

몬테카를로法에 의한 輻射傳熱의 數値解析에 關한 研究

金金茂*, 金鎔模**, 金京根***

A Study on the Numerical Analysis of Radiative Heat Transfer by Monte Carlo Method

K.M.Kim, Y.M.Kim, K.K.Kim

Abstract

Radiative heat transfer in dispersed solid system has important application in many technological areas such as boiler and MHD generators using pulverized coal.

But the radiative heat transfer analysis in absorbing, emitting and scattering media has an inherent difficulty in treating the governing inter-differential equations, which are derived from the remote effects radiative heat transfer.

Consequently, in this study, there will be done theoretical analysis by means of Monte Carlo simulation method.

1. 서 론

몬테카를로법은 계의 평균거동을 결정하기 위한 확률론적, 통계적인 시뮬레이션의 방법으로서, 즉 해석하고자 하는 계의 물리적인 법칙을 수학적 함수로 표시하여 그 함수를 난수를 이용하여 수치적으로 시뮬레이션하는 방법이다.^{1,2)} 몬테카를로법에 의해 구해진 결과의 신뢰성은 수학적 모델함수의 도출과 수치적 시뮬레이션의 방법에 의해 좌우되며, 이처럼 결정론적인 문제를 확률론적 수법으로 해석하여 구한 해는 참해의 근

* 한국해기연수원 조교수
** 한국열유체산업 대표
*** 한국해양대학교 교수

사치에 지나지 않게 된다. 따라서 다른 해석수법이 있을 경우에는 몬테카를로법을 이용할 필요가 없지만 해석적 수법의 적용이 어려운 다변수, 다차원 공간의 경우, 특히 흡수, 방사 및 산란하는 매체를 통한 복사전달 문제의^{3),4)} 해결에는 몬테카를로법이 유효하게 된다. 본 연구에서는 벽면으로 둘러싸인 입자층에서의 복사전열을⁵⁾ 몬테카를로법으로 수치 시뮬레이션하였다.

2. 몬테카를로법에 의한 복사전열해석

양자론에 의하면 전자기파는 입자적 성질을 가지고 있으며 파동에 의한 에너지의 이송은 에너지($h\nu$)를 가지는 광자가 광속으로 이동하기 때문에 일어난다고 할 수 있다.⁶⁾ 이러한 물리적 현상으로서의 복사거동은 계내의 전체 광자의 평균거동으로부터 결정된다. 따라서 계내의 각 광자의 거동을 광자의 사출, 산란에 의한 방향변환 및 흡수 등의 기본과정으로 분해하여, 그 기본과정을 확률론적 수학모델로 기술하고, 그 수학모델을 몬테카를로법에 의해 시뮬레이션함으로써 복사전열의 해석이 가능하게 된다.

2.1 열방사성 매체에서의 복사전열특성

2.1.1 복사에너지의 경로거리

한 점 O로부터 x방향으로 사출된 강도 $i(0)$ 의 복사에너지가 열방사성 매체를 통하여 경로거리 S만큼 진행하였을 때의 강도 $i(S)$ 는 Beer의 법칙에 의해 $i(0)\exp(-\beta S)$ 로 된다.⁷⁾ 이것을 몬테카를로법으로 취급하는 경우, 점 O로부터 $i(0)/N$ 의 에너지를 가지는 N개의 에너지 입자가 비행하는 것으로 고려할 수 있다. 이들 에너지 입자는 각각 적당한 거리를 비행한 후에 x축상의 위치(S)에서 각각이 가지는 전에너지를 방출하는 것으로 한다. 이 때 입자가 비행중일 때에는 에너지가 흡수되지 않으며, 입자가 가지는 에너지는 불변인 것으로 한다. 따라서 한 점 O로부터 사출된 복사에너지가 경로거리 S사이에서 흡수될 확률, 즉 누적흡수확률은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$(i(0) - i(S)) / i(0) = 1 - e^{-\beta s} \quad (1)$$

식 (1)의 좌변은 사출된 에너지가 사출점으로부터 거리 S사이에서 흡수될 확률이며, 0에서 1까지의 값을 가지는 것으로서, 난수 RND_s 와 등치되어 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$RND_s = 1 - e^{-\beta s} \quad (2)$$

따라서 매체에서의 에너지 입자의 경로거리 S는 그것이 상각되기 전에 비행하는 거리로서 식(2)에 의

해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S = -\ln(1 - \text{RND}_s) / \beta \quad (3)$$

2.1.2 매체로부터의 사출방향

일반적으로 열방사성 매체로부터의 방사는 등방적이기 때문에 그 방향도 난수를 균등히 나누어서 취하면 된다. 즉, 방위각 θ 방향은 $0 - 2\pi$ 사이에서 균등히 사출되므로 다음과 같이 표시된다.

$$\text{RND}_\theta = \theta / 2\pi \quad (4)$$

그리고 천정각 η 방향에 관하여, 방사가 등방적이라고 하는 것은 구의 단위표면적당을 통과하는 방사에너지가 균등한 것으로서, 전사출에너지중 0에서 η 사이의 각도에 사출되는 에너지의 누적사출확률은 다음과 같이 표시된다.

$$2\pi r^2(1 - \cos\eta) / 4\pi r^2 = (1 - \cos\eta) / 2 \quad (5)$$

이 누적사출확률은 전술의 누적흡수확률과 같은 형태로서, 0에서부터 1사이의 값을 등확률로 취하는 것이며, 이것을 난수 RND_η 로 취환함으로써 각에너지 입자의 사출각도를 구할수 있다.

$$\text{RND}_\eta = (1 - \cos\eta) / 2 \quad (6)$$

따라서 각에너지입자의 사출방향(θ, η)는 2개의 난수 $\text{RND}_\theta, \text{RND}_\eta$ 를 이용하여 다음과 같이 표시된다.

$$\theta = 2\pi\text{RND}_\theta \quad (7)$$

$$\eta = \cos^{-1}(1 - 2\text{RND}_\eta) \quad (8)$$

2.1.3 열방사성 매체에서의 사출점의 위치

벽면요소로부터 사출된 복사에너지는 매체요소와의 계면의 중심으로부터 사출되어도 하등 문제가 없지만 매체요소의 경우, 그 중심점만으로부터 사출되면 그요소로부터 요소외로 나오기 까지의 경로거리에 의해 구한 흡수량의 평균치가 실제의 경우보다 크게 된다. 따라서 요소자체내에서의 흡수비율이 증가하여, 요소간에 교환되는 복사에너지가 감소하게 된다. 이것은 요소의 크기를 크게 할 때 현저하게 되는데, 이것을 방지하기 위하여 각 에너지입자의 사출위치(x_0, y_0, z_0)를 다음과 같이 3개의 난수 $\text{RND}_x, \text{RND}_y$ 및 RND_z 를 이용하여, 요소내에 균등히 분포되게 한다.

$$x_0 = (\text{RND}_x - 0.5) \Delta x + x_c \quad (9)$$

$$y_0 = (\text{RND}_y - 0.5) \Delta y + y_c \quad (10)$$

$$z_0 = (\text{RND}_z - 0.5) \Delta z + z_c \quad (11)$$

여기서, (x_c, y_c, z_c) : 요소의 중심점 좌표

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$: 직방체의 형을 한 요소의 각변의 길이

2.2 벽요소로부터의 사출방향

벽요소로부터의 에너지 입자의 사출위치는 매체요소와의 계면상이며, 매체요소와 같은 형태로 위의 식 (9), (10) 및 (11)을 이용하여 구할 수 있다. 또한, 에너지 입자의 경로거리는 계면으로부터 Lambert의 여현 법칙에⁸⁾ 따르는 것과 같은 각도에서 사출하여, 식(3)과 같이 구할 수 있다. 사출방향에 있어서 방위각, θ 에 관해서는 식 (4)와 마찬가지로 다음과 같다.

$$\text{RND}_\theta = \theta / 2\pi \quad (12)$$

그리고, 천정각, η 에 관하여, 면적 dA 로부터 사출되는 에너지입자중에서 천정각 0에서부터 η 사이의 각도에 들어가는 누적사출확률은 다음과 같다.

$$E_{0\eta} / E = 1 - \cos^2\eta \quad (13)$$

이것을 난수 RND_η 로 취환함으로써 각 에너지 입자의 η 방향의 사출각도는 다음과 같이 표시된다.

$$\text{RND}_\eta = 1 - \cos^2\eta \quad (14)$$

따라서 벽요소로부터 사출되는 각 에너지 입자의 사출방향(θ, η)는 2개의 난수 $\text{RND}_\theta, \text{RND}_\eta$ 를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta = 2\pi \text{RND}_\theta \quad (15)$$

$$\eta = \cos^{-1} \sqrt{1 - \text{RND}_\eta} \quad (16)$$

2.3 각 요소에서의 흡수, 반사 및 산란

매체 또는 벽요소로부터 사출된 에너지입자가 비행거리내에서 벽면과 충돌하는지, 앓는지는 단순히 기하학적으로 고려하여 구할 수 있으며 벽에서의 흡수, 반사 또는 매체에서의 흡수, 산란 등은 다음과 같이 두가지의 경우로 나누어서 고려할 수 있다.

(1) 에너지가 벽면과 충돌할 경우 :

매체 또는 벽요소로부터 사출된 에너지가 어느 매체요소에 흡수되기 전에 벽면과 충돌할 경우, 벽에 입사한 에너지중에서 벽면의 방사율 ϵ_w 만큼의 에너지는 벽에 흡수되며, 그 나머지 $(1-\epsilon_w)$ 의 부분은 반사된다. 따라서 난수 RND_r 을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$RND_r \leq \epsilon_w \quad (17)$$

$$RND_r > \epsilon_w \quad (18)$$

식 (18)의 경우, 식 (15), (16)에 의한 방향으로 반사된다. 그리고 반사점으로부터의 새로운 경로거리는 처음의 경로거리에서 그 에너지가 이미 비행한 거리를 뺀으로써 구할 수 있다.

(2) 에너지가 벽면과 충돌하지 않을 경우 :

에너지가 매체에서 산란되는가 또는 흡수되는가를 결정하기 위해서는 난수 RND_{sc} 를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$RND_{sc} > \omega \quad (19)$$

$$RND_{sc} \leq \omega \quad (20)$$

여기서, ω 는 감쇄계수에 대한 산란계수의 비로서, 알베도(Albedo)라 한다.⁹⁾

식 (19)의 경우, 에너지는 경로거리끝에 있는 매체에 의해 흡수되며, 그 에너지의 추적은 끝난다. 그리고 식 (20)의 경우, 그 에너지는 매체에 의해 산란되는데, 이 때의 산란방향(θ, η)는 매체가 난반사하는 큰 구형 입자인 경우, 그 위상함수에¹⁰⁾ 의해 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\eta}{2} - \frac{3}{8} \sin 2\eta + \frac{\eta \cos 2\eta}{4} - \frac{3\pi}{4} RND_\eta = 0 \quad (21)$$

산란된 에너지의 새로운 경로거리는 식 (3)에 새로운 난수를 대입하여 구한다. 사출된 에너지가 벽 또는 매체에 흡수되는 경우 그 에너지의 추적은 종료되며, 이처럼 임의의 요소로부터 사출된 전에너지가 모두 흡수될 때 까지 추적한다.

2.4 각 요소의 흡수분포비

흡수분포비(Absorption Distribution Ratio, ADR)는 각요소로부터 방사되는 전에너지중에서 다른 각 요소에 흡수되는 비율로서, 사출점 요소의 위치 (i_0, j_0, k_0)와 흡수점 요소의 위치(i_1, j_1, k_1)와의 함수 $ADR((i_0,$

$j_0, k_0)(i_1, j_1, k_1))$ 로 표시된다. 그리고, 이 흡수분포비의 계산과정에 있어서, 임의의 매체요소중에서 사출된 에너지가 그자신의 요소에 흡수되는 비율인 자기흡수율, a_s 를 구할 수 있다. 3차원 모델에 있어서 임의의 요소(i_0, j_0, k_0)로부터 사출된 N 개의 에너지입자중에서 이 요소로부터 밖으로 비행되어 나오기 전에 흡수된 갯수 및 일단 밖으로 나온 에너지입자가 반사, 산란 등으로 방향이 변하여 원래요소로 돌아와 흡수된 갯수의 합계를 N_s 라고 하면, 이 요소의 자기흡수율은 다음과 같다.

$$a_s = N_s/N \tag{22}$$

또한, 다른요소(i_i, j_i, k_i)에 흡수된 갯수를 N_i 라고 하면, 원래요소와 이 요소와의 사이의 흡수분포비의 값은 다음과 같다.

$$ADR((i_0, j_0, k_0)(i_i, j_i, k_i)) = N_i/(N - N_s) \tag{23}$$

흡수분포비는 각 요소와 그것을 제외한 다른 모든 요소와의 사이에 정의된 것이며, 그 수는 전요소의 수를 n 이라고 하면, $n(n - 1)$ 로 된다. 그리고, 1개의 사출요소(i_0, j_0, k_0)에 대한 그 합계는 다음과 같이 1이 된다.

$$1 = \sum_i \sum_m \sum_n ARD((i_0, j_0, k_0)(i_1, j_m, k_n)) \tag{24}$$

각 요소의 흡수분포비는 각 요소로부터 무수한 에너지 입자를 사출하여 Fig.1과 같은 프로차트에 의해 구할 수 있다.

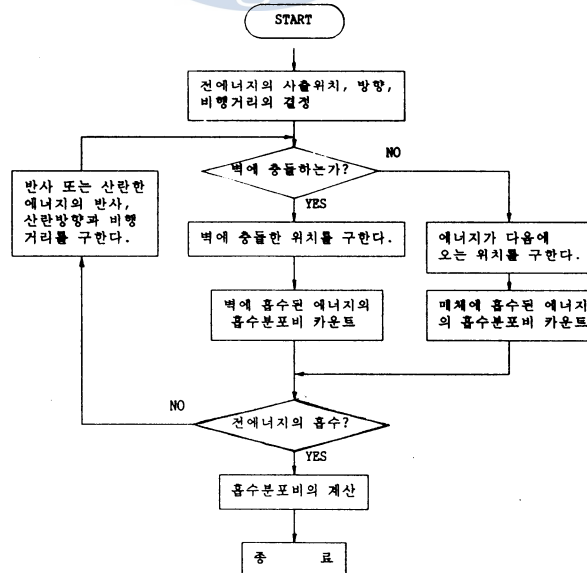


Fig. 1 Flow Chart for Calculation of ADR

2.5 계에서의 에너지 방정식

벽면과 열방사성 매체로 구성된 계의 복사전열해석은 Fig.2와 같이 벽면과 매체를 각각 적당한 수의 요소로 나누어 한 요소에 출입하는 열교환량을 고려함으로써 구할 수 있다.

이 때 매체요소에 있어서의 복사평형은 다음과 같다.

$$Q_{rout} + Q_{fout} = Q_{rin} + Q_{fin} \quad (25)$$

$$Q_{rout} = (1 - a_s)4a\sigma T_m^4 dV \quad (26)$$

여기서, Q_r : 복사전열,

Q_f : 유동에 의한 엔탈피 이송

out : 요소로부터 나오는 에너지,

in : 요소에 들어가는 에너지

그리고, 유동에 의한 엔탈피 이송은 각각 다음과 같다.

$$Q_{fin} = U_{mup}C_pT_{up} \quad (27)$$

$$Q_{fout} = U_mC_pT \quad (28)$$

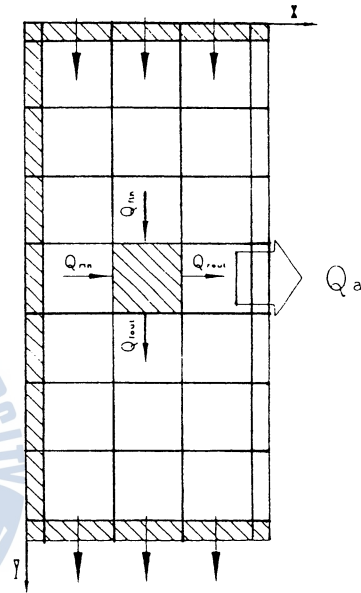


Fig. 2 Radiative Energy Balance in the System

여기서, U_{mup} : 상류층 요소와의 계면에 수직인 질량속도

U_m : 하류층 요소와의 계면에 수직인 질량속도

T_{up} : 상류층 요소의 온도, T : 주목하고 있는 요소의 온도

C_p : 정압비열

또한, 벽요소에 있어서의 복사평형은 다음과 같다.

$$Q_{rout} + Q_a = Q_{rin} \quad (29)$$

$$Q_{rout} = (1 - a_s)\epsilon_w\sigma T_m^4 dA \quad (30)$$

여기서, Q_a : 벽요소의 정미수열량

그리고 한 요소에 흡수되는 복사에너지 Q_{rin} 은 흡수분포비로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q_{rin} = \sum_{wall} ADR Q_{rout} + \sum_{med} ADR Q_{rout} \quad (31)$$

이러한 에너지 방정식으로부터 복사전열을 해석하기 위한 프로차트는 Fig.3과 같다.

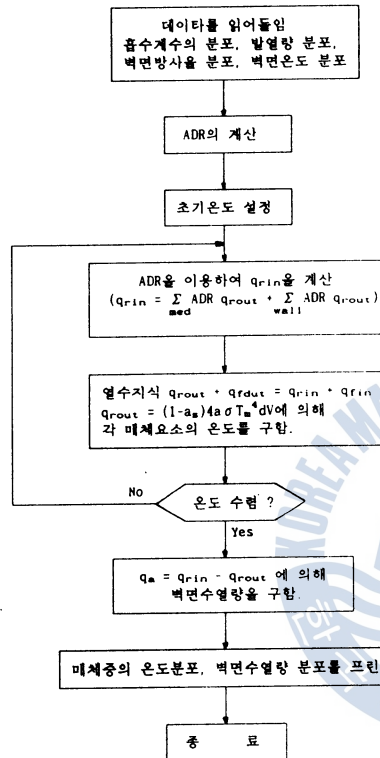


Fig. 3 Flow Chart for Analysis of Radiative Heat transfer

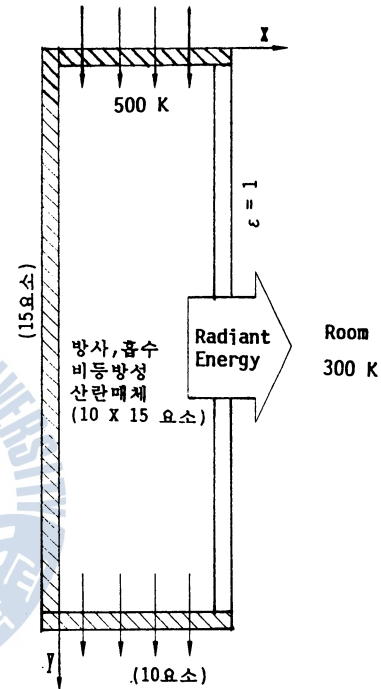


Fig. 4 Two Dimensional Analysis Model

3. 계산기를 이용한 수치 시뮬레이션

Fig. 4는 벽면으로 둘러싸인 입자층에서의 복사전열해석을 위한 2차원적 해석모델로서, 상하부벽 및 좌측벽은 단열된 재복사 표면¹¹⁾이며, 우측벽은 이상흑체($\epsilon=1$)인 방사면이다. 상부벽으로부터 온도 500K인 미소입자가 무수히 분출되어 계내를 진행하는 동안에 우측벽을 통하여 온도 300K인 외부로 복사에너지를 방출한다. 그리고 계내를 진공으로 유지함으로써 대류에 의한 전열은 없는 것으로 한다. 우선 열 방사성 매체에서의 복사전열특성을 고찰하기 위하여 입자의 직경 $300 \mu\text{m}$, 입자의 체적비 0.017로서 감쇠 계수가 85, 입자의 방사율이 0.8인 경우에 대하여 광학두께의 변화에 대한 복사열유속의 변화를 고찰하였

다(Fig.5 참조). 그리고 계내 각 점의 온도분포 및 매체의 방사율의 변화에 대한 복사열유속의 변화를 고찰하여 다음과 같은 결론을 알 수 있었다.(Fig.6, 7 참조)

- (1) 열방사성 매체에서의 복사열유속은 계의 감쇠계수, 광학두께 및 매체를 통한 전열면적의 크기에 따라 영향을 받는다.
- (2) 계내 매체의 방사율이 증가할수록 복사열유속증가의 기울기가 완만해 진다.
- (3) 방사면에서의 액적 진행방향으로의 온도분포는 지수적으로 감소한다.

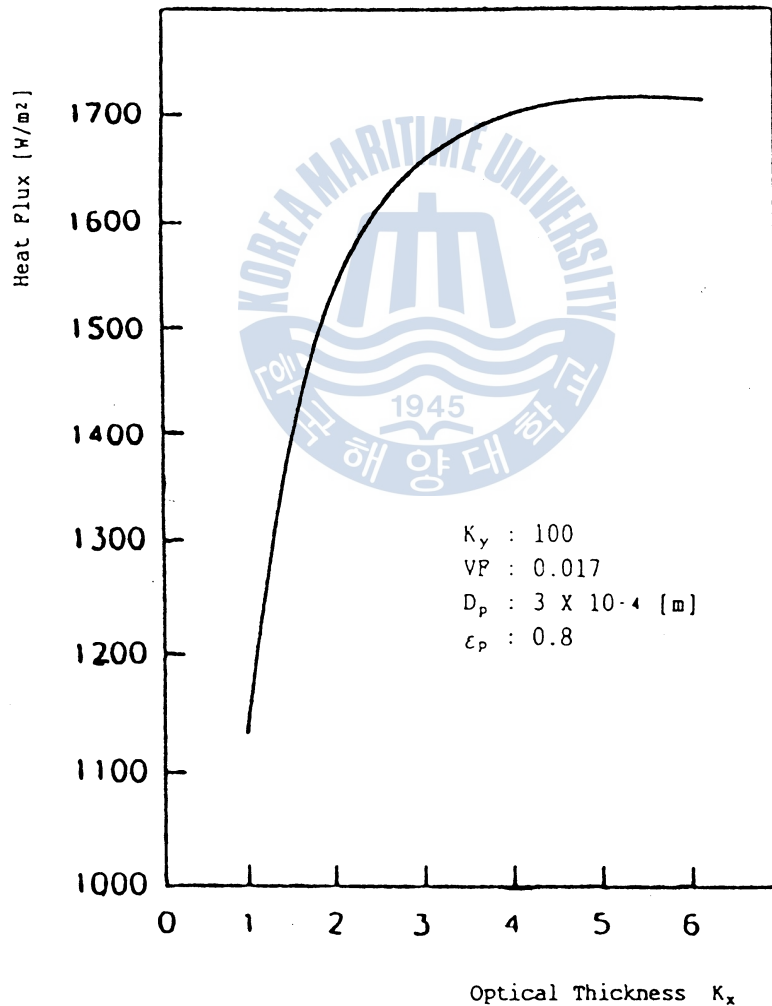


Fig. 5 Optical Thickness Variation on Heat Flux

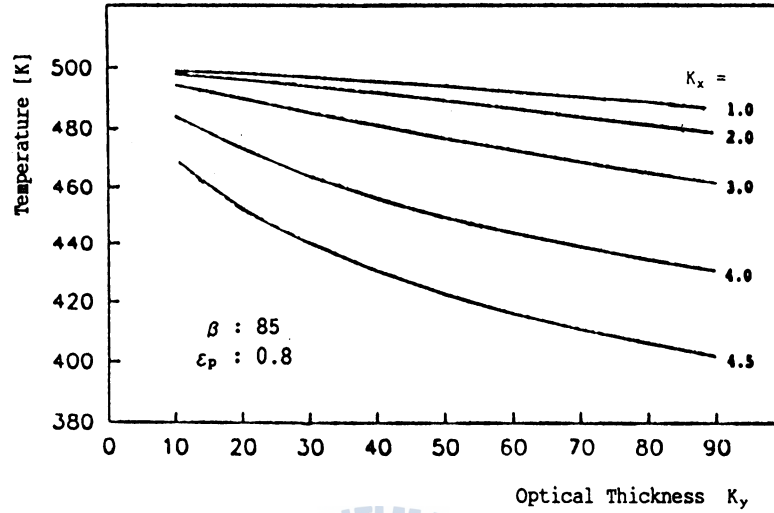


Fig. 6 Temperature Distribution in the System

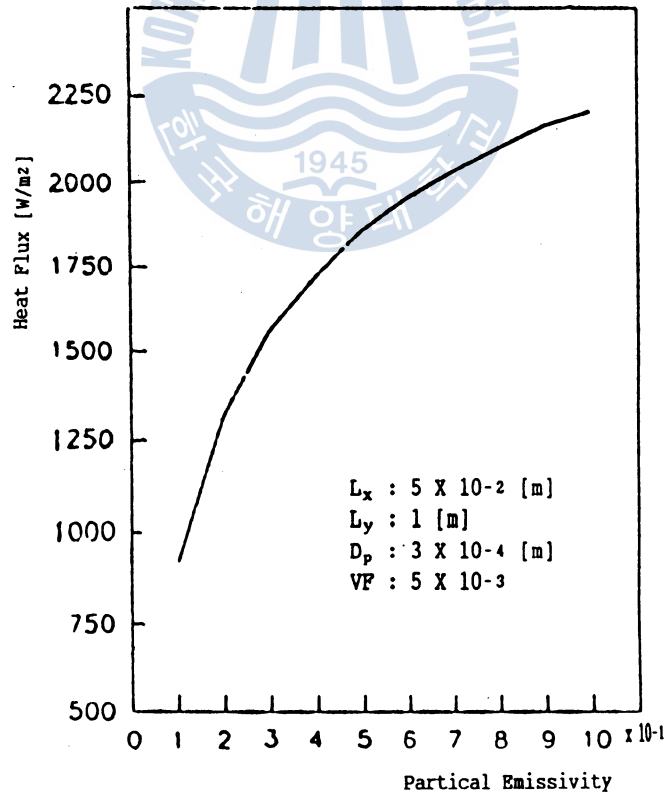


Fig. 7 Heat Flux Variation to Emissivity of Particles

4. 참고문헌

- 1) A. Haji-Sheikh, 1988, "Monte Carlo Methods", John Wiley & Sons, Inc., pp.673~722.
- 2) 津田孝夫, 1977, "モンテカルロ法と シミュレーション", 培風館, pp.7~106
- 3) K.kudo, H.Taniguchi, W.J.Yang, H.hayasaka, T.Fukuchi and I.Nakamachi, 1987,
"Monte Carlo Method for Radiative Heat Transfer Analysis of General Gas- Particle
Enclosures", Numerical Methods in Thermal Problems, Volume 5, part 2, Fifth
International Conference held in Montreal, Canada, pp.1264~1275.
- 4) 福地健, 1987, "非等方性 散亂粒子 含有カス中での 放射傳熱解析", 修士論文,
北海道大學 大學院 工學研究科 機械工學專攻
- 5) 金鎔模, 1990, "球充填層中の 放射エネルギー 減殺效果に 關する 研究"
- 6) Arthur Beiser, 1987, "Concepts of Modern Physics", McGraw-Hill, pp.44~86
- 7) 甲騰好郎, 1976, "傳熱概論", 養賢堂, pp.337~393
- 8) 西川兼康, 騰田恭伸, 1988, "傳熱學", 理工學社, pp.289~353
- 9) Robert Siegel, John R. Howell, 1981, "Thermal Radiation Heat Transfer",
McGraw-Hill, pp.751~768
- 10) Michael F.Modest,1993, "Radiative Heat Transfer", McGraw-Hill
- 11) Frank P.Incropera, David P.de Witt, 1985, "Introduction to Heat Transfer", John
Wiley & Sons, Inc., pp.775~776

