

沸騰輕水型原子爐의 安定性에 關한 考察

朴 進 吉

On the Stability of a boiling water reactor

Jingil Park

目 次

1. 序 論	(가) Hurwitz 安定條件
2. 本 論	(나) Nyquist 條件
2-1. 原子爐의 傳達函數와 Block 線圖	(다) 根軌跡法
2-2. 安定性判別	3. 結 論
	參考文獻

Abstract

The stability of a boiling water reactor that has two feed-back effects of temperature and void fraction is examined by means of the Hurwitz stability criterion, the Nyquist criterion and the root locus method using in the control engineering. In order for a boiling water reactor to be stable, it must have the negative feed-back effects. If a positive feed-back effect is so big that the Hurwitz criterion may be not satisfied, it is unstable regardless of load.

記 號 說 明

P : 出 力

l : 中性子壽命

k : 反應度

ρ : 比 重

α_{RT} : 溫度係數

α_{Rv} : 氣泡係數

β : 遲發中性子 生成比率

T : 時定數 幸은 時間

C_f : 核燃料의 比熱

q'' : 傳熱量

A_c, A_f : 斷面積

Ω : 相變化의 特性周波數

p : 壓 力

v : 比体积

h : enthalpy

K : 常 數

L : 傳熱管의 길이
 P_H : Heated Perimeter
 j : Volumetric flux
 A, B, C, D, E, I : 定數

v : 氣泡
 R : 原子爐
 F : Feed-back
 f : 燃料 혹은 飽和水
 s : Laplace 變換記號
 C : 斷面
 H : 加熱 혹은 Hydraulic

補助記號

T : 溫度
 i : 入口

1. 序 論

美國 G.E社에서 開發하여 實用化한 沸騰輕水型의 原子爐에 對한 安定性에 關하여서는 많은 研究結果가 報告되었으나^{1)~7)} 制御理論을 이용하여 이를 檢討한 論文은 그리 많지 않다. 特히 傳熱管에서 發生하는 氣泡에 依한 Feed-back 效果는 Model化하기가 쉽지 않아 여러가지 方法이 使用되고 있으며 여기에서는 二相流를 均質로 가정하여 이를 求하였다. 原子爐의 安定性은 出力變動과 Feed-back 傳達函數의 利得의 增減에 따라 制御工學에서 흔히 利用하는 Hurwitz 安定條件, Nyquist 條件 및 根軌跡法에 依하여 檢討해 보코져 한다.

2. 本 論

2.1 原子爐의 傳達函數와 Block 線圖

核燃料內에서 核分裂할 때 發生하는 遲發中性子를 모두 取扱하고 定常值로 부터의 變分만을 고려할 경우의 零出力 原子爐의 傳達函數는 (1)式과 같다.^{8),9)}

$$G_R(s) = \frac{\delta p(s)/p_0}{\delta k(s)} = \frac{1}{ls + \beta - \sum_{i=1}^6 \frac{\lambda_i \beta_i}{s + \lambda_i}} \dots \dots \dots (1)$$

6群의 遲發中性子를 一群으로 近似시킬 경우 (1)式은 (2)式과 같이 된다.¹²⁾

$$G_R(s) = \frac{\delta p(s)}{\delta k(s)} = \frac{p_0(s + \lambda)}{ls(s + \lambda + \beta/l)} = \frac{K p_0(s + \lambda)}{s(s + \lambda + K\beta)} \dots \dots \dots (2)$$

여기에서 $\lambda = \sum_{i=1}^6 \lambda_i$ $\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$ $K = 1/l$

出力中인 原子爐의 Feed-back 效果는 核燃料集合體 및 中性子減速材의 溫度變化에 依한 反應度變動과 傳熱管內의 氣泡(void) 分布의 變動에 依한 反應度變動으로 大別할 수 있다. 傳熱管內의 冷却材의 溫度變化는 入口 및 出口의 溫度가 一定하므로 平均溫度는 負荷 즉 出力에 關係없이 一定한 것으로 가정할 수 있으며, 이때의 核燃料의 溫度變化와 熱傳達는 (3)式 및 (4)式 같이 表現할 수 있다.⁸⁾

$$C_f \frac{d\delta T_f}{dt} = \delta p(t) - A_f \delta q'' \dots \dots \dots (3)$$

$$\delta q'' = h_d \delta T_f \dots \dots \dots (4)$$

但, h_d 는 動的熱傳達係數로서 溫度變化에 對한 熱傳達率의 變動比率을 意味한다.

(4)式을 (3)式에 代入하여 Laplace 變換한 후 溫度係數를 곱하면 爐의 出力變動에 對한 反應度變



化 卒 溫度 Feed-back 傳達函數를 求할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\delta k_T(s)}{\delta p(s)} &= -\alpha_{RT} \delta T_f(s) = -\alpha_{RT} \frac{1/A_f h_d}{C_f/A_f h_d s + 1} \\ &= -\alpha_{RT} \frac{K_1}{T_1 s + 1} \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

여기에서 $K_1 = \frac{1}{A_f \cdot h_d}$ $T_1 = \frac{C_f}{A_f h_d}$

또 (3) 및 (4)式으로 부터 $\delta p(s)$ 에 대한 $\delta q''(s)$ 의 關係를 求하면 (6)式과 같이 된다.

$$\frac{\delta q''(s)}{\delta p(s)} = \frac{1/A_f}{T_1 s + 1} \dots\dots\dots(6)$$

原子爐內에서 平均氣泡量의 變化에 對한 反應度의 變化을 알려면 먼저 傳熱管內의 平均氣泡量의 變化를 알아야만 한다. 만일 管內의 二相流가 霧狀의 均質이라 가정하면 다음과 같은 質量 및 energy 保存法則이 成立한다.

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_g \alpha + \rho_f (1-\alpha)] + \frac{\partial}{\partial z'} [\rho_g \alpha + \rho_f (1-\alpha)] j = 0 \dots\dots\dots(7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_g \alpha h_g + \rho_f (1-\alpha) h_f] + \frac{\partial}{\partial z'} [\rho_g \alpha h_g + \rho_f (1-\alpha) h_f] j = \frac{q'' P_H}{A_c} + \frac{\partial p}{\partial t} \dots\dots(8)$$

(7)式에 h_f 을 곱한 후 (8)式에서 除하고 $\partial p/\partial t \rightarrow 0$ 이므로 이를 無視하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z'} (\alpha j) &= \frac{\partial \alpha}{\partial t} + j \frac{\partial \alpha}{\partial z'} + \alpha \frac{\partial j}{\partial z'} = \frac{D_j \alpha}{Dt} + \alpha \Omega \\ &= -\frac{q'' P_H}{\rho_g A_c h_{fg}} = \frac{v_f}{v_g} \Omega \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

여기에서⁹⁾ $\frac{D_j(\)}{Dt} = \frac{\partial(\)}{\partial t} + j \frac{\partial(\)}{\partial z'}$

$$\Omega = \frac{q'' P_H v_{fg}}{A_c h_{fg}} = \frac{\partial j}{\partial z'} \dots\dots\dots(10)$$

(9)式은 偏微分方程式으로 電子計算機에 依하여서만 近似解를 얻을 수 있으나 近似解法으로 常微分方程式으로 보고 풀어도 誤差는 크지 않다⁹⁾. 따라서 (9)式의 近似解는 다음과 같다.

$$\alpha = \frac{v_g}{v_{fg}} [1 - \exp(-\Omega t)] \dots\dots\dots(11)$$

傳熱管內의 平均氣泡量을 求하면

$$\alpha_{(ave)} = \frac{L_B}{L_H \cdot T_B} \int_0^{T_B} \frac{v_g}{v_{fg}} [1 - \exp(-\Omega t')] dt' \dots\dots\dots(12)$$

그림 1에서 알수 있는 바와 같이 L_B, T_B 및 Ω 의 變化에 따라 $\alpha_{(ave)}$ 도 變化하므로 (12)式의 兩邊을 이들에 대하여 微分하고 또 Laplace 變換한 후 $\delta L_B(s), \delta T_B(s)$ 와 $\delta \Omega(s)$ 와의 關係式을 代入한 후 이를 整理하면 다음과 같은 關係式을 얻는다.

$$\delta \alpha_{(ave)}(s) = I \delta \Omega(s) \dots\dots\dots(13)$$

여기에서

$$\begin{aligned} I &= \frac{v_g}{v_{fg} L_H} \left\{ \left[1 + \frac{1}{\Omega T_B} (\exp(-\Omega T_B) - 1) \right] \left[\frac{v_{fg} j_i (h_f - h_i)}{v_f \Omega^2 h_{fg}} \right] \right. \\ &\quad - \frac{L_B}{T_B} \left[\exp(-\Omega T_B) + \frac{1}{\Omega T_B} (\exp(-\Omega T_B) - 1) \right] \left[\frac{1}{j_i \exp(\Omega T_B)} \right] \\ &\quad \left. \left[\frac{v_{fg} j_i (h_f - h_i)}{v_f \Omega^2 h_{fg}} - \frac{j_i}{\Omega} (\exp(\Omega T_B) \cdot T_B - \frac{L_B}{j_i}) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{L_B}{\Omega} \left[\exp(-\Omega T_B) + \frac{1}{\Omega T_B} (\exp(-\Omega T_B) - 1) \right] \right\} \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

(10)式을 Ω 및 q'' 에 대하여 微分 한후, 이를 Laplace 變換하여

(12)式에 代入한 후 氣泡影響係數를 곱하면 出力變化로 因한 平均氣泡變化에 대한 Feed-back 傳達函數를 求할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\delta k_p(s)}{\delta p(s)} &= -\alpha_{Rv} \delta \alpha_{(av)}(s) \\ &= -\alpha_{Rv} \frac{IP_{Hv} v_{fg} / A_c \cdot h_{fg} \cdot A_f}{(T_1 s + 1)} \\ &= -\alpha_{Rv} \frac{IK_2^*}{T_1 s + 1} \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

여기에서 $K_2^* = \frac{P_{Hv} v_{fg}}{A_c \cdot h_{fg} \cdot A_f}$

그러나 氣泡은 核燃料被覆材를 통한 熱傳達에 依하여 서뿐 아니라 中性子が 減速材 冷却材中에서 減速되는 過程에 發生하는 熱 즉 放射線照射에 依하여서도 傳達되 므로 (15)式의 時定數와 利得은 적당한 修正係數를 곱하 여 이를 修正해야 할 것이다.

$$\begin{aligned} \frac{\delta k_p(s)}{\delta p(s)} &= -\alpha_{Rv} \frac{IK_2^* C_2}{T_1 C_1 s + 1} \\ &= -\alpha_{Rv} \frac{I K_2}{T_2 s + 1} \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

出力中の 原子爐의 入力 $\delta k(s)$ 는 다음과 같이 表示된다.

$$\delta k(s) = \delta k_{ext}(s) + \delta k_p(s) + \delta k_T(s) \dots\dots(17)$$

上記 (2)式, (5)式, (16)式 및 (17)式의 關係를 그림으로 表現하면 그림·2 같은 Block 線圖을 얻을 수 있다.

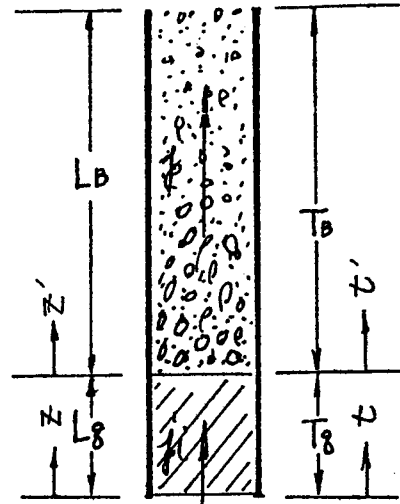
(5)式과 (16)式을 合하면

$$\begin{aligned} G_F(s) &= \frac{\delta k_T(s) + \delta k_p(s)}{\delta p(s)} = -\alpha_{RT} \frac{K_1}{T_1 s + 1} - \alpha_{Rv} \frac{IK_2}{T_2 s + 1} \\ &= -\frac{[(\alpha_{RT} K_1 T_2 + \alpha_{Rv} I K_2 T_1) s + (\alpha_{RT} K_1 + \alpha_{Rv} I K_2)]}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

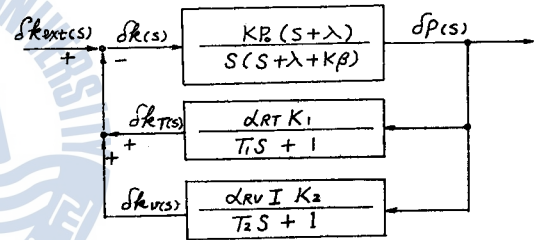
(2)式, (17)式 및 (18)式을 結合하면 다음과 같은 運轉中인 原子爐의 傳達函數를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\delta p(s)}{\delta k_{ext}(s)} &= -\frac{G_R(s)}{1 + G_R(s)G_F(s)} \\ &= \frac{Kp_0(s+\lambda)(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{s(s+\lambda+K\beta)(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) + Kp_0(s+\lambda)[\alpha_{RT} K_1(T_2 s + 1) + \alpha_{Rv} I K_2(T_1 s + 1)]} \\ &= \frac{Kp_0(s+\lambda)(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E} \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

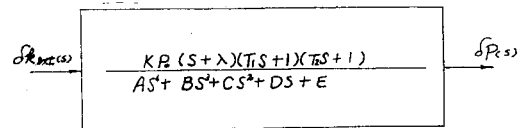
여기에서 $A = T_1 T_2$
 $B = T_1 + T_2 + T_1 T_2 (\lambda + K\beta)$
 $C = 1 + (T_1 + T_2)(\lambda + K\beta) + Kp_0$
 $(\alpha_{RT} K_1 T_2 + \alpha_{Rv} K_2 I T_1)$
 $D = Kp_0[\lambda(\alpha_{RT} K_1 T_2 + \alpha_{Rv} K_2 I T_1) + (\alpha_{RT} K_1 + \alpha_{Rv} I K_2)] + (K\beta + \lambda)$



그림·1 傳熱管의 概略圖



그림·2 出力中인 原子爐의 Block 線圖



그림·3 等價變換한 原子爐의 Block 線圖

$$E = Kp_0\lambda(\alpha_{RT}K_1 + \alpha_{Rv}IK_2)$$

19)式을 그림으로 表示하면 그림·3과 같으며 이는 그림·2를 等價變換한 것과 同一하다.

2-2. 安定性判別

自動制御工學에서 線形系統의 安定性判別에는 Routh-Hurwitz 條件, 根軌跡法, Nyquist 혹은 Bode diagram 等に 依한 判別方法이 있으나 여기에는 Hurwitz 條件, 根軌跡法, Nyquist diagram 을 利用하여 爐의 安定性을 檢討해 보코자 한다.

(가) Hurwitz 條件

傳達函數로 表示되는 線形動的系統의 安定性은 特性方程式의 根 즉 傳達函數의 極과 密接한 關係가 있다. 系統이 安定하려면 特性方程式의 모든 根들이 陰의 값을 가져야 한다. 그러나 方程式의 次數가 높을 경우에는 根을 求하는 것이 容易하지 않으므로 실제로 根을 計算해 보지 않고 根중 陽의 값을 가지는 것이 있는지 興否를 알아보는 方法中의 하나가 Routh-Hurwitz 條件이다. Routh와 Hurwitz의 條件은 本質의으로는 同一한 內容이므로¹⁰⁾, 本節에서는 Hurwitz 條件으로 安定性을 判別해 보코자 한다. (19)式의 特性方程式은

$$As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E = 0 \dots\dots\dots(20)$$

(1) $A > 0, B > 0, C > 0, D > 0, E > 0$ 이어야 하며, α_{RT}, α_{Rv} 가 陰의 係數일 때는 이 條件이 滿足된다.

$$(2) \begin{vmatrix} B & D \\ A & C \end{vmatrix} = BC - AD > 0$$

$$(3) \begin{vmatrix} B & D & 0 \\ A & C & E \\ 0 & B & D \end{vmatrix} = BCD - B^2E - AD^2 > 0$$

$$(4) \begin{vmatrix} B & D & 0 & 0 \\ A & C & E & 0 \\ 0 & B & D & 0 \\ 0 & A & C & E \end{vmatrix} = BCDE > 0$$

위 (1), (2), (3), (4)의 必要充分 條件이 滿足되어야 이 系統은 安定하다.

(나) Nyquist 條件

特性方程式의 根을 計算해 보지 않고 系統의 安定性을 알아보는 方法中의 하나가 Nyquist diagram에 依한 安定性判別이며 溫度係數가 陰 혹은 陽의 係數일 경우 負荷의 크기에 따라 安定性이 어떻게 變하는가를 검토해 보코려 한다.

그림·2에서 原子爐의 開回路傳達函數는 다음과 같다.

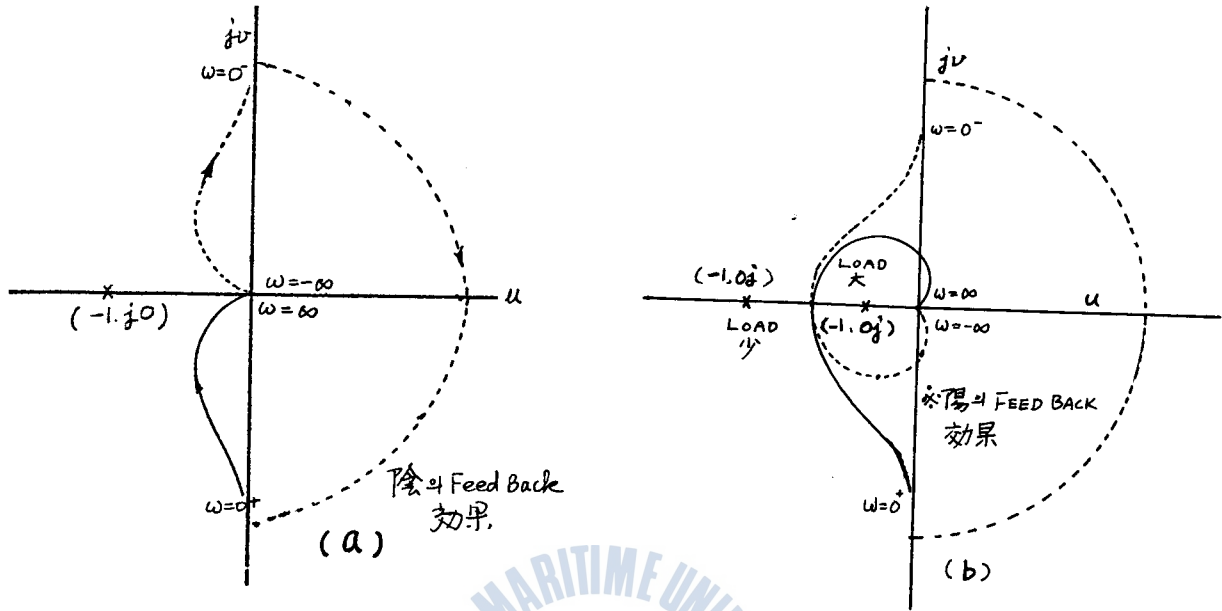
$$G_R(s) G_F(s) = \frac{Kp_0(s+\lambda)[(\alpha_{RT}K_1T_2 + \alpha_{Rv}IK_2T_1)s + \alpha_{RT}K_1 + \alpha_{Rv}IK_2]}{s(s+\lambda+\beta K)(T_1s+1)(T_2s+1)} \dots\dots\dots(20)$$

EBWR의 實驗値와 Dresden 原型爐의 數値를 代入한 후 Nyquist diagram을 그려보면 그림·4와 같아 진다.

開回路傳達函數의 極中 實數部가 陽의 값을 가지는 極數를 P , $(-1+j0)$ 點으로 부터 曲線上의 一點에 vector를 그어서 ω 를 ∞ 에서 $+\infty$ 까지 變化시킬때의 이 vector의 時計方向의 回轉數를 R 라 하면 特性方程式이 陽의 根을 가질때의 根의 數는 Z 이다.¹¹⁾

$$Z = R + P \dots\dots\dots(21)$$

따라서 系統이 安定하려면 $Z=0$ 이어야 하므로 Nyquist 安定條件은 다음과 같다.



그림·4 出力中인 原子爐의 Nyquist diagram

$$R = -P \dots\dots\dots (22)$$

萬約(22)式을 滿足하지 못하면 (21)式에 該當하는 만큼의 根들은 複素數平面的 右半面に 있게 되어 系統은 不安定하게 된다. 開回路傳達函數 (20)式에서 알 수 있는 바와 같이 $G_R(s) \cdot G_F(s)$ 는 α_{RT} 및 α_{R_0} 가 陰의 값을 가질 경우에는 陽의 값을 가지는 極은 存在하지 않으므로 原子爐가 安定하려면 $R=0$ 이어야 한다. 그림·4a는 α_{RT} 및 α_{R_0} 모두 陰의 값을 가질 경우로서 負荷의 크기에 관계없이 $R=0$ 이므로 原子爐는 安定하다. 그림·4b는 α_{RT} 및 α_{R_0} 中 어느 하나라도 陽의 값을 가질 境遇, 高負荷에서는 Hurwitz 條件을 滿足시키지 못하므로 特性方程式은 複素數平面的 右半面に 極을 가지게 되어 爐는 不安定하게 된다. 그러나 負荷가 極히 적을 때는 Hurwitz의 條件이 滿足하게 되므로 原子爐는 安定해 진다는 것을 알 수 있다.

(다) 根軌跡法

根軌跡은 開回路傳達函數의 極에서 出發하여 零点에서 끝나며 極數와 零点의 數가 一致하지 않을 경우에는 그 差이 만큼의 軌跡은 無限遠方으로 멀어진다. 따라서 一次的으로 複素數平面的 右半面に 零点이 存在하지 않으면 安定할 것으로 豫想할 수 있다.

EBWR의 實驗値와 Dresden 原型爐의 數值을 (20)式에 代入한 후 Feed-back 效果의 溫度係數나 氣泡係數등이 바뀔 때의 根軌跡을 그려보면 그림·5와 같이 된다. 그림·5a는 Feed-back 傳達函數의 利得이 모두 陰의 값을 가질 경우이며 負荷가 增加할 수록 安定度는 커짐을 알 수 있으며, 이는 그림·4a의 Nyquist 線圖에서의 判明된 結果와 一致한다. 그림·5b는 Feed-back 傳達函數의 利得中 陽의 값을 가지며 그 크기가 Hurwitz 條件을 滿足시킬 수 없을 만큼 큰 경우로서, 負荷가 크면 클수록 빨리 ∞ 로 發散하므로 高負荷에서는 不安定하다는 것을 알 수 있다. 이는 負荷가 增加하면 Feed-back 量도 점점 더 增加하여 負荷는 좀더 커지게 되는 爐의 特性으로부터 쉽게 理解될 수 있을 것이다. 그러나 極히 적은 負荷에서는 Feed-back 效果가 減少하므로 爐는 安定해 진다는 것을 알 수 있다.

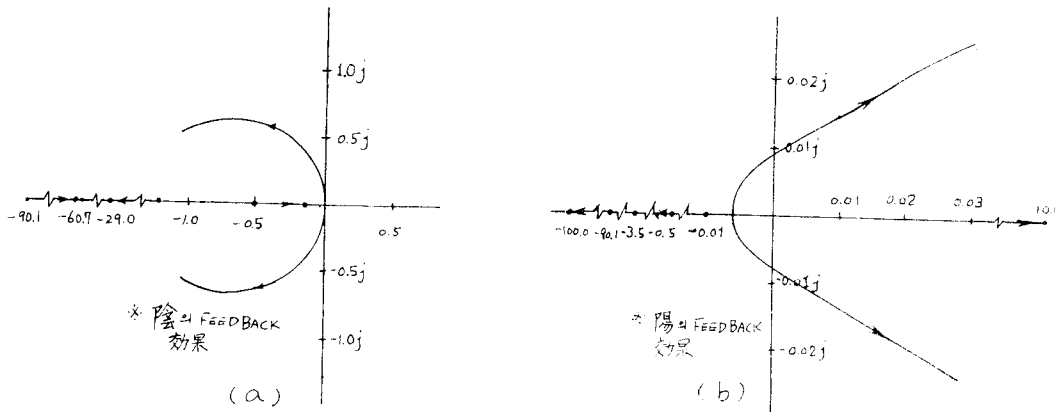


그림 5 出力中인 原子爐의 根軌跡

3. 結 論

溫度 및 平均氣泡係數의 두 Feed-back 效果를 가지는 沸騰輕水型 原子爐의 安定性을 檢討해 본 結果 陰의 Feed-back 效果를 가질 경우에 爐의 制御棒을 움직일 때에는 出力變動이 振動하기는 하나 一定한 값에 수렴하므로 安定하며 두 Feed back 效果중 어느 하나라도 陽의 값을 가지며 크기가 Hurwitz 條件을 滿足시키지 못한 만큼 큰 경우에는 不安定함을 알 수 있다. 그러나 實際의 輕水型 原子爐에서는 陽의 Feed-back 效果를 가지지 않으므로 輕水型 原子爐는 大體적으로 安全한 爐型임을 알 수 있다.

參 考 文 獻

1. R. E. Skinner and D. L. Hetrick "The Transfer Function of a Water Boiler Reactor" Nuclear Science & Eng., 3, 1958, 573.
2. A. Kirehenmyer "On The Kinetics of Boiling water Reactors" Journal of Nuclear Energy, part A, Vol. 12, 1960, 155-161.
3. J. Macphee "The Relative Stability of Boiling and Pressurized Light Water Moderated Reactors", IRE, 3, 1957.
4. J. A. Thie "Boiling-water-Reactor Instability", March, 1958, Nucleonics, 102-111.
5. A. W. Kramer "Boiling Water Reactor", Addison-Wesley, 1958.
6. L. E. Weaver "System Analysis of Nuclear Reactor Dynamics" Rowan & Littlefield, ANS Monograph Series, 1963.
7. L. E. Weaver "Reactor Dynamics and Control", Elsevier, 1968.
8. 須田信英 "原子爐의 動特性과 制御" 同文書院, 1969.
9. R. T. Lahey, Jr and F. J. Moody "Thermal Hydraulics of a Boiling Water Nuclear Reactor", ANS Monograph Series, 1977.
10. K. Ogata "State Space Analysis of Control Systems", Prentice-Hall, 1967.
11. R. C. Dorf "Modern Control Systems", Addison-Wesley, 1974.
12. Kirchenmayer, A "Delayed Neutron Groups Number reduction," Nucl. Sci. Eng. 8, 720-721, 1960.

