

- 20) 金京根, 金鎔模, 各種 이젝터의 國産化 開發과 産業用 에너지 節約 시스템의 응용, 熱流體 機資材展示會 講演資料 (1987)
- 21) 金京根, 小型 콤팩트한 廢熱利用式 造水器 開發, 科學技術處 特定 研究開發報告書, 160 ~ 4836 (1987)
- 22) 一色尙次, 廢熱利用 시스템의 實務便覽 富士技術システム社 (1984)
- 23) 金京根, 이젝터를 利用한 眞空펌프 / 空氣壓縮器 兼用시스템의 開發 科學技術處 特定研究開發 研究計劃書 提出中 (1988)
- 24) 紋り機構による 流量測定方法, JIS Z-8762 (1987)
- 25) JSME Data Book (Heat Transfer), 4th Edition, Marusen Book Co. (1986)
- 26) 金京根, 氣液二相流, 太和出版社 (1986)
- 27) O.Baker, Simultaneous Flow of Gas and Oil, Oil Gas J., p.53 (1954)
- 28) J.M.Mandhane, G.A.Gregory & K.Aziz, A Flow pattern map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes, Int.J.Multiphase Flow, 1-4, p.537-553 (1974)

# 모드解析法에 의한 分枝를 갖는 推進軸系의 合成비틀림振動計算에 關한 研究

A Study on the Calculation of Synthesized Torsional Vibration for Branched  
propulsion Shafting System by the Modal Analysis Method

玉 裕 寬



〈目 次〉

Abstract

記號說明

1. 序 論

2. 基礎理論

2.1 增減速回轉軸系의 等價振動系

2.2 多基一軸系의 多自由度强制減衰振動

3. 모드解析法에 의한 分枝軸系振動計算

4. 電算프로그램

5. 實際軸系의 計算과 計測結果의 比較檢討

5.1 計算모델 및 入力資料

5.2 振動計算結果

5.3 實測結果와 計算結果와의 比較檢討

6. 結 論

參考文獻

ABSTRACT

With the trend towards ship's economical operation by saving initial installation costs and maintenance expenses and also lowering high energy consumption, the multi-branched shafting systems with shaft driving generators or hydraulic power packages are widely adopted to utilize the power of main engine under the sea going condition.

In addition, the vessel which equips with multi-engines coupled with one shafting system to get higher output has frequently been built in the yard.

However such a branched shafting system has a very intricate vibrating system and also its analyzing method is very different from the ordinary method for the simple straight system.

In this paper, the equation of forced torsional vibration with damping for the multi-engines coupled with one shafting system is derived and its vibrating characteristics are investigated by modal analysis method.

A computer program is developed to get responses of the forced vibration with damping and the results are synthesized to get resultant responses. The calculated results are compared with those of measured ones for an actual ship and they show a good agreements.

## 記 號 說 明

- $A_r$  : r 番階 起振力벡터項의  $\cos$  成分係數合  
 $J_{no1}$  : 分枝共有點에서의 質量慣性 모멘트
- $B_r$  : r 番階 起振力벡터項의  $\sin$  成分係數合  
 $K$  : 비틀림剛性係數  
 $K_e$  : 等價비틀림剛性係數
- $C, C'$  : 相對 및 絶對減衰係數  
 $K_r, K_g$  : 基準軸 및 分枝軸의 비틀림剛性係數
- $C_a, C_{co}$  : 發電機 및 彈性커플링 減衰係數  
 $K_{co}$  : 커플링要素의 動的비틀림스프링 定數
- $C_e, C_h, C_p$  : 機關, 히스테리시스 및 프로펠러減衰係數  
 $m_i$  : 分枝軸의 數
- $D_r$  :  $A_r$  및  $B_r$  의 合成值  
 $N$  : 分當回轉數
- $F$  : 傳達力  
 $N_r, N_g$  : 基準軸 및 分枝軸의 回轉 速度
- $f_i$  : i 次의 起振力하모닉스 係數  
 $N_a$  : 發電機軸의 回轉速度
- $I$  : 機關型에 對한 機關減衰補正係數  
 $n$  : 齒數比
- $J_e$  : 質量慣性모멘트  
 $n_a, n_b, n_c$  : 各分枝軸의 質點數
- $J$  : 等價質量慣性모멘트  
 $Q_r$  : 一般座標系에서의 振動振幅
- $J_r, J_g$  : 基準軸 및 分枝軸의 質量慣性모멘트  
 $R_r, R_g$  : Gearwheel 및 Pinion 의 피치圓半徑
- $T_a$  : 發電機軸의 負荷토크

모드解析法에 의한 分枝를 갖는 推進軸系의 合成 비틀림振動計算에 關한 研究

- $T_r, T_g$  : 基準軸 및 分枝軸의 토 오일  
 $T_p$  : 프로펠러의 토오일  
 $U_e, U_g$  : 等價軸 및 分枝軸의 變形에너지  
 $V_e, V_g$  : 等價軸 및 分枝軸의 運動에너지  
 $\omega, \omega_i$  : 固有角振動數 및 起振力 角振動數  
 $\omega_r$  : r 次의 固有角振動數  
 $\omega_p$  : 프로펠러軸의 角速度  
 $\Omega_r, \Omega_g$  : 基準軸 및 分枝軸의 角速度  
 $[C]$  : 減衰係數매트릭스  
 $[\bar{C}]$  :  $[C]$ 의 對角매트릭스  
 $[J]$  : 質量慣性모멘트매트릭스  
 $[m]$  :  $[J]$ 의 對角매트릭스
- $\{q\}$  : 振動振幅의 一般座標벡터  
 $\{\theta\}$  : 비틀림振幅벡터  
 $[V]$  : 振動型매트릭스  
 $[V]^T$  :  $[V]$ 의 轉置매트릭스  
 $\alpha_k$  : k 番째 실린더의 基準실린더에 對한 着火位相角  
 $\alpha_b, \alpha_c$  : 機關減衰의 補正係數  
 $\alpha_a, \alpha_p$  : 發電機 및 프로펠러減衰 補正係數  
 $\beta_i$  : 基準次數의 하모닉스에 對한 i 次 起振力 位相角  
 $\varepsilon$  : 減衰係數比  
 $\theta_r, \theta_g$  : 基準軸 및 分枝軸의 振動 振幅  
 $\theta_{not}$  : 分枝共有點에서의 質點角變位  
 $\nu$  : 彈性커플링 損失係數

## 1. 序 論

두 차례의 油類波動以後 初期投資, 運航에너지 및 人力節減을 通해서 船舶을 經濟的으로 運航하려는 趨勢에 따라 推進軸系에 있어서는 主機關의 推進에너지의 一部를 PTO(Power Take-off)기어를 通해 軸驅動發電機, 또는 油壓動力裝置(Hydraulic power Package)를 直接 驅動시키는데 使用하고 있으며 主機의 境遇에는 減速齒車나 彈性커플링을 利用하여 二臺 以上の 低速大形高出力디젤機關을 結合하여 推進效率增大 및 大出力을 얻을 수 있는 船舶이 頻繁하게 建造되고 있다.

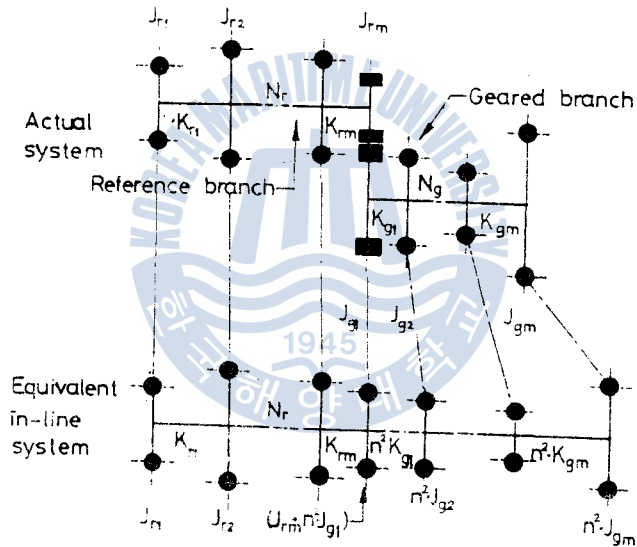
그러나 이러한 推進軸系는 單一推進軸系에 比해 훨씬 複雜한 振動系를 形成하고 있을 뿐만 아니라, 減速齒車의 채터링(Chattering), 低質油使用에 따른 着火失敗로 인한 急激한 토크變動등 從來의 單一推進軸系裝置에 對한 振動解析法과는 다른 解析法에 의해 다루어야 하는 어려움이 있다.

本 論文에서는 二基一軸式 分枝軸系裝置의 強制비틀림振動과 合成振動을 모드解析法에 의해 理論的으로 解析하고 이 解析의 內容을 바탕으로 數值計算이 可能的한 電算프로그램을 開發하였다. 開發된 電算프로그램의 信賴性を 確認하기 爲하여 實船의 現場實測結果와 計算結果를 比較檢討하였다.

## 2. 基礎理論

### 2.1 增減速回轉軸系의 等價振動系

增減速齒車를 갖는 分枝軸系는 複雜한 系로 이루어져 있고 서로 다른 速度로 回轉하는 分枝軸이 存在하므로, 基準回轉速度(一般적으로 機關回轉速度를 擇하는 것이 便理하다)에 對해 系全體를 動力學的으로 等價가 되는 等價系로 換算하여 다룬다.



- $J_r$  : Moment of inertia of mass on reference shaft
- $J_x$  : Moment of inertia of mass on branched shaft
- $K_r$  : Torsional stiffness on reference shaft
- $K_x$  : Torsional stiffness on branched shaft
- $N_r$  : RRM of reference shaft,  $N_x$  : RPM of branched shaft

Fig.1. The branched system rotating with different speed.

增減速齒車部의 角變位, 角速度 및 回轉數의 關係로부터

$$T_r = R_r F, \quad T_x = R_x F$$

여기서  $T_r$  : 基準軸의 토크(Kg·cm),  $T_g$  : 分枝軸의 토크(Kg·cm)

$R_r$  : Gearwheel의 피치圓半徑,  $R_g$  : Pinion의 피치圓半徑

$F$  : 傳達力(Kg)

맞물린 齒車에 같은 힘이 作用하므로 다음의 結果를 얻게 된다.

$$T_r / T_g = R_r / R_g = \theta_g / \theta_r = \Omega_g / \Omega_r = N_g / N_r = n \cdots \cdots (1)$$

여기서  $\theta_r$  : 基準軸의 振動振幅,  $\theta_g$  : 分枝軸의 振動振幅

$\Omega_r$  : 基準軸의 角速度,  $\Omega_g$  : 分枝軸의 角速度

$n$  : 齒數比

分枝軸의 비틀림剛性係數( $K_g$ ) 및 等價비틀림剛性係數( $K_e$ )에 對한 變形에너지는

$$U_g = 1/2 (K_g \theta_g^2) \cdots \cdots (2)$$

$$U_e = 1/2 (K_e \theta_e^2) \cdots \cdots (3)$$

式(2), (3) 및 式(1)로부터 等價비틀림剛性係數가 求해진다.

$$K_e = K_g (\theta_g / \theta_e)^2 = K_g (N_g / N_r)^2 = K_g n^2$$

質量慣性모멘트( $J_g$ ) 및 等價質量慣性모멘트( $J_e$ )에 對한 運動에너지는

$$V_g = 1/2 (J_g \Omega_g^2) \cdots \cdots (4)$$

$$V_e = 1/2 (J_e \Omega_e^2) \cdots \cdots (5)$$

式(4), (5) 및 式(1)로부터 等價質量慣性모멘트가 求해진다.

$$J_e = J_g (\Omega_g / \Omega_e)^2 = J_g n^2$$

以上の 結果를 要約하여 Table 1에 나타내었다.



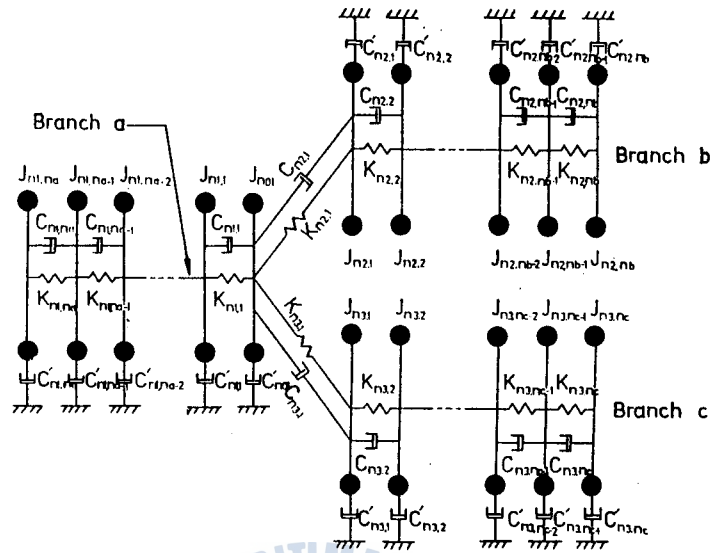
Table 1. Equivalent quantities of branched system

Quantity	Reference branch actual value	Geared branch	
		Actual value	Value referred to rpm of reference branch
R. P. M.	$N_r$	$N_g$	$N_g/n$
Order number	$i_r$	$i_g$	$n i_g$
Moment of inertia	$J_r$	$J_g$	$n^2 J_g$
Torsional stiffness	$K_r$	$K_g$	$n^2 K_g$
Torgue	$T_r$	$T_g$	$n T_g$
Damping coefficent	$C_r$	$C_g$	$n^2 C_g$
Amplitude	$\theta_r$	$\theta_g$	$\theta_g/n$

2.2 多基一軸系의 多自由度强制減衰비틀림振動方程式

2.2.1 二基一軸系의 强制減衰비틀림振動方程式

Fig. 2 에 나타난 바와 같이 3 개의 分枝는 各各  $n_a, n_b, n_c$  개의 質點으로 이루어져 있으며 이들 分枝系에 對한 振動方程式은 다음과 같이 區分하여 쓸수 있다.



J : Moment of inertia , C : Relative damping  
 C' : Absolute damping , K : Torsional stiffness

Fig. 2 The multi - branched shafting system

1) 分枝共有點에서의 式

$$J_{no1} \ddot{\theta}_{no1} + \sum_{k=1}^{m_i} K_{nk,1} (\theta_{no1} - \theta_{nk,1}) + C'_{no1} \dot{\theta}_{no1} + \sum_{k=1}^{m_i} C_{nk,1} (\dot{\theta}_{no1} - \dot{\theta}_{nk,1}) = f_{no1} \dots \dots \dots (6)$$

여기서  $m_i$  : 分枝數

$\theta_{no1}$  : 分枝共有點에서의 振幅

2) 各分枝에서의 一般式

$$J_{ni,j} \ddot{\theta}_{ni,j} + K_{ni,1} (\theta_{ni,1} - \theta_{no1}) + K_{ni,j+1} (\theta_{ni,j} - \theta_{ni,j+1}) + C_{ni,1} (\dot{\theta}_{ni,1} - \dot{\theta}_{no1}) + C_{ni,j+1} (\dot{\theta}_{ni,j} - \dot{\theta}_{ni,j+1}) + C'_{ni,1} \dot{\theta}_{ni,j} = f_{ni,j}(t) \dots \dots \dots (7)$$

모드解析法에 의한 分枝法 및는 推進軸系의 合成 비틀림振動計算에 關한 研究

여기서  $n_i$  : 分枝番號를 나타내는 添字

$j$  :  $i$  番 分枝의  $j$  番째 質點에 對한 添字

式(6)과 式(7)等으로 表示되는 모든 式을 모아서 매트릭스形式으로 表示하면 다음과 같다.

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [C]\{\dot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = \{f(t)\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

단, 여기서  $[J]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  는 各各 質量慣性모멘트, 減衰係數 매트릭스 및 비틀림剛性係數 매트릭스이며  $n$  自由度에 對해  $n$  次的 正力 매트릭스가 된다.  $\{\dot{\theta}\}$  와  $\{\ddot{\theta}\}$  는 時間  $t$  에 關한 1次, 2次 導函數 벡터이며  $\{f(t)\}$  는 Fourier 級數로 表示 가능한 任意的 起振力 벡터이다.

### 2-2-2 質量慣性 모멘트 매트릭스

質量慣性 모멘트 매트릭스는 主對角線 상에 만 값을 갖는 對角 매트릭스이다. 이질 質量慣性 모멘트 中의 最 大인 問題가 되는 要素는 프로펠러의 附加水 質量慣性 모멘트이며 이를 附加水 效果를 理論적으로 計算할 수 있는 式을 Schuster, Schwanecke 및 Thomsen 등이 發表하였다. 實際 프로펠러의 附加水 效果를 위의 式으로 計算한 結果에 따르면 鋼管黃銅材料에 對해서는 大略 20 ~ 30%, 니켈 알루미늄 合金 材料는 30 ~ 35% 範圍內에 있다.

한편 推進效率向上을 爲해 하이즈프로펠러를 使用하는 境遇가 있는데 이때는 大略 40 ~ 60%의 附加水 質量을 考慮하여 計算한다.

## 2.2.3 減衰係數 매트릭스

推進軸系 비틀림振動計算에 있어서 가장 不確實한 要素는 減衰이며, 피스톤과 라이너의 摩擦抵抗, 潤滑作用 等 定量的 把握이 거의 不可能한 많은 因子를 包含하기 때문에 速度比例形減衰와 隣接質點의 變位에 比例하는 變位比例形減衰로 크게 區分한다.

여기서 速度比例形減衰는 機關, 프로펠러, 댐퍼 및 發電機 等이며 變位比例形減衰는 軸히스테리시스, 彈性커플링 等이다.

## 1) 機關減衰

機關減衰는 크랭크軸, 피스톤 및 크로스헤드의 摩擦抵抗, 軸베어링의 衝擊損失 等에 의해서 發生하며 이들에 對해서 B. I. C. E. R. A, Carter, Ker Wilson,



여기서  $n_i$  : 分枝番號를 나타내는 添字

$j$  :  $i$  番 分枝의  $j$  番째 質點에 對한 添字

式(6)과 式(7)等으로 表示되는 모든 式을 모아서 매트릭스形式으로 表示하면 다음과 같다.

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [C]\{\dot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = \{f(t)\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

단, 여기서  $[J]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  는 各各 質量慣性모멘트, 減衰係數 매트릭스 및 비틀림剛性係數 매트릭스이며  $n$  自由度에 對해  $n$  次의 正力 매트릭스가 된다.  $\{\dot{\theta}\}$  와  $\{\ddot{\theta}\}$  는 時間  $t$  에 關한 1 次, 2 次 導函數 벡터이며  $\{f(t)\}$  는 Fourier 級數로 表示 가능한 任意的 起振力 벡터이다.

### 2.2.2 質量慣性모멘트 매트릭스

質量慣性모멘트 매트릭스는 主對角線 上에 만 값을 갖는 對角 매트릭스이다. 이는 質量慣性모멘트 中의 附加水 問題가 되는 要素는 프로펠러의 附加水 質量慣性모멘트이며 이를 附加水 效果를 理論적으로 計算할 수 있는 式을 Schuster, Schwanecke 및 Thomsen 등이 發表하였다. 實際 프로펠러의 附加水 效果를 위의 式으로 計算한 結果에 따르면 黃銅材料에 對해서는 大略 20 ~ 30%, 니켈 알루미늄의 材料는 30 ~ 35% 範圍內에 있다.

한편 推進效率 向上을 爲해 하이 스프로켈 리븐 使用하는 境遇가 있는데 이때는 大略 40 ~ 60%의 附加水 質量을 考慮하여 計算한다.

## 2·2·3 減衰係數 매트릭스

推進軸系 비틀림振動計算에 있어서 가장 不確實한 要素는 減衰이며, 피스톤과 라이너의 摩擦抵抗, 潤滑作用 等 定量的 把握이 거의 不可能한 많은 因子를 包含하기 때문에 速度比例形減衰와 隣接質點의 變位에 比例하는 變位比例形減衰로 크게 區分한다.

여기서 速度比例形減衰는 機關, 프로펠러, 댐퍼 및 發電機 等이며 變位比例形減衰는 軸히스테리시스, 彈性커플링 等이다.

## 1) 機關減衰

機關減衰는 크랭크軸, 피스톤 및 크로스헤드의 摩擦抵抗, 軸베어링의 衝擊損失 等에 의해서 發生하며 이들에 對해서 B.I.C.E.R.A, Carter, Ker Wilson, Draminsky 및 Archer 等에 의해 理論式과 實驗式이 發表되었다.

그 中의 몇가지 式을 例示하면 다음과 같다.

## ① B. I. C. E. R. A의 公式

$$C_e = \alpha_b \omega I J_e \dots\dots\dots (9)$$

여기서  $\omega$  : 固有角振動數 (rad/sec),  $\alpha_b$  : 定數 (0.01 ~ 0.04)

$I$  : 定數 (直列機關  $I = 1$ , V型機關  $I = 2$ )

$J_e$  : 等價質量慣性모멘트 ( $\text{Kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^2$ )

## ② Carter의 公式

$$C_e = \alpha_c I J_e^{0.3} \dots\dots\dots (10)$$

여기서  $\alpha_c$  : 定數 (13 ~ 34),  $J_e$  : 等價質量慣性모멘트 ( $\text{Kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^2$ )

모드解析法에 의한 分枝를 갖는 推進軸系의 合成 비틀림振動計算에 關한 研究

I : 定數 (直列機關 I = 1, V型機關 I = 2)

本 論文에서는  $C_e = 2\epsilon J\omega$  를 利用하였다.

여기서 J : 質量慣性모멘트 (Kg·cm·sec<sup>2</sup>)

$\omega$  : 固有角振動數 (rad/sec),  $\epsilon$  : 減衰係數比 (0.013 ~ 0.030)

## 2) 軸히스테리시스減衰

軸材料가 彈性限度內的 應力을 받아서 變形할 때 變形의 大部分은 軸에 變形에너지의 形態로서 貯蓄되나 그중의 一部分의 分子 摩擦에 의하여 消散되며 이것이 軸히스테리시스減衰이다. 應力의 작은 境遇에는 無視할 수 있으나 應力振幅이 增加하면 히스테리시스 루프의 面積이 增大하여 損失이 增大한다. 이를 等價點性減衰의 形式으로 變形하여 表示하면 다음 式과 같이 된다.

$$C_h = 0.1878441 \times 10^{-2} K/\omega \quad (11)$$

여기서 K : 비틀림剛性係數 (Kg·cm/rad),  $\omega$  : 角振動數 (rad/sec)

## 3) 프로펠러減衰

프로펠러減衰係數는 프로펠러의 瞬間回轉速度에 對한 토오크變動으로 보고 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_p &= \alpha'_p \left( dT_p / d\omega_p \right) = \alpha'_p \lambda \left( T_p / \omega_p \right) = (60/2\pi) \alpha'_p \lambda \left( T_p / N \right) \\ &= \alpha_p \left( T_p / N \right) \quad \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

여기서  $\alpha'_p, \lambda$  : 係數,  $\omega_p$  : 프로펠러軸 角速度 (rad/sec)

$\alpha_p$  : 定數 (28.5 ~ 38),  $N$  : 每分當 回轉數 (rpm)

$T$  : 프로펠러의 토크 (Kg·cm)

#### 4) 發電機減衰

交流發電機에 의한 減衰는 無視하고 直流發電機에 對해서는 다음  
의 式으로 減衰係數를 求한다.

$$C_a = \alpha_a T_a / N_a \dots\dots\dots (13)$$

여기서  $\alpha_a$  : 係數 (124 ~ 135),  $N_a$  : 發電機軸의 回轉速度 (rpm)

$T_a$  : 發電機軸의 負荷토크 (Kg·cm)

#### 5) 彈性커플링減衰

彈性커플링의 減衰作用은 커플링要素의 히스테리시스作用에 의한 것  
이므로 다음 式을 利用한다.

$$C_{c0} = K_{c0} \nu / (2\pi\omega) \dots\dots\dots (14)$$

여기서  $K_{c0}$  : 커플링要素의 動的비틀림스프링定數

$\nu$  : 損失係數 (0.1 ~ 1.5),  $\omega$  : 角振動數 (rad/sec)

#### 2.2.4 剛性係數매트릭스

크랭크軸의 비틀림剛性係數計算에 對하여 많은 經驗式 및 實驗式이 Gei-  
ger, Ker Wilson 等に 의해서 發表되었으며 理論式도 多數 發表되었다.  
비틀림剛性係數는 各機關製作會社의 獨自的인 經驗式이 提示되기도  
하며 計算의 便宜上 適切히 選擇하여 使用하며 一般的으로 影響係  
數로부터 求한다.



모수解析法에 의한 分枝를 갖는 推進軸系의 合成 비틀림振動計算에 關한 研究

### 2-2-5 起振모오크벡터

起振모오크는 실린더內 가스壓力 및 往復質量慣性力에 의한 機關 모오크變動과 프로펠러의 모오크變動으로 大別한다. 一般的으로 가스壓力의 指點線圖로부터 相應 모오크線圖를 調和分析하여 接線力하모 오크값을 求하며 이를 該會社에 提示한다.

同一軸系를 갖는 分枝軸系에 있어서 同型機關(機關型式, 出力, 回轉速度 等이 同一)의 減速齒車로 連結된 境遇에는 左右機關의 爆發順序에 따라 位相을 考慮하여 右프로펠러 計算의 便宜을 爲해 左右機關中 基準機關을 擇하고, 나머지 機關의 基準機關에 對한 爆發間隔을  $0^{\circ} \sim 180^{\circ}$  까지 考慮한다.

프로펠러의 起振모오크는 프로펠러에 流入하는 水流와 프로펠러의 相互干涉에 의하여 發生하며 그 크기는 프로펠러의 平均推進모오크에 對한 比率로 表示하여 利用한다. 該의 計算 하모닉스成分의 翼數次(1, 2, 3)의 2倍, 3倍次數成分이 主로 그의 培數次에서 1배 弱하다. 現在 一般的으로 利用하고 있는 翼數倍數次的 起振모오크의 平均值(對한 起振모오크)을 Table 2에 示한다.

Table 2 翼數倍數次的 起振모오크(對한 平均모오크)에 對한 起振모오크率(%)

位數, 翼數次	1 翼 프로펠러	2 翼 프로펠러	3 翼 프로펠러
1× 翼數次	7.5	1.1	4.3
2× 翼數次	2.1	1.4	0.8
3× 翼數次	0.7	0.3	0.3

## 3. 모드解析法에 의한 分枝軸系 振動計算

式(8)에서 減衰項과 起振力項을 除去하면

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = 0 \dots\dots\dots (15)$$

으로 되어 多自由度非減衰振動方程式이 되며 Jacobi 法에 의해 固有振動數와 固有모드를 求할 수 있다.

이들의 各固有振動數에 對한 모드벡터를 모아 n 次의 正方매트릭스를 만들면 振動型매트릭스 [V]가 된다.

모드벡터의 直交性에 의해

$$[V]^T [J] [V] = [m] \dots\dots\dots (16)$$

여기서  $[V]^T$ : [V]의 轉置매트릭스, [m]: [J]의 對角매트릭스  $\theta = \theta_0 \sin \omega t$  라 놓고 이것의 2次導函數를 求한 다음, 式(15)에 代入하여 整理하면 다음과 같이 된다.

$$([K] - \omega^2 [J]) \{\theta_0\} = 0$$

$$[K] = \omega^2 [J] \dots\dots\dots (17)$$

$$[V]^T [K] [V] = \omega^2 [m] \dots\dots\dots (18)$$

이 結果로부터 非減衰自由振動方程式은 n 個의 非聯成振動方程式群으로 分解되며 다음과 같은 座標系에 對하여 n 個의 獨立한 振動方程式群이 된다.

$$\{\theta\} = [V] \{q\} \dots\dots\dots (19)$$

모드解析法에 의한 分枝를 갖는 推進軸系의 合成 비틀림振動計算에 關한 研究

여기서,  $\{q\}$ 는 一般座標벡터이며 이 式에 의해 物理的 座標系 에로의 變換이 可能하다.

式(16), (18) 및 式(19)를 式(8)에 適用하면

$$[m]\{\ddot{q}\} + [\bar{C}]\{\dot{q}\} + \omega^2 [m]\{q\} = [V]^T \{f(t)\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

여기서,  $[\bar{C}] = [V]^T [C] [V]$  로 對角 매트릭스이다.

$$f(t) = f_i \cos(\omega_i t + \alpha_k + \beta_i) \quad \dots\dots\dots (21)$$

여기서  $f_i$  :  $i$  次의 起振力 하모닉스 係數에 의한 起振力

$\alpha_k$  :  $k$  番째 실린더의 基準실린더에 對한 着火位相角

$\beta_i$  : 基準次數의 起振力 하모닉스에 對한  $i$  次 起振力の 位相角

$\omega_i$  :  $i$  次의 起振力 角振動數

式(20)의  $r$  번째 方程式을 살펴보면

$$\begin{aligned} m_r \ddot{q} + \bar{C}_r \dot{q} + \omega_r^2 m_r q &= V_{r1} f_{i1} \cos(\omega_i t + \alpha_1 + \beta_i) + \\ &V_{r2} f_{i2} \cos(\omega_i t + \alpha_2 + \beta_i) + \dots\dots + V_{rn} f_{in} \cos \\ &(\omega_i t + \alpha_n + \beta_i) \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

右邊을 整理하면

$$\begin{aligned} \cos \omega_i t \sum_{k=1}^n V_{rk} f_{ik} \cos(\alpha_k + \beta_i) - \sin \omega_i t \sum_{k=1}^n V_{rk} f_{ik} \sin \\ (\alpha_k + \beta_i) = D_r \cos(\omega_i t + \phi_r) \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

여기서,  $D_r = \sqrt{A_r^2 + B_r^2}$ ,  $\phi_r = \tan^{-1}(A_r/B_r)$

$$A_r = \sum_{k=1}^n V_{rk} f_{ik} \sin(\alpha_k + \beta_i)$$

$$B_r = \sum_{k=1}^n V_{rk} f_{ik} \cos(\alpha_k + \beta_i)$$

式(23)을 式(22)에 代入하여 풀면

$$q = Q_r \sin(\omega_i t + \phi_r - \psi_r)$$

$$Q_r = \frac{D_r}{\sqrt{(\omega_r^2 m_r - m_r \omega_i^2)^2 + (\bar{C}_r \omega_i)^2}}$$

$$\psi_r = \tan^{-1} \left( \frac{\bar{C}_r \omega_i}{\omega_r^2 m_r - m_r \omega_i^2} \right)$$

따라서 任意의 機關回轉數에 對하여 1次부터 必要한 次數까지의 起振力角振動數  $\omega_i$  를 바꾸어 가면서 各質點에 對하여 一般座標系의 振動振幅 및 位相角의 값들을 求한 후 이들의 값을 式(19)에 의 해 本來의 物理的인 값으로 變換한다.

計算된 各 質點의 振幅에 對해 位相을 考慮하여 一次부터 必要한 次數까지 合成한다.



모정解析法에 의한 分枝를 갖는 推進軸系의 合成 비늘링振動計算에 關한 研究

## 4. 電算프로그램

本 프로그램은 FORTRAN 77 에 의해 作成되었으며 計算을 遂行하는데 使用된 電子計算機 機種은 Hewlett Packard 9000 Series 이나.

### 4-1 計算對象

本 프로그램은 二基一軸分枝軸系를 對象으로 作成되었으며 自由度的 數는 4-5 個까지 許容하도록 삼았다. 그 以上の 自由度에 對해서는 Dimension 을 擴張하여야 한다.

### 4-2 入力資料

質量과 剛性を 別途로 計算하도록 하였으며 減衰係數計算은 電算 프로그램內에서 遂行하도록 하였다. 屈曲하모닉스係數는 B&W型 機關의 境遇와 Sulzer 型機關의 境遇에 該當 機關製作會社의 하모닉스係數를 利用할 수 있도록 프로그램을 作成하였다.

### 4-3 平均有效壓력과 機關出力

平均有效壓력은 回轉數의 제곱에, 出力은 回轉數의 3 乘에 比例하는 것으로 보고 모든 計算을 行하였다.

### 4-4 附加應力

各質點間의 附加應力은 隣接質點間의 變位差中에서 最大值에 剛性을 곱하여 計算된 等價軸의 振動보오크를 速度比로 나눔으로써 原

軸의 振動토포크가 計算되며 그 點의 極斷面係數로 나눔으로써 求한다. 計算應力の 範圍는 MCR의 0.2 ~ 1.2 倍의 모든 回轉數에 있어 各軸에 對한 것이다.

## 5. 實際軸系の 計算과 計測結果의 比較檢討

### 5.1 計算모델 및 入力資料

本 研究에 選定된 計算모델은 大宇造船(株)에서 建造한 128,000 톤 셔틀탱커(Shuttle Tanker)의 推進軸系를 擇하였다.

이 모델은 2臺의 主機, 變速기어裝置, 推進軸 및 프로펠러와 軸發電機로 이루어져 있다. 여기에서 變速기어裝置는 프로펠러와 軸發電機가 適當한 回轉數를 갖도록 變速을 시켜주며 複雜한 여러 形式의 運轉條件을 만들어 내기 爲해 空氣壓으로 制御되는 클러치를 內藏하고 있다. 또한 클러치의 瞬間的인 接續에 의한 衝擊을 緩和시켜 주기爲해 彈性커플링을 갖추고 있으며 詳細한 結合狀態는 Fig.3 과 같다.

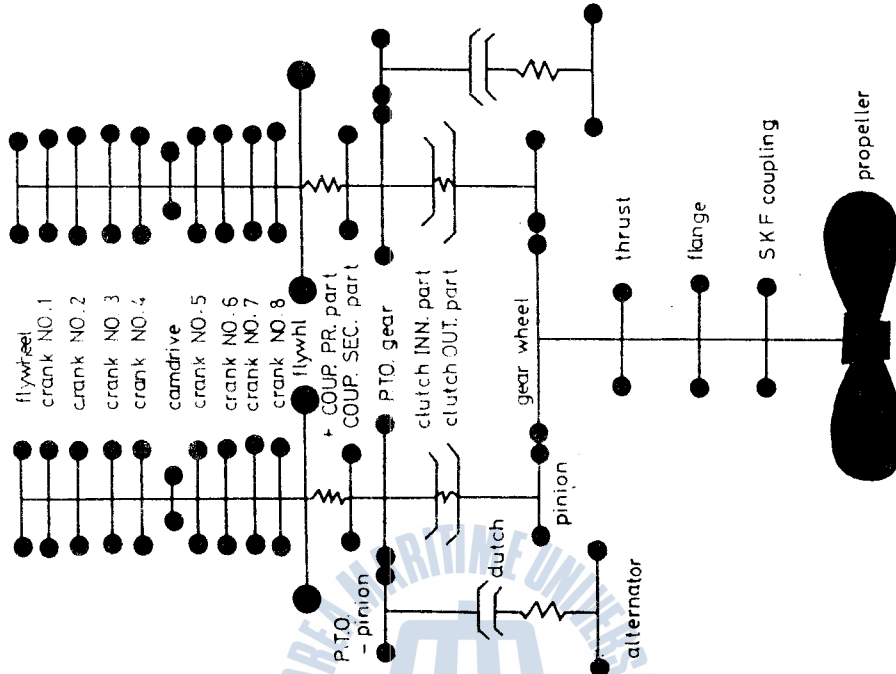


Fig.3 Mass and elastic system of model propulsion shafting

5.1.1 機關 및 軸系

1) Main engine

- Type : 2 × HITACHI B & W 8L55GFCA
- No. of cylinder : 8 EA
- Cylinder bore × Stroke : 550 mm × 1,380 mm
- MCR : 10,500BHP × 155 rpm
- Firing order : 1 - 8 - 3 - 4 - 7 - 2 - 5 - 6
- Reciprocating mass weight : 2,740 Kg

- Conn. ratio : 0.3520

- PMI : 13 bar

2) Reduction gear

- Type : Lohmann & Stolterfoht , Nanilus GUS 2500

- Speed ratio : 1.94 : 1

3) Propeller

- Type : C.P.P.

- No. of blade : 4 EA

- Weight : 5,600 Kg

- Diameter : 5.2 m

4) 其他

- Main flexible coupling : Spiroflex KJ 490 W

- Main clutch : Pneumastar KUG 490

- PTO coupling : Pneumaflex KAD 320 MD

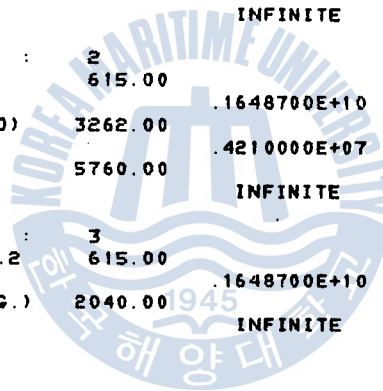
- PTO alternator : ASEA Type GBA 800SL-6



5-1-2 入力資料

MASS NO	MASS DIScription	INERTIA MOMENT (KG SEC2 CM)	STIFFNESS (KG CM/RAD)	FIR. ORDER	DIA. (CM)	SPEED RATIO
*** MAIN BRANCH NO. 1		1				
1	FLYWHEEL	38600.00	9686600E+10	0	55.0	1.0000
2	CRANK NO.1	24863.00	7973700E+10	1	55.0	1.0000
3	CRANK NO.2	24863.00	7905400E+10	1	55.0	1.0000
4	CRANK NO.3	24252.00	7905400E+10	1	55.0	1.0000
5	CRANK NO.4	24252.00	1128440E+11	1	55.0	1.0000
6	CAM DRIVE	8865.00	1193150E+11	0	55.0	1.0000
7	CRANK NO.5	24252.00	7905400E+10	1	55.0	1.0000
8	CRANK NO.6	24252.00	7905400E+10	1	55.0	1.0000
9	CRANK NO.7	24863.00	7973700E+10	1	55.0	1.0000
10	CRANK NO.8	24863.00	9741600E+10	1	55.0	1.0000
11	FLYWHL+COUPL PR	53314.00	2425000E+08	0	.0	1.0000
12	COUPLING SEC.	12411.00	2979500E+10	0	40.0	1.0000
13	PTD - GEAR	15662.00	9619000E+09	0	40.0	1.0000
14	CLUTCH INNER.	7239.00	16593000E+09	0	.0	1.0000
15	CLUTCH OUTER.	56735.00	1123140E+11	0	49.3	1.0000
16	PINION	19231.00	INFINITE	0	0	1.0000
*** MAIN BRANCH NO. 2		2				
17	FLYWHEEL	38600.00	9686600E+10	0	55.0	1.0000
18	CRANK NO.1	24863.00	7973700E+10	1	55.0	1.0000
19	CRANK NO.2	24863.00	7905400E+10	1	55.0	1.0000
20	CRANK NO.3	24252.00	7905400E+10	1	55.0	1.0000
21	CRANK NO.4	24252.00	1128440E+11	1	55.0	1.0000
22	CAM DRIVE	8865.00	1193150E+11	0	55.0	1.0000
23	CRANK NO.5	24252.00	7905400E+10	1	55.0	1.0000
24	CRANK NO.6	24252.00	7905400E+10	1	55.0	1.0000
25	CRANK NO.7	24863.00	7973700E+10	1	55.0	1.0000
26	CRANK NO.8	24863.00	9741600E+10	1	55.0	1.0000

27	FLYWHL+COUPL. PR	53314.00		0		1.0000
28	COUPLING SEC.	12411.00	.2426000E+08	0	.0	1.0000
29	PTO - GEAR	15662.00	.2979500E+10	0	40.0	1.0000
30	CLUTCH INNER.	7239.00	.9619000E+09	0	40.0	1.0000
31	CLUTCH OUTER.	56735.00	.6593000E+09	0	.0	1.0000
32	PINION	19231.00	.1123140E+11	0	49.3	1.0000
			INFINITE	0	.0	1.0000
*** SUB-BRANCH NO. : 1						
33	GEARWHEEL	175671.00		0		.5154
34	THRUST	2441.00	.1841640E+11	0	63.0	.5154
35	FLANGE	4379.00	.1360570E+11	0	63.0	.5154
36	SKF-COUPLING	9120.00	.1651800E+10	0	60.0	.5154
37	PROPELLER	1625845.00	.2388500E+10	0	63.0	.5154
			INFINITE	0	.0	.5154
*** SUB-BRANCH NO. : 2						
38	PTO - PINION	615.00		0		7.7400
39	CLUTCH(ENGAGED)	3262.00	.1648700E+10	0	28.0	7.7400
40	ALTERNATOR	5760.00	.4210000E+07	0	18.0	7.7400
			INFINITE	0	.0	7.7400
*** SUB-BRANCH NO. : 3						
41	PTO-PINION NO.2	615.00		0		7.7400
42	CLUTCH (DISENG.)	2040.00	.1648700E+10	0	28.0	7.7400
			INFINITE	0	.0	7.7400



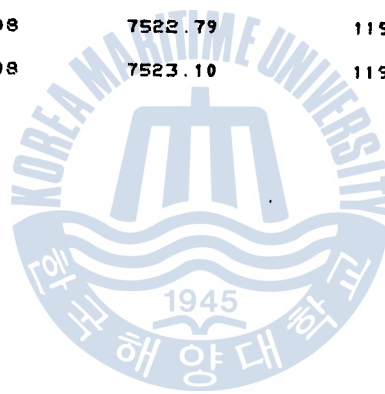
## 5-2 振動計算結果

## 5-2-1 固有振動數

MODE	OMEGA**2	OMEGA (RAD/SEC)	VIB. PER. SEC (HZ)	VIB. PER MIN. (CPM)
1	7497470E+02	8.66	1.36	82.69
2	1079296E+03	10.39	1.65	99.21
3	4493018E+03	21.20	3.37	202.41
4	1138442E+04	33.59	5.35	320.78
5	2543911E+04	50.49	8.04	482.11
6	6726483E+04	82.02	13.05	783.19
7	2231996E+05	149.40	23.78	1426.65
8	2232025E+05	149.40	23.78	1426.66
9	8925973E+05	299.76	47.55	2852.99
10	9484272E+05	307.97	49.01	2940.86
11	9484283E+05	307.97	49.01	2940.86
12	2198262E+06	468.86	74.62	4477.25
13	2198268E+06	468.86	74.62	4477.26
14	2229765E+06	472.20	75.15	4509.22
15	2317534E+06	481.41	76.62	4597.11
16	2480611E+06	498.06	79.27	4756.10
17	2548013E+06	504.78	80.34	4820.28
18	3087143E+06	555.62	88.43	5305.79
19	3965710E+06	629.74	100.23	6013.57
20	3965711E+06	629.74	100.23	6013.57
21	4157688E+06	644.80	102.62	6157.40
22	5884800E+06	767.12	122.09	7325.51
23	5884800E+06	767.12	122.09	7325.51
24	8246191E+06	908.09	144.53	8671.58
25	8246191E+06	908.09	144.53	8671.58
26	9752519E+06	987.55	157.17	9430.40
27	9752519E+06	987.55	157.17	9430.40

## 韓國海洋大學 大學院 論文集 第10輯

28	.1164710E+07	1079.22	171.76	10305.77
29	.1164710E+07	1079.22	171.76	10305.77
30	.1218255E+07	1103.75	175.67	10540.01
31	.1218255E+07	1103.75	175.67	10540.01
32	.1227922E+07	1108.12	176.36	10581.74
33	.1420569E+07	1191.88	189.69	11381.59
34	.2047749E+07	1431.00	227.75	13665.01
35	.2422557E+07	1556.46	247.72	14863.08
36	.2712516E+07	1646.97	262.12	15727.43
37	.3161234E+07	1777.99	282.98	16978.53
38	.3161234E+07	1777.99	282.98	16978.53
39	.1471674E+08	3836.24	610.56	36633.43
40	.5659237E+08	7522.79	1197.29	71837.41
41	.5659702E+08	7523.10	1197.34	71840.36



## 5-2-2 振幅比

MODE NO.	1	2	3	4	5
FREQ. (VIB/MIN)	82.7	99.2	202.4	320.8	482.1
*** MAIN BRANCH NO. :	1				
1 FLYWHEEL	1.0000	-4.2908	.1927	.0829	-.0051
2 CRANK NO. 1	.9997	-4.2890	.1924	.0825	-.0050
3 CRANK NO. 2	.9991	-4.2853	.1917	.0817	-.0049
4 CRANK NO. 3	.9983	-4.2801	.1907	.0807	-.0048
5 CRANK NO. 4	.9972	-4.2735	.1895	.0794	-.0046
6 CAM DRIVE	.9963	-4.2679	.1885	.0783	-.0045
7 CRANK NO. 5	.9954	-4.2623	.1874	.0771	-.0043
8 CRANK NO. 6	.9938	-4.2523	.1856	.0752	-.0040
9 CRANK NO. 7	.9919	-4.2410	.1835	.0730	-.0037
10 CRANK NO. 8	.9899	-4.2283	.1811	.0705	-.0034
11 FLYWHL+COUPL. PR	.9880	-4.2168	.1790	.0683	-.0031
12 COUPLING SEC.	.0739	1.4152	-.8496	-.9904	.1292
13 PTO - GEAR	.0664	1.4614	-.8564	-.9944	.1289
14 CLUTCH INNER.	.0400	1.4944	-.4174	-1.4547	.0907
15 CLUTCH OUTER.	.0015	1.5408	.2251	-2.1082	.0323
16 PINION	-.0008	1.5427	.2623	-2.1346	.0285
*** MAIN BRANCH NO. :	2				
17 FLYWHEEL	-1.0911	-3.7845	-.0813	.3807	.0037
18 CRANK NO. 1	-1.0908	-3.7828	-.0811	.3790	.0037
19 CRANK NO. 2	-1.0901	-3.7796	-.0808	.3756	.0036
20 CRANK NO. 3	-1.0892	-3.7750	-.0804	.3708	.0035
21 CRANK NO. 4	-1.0880	-3.7692	-.0799	.3647	.0034
22 CAM DRIVE	-1.0870	-3.7643	-.0795	.3596	.0033
23 CRANK NO. 5	-1.0860	-3.7593	-.0790	.3545	.0032
24 CRANK NO. 6	-1.0843	-3.7505	-.0782	.3454	.0030
25 CRANK NO. 7	-1.0823	-3.7405	-.0774	.3352	.0028
26 CRANK NO. 8	-1.0800	-3.7293	-.0764	.3240	.0025
27 FLYWHL+COUPL. PR	-1.0780	-3.7192	-.0755	.3138	.0023
28 COUPLING SEC.	-.0806	1.2491	.3582	-4.5505	-.0949
29 PTO - GEAR	-.0725	1.2890	.3611	-4.5687	-.0946
30 CLUTCH INNER.	-.0463	1.3873	.3404	-3.6876	-.0500
31 CLUTCH OUTER	-.0980	1.5290	.3087	-2.3563	.0165
32 PINION	-.0057	1.5365	.3061	-2.2647	.0201
*** SUB-BRANCH NO. :	1				
33 GEARWHEEL	-.0017	.7971	.1564	-1.1143	.0124
34 THRUST	-.0017	.8068	.1963	-1.0150	.0117
35 FLANGE	-.0017	.8197	.2502	-.8803	.0107
36 SKF-COUPLING	-.0019	.9265	.6942	.2319	.0024
37 PROPELLER	-.0020	1.0000	1.0000	1.0000	-.0033
*** SUB-BRANCH NO. :	2				
38 PTO - PINION	.5145	13.3157	-6.6357	-7.6929	.9985
39 CLUTCH(ENGAGED)	.5147	13.3231	-6.6688	-7.6546	1.0000
40 ALTERNATOR	.5735	13.2848	-17.3090	14.0735	-.4020
*** SUB-BRANCH NO. :	3				
41 PTO-PINION NO.2	-.5613	9.9794	2.7957	-35.3811	-.7332
42 CLUTCH (DISENG.)	-.5614	9.9808	2.7972	-35.4305	-.7356

## 5.2.3 合成振動計算結果

```

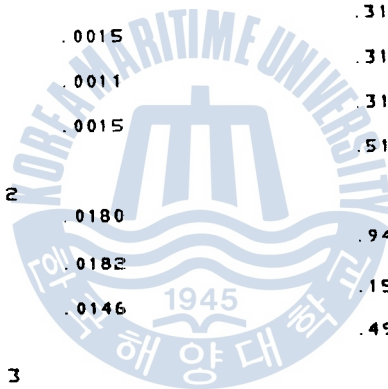
*****
*
* SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS CALCULATION *
*
*****

```

MASS NO.	MASS DESCRIPTION	TORSIONAL AMPLITUDE (DEG.)	PHASE ANGLE (DEG.)	VIBRATORY TORQUE (KG-CM)	TORSIONAL STRESS (KG/CM <sup>2</sup> )
*** MAIN BRANCH NO. : 1					
1	FLYWHEEL	.2132			
2	CRANK NO.1	.1974		.2683994E+07	82.32
3	CRANK NO.2	.1559		.6483943E+07	201.06
4	CRANK NO.3	.1091		.7722088E+07	239.45
5	CRANK NO.4	.0584		.7877561E+07	251.90
6	CAM DRIVE	.0231		.8672957E+07	277.33
7	CRANK NO.5	.0379		.8681081E+07	266.25
8	CRANK NO.6	.0852		.8323860E+07	266.17
9	CRANK NO.7	.1370		.8191148E+07	261.92
10	CRANK NO.8	.1843		.7314703E+07	226.82
11	FLYWHL+COUPL.PR	.2039		.3406483E+07	105.63
12	COUPLING SEC.	.0020		.8688752E+05	.00
13	PTO - GEAR	.0023		.8921854E+05	7.10
14	CLUTCH INNER.	.0023		.2109068E+05	1.68
15	CLUTCH OUTER.	.0031		.2218390E+05	.00
16	PINION	.0031		.1535181E+05	.65
				.3461066E+08	.00
*** MAIN BRANCH NO. : 2					
17	FLYWHEEL	.1808			
18	CRANK NO.1	.1655		.2748137E+07	84.29
19	CRANK NO.2	.1322		.5614757E+07	174.10
20	CRANK NO.3	.0971		.6640599E+07	205.91
21	CRANK NO.4	.0581		.6623404E+07	211.79
22	CAM DRIVE	.0270		.7342195E+07	234.78
23	CRANK NO.5	.0342		.7365609E+07	225.90
				.7329617E+07	234.37

모드解析法에 의한 分枝를 갖는 推進軸系의 合成 비틀림振動計算에 關한 研究

24	CRANK NO. 6	.0802	.7219250E+07	230.85
25	CRANK NO. 7	.1159	.6039470E+07	187.27
26	CRANK NO. 8	.1561	.3511602E+07	108.89
27	FLYWHL+COUPL. PR	.1750	.7767557E+05	.00
28	COUPLING SEC.	.0028	.7898357E+05	6.29
29	PTO - GEAR	.0036	.2082446E+05	1.66
30	CLUTCH INNER	.0033	.2227245E+05	.00
31	CLUTCH OUTER	.0032	.1208954E+05	.51
32	PINION	.0032	.1139462E+05	.00
*** SUB-BRANCH NO. : 1				
33	GEARWHEEL	.0016	.3099632E+05	.63
34	THRUST	.0016	.3106901E+05	.63
35	FLANGE	.0015	.3118362E+05	.74
36	SKF-COUPLING	.0011	.3117263E+05	.63
37	PROPELLER	.0015	.5156431E+07	.00
*** SUB-BRANCH NO. : 2				
38	PTO - PINION	.0180	.9494966E+04	2.20
39	CLUTCH(ENGAGED)	.0182	.1561466E+04	1.36
40	ALTERNATOR	.0146	.4930713E+07	.00
*** SUB-BRANCH NO. : 3				
41	PTO-PINION NO.2	.0283	.7036941E+04	1.63
42	CLUTCH (DISENG.)	.0285		



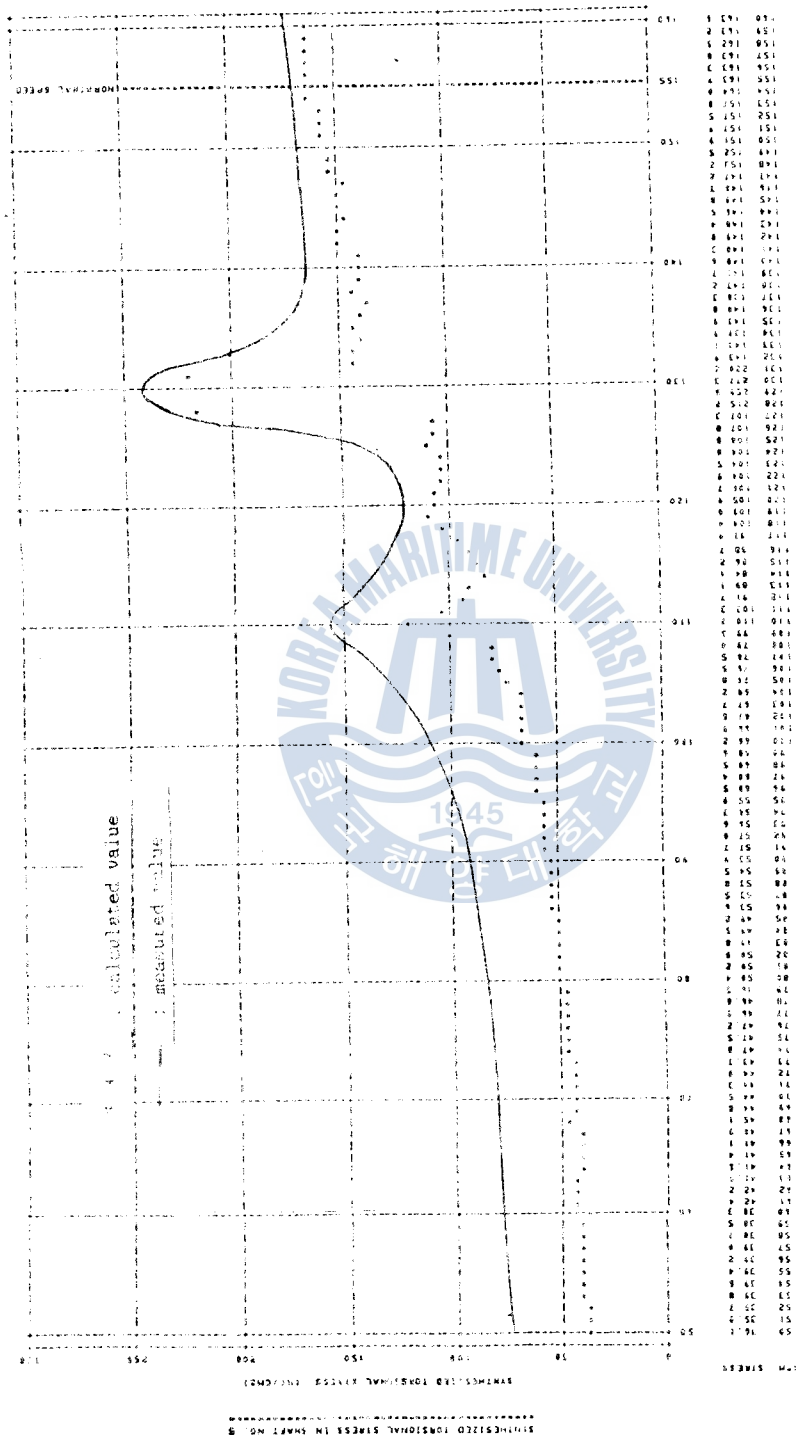
## 5.3 實測結果와 計算結果와의 比較檢討

選定된 모델의 計測이 DnV에 의해 遂行되었으며 스트레인 게이지와 텔레메트릭裝置( Telemetric Equipment )를 利用하여 各要素에서 發生하는 振動토포크를 計測하였다.

Fig. 4에 計算結果와 計測結果를 나타내었다. 이들의 傾向은 一致하고 있으며 共振時의 應力은 거의 一致하고 있다.







## 6. 結 論

모드解析法에 의해 分枝를 갖는 推進軸系의 合成強制비틀림振動解析을 理論적으로 遂行하고, 이의 計算프로그램을 開發하였다. 開發된 電算프로그램의 實用性和 信賴性を 確認하기 爲하여 二機一軸式 推進軸系를 갖는 實船에 對하여 計算을 遂行하고 實測値와 比較한 結果 兩者間에 良好한 一致를 보았다. 이로써 앞으로 分枝軸系를 갖는 船舶의 建造에 있어서 軸系의 初期設計段階에서 振動特性을 解析할 수 있게 되었으며 따라서 信賴性 있는 軸系를 設計할 수 있



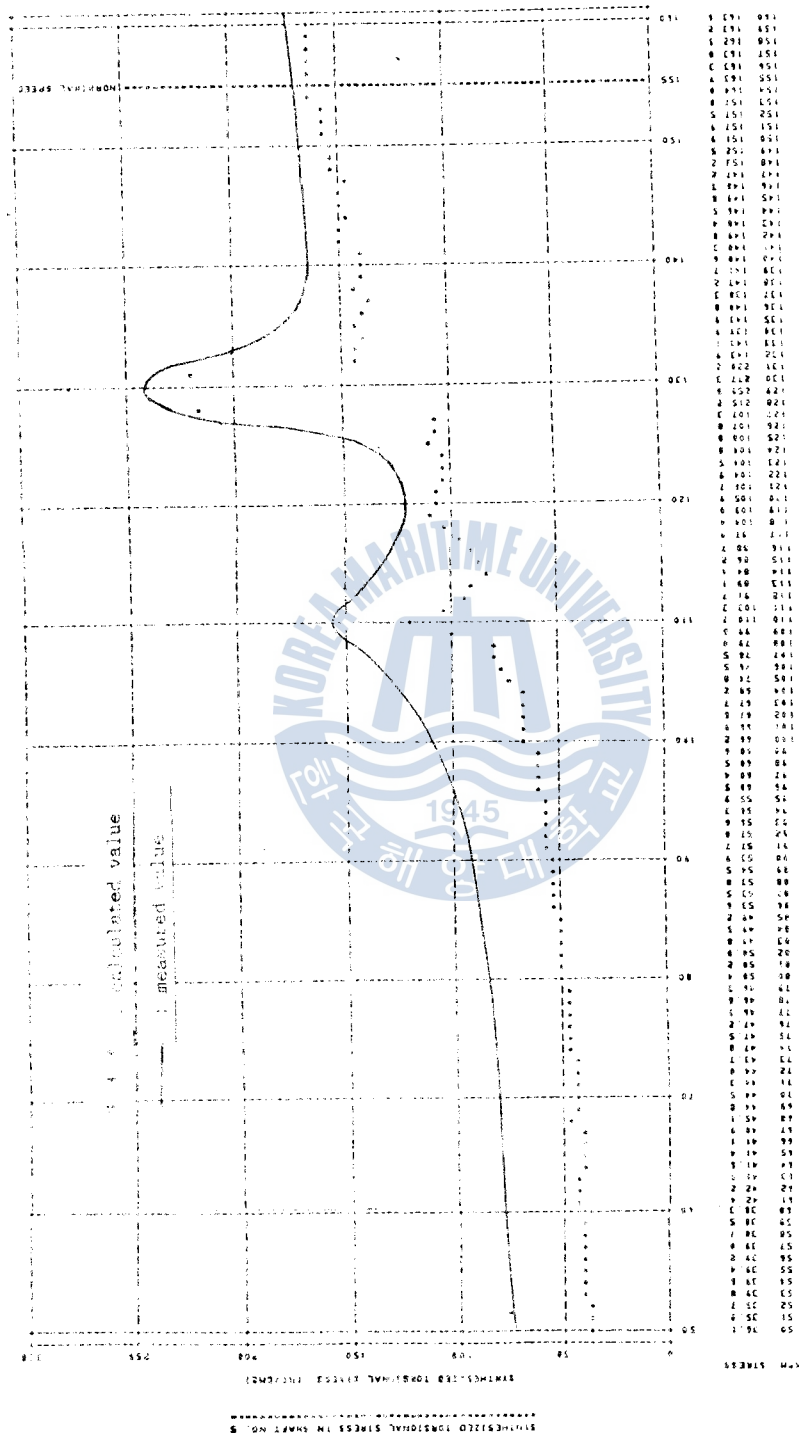


Fig. 4 Synthesized torsional stress in shaft NO. 5  
( crank NO. 4 --- cambrive )

## 6. 結 論

모드解析法에 의해 分枝를 갖는 推進軸系의 合成強制비틀림振動解析을 理論적으로 遂行하고, 이의 計算프로그램을 開發하였다. 開發된 電算프로그램의 實用성과 信賴性を 確認하기 爲하여 二機一軸式 推振軸系를 갖는 實船에 對하여 計算을 遂行하고 實測値와 比較한 結果 兩者間에 良好한 一致를 보았다. 이로써 앞으로 分枝軸系를 갖는 船舶의 建造에 있어서 軸系의 初期設計段階에서 振動特性을 解析할 수 있게 되었으며 따라서 信賴性 있는 軸系를 設計할 수 있게 되었다. 結果적으로 우리나라에 있어서도 經濟的이며 高性能의 船舶建造가 可能하게 됨으로써 國內造船所의 受注能力을 向上시키는 데 많은 도움을 줄 수 있을 것으로 생각된다.

參 考 文 獻

1. Hiojung Jeon, "Theoretical Analysis of the Coupled Torsional - Axial Undamped Vibration of the Marine Diesel Engine Shafting", Japan Ship & Marine Engine Vol.4 No. 5, 1969.
2. BICERA, "A Handbook on Torsional Vibration", Cambridge University Press, 1958
3. Den Hartog J.P., "Mechanical Vibration", 4th Ed., McGraw-Hill Book Co., 1958
4. Ker Wilson, "Practical Solution of Torsional Vibration Problems", Chapman & Hall Ltd., London, Vol. 1 (1956), Vol. 2 (1963), Vol. 3 (1965), Vol. 4 (1968), Vol. 5 (1969)
5. Shan S. Kuo, "Computer Applications of Numerical Method", Addison - Wesley, 1972
6. J. Derek Smith, "Gear and their Vibration", Marcel Dekker, 1983
7. Ahid D. Nashif, "Vibration Damping", John Wiley & Sons, Inc., 1985
8. Singiresu S. Rao, "Mechanical Vibrations", Addison - Wesley, 1986
9. 小山陽一, 高須續, "高彈性接手採用ディーゼル機關のねじり振動特性の考察", 住友重機報 第22卷 第66號, 1974, pp.31-43.
10. 全孝重, "船用디젤機關 推進軸系의 強制減衰비틀림振動에 關한 研究", 第4卷 第2號, 韓國船用機關學會誌, 1980
11. 全孝重, "船舶動力傳達裝置", 太和出版社, 1986

12. 李康福 外 2名, 모오드解析法에 의한 船用디젤機關 推進軸系의 合成비틀림 振動에 관한 研究”, 韓國船用機關學會誌 第9卷 第2號, pp.61-71, 1985
13. 朴容男, 全孝重, “기계적임피던스法에 의한 船用디젤機關 推進軸系의 合成비틀림 振動計算에 관한 研究”, 韓國船用機關學會誌 第10卷 第2號, pp.46-65, 1986

