

보치환 법에 의한 트러스 구조물의 3차원 구조해석에 관한 연구

朴春君¹⁾, 朴漢一²⁾

A Study on the Three Dimensional Structural Analysis of Truss Structures by Beam-Permutation Method

Chun-Jun Piao, Han-il Park

ABSTRACT

In this study, three dimensional dynamic analysis of truss structures is carried out and applied to offshore and arctic truss structures. For those structures, dynamic analysis becomes more important, because they are exposed to dynamic loads of wave and ice and tend to be installed in deeper water where dynamic behaviour becomes more dominant due to their slenderness. In the case of truss structures, dynamic analysis is very expensive and cumbersome, because they have quite many degrees of freedom. A new method of Beam Permutation is developed in this study where a segment of truss structure is transformed to a beam by finding an equivalent stiffness between two structures. In the method, it is assumed that relative positions of nodes in the same ends of the segment are not variable. Based on the method, a computer program is developed. With other reduction method, the method can reduce the degrees of freedom of object structures and the computation time for dynamic analysis significantly. In this study, the finite

1) 한국해양대학교 해양공학과 석사과정 구조역학 전공

2) 한국해양대학교 해양공학과 교수

element method is used on the three dimensional dynamic analysis of truss structures. The support of arctic pipeline installation is been used for example of the analysis. When the results of the analysis are compared with those of ANSYS, these results are satisfied.

1 서 론

본 논문의 주된 연구대상은 사할린열도 부근의 해역에 파이프라인을 부설할 때 파이프라인을 유빙으로부터 보호하기 위한 트러스 구조물인 보호대이다.

해양구조물들은 파랑과 같은 동적하중을 받으며 또한 극지에 위치한 해양구조물은 빙하중과 같은 충격하중도 받기 때문에 동적 해석을 진행할 필요성이 있다.

보호대와 기타 여러 가지 해양구조물은 트러스구조로 된 것이 아주 많은데 이러한 트러스구조물에 대해 동적 해석을 진행할 때 만일 매개 보들을 모두 하나 하나의 요소로 분할하면 아주 많은 자유도를 갖게 된다. 따라서 고유진동수거나 시간응답해석에 너무 많은 데이터 저장용량과 수치계산시간이 소요되게 된다.

만일 복잡한 구조인 트러스를 하나의 보요소(두개 절점)로 치환하면 구조물의 자유도수가 많이 줄어들어 이 문제를 해결할 수 있다.

본 논문에서는 보요소의 강성의 정의에 근거하여 보치환 법으로 치환되는 보요소의 강성을 구하는 구체적 방법을 중점적으로 연구하고 3차원 유한요소법을 사용한 수치해석 프로그램과 ANSYS프로그램해석을 이용하여 트러스 구조물에 대해 정적 및 동적해석을 진행하여 보치환법의 정확성을 검증해 보았다.

2 트러스 구조물의 보치환

트러스 구조물의 치환과정은 보면 다음과 같다.

먼저 부분구조물의 양끝단면이 항상 평면을 유지하고 또 끝단면내의 절점들의 상대 위치도 변하지 않는다고 가정한다. 이 가정을 만족시키는 정도는 해석의 정확도와 직접 관계된다. 다음 보강성의 정의에 근거하여 치환된 보의 강성을 구한다.

먼저 3차원공간에서 한 요소의 절점당 자유도수는 6이므로 끝단면의 절점들이

모든 X, Y, Z방향에서 각각 1개 단위와 X, Y, Z축을 중심으로 1개 단위 각도씩 회전한다고 가정한다.

다음 이 조건하에서 구조물의 양단이 고정되었다는 경계조건하에서 유한요소법을 이용하여 양단의 절점에서 발생하는 반작용력 R 을 계산할 수 있다. 이 반작용력을 아래에서 설명되는 좌표이동공식을 이용하여 단면의 중심으로 이동시켜 합성시키면 구조물을 보(beam)로 치환하였을 때 그 경우에 상응하는 자유도에서의 강성행렬식의 요소를 구할 수 있다.

임의의 점 (x, y, z) 의 힘 $(F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z)$ 을 좌표원점으로 전환하는 좌표이동공식은 다음의 식(1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -z & y & 1 & 0 & 0 \\ z & 0 & -x & 0 & 1 & 0 \\ -y & x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x' \\ F_y' \\ F_z' \\ M_x' \\ M_y' \\ M_z' \end{bmatrix} \quad (1)$$

간단히 표시하면,

$$T F = F' \quad (2)$$

그러면 단면의 반작용력 R 은 아래의 식(3)에 의해 단면의 중심으로 옮겨 합성시켜 보의 강성 Ke 를 구한다.

$$T R = Ke \quad (3)$$

부분구조물의 질량행렬식은 집중질량법을 이용하여 두 끝단면에 질량이 집중되는 것으로 하여 구한다.

3 동적 해석

3.1 하 중

본 논문에서 트러스 구조물이 받는 동적 하중은 파하중과 부유빙하중 두 가지이다.

파랑의 운동을 해석하기 위한 파이론으로 Airy이론을 사용하였다. Airy이론에서

유체입자의 수평속도 u 와 수직속도 v , 수평방향가속도 a_x 및 수직방향가속도 a_y 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u = ack \frac{\cosh k(y+d)}{\sinh kd} \sin(kx - \omega t) \quad (4)$$

$$v = ack \frac{\cosh k(y+d)}{\sinh kd} \cos(kx - \omega t) \quad (5)$$

$$a_x = -ac^2 k^2 \frac{\cosh k(y+d)}{\sinh kd} \cos(kx - \omega t) \quad (6)$$

$$a_y = ac^2 k^2 \frac{\sinh k(y+d)}{\sinh kd} \sin(kx - \omega t) \quad (7)$$

구조물에 작용하는 분포 파하중은 앞에서 구한 유체입자의 속도와 가속도를 Morison 방정식에 대입하여 구한다.

식(8)은 경사진 구조물 부재에 작용하는 길이 ds 의 분포 파하중을 나타낸다.

$$dF = \frac{1}{2} \rho_0 C_D d_o |u_n - \dot{x}_n| (u_n - \dot{x}_n) ds + \rho_0 C_m \frac{\pi D^2}{4} a_n ds \quad (8)$$

여기서 ρ_0 는 해수밀도, C_D 는 항력계수, C_m 는 부가관성질량계수, d_o 는 부재의 외경, u_n 는 부재의 축방향에 수직인 해류속도, \dot{x}_n 는 부재의 축방향에 수직인 부재의 운동속도이다.

부유빙은 극지에서 구조물설치에 대해 가장 큰 영향을 주는 요소 중의 하나이다. 부유빙은 해면에서 해류를 타고 이동하면서 구조물과 충돌하게 된다.

빙하중은 톱니형 동적 하중(Table 2를 참조)으로 부재에 집중하중으로 작용한다고 고려하였다. 빙하중은 작용하는 요소의 두 절점에 가하여지는 등가하중으로 치환하여 구조물에 작용하게 된다.

3.2 유한요소해석

다자유도 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + KD = F \quad (9)$$

여기서 M 는 질량행렬식, C 는 구조감쇄행렬식, K 는 전체강성행렬식, D 는 절점변위벡터, F 는 하중벡터 (파하중 F_{wave} 과 빙하중 F_{ice} 을 포함)이다.

구조감쇄행렬식은 다음과 같이 부재의 질량행렬식과 강성행렬식의 선형조합으로 표시할 수 있다.

$$C = a_0 M_T + a_1 K \quad (10)$$

본 논문에서는 선택된 두 모드에 상응되는 감쇄비를 모두 5%로 선택하였다.

다음 자유도수를 절반으로 줄일 수 있는 정적 압축법(Static condensation)을 사용하였다.

3.3 모드해석

일반적인 진동문제에서 감쇄항이 다른 항에 비하여 작기 때문에 식(9)에서 감쇄항을 무시한 아래의 식을 풀이하여 고유진동수를 구한다.

여기서 D 는 시스템의 변위벡터로서 시스템이 조화진동을 한다고 가정하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$D = \Phi e^{i\omega t} \quad (11)$$

그러면 식(9)은 다음과 같이 된다.

$$(K - \omega^2 M)\Phi = 0 \quad (12)$$

위 식에서 $\text{Det}(K - \omega^2 M) = 0$ 를 풀이하여 구조물의 고유진동수를 구한다.

3.4 시간응답해석

본 논문에서는 Newmark β 법($\delta=1/2$ 와 $\beta=1/4$)를 이용하여 시간응답해석을 진행하였다.

4 모델해석과 프로그램 검증

4.1 해석모델

본 논문에서 모델해석에 사용된 보호대모델은 Fig. 1과 같다. 그리고 구조물은 수직으로 위치하고 경계조건은 양단이 모두 고정으로 하였다.

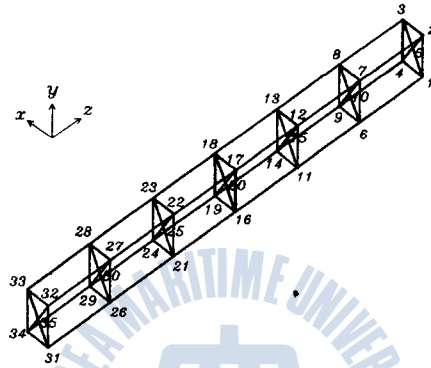


Fig. 1 Model of the support

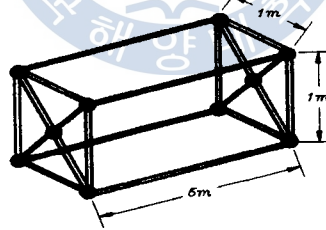


Fig. 2 Structure of a segment

구조물은 구조물 축방향에서 외경이 0.1m인 부재와 횡방향에서 외경이 0.2m인 부재를 사용하였고 수심은 25m이다. 경계조건은 보호대의 양 끝단면의 절점들이 모두 고정 되었다고 가정하였다.

4.2 정적 해석 검증

정적 해석에서는 구조물에 횡방향으로 800N의 하중을 구조물의 중간점에 위치

한 네 절점에 등분하여 가하였다. 수치해석결과와 ANSYS해석 결과를 비교하면 약 1.93%의 차이가 발생한다.

4.3 동적 해석검증

동적 해석에서는 4.1에서 보여준 모델에 대해 고유진동수와 빙하중과 파하중하에서의 구조물의 동적 응답을 연구하여 본다. 먼저 수치해석 프로그램과 ANSYS 상용프로그램으로 구한 보호대의 고유주기는 Table 1에 표시 되어 있다.

2장에서 이미 언급하였지만 본 논문의 전제조건은 횡방향부재가 하중을 받을 때 절점 사이에서 상대변위가 없어야 한다는 것이다. Table 1의 (a)와 (b)를 비교하여 보면 수치해석 ANSYS해석결과 사이 오차는 횡방향 부재 외경이 0.2m인 경우의 4.20%에서 횡방향부재 외경이 0.1m인 경우의 10.3%로 커진다는 것을 알 수 있다.

Table 1 Natural frequencies of the structure for six segments ((a) for 0.2m out-diameter lateral member(b) for 0.2m out-diameter lateral member

진동 차수	수치해석 결과 (CYC/SE C)	ANSYS 결과 (CYC/S EC)	오차 (%)	진동 방향	진동 차수	수치해석 결과 (CYC/SE C)	ANSYS 해석결과 (CYC/SE C)	오차 (%)	진동 방향
1	1.4456	1.4077	2.62	X, Y	1	1.5979	1.4545	8.79	X, Y
2	1.4456	1.4077	2.62	X, Y	2	1.5979	1.4545	8.79	X, Y
3	2.7927	2.7204	2.59	X, Y	3	3.0870	2.8552	7.51	X, Y
4	2.7927	2.7204	2.59	X, Y	4	3.0870	2.8552	7.51	X, Y
5	3.9495	3.9001	1.25	X, Y	5	4.3656	4.1629	4.64	X, Y
6	3.9495	3.9001	1.25	X, Y	6	4.3656	4.1629	4.64	X, Y
7	4.8372	4.8072	0.620	X, Y	7	5.3468	5.2220	2.33	X, Y
8	4.8372	4.8072	0.620	X, Y	8	5.3468	5.2220	2.33	X, Y
9	5.3951	5.3818	0.247	X, Y	9	5.9536	5.9212	0.711	X, Y
10	5.3951	5.3818	0.247	X, Y	10	5.9536	5.9212	0.711	X, Y
11	65.174	65.060	0.169	Z	11	72.073	71.704	0.462	Z
12	125.91	125.00	0.723	Z	12	139.17	134.97	0.302	Z
13	178.06	175.07	1.68	Z	13	196.81	190.72	0.309	Z
14	218.08	216.60	2.97	Z	14	241.04	216.21	10.3	Z
15	243.23	233.01	4.20	Z	15	268.85	254.34	5.40	Z

(a)

(b)

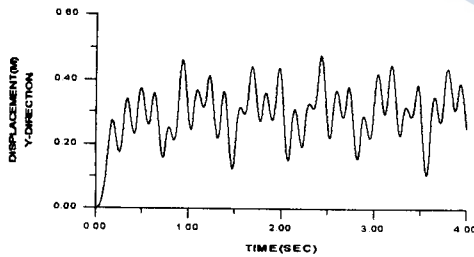
빙하중(Table 2)은 톱니형 동적하중으로 부재에 집중하중으로 작용한다고 고려하였다. 여기서는 해석의 편의를 위하여 파하중 주기가 일정하다고 가정하였고 구조물의 구조감쇄계수는 0으로 가정하였다. 그리고 빙 하중이 구조물의 위에서 두 번째 마디에 y방향으로 정면에 작용하는 것으로 하였다.

앞에서 언급된 빙하중 I에 대한 보호대의 동적응답은 Fig. 3이다. 그림을 보면 수치해석과 ANSYS해석결과는 거의 일치하다.

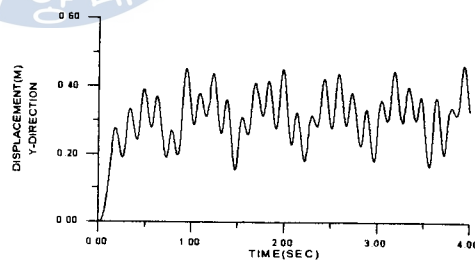
Table 2 Dynamic loads

하중종류		하중경우		
		I	II	III
빙하중	진동주기(초)	0.15	0.50	1.0
	최대치 (kN)	170	200	220
	임계시간*(초)	1.0	10.0	30.0
	운동방향	Y	Y	Y
파하중	파고 (m)	2.0	2.0	2.0
	파 주기 (초)	3.0	5.0	8.0
	진행방향	Y	Y	Y

* 임계시간은 하중의 극대치가 일정하게 되기 시작하는 시각임.



(a)



(b)

Fig. 3 Time histories of node 2 displacement for maximum ice load of 170kN

(a):result of numerical method: (b):result of ANSYS

다음에 위의 파하중조건(Table 2의 경우 I, II, III)하에서의 동적 거동을 연구하여 보았다. 각 경우의 하중하에서 보호대의 동적 거동은 Fig. 4에서 보여주는 바이다.

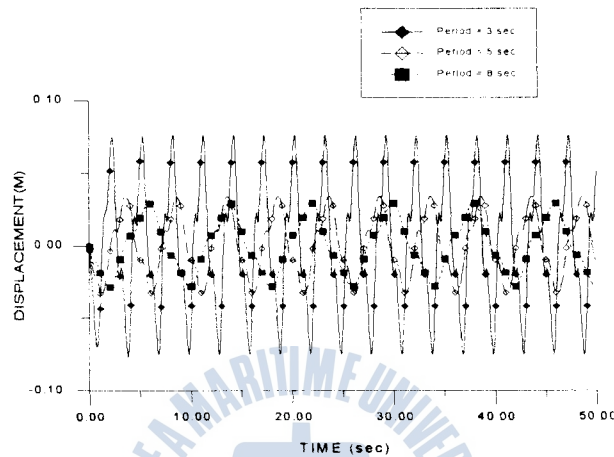


Fig. 4 Time histories of node 2 displacement under wave load
(Wave height = 2.0 m)

5 결 론

본 논문에서는 트러스 구조물의 3차원 동적 해석을 수행하였으며 파하중이나 빙하중을 받고 있는 극지 또는 일반 해양구조물에 응용하였다. 먼저 트러스 해양구조물을 여러 부분으로 나누어 각 부분들을 하나의 보로 치환하는 보치환 이론을 수립하고 이를 위한 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 트러스 구조물을 보로 치환함으로써 자유도수를 약 1/10으로 줄일 수 있었다.

또한 치환된 보요소를 유한요소법에 근거한 3차원 동적 응답 해석을 위한 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 그 결과 동적 해석에 소요되는 비용과 시간을 대폭 줄일 수 있었다. 외부환경하중으로서는 파하중 및 빙하중을 적용하였다. 파하중 계산에 있어서는 선형파이론을 사용하였고 파하중 계산식은 세장형 해양구조물에 쓰이는 Morison 방정식을 이용하였다. 빙하중은 톱니형 진동하중으로 가정하여

적용하였다.

아울러 상용구조해석 프로그램인 ANSYS를 이용하여 트러스 해양구조물의 3차원 동적해석을 수행하였으며 본 연구에서 개발된 연구결과와 서로 비교·검토하였다. 그 결과 해석 대상 트러스 구조물의 고유주기 및 응답크기가 서로 상당히 일치하였다. 따라서 본 연구에서 개발한 보치환법 및 3차원 동적해석 프로그램은 트러스 해양구조물의 설계초기에 유용하게 쓰여 질 수 있을 것으로 사료된다.

본 논문은 보치환 방법에 대한 기초연구로서 지속적인 연구가 필요한데, 특히 이 방법의 적용범위에 대한 정량적인 연구와 진동모우드 형상 및 실제응용 등에 대한 깊이 있는 연구가 요구된다.

참고문헌

- [1] 편집부, Offshore Platform and Pipelining, 1976, The Petroleum Publishing Company, Tulsa Oklahoma, U. S. A.
- [2] Skaar K.T. and Carlsen C.A. 1980, "Modelling Aspects for Finite Element Analysis of Ship Vibration". Computer and Structure Vol.12. pp409-419.
- [3] Weng W.C. and Fann G.A. Hung C.F. Li C.S., "Dynamic Response of Superstructure Induced by the Main Engine", pp49-61.
- [4] Kirk C.L. and Etok E.U. and Cooper M.T., 1979, "Dynamic and Static Analysis of a Main Riser", Applied Ocean Research, 1979, Vol. 1, No. 3, pp125-135.
- [5] 矢川 元基 吉村 忍 共著, 1991, 有限要素法, 培風館, 東京.
- [6] Patel M.H., 1989, Dynamic of Offshore Structure, Butterworths, London.
- [7] Wilson J.F., 1984, Dynamic of Offshore Structure, John Wiley & Sons, New York.
- [8] Patel M. H., and Sarahia S. and Ng K. F., 1984, Finite Element Analysis Marine Riser Engineering Structure., Vol. 6. July, pp175-184.
- [9] Weiderr, J.B., Healey, A.J. and Hazlegrove, B.M., 1985, "Technical consideration for Beaufort Sea pipeline", Arctic Offshore Engineering, pp774-782.