째 규칙의 제어기 출력이다. 계층 4에 있는 후진부의 초기 파라미터의 값  $\beta_{0,i}$  및  $\beta_{j,i}$  ( $i=1, 2, \dots, 16 ; j=1, 2, \dots, 4$ )는 야수 작은 임의의 값으로 선정하였다.

이렇게 구성된 모뎀진자에 대한 뉴로-퍼지 제어시스템에 다른 제어 기법으로부터 얻어진 300개의 데이터 쌍  $(x_{1d}, x_{2d}, x_{3d}, x_{4d}, u_d)$ 을 이상적인 훈련용 입·출력 훈련 데이터 쌍이라 가정하여 본 연구에서 제안한 구배법과 최소자승법을 결합한 하이브리드 학습법에 의해 50회 반복 학습시켰다. 그림 2.5는 4개의 퍼지변수 중 진자의 각도  $x_1$ 에 대한 학습전·후의 소속함수를 비교하여 나타낸 것이며, 표 2.1은 학습후의 후진부의 선정 파라미터 값을 나타낸 것이다.

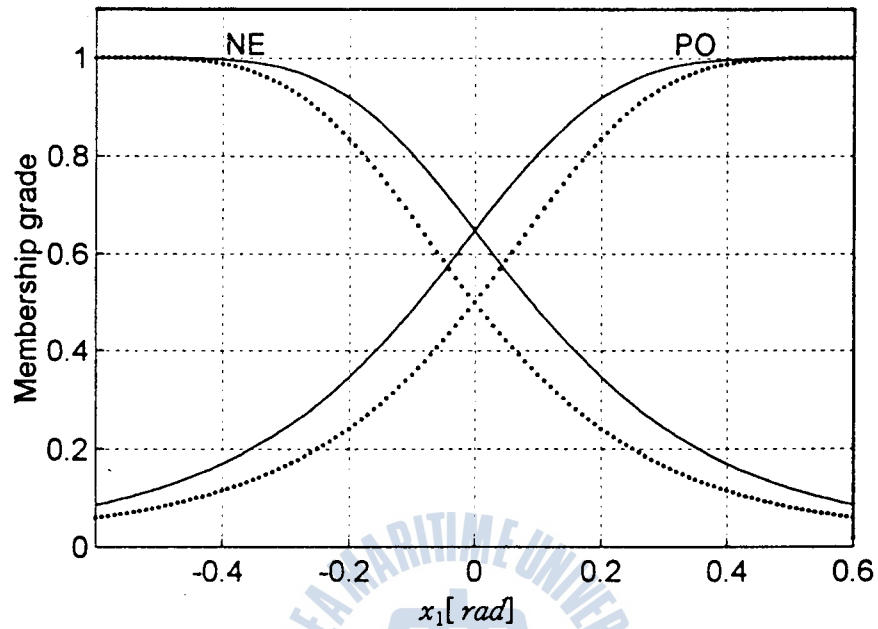


Fig. 2.5 Membership functions of fuzzy sets on  $x_1$  before and after learning(--- :before learning , — :after learning)

Table 2.1 Parameter values in the consequent part after learning

Antecedents					Consequents [ $\beta_{j,i}$ ]				
$i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$j$				
					0	1	2	3	4
1	NE	NE	NE	NE	-14.37	30.13	4.46	11.18	7.04
2	NE	NE	NE	PO	0.89	44.08	11.38	2.42	4.74
3	NE	NE	PO	NE	-12.09	26.91	12.09	4.85	3.24
4	NE	NE	PO	PO	6.68	40.09	7.75	2.01	2.06
5	NE	PO	NE	NE	7.81	44.40	15.09	6.64	7.11
6	NE	PO	NE	PO	-9.66	11.80	4.13	-1.12	1.49
7	NE	PO	PO	NE	-2.23	41.07	8.36	3.90	3.34
8	NE	PO	PO	PO	-3.66	10.03	3.72	-5.85	-1.68
9	PO	NE	NE	NE	3.66	10.03	3.72	-5.85	-1.68
10	PO	NE	NE	PO	2.23	41.07	8.36	3.90	3.34
11	PO	NE	PO	NE	9.66	11.80	4.13	-1.12	1.49
12	PO	NE	PO	PO	-7.81	44.40	15.09	6.64	7.11
13	PO	PO	NE	NE	-6.68	40.09	7.75	2.01	2.06
14	PO	PO	NE	PO	12.09	26.91	12.09	4.85	3.24
15	PO	PO	PO	NE	-0.89	44.08	11.38	2.42	4.74
16	PO	PO	PO	PO	14.37	30.13	4.46	11.18	7.04

### 3. 시뮬레이션 및 검토

이 장에서 실시한 여러가지 형태의 시뮬레이션을 다음과 같이 간단히 표현하기로 한다. 대차의 무게, 진자의 무게 등의 파라미터 값을 변경하지 않은 기본 파라미터의 값을 BV(Basic values)로, +25% 변경된 파라미터 값을 간단히 CV(Changed values)로 나타내며, 시뮬레이션에 사용된 기본 파라미터의 값과 변경된 파라미터의 값은 표 3.1과 같다. 그리고, 진자의 각도에  $\pm 0.3[rad]$ 의 외란을 가하는 경우를 D(Disturbance)로 표시한다.

Table 3.1 Basic values and changed values of parameters

Parameters	Basic values	Changed values
$M$	1 [ kg ]	1.25 [ kg ]
$m$	0.1 [ kg ]	0.125 [ kg ]
$2l$	1 [ m ]	1 [ m ]

그림 3.1은 대차의 무게와 진자의 무게에 대한 파라미터 값을 제어기 설계시 사용한 값이 아니라 +25% 변경시키고, 또한 진자의 각도에  $\pm 0.3[rad]$ 의 외란을 가하는 경우에 있어서의 계단상 기준입력의 변화에 대한 시뮬레이션 결과이다. 이 경우, 초기상태는 각각  $\theta_0 = -0.5$ ,  $y_0 = 0$  로 대차는 레일의 중앙에 있고, 진자는 수직에서 왼쪽으로  $0.5[rad]$  기울어져 있는 상태이며, 외란은 제어 시작 후 각각 7초, 21초 및 31초 시점에서 진자의 현재 각도에서 왼쪽으로 충격을 주어  $-0.3[rad]$ 의 외란을 가하고, 제어 시작 후 각각 16초와 26초 때에는 진자에 오른쪽으로 충격을 주어  $+0.3[rad]$ 의 외란을 가한다.

시뮬레이션 결과, 이렇게 파라미터의 값도 변경하고 외란이 가해진 경우도 오우버슈트도 거의 없고 정상편차도 없이 목표치 변화에 잘 추종하고 있으며 외란이나 파라미터 값의 변화에 대하여 강인하게 대처하고 있음을 알 수 있다.

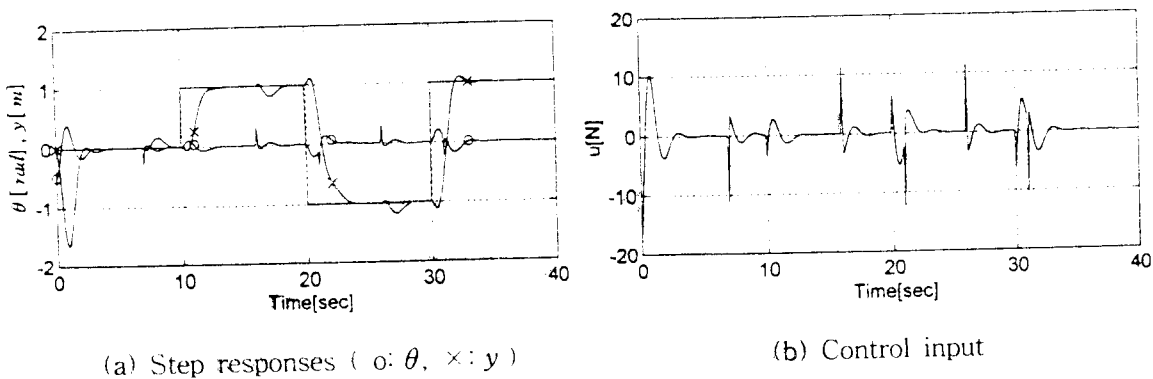


Fig. 3.1 Step responses and control input ( CV+D+[-0.5, 0, 0, 0] )

## 4. 결 론

본 논문에서 제안한 뉴로-퍼지 제어기는 퍼지논리와 다층-피이드포워드 신경회로망의 장점들을 결합하여 퍼지논리 제어기의 추론과정을 다층-피이드포워드 회로망 형태로 표현하고 다층-피이드포워드 회로망의 학습기능을 퍼지 제어시스템에 도입한 것으로서 학습방법으로는 다층-피이드포워드 회로망에서 널리 사용되는 오차 역전파 학습법과, 최소자승추정법을 결합한 하이브리드 학습규칙을 사용한다. 그리고 제안된 기법을 비선형 성이 강한 도립진자 시스템의 제어에 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 제어대상에 대한 수학적 모델을 얻기 어려운 시스템에서도 전문가의 지식이나 경험으로부터 이상적인 목표 입·출력 데이터를 얻을 수만 있다면, 퍼지규칙에 있는 전건부 소속함수의 파라미터와 후건부의 파라미터를 학습하여 조정함으로써 제어기의 구성이 가능하였다.

- 제안된 뉴로-퍼지 제어기는 계단상 기준입력의 변화에 대해 양호한 추종성능을 가진 응답특성을 보였으며, 시스템의 파라미터 값의 변화, 외란 등, 제어환경의 변화에 대해서도 강인함이 입증되었다.

이 결과로 미루어 보아 제안된 뉴로-퍼지 제어기는 노련한 전문가의 경험이나 어떤 다른 수단에 의해 제어대상에 대한 이상적인 입·출력 데이터 쌍을 잘 선정할 수만 있다면 더욱 유용한 제어가 되리라 생각한다. 그러나, 소속함수의 종류와 수를 자동으로 선택한다든지 규칙의 수를 학습하여 최적으로 정하는 등의 문제가 향후의 과제로 남아 있다. 그리고 제어문제에 있어서 퍼지제어와 신경회로망의 융합 기법과 응용에 대한 지속적인 연구가 기대된다.

### -참 고 문 헌-

- 1) M. Drouin, H. H. Kandil and M. Mariton, "Control of Complex System", Plenum Press, 1991
- 2) R. E. Skelton, "Dynamic Systems Control", John Wiley & Sons, 1988
- 3) G. G. Jin, "Intelligent Fuzzy Logic Control of Processes with Time Delays", Ph.D. Thesis, University of Wales Cardiff, United Kingdom, 1995
- 4) Y. Dote, "Fuzzy and Neural Network Controller", Proc. of IECON'90, Vol.2, pp.1315-1343, 1990
- 5) S. Horikawa, T. Furuhasi, S. Okuma and Y. Uchikawa, "Composition Methods of Fuzzy Neural Networks", Proc. of IECON'90, Vol.2, pp.1253-1258, 1990
- 6) M. Sugeno and G. T. Kang, "Structure Identification of Fuzzy Model", Fuzzy Sets and Systems, Vol.28, pp.15-33, 1988
- 7) T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control", IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, Vol.15, pp.116-132, 1985
- 8) J. S. R. Jang, "Fuzzy Modeling Using Generalized Neural Networks and Kalman Filter Algorithm", Proc.9th Nat. Conf.on Artif. Intell.(AAAI-91), pp.762-767, July 1991
- 9) T. C. Hsia, "System Identification: Least-Squares Methods", New York: Heath, 1977
- 10) L. Ljung, "System Identification: Theory for the User", Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1987