

船舶推進軸系の 横振動計算에 관한 研究

全 孝 重 · 金 喜 徹

A Study on the Calculation of Transverse Vibration of Ship's Propulsion Shaftings

By Hiojung Jeon, Hicheol Kim

<目 次>

Abstract	入力値의 計算方法
I. 머리말	IV. 推進軸系 横振動의 數值計算例
II. 軸系 横振動의 計算方法	V. 結 論
III. 數值計算을 위한 軸系의 單純化와	參考文獻

Abstract

Due to increasing ship's dimensions and propulsive powers, installed resonance frequencies of the propeller shaft system tend to decrease and they can appear in some cases within the operation range of the shaft revolutions.

For calculation of transverse shaft vibration, various methods have been proposed but as they are mainly for approximate calculation, no contented results are obtained. For the accurate estimation of resonance frequencies in the design stage, one can use the transfer matrix method or the finite element method and the former is rather preferred in ordinary cases.

In this study, various methods of the approximate calculation were analyzed to find the most reliable one and two accurate methods were also introduced to derive the vibration equations of the ship's propulsion shaftings. The digital computer programs of them were developed and the details of preparing the input data were also described.

These developed programs were applied to the shafting of a ship that had a lignumvitae bearing to verify their reliability. The results of calculation showed a fairly good agreement with those of measurements on the rotating shaft.

Calculating methods of exciting forces and damping forces were also discussed for future works.

I. 머리말

推進器軸, 船尾管베어링, 船尾管시일 등의 事故原因中의 하나로서 推進器軸의 横振動問題가 있다.

回轉質量의 不平衡에 起因하는 軸系의 一次固有振動數와 使用回轉數와의 共振問題는 옛날부터 研究되어왔고 高速艦艇 등과 같이 베어링間隔이 길고 使用回轉數가 높은 軸系에서는 共振狀態를 回避하도록 設計上의 配慮가 있었다.

그러나 一般商船에서는 回轉數가 100~200 rpm 정도이고 이와 같은 推進器의 質量不平衡에 의한 一次의 共振은 일어나지 않는 것으로 보고 注意를 기울이지 않았다.

第2次大戰直後 推進器軸의 折損事故와 關聯하여 軸系振動의 研究가 進行된 結果 船尾의 不均一한 伴流中에서 作動하는 推進器의 流體力學의 作用에 의하여 軸系는 1回轉中 推進器翼數次, 또는 그 의 整數倍次의 橫振動이 誘起되며 이의 共振現象이 指摘되었다. 1950年頃 Panagopoulos¹⁾는 Liberty型 船舶에서 자주 일어나는 軸系事故와 關聯하여 軸系橫振動의 理論的 計算式을 發表하였고 이것이 契機가 되어 이 問題에 관한 많은 研究가 이루어지게 되었으며 그 중에서도 가장 注目할만한 것이 Jasper²⁾³⁾⁴⁾에 의한 一聯의 研究이다.

이와 같은 研究結果로 橫振動의 固有振動數計算, 翼數次振動의 共振回轉에 대한 設計의 配慮도 어느 程度 可能하게 되었다.

이 時代의 計算方法은 많은 假定을 包含하는 매우 簡略化된 軸系모델에 대한 略算式이었으며 船尾構造의 剛性이 充分히 頑強하고 推進器에 의한 起振力도 별로 크지 않았기 때문에 注目할만한 事故도 없었고 그 후의 研究도 별로 큰 進展을 보지 못하였다.

近年에 이르러 高出力船이 出現함에 따라 軸系와 推進器의 무게가 增加하고 큰 馬力을 吸收하기 위하여 推進器 날개數가 增加한데 反하여 船尾構造의 剛性은 相對的으로 低下하게 되었다. 그 結果로 翼數次의 共振回轉數가 때로는 常用回轉數까지 내려 오므로써 지금까지 勸獎基準로 하고 있는 橫振動共振回轉數의 常用回轉數 125%以上 維持가 困難하게 되었다. 또한, 最近 高出力船에서는 推進器의 起振力도 一般的으로 크기 때문에 비록 橫振動의 共振이 일어나지 않더라도 強制振動의 應答이 無視할 수 없을 程度로 되기도 한다.

橫振動은 또한 船體의 垂直方向, 또는 水平方向振動을 誘起하는, 소위 bearing force 를 일으키는 原因이 되기도 하므로 推進軸系 橫振動解析의 重要性은 한층 커지고 있다.

이와 같은 事實을 背景으로 해서 最近 各方面에서 推進軸系 橫振動의 研究가 매우 活潑하게 행하여지고 있으며 研究成果가 많이 發表되고 있다. 이들의 大部分은 軸系와 船體構造를 結合한 計算모델을 利用하고 있으며 電子計算機를 使用하여 理論的으로 嚴密한 計算方法들을 開發하고 있다.

計算結果와 實測結果를 對比한 檢討는 별로 많지 않으나 實船의 設計에 適用可能한 精度에 漸次 接近하고 있는 것 같다. 그러나 計算에 必要한 構成要素의 特性을 推定하는 데는 아직 未知의 要素가 많고 今後의 課題로서 남겨져 있다.

本 研究에서는 實測結果가 있는 數件의 推進軸系에 대하여 여러가지 近似計算法을 適用시켜 가장 信賴할만한 結果를 주는 近似式을 確認하고 다음에는 筆者들이 獨自的으로 開發한 精密計算 電算프로그램을 適用하여 求한 精密解를 檢討하여 보기로 한다.

II. 軸系 橫振動的 計算方法

回轉, 또는 靜止中인 軸의 橫振動을 計算하는 方法에 關하여서는 옛날부터 많은 사람들이 研究하여왔다. 그러나 이들의 研究對象은 兩端單純支持軸이거나 附着된 回轉圓板의 數가 매우 적은 경우가 大部分이며 多點支持軸으로서 回轉圓板의 數가 많은 경우에 대한 研究가 이루어진 것은 近來의 일이다. 따라서 推進軸의 橫振動에 대해서도 이것을 單純化하여 支持點의 數를 限定시키고 附着圓板도 單一化하여 近似解를 구하는 方法이 오랫동안 利用되어 왔으며 全體軸系에 대한 精密解가 研究되기 始作한 것은 比較的 最近의 일이다.

2-1 軸系 橫振動計算方法 概要

軸系의 橫振動計算에 利用되는 여러가지 方法들을 要約하여 보면 다음과 같다.

- (1) Rayleigh의 方法
- (2) Ritz의 方法
- (3) Dunkerley의 式
- (4) Prohl(또는 Myklestad의 方法) — 傳達 매트릭스의 方法¹⁾
- (5) 影響係數法 — 有限要素法
- (6) 機械的 임피던스法

이들 方法中에서 가장 古典的인 方法은 (1)의 方法이며 推進軸系의 橫振動計算에도 一部 이 方法이 適用되기도 한다. 이 方法에 있어서는 어떤 變形을 豫想한 다음, 系는 이 變形을 振動型으로 하여 어떤 振動數로 振動하고 있다고 假定한다. 이 未知의 振動數에서의 最大運動에너지와 最大位置 에너지를 計算한 다음 兩式을 等置하면 未知의 振動數를 알 수 있으며 이것이 近似最低固有振動數이다. Rayleigh의 方法이 갖는 難點과 特性은 計算可能한 固有振動數가 最低固有振動數에 限定되며 恒常 實際의 값과 같거나 높은 값이 얻어진다는 點이다.

(2)의 Ritz의 方法은 Rayleigh-Ritz의 方法이라고도 하는데 變形을 한 個以上 採擇함으로써 Rayleigh의 方法을 改良한 것이다. 이 方法은 假定한 振動型의 數만큼 固有振動數를 計算할 수 있다. Ritz의 方法으로 求한 固有振動數도 항상 實際의 값과 같거나 높은 값을 주게 된다.

(3)의 Dunkerley의 式은 역시 最初의 近似共振振動數를 얻기 위하여 흔히 利用하고 있는 方法中의 하나이다. 이 方法은 系의 單純한 要素에 대한 固有振動數를 基礎로 하여 系全體의 最低固有振動數를 決定하게 된다. Fernlund²⁾에 의하면은 Dunkerley의 式은 軸이 단 하나의 集中質量을 갖는 경우를 除外하고는 軸의 자이로効果와 分布質量의 影響을 無視하더라도 近似值를 주고 있음을 指摘하고 있으며 Fernlund는 좀 더 좋은 結果를 주는 修正 Dunkerley의 式을 發表하고 있다.

(4)의 Prohl 또는 Myklestad의 方法은 近來에 이르러 傳達 매트릭스의 方法으로서 알려지고 있다. 이 방법은 軸系 各段의 剛性和 質量(慣性) 등을 나타내는 狀態值 매트릭스를 順次로 곱하여 줌으로써 軸系 一端의 힘, 모멘트, 토오크 및 各種 變位 등을 他端의 그것들에 關係짓는다. 이 方法에 의

할 것 같으면 軸이 나누어지는 段의 數만큼의 危險振動數를 얻게 되고 그 數가 많을수록 精密度도 좋아진다. 이 方法은 특히 電子計算機를 利用하는데 適合하며 作動速度의 影響을 받는 固有振動數와 不平衡荷重에 起因하는 強制應答을 計算하는데 利用되고 있다.

⑤의 影響係數法은 影響係數를 구하는 方法에 따라 應力法 또는, 變位法이라 불리워지기도 하였으나 이 方法들은 結局 오늘날 여러 方面에서 크게 脚光을 받고 있는 有限要素法의 基礎를 이루고 있다. 有限要素法은 複雜한 構造物의 應力解析이나 振動解析에 있어 가장 便利한 道具가 되고 있으며 電子計算機의 利用이 不可避하다. 軸系의 橫振動解析에 局限시킨다면 傳達매트릭스法과 有限要素法의 優劣은 가리기 어려우며 個人的 趣向에 따라 利用하는 方法이 決定되는 일이 많다. 다만 軸系가 複雜하여 질수록 傳達매트릭스法보다 有限要素法이 便利하며 必要로 하는 電子計算機의 容量은 傳達매트릭스法이 적다.

⑥의 機械的 임피던스法은 系의 各要素에 대한 機械的 임피던스에 의하여 強制振動應答을 얻는 方法으로서 比較的 最近에 開發된 方法이다.

위에서 列擧한 여섯 가지 方法中 처음의 세가지 方法은 推進軸系의 近似解法에 利用될 수 있으며 뒤의 세 가지 方法은 精密解法에 利用할 수 있는 方法이다.

本 研究에서는 이미 發表된 近似解法中에서 가장 妥當한 結果를 주는 方法에 대하여 檢討한 다음 精密解法을 推進軸系에 適用할 때의 理論展開과 問題點에 關하여 詳細히 調查, 研究하기로 한다.

2.2 推進軸系 橫振動의 近似計算法

(1) Panagopulos의 式

Panagopulos는 推進器軸을 船尾管後端베어링과 中間軸最後部 베어링만으로만 支持되어 있는 것으로 보고(船尾管前部베어링은 無視) 振動變形曲線으로서는 推進器에 一定한 굽힘 모멘트가 作用하였을 때의 靜的 變形曲線을 취하였으며 여기에 軸의 分布質量에 대한 補正을 넣어서 推進軸系 橫振動의 固有振動數 計算式을 구하였다. 結果는 다음과 같이 表示된다.

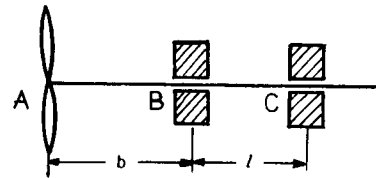


Fig. 1 Calculation model of Panagopulos' formula

$$f = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{EI}{J_d \left(b + \frac{l}{3}\right) + mb^2 \left(\frac{b}{2} + \frac{l}{3}\right) + \mu \left(\frac{b^4}{3} + \frac{lb^3}{9} + \frac{7l^4}{300}\right)}} \quad (2.1)$$

다만,

f : 軸의 橫固有振動數 cpm

E : 縱彈性係數(鍛鋼의 경우 2.1×10^8 kg/cm²)

I : 軸의 斷面 2次모멘트 cm⁴

J_d : 推進器의 直徑에 關한 質量慣性모멘트(물의 附加慣性效果 60% 加算) kg·cm·sec²

m : 推進器의 質量(물의 附加質量效果 30% 加算) kg·sec²·cm⁻¹

μ : 軸의 單位길이當의 質量 kg·sec²·cm⁻²

b : 推進器날개 正面의 $0.7R$ (R 는 推進器의 半徑)의 點으로부터 推進器軸中心에 내린 垂線의 交點과 船尾管内 支點과의 距離 cm

l : 船尾管内 支點과 最後部베어링 支點과의 距離 cm

Panagopulos 는 (2·1)式을 유도함에 있어 Fig.1에서 B 點에서의 反力모멘트와 外力모멘트 및 推進器軸系 慣性力의 B 點둘레 모멘트가 같다고 놓고 구하였다. Panagopulos 는 이 式의 正當性을 實證하기 위하여 1인치 軸徑의 模型을 利用하여 實驗을 行하였으며 妥當性이 確認되었다고 發表하고 있으나 論文發表過程에서 F.M. Lewis, N.H. Jasper, E. Baker, P. Draminsky 等이 指摘했듯이 推進器와 軸系의 運動에너지 및 軸系의 뒤임에 의한 位置에너지가 바르게 評價되지 못하였으며 따라서 物理的인 嚴密性이 缺如되고 있는 缺點이 있다. 다만, 計算結果는 實測結果에 가까운 값을 주었기 때문에 比較的 最近까지 近似計算式으로서 때때로 利用되어 왔으나 大體로 實際값보다 낮은 값을 준다.

(2) 修正 Panagopulos 의 式

最近에 이르러 S. Hayama¹⁰⁾는 Panagopulos 의 式을 物理的으로 嚴密하게 修正한 修正 Panagopulos 의 式을 發表한 바 있다. 이 式은 다음과 같으며 各記號가 뜻하는 바는 (2·1)式과 같다.

$$f = \frac{30}{\pi} \sqrt{J_d \left(b + \frac{l}{3}\right)^2 + mb^2 \left(\frac{b}{2} + \frac{l}{3}\right)^2 + \mu \left(\frac{b^5}{20} + \frac{lb^4}{12} + \frac{l^2 b^3}{27} + \frac{2l^3}{945}\right)} \quad (2.2)$$

이 式에 대하여서는 最近 模型에 의한 實驗値와 計算値를 比較한 結果 比較的 좋은 結果를 주는 近似式으로서 評價되고 있다.¹⁰⁾

(3) Jasper 의 式

N.H. Jasper 는 最後部(中間軸)베어링에서 軸이 固定되어 있다고 생각하고 다음 式을 誘導하였다.

$$p = \frac{(m\alpha - \rho G) \pm \sqrt{(m\alpha - \rho G)^2 - 4mG(\beta\gamma - \alpha\rho)}}{2mG(\beta\gamma - \alpha\rho)} \quad (2.3)$$

여기서,

p : 固有角振動數 rad/sec

m : 推進器質量(물의 附加質量效果 10% 加算) $\text{kg}\cdot\text{sec}^2\cdot\text{cm}^{-1}$

G : $J_d(KhS-1)$

$K = J_r/J_d$

J_r : 推進器의 質量極慣性모멘트(물의 附加慣性모멘트效果 25% 加算) $\text{kg}\cdot\text{cm}\cdot\text{sec}^2$

J_d : 推進器의 直徑에 관한 質量慣性모멘트(물의 附加慣性모멘트效果 50% 加算) $\text{kg}\cdot\text{cm}\cdot\text{sec}^2$

$h = \omega/\Omega$

ω : 軸의 回轉角速度 rad/sec

Ω : 軸旋回의 角速度 rad/sec

S : 旋回의 形態에 따른 常數(旋回軌道가 同一면 1)

α : 推進器에 單位の 힘이 作用한 경우의 軸端의 變位 cm/kg

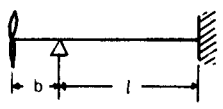
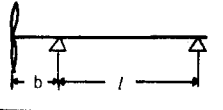
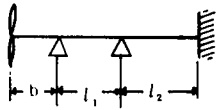
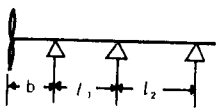
β : 推進器에 單位の 모멘트가 作用한 경우의 軸端의 變位 cm/kg·cm

γ : 推進器에 單位の 힘이 作用한 경우의 軸端의 傾斜角 rad/kg

ρ : 推進器에 單位の 모멘트가 作用한 경우의 軸端의 傾斜角 rad/kg·cm

$\alpha, \beta, \gamma, \rho$ 의 값은 軸의 振動系를 取하는 方法에 따라 다른 값을 갖는데 다음 表에 最後部베어링이 固定되었을 때 뿐만 아니라 單純支持로 보았을 경우에 대하여서도 計算式을 보인다.

表 1 支持狀態에 따른 $\alpha, \beta, \gamma, \rho$ 의 값

軸의 支持形式	α	β	γ	ρ
	$\frac{b^2}{EI} \left(\frac{b}{3} + \frac{l}{4} \right)$	$-\frac{b}{2EI} \left(b + \frac{l}{2} \right)$	$-\frac{b}{2EI} \left(b + \frac{l}{2} \right)$	$\frac{1}{EI} \left(b + \frac{l}{4} \right)$
	$\frac{b^2}{3EI} (b+l)$	$-\frac{b}{EI} \left(\frac{b}{2} + \frac{l}{3} \right)$	$-\frac{b}{EI} \left(\frac{b}{2} + \frac{l}{3} \right)$	$\frac{1}{EI} \left(b + \frac{l}{3} \right)$
	$\frac{b^2}{3EI} + \frac{b^2 l_1}{4EI} \times \left(1 + \frac{l_2}{4l_1 + 3l_2} \right)$	$\frac{b l_1}{2EI} + \frac{b l_1}{4EI} \times \left(1 + \frac{l_2}{4l_1 + 3l_2} \right)$	$\frac{b^2}{2EI} + \frac{b l_1}{4EI} \times \left(1 + \frac{l_2}{4l_1 + 3l_2} \right)$	$\frac{b}{EI} + \frac{l_1}{4EI} \times \left(1 + \frac{l_2}{4l_1 + 3l_2} \right)$
	$\frac{b^2}{3EI} + \frac{b^2 l_1}{4EI} \times \left(1 + \frac{l_2}{3l_1 + 3l_2} \right)$	$\frac{b l_1}{2EI} + \frac{b l_1}{4EI} \times \left(1 + \frac{l_2}{3l_1 + 3l_2} \right)$	$\frac{b^2}{2EI} + \frac{b l_1}{4EI} \times \left(1 + \frac{l_2}{3l_1 + 3l_2} \right)$	$\frac{b}{EI} + \frac{l_1}{4EI} \times \left(1 + \frac{l_2}{3l_1 + 3l_2} \right)$

※表 1에서 E 는 縱彈性係數, I 는 軸斷面의 斷面 2次모멘트

本式에서는 Panagopulos의 式에서 考慮하고 있는 軸質量을 無視한 대신에 軸의 旋回에 의한 차이 效果를 考慮하고 있다. 橫振動은 左右方向外에 上下의 方向으로도 生길 수 있으므로 一般的으로 推進器中心은 橢圓軌道를 描린다. 이 경우에 있어 특히 兩者의 振幅이 같을 경우의 軌道는 圓形으로 된다. 旋回常數 S 의 값은 이와 같은 軌道의 長軸과 短軸과의 比로서 주어지며 具體的으로는 軌道의 形狀에 關係하나 軌道가 圓의 경우에는 당연히 $S=1$ 이다. 또한 旋回를 檢討함에 있어 차이로 效果를 無視할 수 없는데 上式과 같은 形式으로 이것을 考慮하더라도 旋回의 軌跡을 미리 아는 方法이 없으므로 S 의 값은 假定할 必要가 있다. 또한 이 式은 軸의 質量效果를 無視한 關係上 計算結果는 實際값보다 높은 값을 보이는 것이 보통이다.

(4) Rayleigh의 方法

軸全體를 連續보라 생각하고, 또한 베어링間의 隣接스팬에는 方向이 다른 連續荷重 및 集中荷重이 걸려 있다고 보고 3모멘트의 方程式을 풀어서 固有振動數를 구한다. 즉, 軸을 많은 部分으로 細分하고 그의 各 길이 的 中央에 集中荷重이 걸려 있다고 본다. 만약 w 가 이러한 荷重과 推進器와 같은 모든 集中荷重을 나타내고, y 를 그의 荷重에 相當하는 彈性曲線의 變形이라하면 軸系의 基本橫

振動數는 다음 式으로 구하여진다.

$$N_c = \frac{30}{\pi} \sqrt{g \frac{\sum_i w_i y_i}{\sum_i w_i y_i^2}} \quad (2.4)$$

여기서,

N_c : 横固有振動數 cpm

g : 重力의 加速度, 980 cm/sec²

w_i : 荷重 kg

y_i : 變位 cm

Rayleigh의 方法에 의하여 固有振動數를 구하는 데는 軸의 靜的變位 y_1, y_2, \dots, y_n 를 구할 必要가 있다. 그러나 實際의 軸系에서는 一般의 斷面이 均一하지 않고 荷重이 不規則하게 分布하고 있기 때문에 變位の 算定에는 數式에 의하지 않고 圖式解法에 의하는 것이 보통이며 이 方法은 軸系를 여러개의 部分으로 分割하고 각 荷重을 각각의 重心에 作用하는 集中荷重(軸의 무게 包含)으로 하여 變位를 구하고자 하는 것이다. 이 圖式解法에는 여러가지 있으나 一般의 斷面이 매우 繁雜하고 많은 時間을 要하기 때문에 近似解法으로서는 實用的이 아니며 따라서 推進軸系 横振動計算에 實際로 利用하는 경우는 거의 볼 수 없다.

(5) Jasper-Rayleigh의 方法

이것은 Jasper의 式中 推進器의 質量 m 에 軸의 等價置換質量 m' 를 附加하여 固有振動數를 구하는 方法이다.

軸의 等價置換質量 m' 는 系의 運動에너지의 關係로부터 다음과 같이 구하여진다. 即, 軸의 單位長의 質量을 μ , 任意點에 있어서의 微小長을 dx , 그의 振幅을 δ , 位相速度를 ω 라 하면 任意點에 있어서의 運動에너지는 $\frac{\mu}{2}(\delta\omega)^2 dx$ 로 되므로 系全體에 대한 軸自身의 運動에너지는 $\frac{\mu}{2} \int (\delta\omega)^2 dx$ 로 表示된다.

따라서 지금 推進器位置에 質量 m' 를 주어 上記値와 같은 運動에너지가 얻어진다고 하면

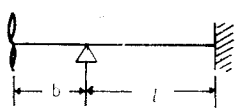
$$\frac{\mu}{2} \int (\delta\omega)^2 dx = \frac{1}{2} m' \delta_p^2 \omega^2$$

따라서

$$m' = \frac{\mu}{\delta_p^2} \int \delta^2 dx \quad (2.5)$$

여기서 δ_p 는 推進器位置에 單位의 힘이 作用할 경우 그 位置에 있어서의 變位이다. 다음에 몇 가지 경우에 대한 軸의 等價置換質量 m' 를 例示한다.

表 2 軸의 等價置換質量

軸의 支持形式	軸의 等價置換質量(E 는 縱彈性係數, I 는 軸斷面의 斷面 2次모멘트)
	$\frac{\mu}{(3l+4b)} \left(\frac{132}{35} b^3 + \frac{33}{5} lb^2 + 3l^2 b + \frac{3}{35} \frac{l^3}{b} \right)$

	$\frac{\mu}{(b+l)^2} \left(\frac{33}{140} b^3 + \frac{11}{20} b^2 l + \frac{1}{3} b l^2 + \frac{2}{105} \frac{l^3}{b^2} \right)$
	$\frac{\mu}{\left\{ b+l_1 - \frac{l_1^2}{4(l_1+l_2)} \right\}^2} \left\{ \frac{33}{140} b^3 + \frac{11}{20} b^2 l_1 + \frac{1}{3} b l_1^2 + \frac{2}{105} \frac{l_1^3}{b^2} - \frac{b l_1^3}{6(l_1+l_2)} \right. \\ \left. - \frac{11 b^2 l_1^2}{80(l_1+l_2)} + \frac{b l_1^4}{48(l_1+l_2)^2} - \frac{31 l_1^6}{1680 b^2 (l_1+l_2)} + \frac{l_1^2 (l_1^5 + l_2^5)}{210 b^2 (l_1+l_2)} \right\}$

本 計算方法에 있어서는 實際의 振動系에 있어서의 振動振幅曲線이 推進器의 位置에 軸의 質量을 等價置換한 振幅曲線과 同一하다고 假定한다.

推進器의 質量에 軸의 質量을 等價置換하여 合算하는 方法으로 橫振動을 計算하여 實測值와 比較하여 본 結果 比較的 좋은 近似值를 주고 있다.

Jasper 는 初期計劃時 軸系의 寸수가 未定인 段階에서는 軸의 等價置換質量을 推進器質量의 38%로 推定할 것을 提案하고 있다.

2.3 推進軸系 橫振動의 精密計算法

(1) 傳達매트릭스法¹¹⁾¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾

1. 傳達매트릭스의 基礎

推進軸系는 寸수가 다른 여러個의 要素로 構成되는 複雜한 系로서 베어링, 推進器, 推力칼러, bull gear 등과 같은 많은 附帶物을 갖는다.

全體系의 動力學의 特性을 理解하고 傳達매트릭스의 基礎를 展開하기 위하여 一定直徑과 均質한 材料로 되어 있으며 單一平面內에서 自由롭게 橫振動을 일으킬 수 있는 가장 單純한 形態의 要素에 대하여 생각하여 보기로 한다.

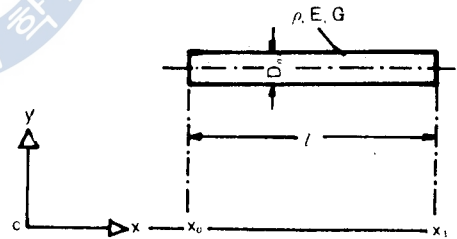


Fig. 2 Typical shaft segment.

Fig. 2는 均一한 外徑 D_0 , 길이 l 를 갖는 中實軸

로서 密度 ρ , 縱彈性係數 E , 橫彈性係數 G , 2次斷面모멘트를 I 라 한다.

軸은 $z=0$ (즉, $x-y$ 平面)平面에 놓여 있으며 平面上에서 自由롭게 橫振動을 일으킬 수 있다고 한다.

問題로 되는 變數는 굽힘모멘트 M_x , 剪斷力 F , 휘임 y , 傾斜 θ_x , 굽힘應力 δ , 剪斷應力 τ 등이 다. 마지막 2個의 變數는 餘他의 變數로부터 쉽게 얻을 수 있으므로 變數는 처음의 4個로 限定한다.

軸要素를 直徑에 비하여 길이가 比較的 긴 單純보(Euler-Bernoulli beam)로 보며는 運動方程式은 다음과 같다.

$$-\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (\mu/\beta) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \tag{2.6}$$

$$\theta_z = \frac{\partial y}{\partial x} \tag{2.7}$$

$$F_y = - \frac{\partial M_z}{\partial x} \tag{2.8}$$

$$M_z = \beta \frac{\partial \theta_z}{\partial x} \tag{2.9}$$

여기서,

$$\mu = \rho A \tag{2.10}$$

$$\beta = EI \tag{2.11}$$

A 는 軸의 横斷面積이다.

正常狀態의 變形에 대한 解의 形式은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y = \bar{y} e^{i\omega t} \tag{2.12}$$

마찬가지로 나머지 變數에 대한 解도 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\theta_z = \bar{\theta}_z e^{i\omega t} \tag{2.13}$$

$$F_y = \bar{F}_y e^{i\omega t} \tag{2.14}$$

$$M_z = \bar{M}_z e^{i\omega t} \tag{2.15}$$

(2.12) 式을 (2.6) 式에 代入하면 다음 式을 얻는다.

$$-\frac{d^4 \bar{y}}{dx^4} + \alpha^4 \bar{y} = 0 \tag{2.16}$$

여기서

$$\alpha^4 = \omega^2 \mu / \beta \tag{2.17}$$

(2.16) 式의 特性方程式을 滿足하는 根은 $\gamma_1 = \alpha, \gamma_2 = -\alpha, \gamma_3 = i\alpha, \gamma_4 = -i\alpha$ 의 4 個이며 따라서

$$\bar{y} = C_1 \cos h \alpha x + C_2 \sin h \alpha x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x \tag{2.18}$$

(2.12)~(2.15) 式을 (2.7)~(2.9) 式에 代入하고, (2.18) 式을 利用하면 $\bar{\theta}_z, \bar{F}_y$ 및 \bar{M}_z 도 또한 積分常數 $C_i (i=1, 2, 3, 4)$ 의 項으로 表示할 수 있다.

狀態벡터(또는 境界벡터) $S_i(x)$ 를 定義하면

$$S_i(x) = \begin{pmatrix} \bar{y} \\ \bar{\theta}_z \\ \bar{F}_y \\ \bar{M}_z \end{pmatrix} \tag{2.19}$$

그리고 積分常數의 벡터 C 는 다음과 같이 된다.

$$C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} \tag{2.20}$$

그리고 狀態벡터는 積分常數벡터와 다음과 같이 關係지을 수 있다.

$$S_i(x) = B_i(x) C \tag{2.21}$$

여기서 $B_{(x)}$ 는 그의 各要素가 軸의 特性과 振動數에 의하는 매트릭스이다.

(2.21)式에서 $x=0$ 이라 하면

$$S_{(0)} = B_{(0)} C \quad (2.22)$$

(2.22)式의 逆매트릭스를 구하면

$$C = B_{(0)}^{-1} S_{(0)} \quad (2.23)$$

따라서 (2.23)式을 (2.21)式에 代入하면

$$S_{(x)} = B_{(x)} B_{(0)}^{-1} S_{(0)} \quad (2.24)$$

(2.24)式을 쓰면 軸系의 한點에 있어서의 變數를 다른 點(여기서는 座標原點을 $x=0$ 으로 取하였음)에 있어서의 이들 變數의 값으로 表示할 수 있음을 알 수 있다.

여기서 이 問題에 대한 傳達매트릭스를 다음과 같이 定義할 수 있다.

$$Z_{(x)} \equiv B_{(x)} B_{(0)}^{-1} \quad (2.25)$$

따라서

$$S_{(x)} = Z_{(x)} S_{(0)} \quad (2.26)$$

좀더 一般化하여 原點을 $x=x_0$ 으로 取하면 傳達매트릭스를 x 代身에 $(x-x_0)$ 를 代入함으로써 얻을 수 있다.

$$S_{(x)} = Z_{(x, x_0)} S_{(x_0)} \quad (2.27)$$

이로써 傳達매트릭스는 다음과 같이 된다.

$$Z_{(x)} = \begin{pmatrix} F_2 & F_1 & -\left(\frac{1}{\beta\alpha^2}\right)F_2 & \left(\frac{1}{\beta\alpha^2}\right)F_4 \\ \alpha F_2 & F_3 & -\left(\frac{1}{\beta\alpha^2}\right)F_4 & \left(\frac{1}{\beta\alpha}\right)F_1 \\ -\beta\alpha^2 F_1 & -\beta\alpha^2 F_4 & F_3 & -\alpha F_2 \\ \beta\alpha^2 F_4 & \beta\alpha F_2 & -\left(\frac{1}{\alpha}\right)F_1 & F_3 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

여기서,

$$F_1 = \frac{1}{2} (\sinh ax + \sin ax) \quad (2.29)$$

$$F_2 = \frac{1}{2} (\sinh ax - \sin ax) \quad (2.30)$$

$$F_3 = \frac{1}{2} (\cosh x + \cos x) \quad (2.31)$$

$$F_4 = \frac{1}{2} (\cosh x - \cos x) \quad (2.32)$$

2. 狀態傳達매트릭스

보의 振動問題에서는 兩端 各各 4個의 狀態變數中에서 2個를 알 수 있다.

$x=x_0$ 에서 始作하여 $x=x_1$ 에서 끝나는 軸의 나머지 4個의 狀態變數의 값을 얻기 위하여 4個의 方程式이 必要하며 이들은 다음의 매트릭스方程式으로부터 얻을 수 있다.

$$S_{(x_1)} = Z_{(x_1, x_0)} S_{(x_0)} \quad (2.33)$$

위의 方程式은 原點에서의 狀態벡터를 軸端으로 傳達하게 된다.

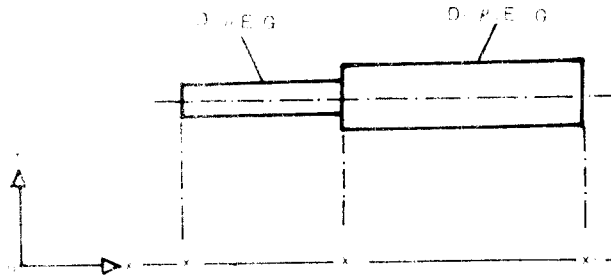


Fig. 3 Combination of two shaft segments.

다음 段階로서 Fig.3 과 같이 2 個의 軸要素로 連結된 系를 생각하여 보기로 한다. 여기서 2 個의 要素는 그의 直徑과 길이 뿐만 아니라 材質까지 다른 것으로 한다. 이 경우, 傳達매트릭스의 概念은 다음과 같이 簡單하게 擴張시킬 수 있다.

여기서 $Z_1(x, x_0)$ 가 $x = x_0$ 에서 始作하여 $x = x_1$ 에서 끝나는 要素 1의 傳達매트릭스이며 마찬가지로 $Z_2(x, x_1)$ 은 $x = x_1$ 에서 始作하여 $x = x_2$ 에서 끝나는 要素 2의 傳達매트릭스를 가리킨다.

要素 1에 대하여 $x_0 \leq x \leq x_1$ 의 x 에 대한 식은 다음과 같이 주어진다.

$$S(x) = Z_1(x, x_0) S(x_0) \tag{2.34}$$

狀態變數는 $x = x_1$ (即, 이들은 要素 1과 2 모두에 대하여 同一하여야 한다)에서 連續이어야 하며 따라서 $x \geq x_1$ 과 같은 任意的 x 에 대하여 다음과 같은 값이어야 한다.

$$S(x) = Z_2(x, x_1) S(x_1) \tag{2.35}$$

(2.34)식에서 $x = x_1$ 이라 놓고 (2.35)식에 代入하면

$$S(x) = Z_2(x, x_1) Z_1(x_1, x_0) S(x_0) \tag{2.36}$$

위의 結果를 n 個의 分割點을 갖는 軸系에 대하여 一般化하는 것은 簡單하다.

Fig. 4에 보이는 것과 같은 軸系에서 綜合傳達매트릭스는 (2.37)식과 같이 各 個別 傳達매트릭스를 곱한 것이 된다.

$$Z(x, x_0) = Z_n(x, x_{n-1}) Z_{n-1}(x_{n-1}, x_{n-2}) \cdots Z_1(x_1, x_0) \tag{2.37}$$

以上과 같이 매트릭스곱셈으로 軸系の 1點으로부터 다른 任意點으로 狀態值를 移動시킬 수 있음을 알 수 있다.

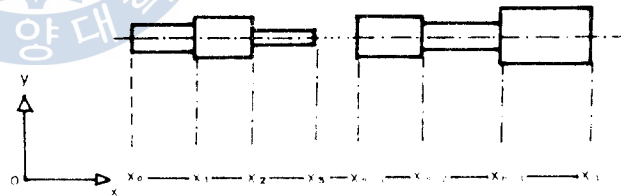


Fig. 4 Combination of n shaft segments.

3. 點傳達매트릭스

推進軸系는 여러가지 치수(또는 材質까지 다른)의 均一한 軸要素로 構成되어 있을 뿐만 아니라 荷重을 갖고 있으며 彈性베어링으로 支持된다.

傳達매트릭스를 利用함에 있어서는 이와 같은 要素의 影響을 點傳達매트릭스로 計算할 수 있다.

點傳達매트릭스의 形式을 알아 보기 위하여 Fig. 5와 같이 두 個의 軸要素가 直列로 連結되고 스프링定數 K 인 용수력으로 支持되는 경우를 생각하여

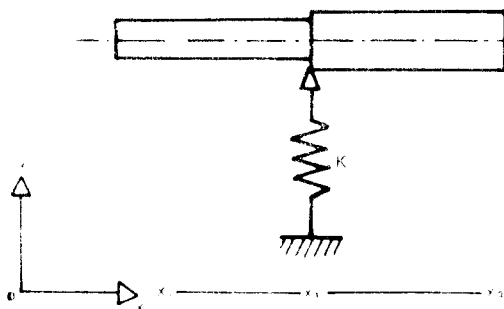


Fig. 5 Lumped spring elements.

보기로 한다.

實際의 推進軸系에서 推進器, 플랜지, 드러스트칼러, 베어링 등의 影響을 反映하는 點傳達매트릭스도 같은 要領으로 마련된다.

物理的狀況으로 보아 용수철이 갖는 唯一의 影響은 $x=x_1$ 에 있어서의 剪斷力 \bar{F}_y 에 變化를 일으키는 것이다. 이 點에 있어서 不連續前後의 狀態벡터를 $S_{(x_1)-}$ 과 $S_{(x_1)+}$ 로 表示하고 殘餘變數의 連續性을 維持할 뿐만 아니라 不連續點을 지난 곳의 剪斷力의 값을 갖는 매트릭스를 誘導한다.

點매트릭스의 形式이 單位매트릭스 I 와 不連續매트릭스 D 와의 疊으로 되어야 함은 明白하다.

$$\begin{pmatrix} \bar{y} \\ \bar{\theta}_z \\ \bar{F}_y \\ \bar{M}_z \end{pmatrix}_{x_1+} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \bar{y} \\ \bar{\theta}_z \\ \bar{F}_y \\ \bar{M}_z \end{pmatrix}_{x_1-} \quad (2.38)$$

또는,

$$S_{(x_1)+} = P_{(x_1)} S_{(x_1)-} = (I + D) S_{(x_1)-} \quad (2.39)$$

여기서 $P_{(x_1)}$ 은 點傳達매트릭스이며 不連續點 바로 앞의 狀態벡터를 이 매트릭스의 뒤로부터 곱하면 不連續點直後의 狀態벡터가 된다.

Fig. 5의 系에 있어 $x > x_1$ 되는 任意點에 대한 狀態벡터는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{(x)} = Z_2(x, x_1) P_{(x_1)} Z_1(x_1, x_0) S_{(x_0)} \quad (2.40)$$

4. 傳達매트릭스의 一般式과 解法

右端에 不連續點을 갖는 一聯의 軸要素들에 대하여 위의 結果는 다음과 같이 簡單하게 쓸 수 있다.

$$S_{(x)} = Z_n(x, x_{n-1}) P_{(x_{n-1})} Z_{n-1}(x_{n-1}, x_{n-2}) \cdots P_{(x_1)} Z_1(x_1, x_0) S_{(x_0)} \quad (2.41)$$

集中荷重이나 베어링 등이 附着되는 複雜한 軸系의 固有振動數를 決定하기 위해서는 單位크기의 起振力을 一端에 加하고 任意點에 있어서의 이에 대한 應答(變位, 傾斜, 힘 또는 모멘트)을 電子計算機를 利用하여 計算한다. 一定範圍의 振動數에 대하여 이러한 計算을 行함으로써 共振이 일어나는 振動數가 固有振動數로서 決定된다.

(2) 有限要素法^{17) 18) 19) 20)}

1. 剛性매트릭스의 유도

지금 荷重이 걸리지 않고 質量이 없는 軸部材 1-2(Euler-Bernoulli beam)에 대하여 Fig. 6과 같이 座標系를 定하고 座標의 方向과 部材에 作用하는 斷面力의 方向을 一致시킨다.

보의 길이를 l , 縱彈性係數를 E , 軸의 斷面 2次모멘트를 I 라 하면 힘과 變位間에는 (2.42)식과 같은 式이 成立한다.

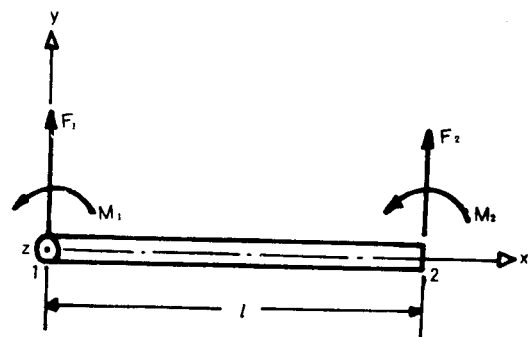


Fig. 6 Coordinate system of beam-element and forces of end-section.

本計算은 Castigliano의 定理와 Maxwell-Betti의 相反定理를 利用하면 比較的 簡單하게 行할 수 있

다. (2.42)

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{pmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \varphi_1 \\ y_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

이식을 매트릭스 表示에 의하여 簡略하게 쓰면

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

또는,

$$F = KU \quad (2.44)$$

여기서 F 는 힘의 列벡터매트릭스, K 는 剛性매트릭스, U 는 變位の 列벡터매트릭스이다.

여기서 留意할 것은 z 軸둘레의 모멘트는 y 軸方向의 變位를 일으키며 反對로 y 軸둘레의 모멘트는 x 軸方向의 變位를 일으킨다는 事實이며 따라서 兩者는 聯成하게 된다. 만약, 軸系の 垂直面과 水平面上的의 質量慣性모멘트나 剛性 또는 減衰等이 聯成할 경우에는 $x-y$, $x-z$ 兩平面上的의 힘과 變位關係를 同時に 다루어야 하며 (2.42)式은 (8×8) 次的의 매트릭스로 擴張되어야 한다.

各要素에 대하여 局部座標에 관한 基本剛性매트릭스를 쓴 다음 簡單한 매트릭스에 의하여 基準座標系로 換算할 수 있으며 따라서 어떤 複雜한 系를 適當한 要素로 分割하고 이들 各要素마다 獨立된 座標系에 대한 剛性매트릭스를 求한 다음 全體座標系로 換算하는 것이 便利한 경우가 많다.

全體構造物의 剛性매트릭스를 구하기 위해서는 各要素의 接點에 있어서의 變位와 傾斜는 一致하여야 하며 힘과 모멘트는 平衡을 이루어야 한다는 事實을 考慮하면 된다. 즉, n 個의 部材로 分割하였을 경우 各部材에 對하여 (2.42)式을 구하고 이들을 全體座標系로 換算한 다음 單純히 合成하면 된다.

가령, (2.43)式이 全體座標系로 換算된 것이라 하면 첫번째 部材의 U_2 는 두번째 部材의 U_1 과 같으므로 첫번째 部材의 剛性매트릭스要素 K_{22} 와 두번째 部材의 剛性매트릭스要素 K_{11} 을 合成하면 된다.

이와 같이 順次的으로 結合하면 全體構造物에 대한 綜合剛性매트릭스를 구할 수 있다.

2. 剛性매트릭스를 利用한 振動方程式의 表示

振動을 다룰 때는 要素의 端點에 集中質量에 의한 慣性力을 導入한다. 이 質量은 隣接要素의 모든 質量의 總으로서 이 點으로 移轉시킨 것이다.

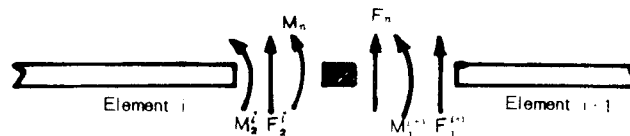


Fig. 7 Joint n with adjacent elements.

Fig. 7에서 두 個의 軸要素 i 와 $i+1$ 이 接하는 點 n 이 주어져 있다고 한다. Fig. 6에서와 같이 $x-y$ 平面에서의 變位와 外力이 주어진다면 이 點에서의 變位와 傾斜는 같아야 하므로

$$y_2^i = y_1^{i+1} \equiv y_n$$

$$\varphi_2^i = \varphi_1^{i+1} \equiv \varphi_n$$

變位가 y_n 이고 傾斜가 φ_n 인 n 點에서의 힘과 모멘트의 平衡으로부터

$$\left. \begin{aligned} F_n - F_2^i - F_1^{i+1} - m_n \ddot{y}_n &= 0 \\ M_n - M_2^i - M_1^{i+1} - J_n \ddot{\varphi}_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

여기서,

m_n : 質量의 合

J_n : 質量慣性모멘트의 合

F_n : 外力

M_n : 外部모멘트

上記 4 個의 값이 點 n 에 集中되어 있다. 따라서 (2.45)式으로부터 點 n 의 運動方程式이 다음과 같이 구하여 진다.

$$\left. \begin{aligned} m_n \ddot{y}_n + (F_2^i + F_1^{i+1}) &= F_n \\ J_n \ddot{\varphi}_n + (M_2^i + M_1^{i+1}) &= M_n \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

(2.46)式에서 端點의 힘과 모멘트는 端點의 變位와 傾斜로서 表示할 수 있으며 이들 變位와 傾斜는 隣接要素의 基本剛性매트릭스로부터 주어진다.

모든 端點에 대한 運動方程式을 쓰면 綜合質量매트릭스 M 와 綜合剛性매트릭스 K 로 다음 式이 주어진다.

$$M\ddot{y} + Ky = f \quad (2.47)$$

여기서 y 는 各端點의 變位와 傾斜로 이루어지는 變位벡터, f 는 端點에 作用하는 힘과 모멘트벡터이다. 여기서 留意할 것은 各點에 대하여 그 點의 自由度와 같은 數의 方程式이 있고 따라서 全體系에 대하여서는 計算하여야 하는 未知數와 같은 數의 方程式이 있게 된다.

모든 質量은 各要素의 重心을 그대로 維持하도록 各點에 分割集中하였기 때문에 質量매트릭스는 主對角線上에만 값을 가지며 나머지 要素는 零이 된다. 즉, 對角매트릭스로 된다.

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & m_n \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

3. 振動方程式의 解法

起振力은 週期的이기 때문에 그 중에서도 가장 重要的인 翼數次(blade frequency)만 생각하기로 한다. 따라서 起振벡터는 다음과 같이 된다.

$$f = \begin{pmatrix} f_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ f_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \\ \vdots \\ f_n \cos(\omega t + \varphi_n) \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

여기서 φ_i 는 全起振力의 i 번째 要素 f_i 의 位相差, ω 는 軸의 角振動數×推進器날개數
따라서 應答은 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ y_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \\ \vdots \\ y_n \cos(\omega t + \varphi_n) \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

따라서

$$\ddot{\mathbf{y}} = \frac{d^2 \mathbf{y}}{dt^2} = -\omega^2 \mathbf{y} \quad (2.51)$$

이거 때문에 運動方程式은 結局

$$-\mathbf{M}\omega^2 \mathbf{y} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{f} \quad (2.52)$$

또는

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] \mathbf{y} = \mathbf{f} \quad (2.53)$$

(2.53)式에서 주어진 外力에 대하여 振幅을 구하면 振幅이 크게 되는 外力의 振動數가 固有振動數이다.

또는 (2.53)式에서 外力 $\mathbf{f}=0$ 이라 놓으면

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] = 0 \quad (2.54)$$

으로 되며 이것은 結局 固有値問題이다. (2.54)式을 풀면 固有値가 求하여지고 이것은 그 系의 固有角振動數를 주게 된다. (2.53)式 또는 (2.54)式을 計算하는 電算프로그램을 쓰고 願하는 값을 求한다.

(3) 機械的 임피던스法²⁴⁾

比較的 最近에 開發된 方法으로서 構造物의 定常振動應答을 求하는데 매우 便利한 方法이다.

(2)節의 (2.47)式에 減衰項 $\mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}$ 를 加하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{f} \quad (2.55)$$

여기서 \mathbf{C} 는 減衰매트릭스이며 剛性매트릭스 \mathbf{K} 와 마찬가지로 對稱매트릭스이다. 外力은 週期的이며 따라서 外力의 벡터는 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$\mathbf{f} = \text{Re}\{\mathbf{a}\}e^{j\Omega t} \quad (2.56)$$

여기서 Re 는 實數部를 뜻하며 $\{\mathbf{a}\}$, Ω 는 強制外力의 振幅벡터 및 周波數를 뜻한다.

지금 定常振動만을 생각한다면 變位는 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{y} = \{\bar{\mathbf{y}}\}e^{j\Omega t} \quad (2.57)$$

여기서 $\{\bar{\mathbf{y}}\}$ 는 複素振幅벡터이다.

(2.56), (2.57)式을 (2.55)式에 代入하여 整理하면

$$(-\Omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} + j\Omega \mathbf{C}) \{\bar{\mathbf{y}}\} = \{\mathbf{a}\} \quad (2.58)$$

(2.58)式으로부터 複素變位를 求하면

$$\{\bar{\mathbf{y}}\} = (\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M} + j\Omega \mathbf{C})^{-1} \{\mathbf{a}\} \quad (2.59)$$

(2·59)式에서

$$K - \Omega^2 M + j\Omega C = [G] \quad (2·60)$$

라 놓고

$$[G^R] = K - \Omega^2 M \quad (2·61A)$$

$$[G^I] = \Omega C \quad (2·61B)$$

또한

$$\{y^R\} = Re\{\bar{y}\} \quad (2·62A)$$

$$\{y^I\} = Im\{\bar{y}\} \quad (2·62B)$$

여기서

$$[G] = [G^R] + j[G^I] \quad (2·63A)$$

$$\{\bar{y}\} = \{y^R\} + j\{y^I\} \quad (2·63B)$$

이상을 利用하여 計算이 便利하도록 (2·59)式의 右邊 第1項을 바꾸어 쓰면 다음과 같이 된다.

$$[G]^{-1} = [H] - j[L] \quad (2·64)$$

$$[H] = ([G^R] + [G^I][G^R]^{-1}[G^I])^{-1} \quad (2·65A)$$

$$[L] = ([G^R] + [G^I][G^R]^{-1}[G^I])^{-1}[G^I][G^R]^{-1} \quad (2·65B)$$

(2·64), (2·65)式을 計算하는 電算프로그램을 쓰고 이것을 利用하여 強制應答을 구한다.

Ⅲ. 數值計算을 위한 軸系의 單純化와 入力值의 計算方法

理論的 計算을 행하기 위해서는 먼저 實際의 複雜한 軸系를 可能한 限 本來의 特性을 維持하는 범위 내에서 單純化시킬 必要가 있다. 同時에 軸系에 關聯되는 여러가지 附帶施設物도 計算에 便利하도록 單純한 形態로 置換 또는 省略化할 必要가 생긴다.

앞서 單純軸系에서 言及한 바와 같이 推進軸系의 경우에도 非聯成의 경우에는 回轉軸을 包含하는 垂直面과 水平面의 각각에 대하여 獨立해서 軸系를 적당히 細分하고 細分된 各構成要素의 特性值를 算出한다. 만약 聯成效果가 强하여 垂直面과 水平面의 運動을 分離해서 다루기 困難할 때는 兩面에 대한 聯成特性值를 算出할 必要가 있다.

軸系를 分割하는 一般的 要領은 推進器나 커프링 등과 같이 集中質量이 配置된 곳, 또는 슬리브가 旋工된 部分과 裸身의 軸部, 軸徑의 變化部分, 베어링의 支持點 등을 分割點으로 取하는 것이 보통이다.

3·1 推進器의 特性值計算

推進器는 推進器軸에 固定된 狀態에서 重心位置에 質量, 外力, 減衰力 등이 作用하는 것으로 보고 計算한다.

(1) 推進器의 質量과 附加水의 效果

軸中心方向 및 이것과 直角方向의 空氣中 質量과 慣性모멘트는 從來와 마찬가지로 圖面으로부터

各部를 細分하여 구하거나 實物이 있을 경우에는 實驗에 의하여 구한다. 軸中心 直角둘레의 慣性모멘트는 推進器를 圓板으로 보고 軸中心둘레 慣性모멘트의 切半을 取하는 것이 보통이다. 다만, 實地의 軸系에 있어서 推進器는 반드시 水中에서 作動하기 때문에 특히 附加水의 效果를 加算할 必要가 있다.

推進器의 附加水效果에 대하여서는 통상 空氣中에 있어서의 質量이나 慣性모멘트에 一定比率를 加算하는 方法을 많이 採用하고 있는데 그 동안의 經驗이나 實測值를 通하여 大體로 다음과 같은 값을 採用하고 있다.

軸中心둘레振動 : 空氣中 極慣性모멘트의 25~30% 加算

軸中心方向振動 : 空氣中 質量의 50~60% 加算

軸中心直角方向振動 : 空氣中 質量의 10~30% 加算

軸中心直角둘레振動 : 空氣中 直徑둘레 慣性모멘트의 50~120% 加算

最近에 이르러 同一치수와 形狀을 갖는 推進器라도 그의 材料에 따라 이들의 값에 差異가 생기는 點을 들어 위에서 列擧한 것과 같이 一定比率를 附加水效果로서 加算하는 것은 不合理하다고 보고 理論的으로 附加水效果를 計算하는 方法이 提示되고 있다.

이들中에서 특히 軸中心둘레振動과 縱振動에 대하여서는 Schuster,²⁴⁾ Thomsen,²⁵⁾ Burrill-Robson,²⁶⁾ Schwanecke²⁷⁾ 等에 의하여 比較的 많은 計算式이 發表되고 있으나 横振動과 關係가 있는 軸中心直角方向 및 直角둘레의 附加水效果 計算에 대한 것은 Schwanecke,²⁷⁾ Kumai²⁸⁾ 等에 의한 것들을 除外하고는 別로 분수 없다. 다음에 列擧하는 式들은 推進器의 날개를 橢圓으로 보고 Schwanecke의 式을 實用的 近似式으로 簡略化한 것이다.

$$\text{軸中心方向振動} : 0.2812(\pi\rho/z)D_p^3(F_a/F)^2 \quad (3.1)$$

$$\text{軸中心둘레振動} : 0.0703\{\rho/(\pi z)\}D_p^5(p/D_p)^2(F_a/F) \quad (3.2)$$

$$\text{軸中心直角方向振動} : 0.6363\{\rho/(\pi z)\}D_p^3(p/D_p)^2(F_a/F)^2 \quad (3.3)$$

$$\text{軸中心直角둘레振動} : 0.0123(\pi\rho/z)D_p^5(F_a/F)^2 \quad (3.4)$$

다만,

ρ : 海水의 密度

z : 推進器날개數

D_p : 推進器直徑

F_a/F : 推進器展開面積比

p : 推進器피치

Hayama²⁹⁾는 上記値에 대하여 3次元修正을 勸奨하고 있으며 修正係數로서 (3.1)式과 (3.2)式에 대하여서는 Burrill-Robson의 圖表³⁰⁾ 또는 Thomsen²⁵⁾의 修正係數로, (3.3)式과 (3.4)式에 대하여서는 Kumai-Minami-Harada의 圖表³¹⁾에 의한 것을 提議하고 있다. 이들의 圖表와 係數式을 다음에 보인다.

$$E_{(\kappa)} = \frac{1}{1.05 + \frac{9.6}{z^2} (F_a/F)^2} \quad (3.5)$$

$E_{(\kappa)}$: Thomsen의 修正係數

z : 推進器날개數

F_a/F : 推進器展開面積比

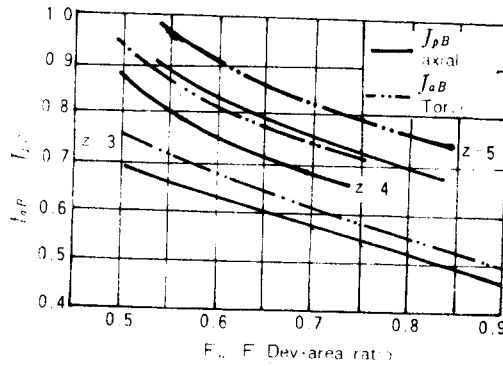


Fig. 8 Three-dimensional correction factor by Burrill and Robson²⁶⁾.

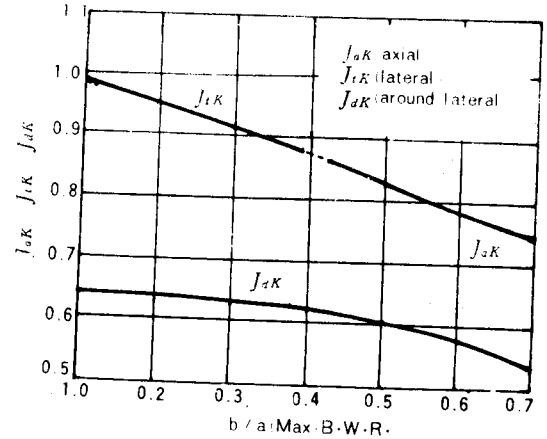


Fig. 9 Three dimensional correction factor by Kumai, Harada and Minami²⁸⁾.

上記式外에도 推進器의 날개를 橢圓으로 보고 附加水效果를 理論적으로 計算하는 方法이 Thomsen 등에 의해 提議되고 있다.

(2) 推進器의 자이로效果

推進器의 慣性作用은 一平面內의 振動에 의한 慣性力外에 直交하는 二平面內의 振動이 서로 聯成하여 생기는 자이로效果에 의한 모멘트도 考慮하여야 할 경우가 생긴다. 특히 推進器軸을 支持하는 스트라트나 붓싱의 支持剛性이 等方性일 때 자이로效果의 影響은 가장 크며 또한 回轉數가 클수록 크게 된다.

그러나 一般商船의 경우 推進器의 回轉數가 낮으며 大體로 300 rpm 未滿이고(最近에는 減速齒車等의 利用으로 100 rpm 未滿으로 낮추어지고 있다) MCR 에서라도 固有振動數에 미치는 影響은 大體로 10% 未滿으로 보고 있다. 따라서 特殊한 경우를 除外하고는 無視하는 일이 많다. 더구나 흔히 發生하는 正旋回(軸中心의 旋回方向과 回轉方向이 一致하는 경우)의 경우에는 靜止狀態에서의 固有振動數보다 共振振動數가 높게 되며 逆旋回(軸中心의 旋回方向과 回轉方向이 反對方向인 경우로서 發生하는 경우는 극히 드물다)의 경우에는 靜止狀態에서의 固有振動數보다 共振振動數가 낮아지기 때문에 자이로效果가 없는 靜止狀態의 固有振動數가 使用範圍以上이면 大概의 경우 問題로 되지 않는다. 더구나 支持構造가 異方性이 되면 될수록 자이로效果의 影響은 줄어들기 때문에 多軸船의 보싱構造와 같이 異方性이 강한 경우에는 別問題없이 자이로效果를 無視할 수 있다.

3.2 軸部의 特性值計算

(1) 近似式을 利用할 場合의 等價長計算

對象이 되는 軸系를 等價軸系로 換算하는 경우에는 使用하는 計算式이 여하한 條件下에 유도된 式인가를 충분히 알고 換算하여야 한다.

Panagopoulos의 式 및 Jasper의 式을 使用하는 경우 段이 있는 軸을 等價軸系로 換算하는 때는 이 들의 式의 유도 過程으로부터 알 수 있는 바와 같이 計算式에 나타나는 各支點間의 距離 b, l_1, l_2, \dots 는 材料力學的으로 等價인 軸系로서 다루어진다. 따라서 等價軸系로 換算한다 함은 軸系의 휘임曲線(휘임角)이 같게 되는 等價長을 計算하는 것이 된다. 즉, 軸徑이 d_1 , 길이가 L_1 인 軸을 直徑이 d_2 의 軸으로 換算하는 場合의 等價長 L_2 는 다음 式으로 나타낼 수 있다.

$$L_2 = L_1 \times \frac{I_2}{I_1} = L_1 \times \frac{d_1^4}{d_2^4} \quad (3.6)$$

다만, I_1 과 I_2 는 斷面 2次모멘트

그러나 Rayleigh의 方法에 이 等價軸系를 適用한다면

$$L_2 = L_1 \times \sqrt{d_1/d_2} \quad (3.7)$$

과 같이 되어 전혀 다른 값이 되므로 注意를 要한다.

(2) 等價質量의 計算

斷面均一한 軸部分으로 分割한 各各의 要素에 대하여 均一한 分布質量과 굽힘剛性을 갖는 보로서 다루는 方法(傳達메트릭스의 場合)과 要素의 質量을 分割片의 兩端(또는 中央)에 集中하고 該의 中間(또는 兩端)에 굽힘剛性만을 갖는 보가 存在하는 것으로 다루는 方法(影響係數法의 場合)의 두가지 場合가 있다.

軸에 슬리이브가 施工되는 部分은 물과 接觸하고 있으며 물과 接觸하는 部分은 排除容積에 相當하는 附加水效果를 考慮하는 것이 보통이다. 이와 같은 部分의 質量計算은 等價質量에 의하여 計算하면 便利하다. 지금 물의 比重을 ρ_w , 슬리이브의 比重을 ρ_b , 軸身의 比重을 ρ_s 라 하고 等價比重을 ρ 라 하면

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{D_0^3 - D_i^3}{D_i^3} \rho_s + \frac{D_0}{D_i} (\rho_w + \rho_s) \\ &= 8.735 \frac{D_0^3 - D_i^3}{D_i^3} + 1.025 \frac{D_0}{D_i} + 7.850 \end{aligned} \quad (3.8)$$

다만, D_0 는 슬리이브外徑, D_i 는 슬리이브內徑(裸身軸의 外徑)이다.

슬리이브가 없는 場合에는 $D = D_i$ 라 놓으면 된다.

한편 軸部의 자이로效果에 대하여서는 完全히 無視할 수 있다. 理論的檢討에 의할것 같으면 軸長과 軸徑의 比가 20:1인 軸의 1次固有振動數에 미치는 자이로效果는 約 0.08% 程度라 한다.⁹⁾

(3) 軸력프링의 特性值計算

一般的으로 軸系에 있어서의 斷面變化는 크지 않으며 大部分 베어링支持部分에서 軸의 直徑이 크게 되는 것이 보통이다. 또는 推進器軸으로부터 中間軸으로 直徑이 변하는 場合에는 途中에 데이퍼軸의 部分이 介在하게 된다. 그러나 플랜지部分에서는 直徑이 매우 急히 변하며 그 길이도 매우 짧기 때문에 이 部分의 剛性計算에는 問題가 있다. 지금까지의 傾向을 보면 플랜지 全體의 길이와 剛性에 影響을 미치는 것으로 보고 計算하는 場合와 剛性影響은 完全히 無視하고 重量만을 考慮하는 두가지 場合가 있다. 軸의 剛性이 軸徑의 4乘에 比例함을 생각할 때 위의 두가지 場合에 있어 상당히 큰 差異가 생길 것은 當然하다.

通常의 플랜지치수에 대한 研究에 의할 것 같으면 플랜지길이 全體가 剛性에 影響을 미치는 것이 아니며 플랜지 外徑과 길이를 基礎로 하여 計算한 값의 1/3~1/20에 不遜하다는 것이 밝혀지고 있다.³⁰⁾ 따라서 길이가 긴 軸系에서는 플랜지에 대한 剛性的 評價가 비록 正確하지 않더라도 全體에 미치는 影響은 無視할 程度이기 때문에 어떻게 다루던 큰 問題로 되지 않는다. 그러나 減速齒車軸과 推力軸에 있어서는 짧은 軸에 커플링과 推力칼러, 또는 減速齒車가 設置되어 있기 때문에 이들의 剛性計算에는 慎重을 期할 必要가 있다.

3.3 베어링支持部の 特性值計算

(1) 베어링支持點의 問題

中間軸支持베어링과 같이 베어링길이가 짧고 베어링兩端에 있어서의 軸의 높이가 같다고 볼 수 있는 경우에는 一般的으로 베어링中心에서 1點支持하는 것으로 다루어도 별로 問題로 되는 일은 없다. 그러나 船尾管最後部베어링과 같이 베어링길이가 길고 무거운 推進器가 한쪽에 固定되어 외팔보와 같은 狀態의 軸系에서는 支持點이 베어링의 어느 點에 있는 것으로 보느냐에 따라서 振動特性에 큰 影響을 미치게 된다.

이 問題에 관하여서는 지금까지 많은 論難이 있었으나 大體로 船尾側으로부터 베어링길이의 1/2~1/3 사이에 支點이 있는 것으로 보고 計算하는 것이 보통이다.

(2) 베어링油膜의 特性值計算

베어링支持部에서는 베어링油膜을 平行移動 및 回轉에 대한 等價스프링 및 다슈포트(dashpot: 減衰)로 置換하고, 또한 베어링 및 船體構造를 等價質量, 等價스프링, 等價減衰로 置換하여 생각할 수 있다.

以上の 油膜, 베어링 및 船體構造의 支持特性이 直列로 結合된 多自由度系로서 다루는 경우와 支持部全體를 다시 1自由度的 等價스프링과 減衰로 置換하여 다루는 경우가 있다. 後者は 傳達메트릭스法의 경우이고 有限要素法의 경우에는 兩者 모두 取扱이 可能하다.

이들 스프링 및 減衰特性은 實船의 경우 一般的으로 異方性이며 二方向相互間

에 聯成作用이 있다는 點, 더우기 베어링油膜의 경우에는 이 聯成作用이 構造物의 스프링과 같은 相反定理가 成立하지 않는 것 등으로 現象이 複雜하고 다루기가 매우 困難한 問題이다.

中間베어링 등과 같이 베어링길이가 짧은 경우에는 軸의 傾斜를 拘束하려 하는 作用이 작으므로 베어링中央에 支點을 定하고 油膜의 回轉스프링, 回轉減衰를 省略하여 近似시킬 수 있다.

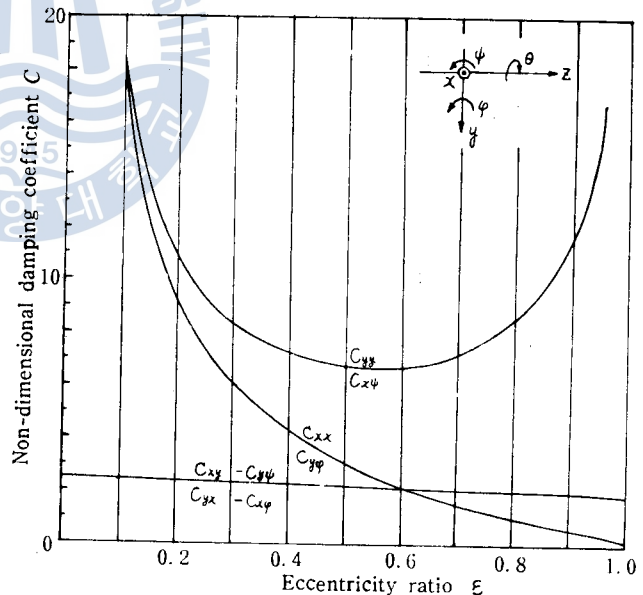


Fig. 10 Damping coefficient of oil film³¹⁾.

그러나 船尾管後部베어링과 같이 베어링간이가 길고 荷重이 偏在하는 경우에는 베어링의 油膜에 의하여 軸의 傾斜를 拘束하는 모멘트作用을 無視할 수 없으므로 回轉스프링과 回轉減衰를 考慮하여야 한다.

實際上 數值計算을 行할 경우 油膜의 影響은 撰別的으로 導入하는 것이 보통이다.

베어링部에 있어서의 軸과 베어링의 相對振幅이 작은 경우에는 油膜스프링常數는 相對的으로 큰

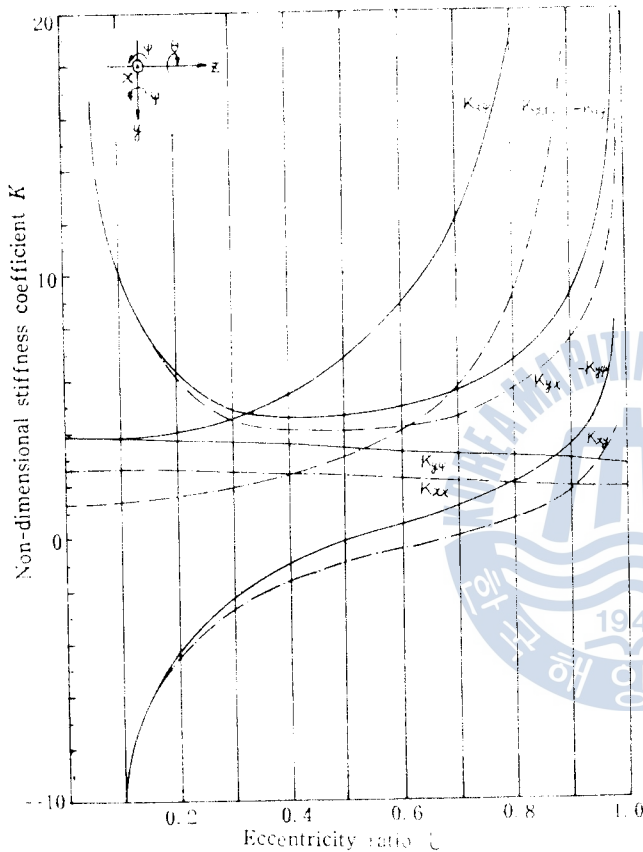


Fig. 11 Stiffness coefficient of oil film¹⁰⁾.

$$\begin{aligned}
 K_{xx} &= \frac{ck_{xx}}{F_0}, & K_{xy} &= \frac{ck_{xy}}{F_0}, & K_{yy} &= \frac{ck_{yy}}{F_0}, & K_{yx} &= \frac{ck_{yx}}{F_0} \\
 K_{x\phi} &= \frac{ck_{x\phi}}{F_0} \left(\frac{60}{l^2} \right), & K_{x\psi} &= -\frac{ck_{x\psi}}{F_0} \left(\frac{60}{l^2} \right), & K_{y\phi} &= -\frac{ck_{y\phi}}{F_0} \left(\frac{60}{l^2} \right), & K_{y\psi} &= \frac{ck_{y\psi}}{F_0} \left(\frac{60}{l^2} \right) \\
 C_{xx} &= -\frac{c\omega c_{xx}}{F_0}, & C_{xy} &= \frac{c\omega c_{xy}}{F_0}, & C_{yy} &= \frac{c\omega c_{yy}}{F_0}, & C_{yx} &= \frac{c\omega c_{yx}}{F_0} \\
 C_{x\phi} &= -\frac{c\omega c_{x\phi}}{F_0} \left(\frac{60}{l^2} \right), & C_{x\psi} &= \frac{c\omega c_{x\psi}}{F_0} \left(\frac{60}{l^2} \right), & C_{y\phi} &= -\frac{c\omega c_{y\phi}}{F_0} \left(\frac{60}{l^2} \right), \\
 C_{y\psi} &= \frac{c\omega c_{y\psi}}{F_0} \left(\frac{60}{l^2} \right)
 \end{aligned}$$

여기서

c : 베어링平均半徑들

값이 된다. 특히 船尾管後部베어링에서는 이 傾向이 크며 이 部分에서는 船體構造의 스프링定數가 固有振動數에 미치는 影響이 支配的이다. 다만, 베어링荷重이 매우 작은 경우에는 油膜스프링常數가 작아져서 船體構造의 스프링常數보다 影響이 커질 경우를 생각할 수 있는데 이와 같은 現象이 船尾管前後部베어링에서 일어나면 固有振動數에 미치는 影響이 크기 때문에 注意를 要한다. 中間軸베어링에서는 이와 같은 現象이 일어나더라도 影響은 작다.

結論的으로 말하자면 軸베어링配置에 留意하여 各베어링이 되도록 有效하게 軸을 支持하도록 하면 多軸船과 같이 船體構造가 柔軟할 경우 油膜스프링을 省略하여 近似시킬 수 있을 것이다.

油膜減衰係數, 油膜스프링定數의 計算에 必要한 資料를 提示하면 Fig. 10, Fig. 11 과 같으며 그림에서 記號의 뜻은 다음과 같다. ^{10) 135)}

k_{ii}, k_{ij} : 油膜의 스프링定數

c_{ii}, c_{ij} : 油膜의 減衰係數

F_0 : 베어링의 靜荷重

l : 베어링의 길이

ω : 軸의 回轉角速度

ε : 偏心率

偏心率는 Fig. 12에 의하여 주어지며 그림에서 記號의 뜻은 다음과 같다.³¹⁾

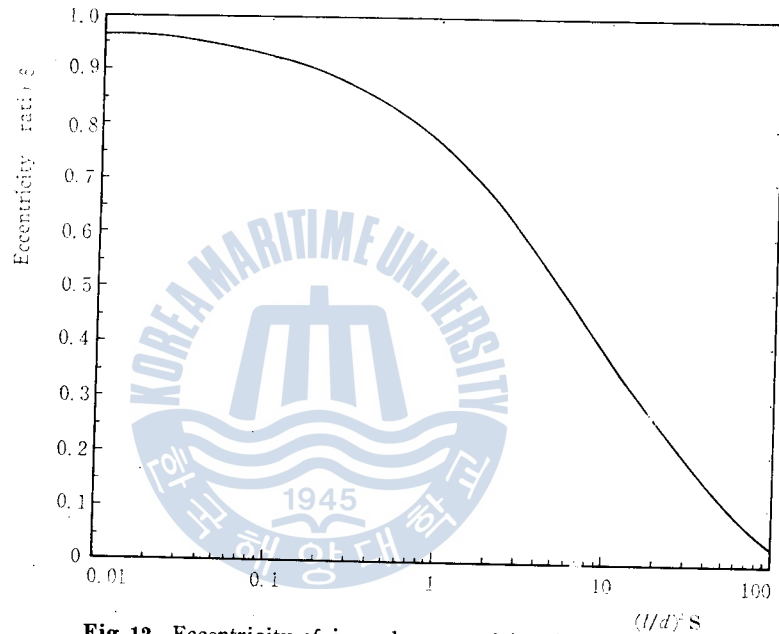


Fig. 12 Eccentricity of journal supported by oil film³¹⁾.

ε : 偏心率

d : 자아널直徑(=2r)

S : Sommerfeld의 數 $\left\{ = \left(\frac{r}{c} \right)^2 (\mu N / p) \right\}$

r : 자아널半徑

μ : 粘性係數

N : 軸의 每秒回轉數

p : 平均베어링壓力(= F_0/dl)

(3) 海水潤滑式 船尾管과 스트라트베어링의 剛性計算

海水潤滑式 리그넘바이티船尾管의 경우에 대하여서는 油潤滑式 白色合金船尾管에 비하여 베어링 間隔이 크기 때문에 앞서 說明한 油膜스프링定數計算方法을 適用하기 困難하다. 이러한 경우에 대하여서는 Jasper⁴⁾에 의하여 提示된 다음 式들을 參考로 할 수 있다. 다만, 이에 대한 異論도 있으며 그 信賴性에 대하여서는 確認되지 않고 있다.

리그널라이터船尾管의 直線스프링定數 K_L 는

$$K_L = \frac{R_t}{\left(\frac{C}{2} + d\right)} \tag{3.9}$$

R_t : 船尾管베어링에 걸리는 靜的荷重(= $W_t + \frac{W_s}{2}$)으로서 船尾로부터 베어링까지의 $\frac{1}{3}$ 되는 곳에 作用한다고 본다.

W_t : 推進器 무게

W_s : 前後船尾管베어링間의 軸重量

C : 軸과 베어링間 間隔

d : 靜荷重 R 에 의한 베어링의 變形(通常 無視한다)

리그널라이터船尾管의 回轉스프링定數 K_R 에 대해서는

$$K_R = \frac{0.50 \times R_t b}{\left(\frac{C}{2} + d\right)} \tag{3.10}$$

b : 베어링의 길이

船尾管베어링의 材料가 合成고무나 合成樹脂와 같은 軟質로 만들어진 경우 直線스프링定數는 荷重變形曲線으로부터 구할 수 있으며 回轉스프링定數 K_R' 는 다음 式으로 구하여 진다.

$$K_R' = \frac{1}{12} K_R b^3 \tag{3.11}$$

K_R : 베어링單位長에 대한 베어링材料의 直線스프링定數

스트라트베어링이나 木釘의 스프링定數는 有限要素法에 의하여 計算이 可能하나 實際의 計算에 있어 船體와의 固定點을 어디로 보느냐에 따라 計算值에 差異가 생기므로 아직도 信賴할만한 結果를 얻기 어렵다. 스트라트베어링에 대한 Jasper의 計算式은 다음과 같다.

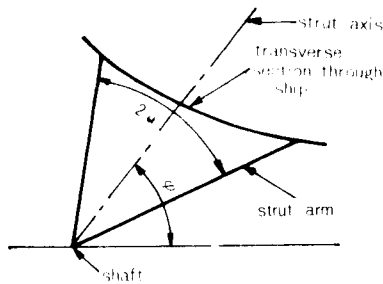


Fig. 13 Strut bearing

$$K_{RH} = \frac{M_o M_n}{M_n \cos^2 \varphi + M_o \sin^2 \varphi} \tag{3.12}$$

$$M_o = \frac{2EI \cos^2 \alpha}{l}$$

$$M_n = \frac{24EI}{l} \left(\frac{d}{l} + \frac{d}{l} + \frac{1}{3} \right) \sin^2 \alpha$$

K_{RH} : 水平面內 스트라트베어링의 回轉스프링定數

2α : 스트라트암間의 角度

l : 스트라트암의 平均長

I : 스트라트암의 橫軸에 관한 斷面 2次모멘트

d : 스트라트筒部の 直徑

φ : 스트라트軸中心과 水平面과의 角度

E : 스트라트材料의 縱彈性係數

$$K_{RV} = \frac{M_a M_r}{M_a \cos^2 \varphi + M_r \sin^2 \varphi} \quad (3 \cdot 13)$$

K_{RV} : 垂直面內 스트라트베어링의 回轉스프링定數

Hylarides²⁰⁾는 油浴式베어링에 (3·9)式을 適用할 경우 $\frac{C}{2}$ 代身에 $\frac{C}{20}$ 로 하려는 良好한 結果를 얻을 수 있다고 主張하고 있다.

3·4 推進軸系 橫振動에 있어서의 起振力과 減衰力

(1) 起振力の 計算²¹⁾

軸系는 船尾端에서 作動하는 推進器를 通하여 推力과 토오크 및 推進器面內에서 作用하는 上下, 左右方向의 힘 및 모멘트를 받는다. 後者들은 一般的으로 推進器外力이라 불리워지는 것들이다.

推力 및 토오크의 變動은 機關, 減速裝置를 包含하는 軸系의 縱振動과 비틀振動의 起振力이 된다. 한편 推進器外力은 推進軸系의 橫振動뿐만 아니라 船體의 振動을 일으키는 起振力이 되고 軸系配置, 특히 動的 軸系配置의 計算에 있어 考慮의 對象이 된다.

軸系橫振動이나 船體振動起振力으로서의 推進器外力은 軸系나 船體의 固有振動數와의 共振을 回避하기 위하여 翼數次를 基本振動次數로 하는 各次數의 成分을 計算할 必要가 있다. 베어링內의 軸舉動을 알기 위해서는 推進器外力의 各 날개에서의 合成力 크기와 方向 및 油膜으로부터의 反力이 가장 重要한 因子로 된다. 또한 船尾管後部베어링의 油溝位置의 決定에 必要한 等價合成베어링荷重의 크기와 方向에 대하여서는 推進器의 自重을 考慮하고 또한 推進器外力中 모멘트에 대한 相當荷重 作用位置의 推定에 正確을 期할 必要가 있다.

이와 같이 軸系振動이나 船體振動뿐만 아니라 軸系配置上 매우 重要한 意味를 갖는 推進器外力의 計算에는 다음과 같은 두 가지 方法이 現在 研究되고 있다. 即, 船尾의 不均一한 伴流中에서 作動하는 推進器의 外力計算은 準定常計算法과 非定常計算法으로 大別할 수 있다. 前者는 現在 比較的 널리 그 計算法이 普及되어 있으나 正確性에 있어 後者에 미치지 못한다. 後者는 前者에 比하여 計算이 훨씬 複雜하며 日本의 船舶研究所를 비롯하여 獨逸, 和蘭의 몇몇 研究所에서 理論적으로 比較的 正確하게 다룬 非定常揚力面理論에 의한 推進器起振力 計算프로그램을 開發하여 利用하고 있는 것으로 알려져 있다. 또한 이들의 計算結果는 準定常計算法에 비하여 滿足스러운 結果를 준다고 한다. 그러나 非定常計算이든 準定常計算이든 그 結果를 實測値와 比較한 例는 아직 많지 않으며 今後의 研究에 期待하는 바가 크다.

本 研究에서는 強制橫振動計算프로그램을 開發하였으나 計算對象船舶의 伴流分布에 관한 資料를 入手하지 못하여 強制橫振動의 實船計算을 行하지 못하였다. 今後, 船體推進專門家와의 共同研究에 의하여 推進器外力計算프로그램을 獨自의으로 開發할 必要가 있으며 同時에 이를 뒷받침하기 위한 水槽實驗과 實測을 통한 伴流分布研究가 緊要하다.

(2) 減衰力の 計算

現在까지 推進器의 軸돌리振動과 縱振動의 減衰力에 관해서는 理論的 研究도 많고 實測値와의 對比도 比較的 많으나 橫振動에 관하여서는 強制減衰振動의 解析을 企圖한 例가 매우 드물기 때문에

앞으로의 研究에 期待하고 있는 形便이다.

筆者들이 推進軸橫振動計算法을 開發하는 途中에 入手한 몇가지 資料中 實用的 價値가 있는 것으로 생각하는 理論的 減衰力計算式을 紹介하면 다음과 같다.

Schuster¹¹⁾와 Thomsen¹²⁾은 推進軸系の 軸둘레振動과 縱振動에 대한 推進器의 減衰係數理論式을 發表하고 있으며 이들에 관한 研究는 그 外에도 많다. 한편 Schwanecke¹³⁾는 各種 振動에 대한 推進器減衰係數計算式을 發表하고 있는데 그 內容은 다음과 같다.

$$\text{軸中心方向振動} : 0.0925 \pi \rho D \omega (F_s/F) \tag{3.14}$$

$$\text{軸中心둘레振動} : 0.0231 (\rho/\pi) \omega D^3 (\rho/D)^2 (F_s/F) \tag{3.15}$$

$$\text{軸中心直角方向振動} : 0.1536 (\rho/\pi) \omega D^3 (\rho/D)^2 (F_s/F) \tag{3.16}$$

$$\text{軸中心直角둘레振動} : 0.0054 \pi \rho \omega D^3 (F_s/F) \tag{3.17}$$

다만,

ρ : 海水의 密度

ω : 推進器의 回轉角速度

D : 推進器直徑

ρ : 推進器의 軸

F_s/F : 推進器展開面積比

Hayama¹⁴⁾는 上記 Schwanecke의 減衰係數計算式에 대하여 附加水効果의 경우와 마찬가지로 軸둘레振動과 縱振動은 Burrill-Robsen¹⁵⁾이나 Thomsen¹²⁾의 修正係數로, 橫振動에 대하여서는 Kumai¹⁶⁾等에 의한 修正係數로 二次修正을 行하는 것이 最善하다고 말하고 있는데 이들 係數의 圖表나 式은 이미 附加水를 說明할 때 Fig.8, Fig.9 및 (3.5)式으로 言及한 바 있다.

推進軸系橫振動에 관한 그 外의 減衰力으로서는 各種 베어링의 油膜減衰力과 軸內部히스테리시스減衰를 생각할 수 있다. 前者에 대하여서는 이미 油膜스프링定數를 說明할 때 言及한 바 있으며 Fig.10으로서 提示하였다. 後者에 대하여서는 軸系の 軸中心둘레 또는 縱振動에 대한 것과 같은 方法으로 다루면 될 것이다.¹⁷⁾

3.5 計算모델과 計算方法

以上の 各 構成要素特性價가 求하여지면 이들을 結合하여 綜合計算모델이 만들어진다. Fig.14는 그의 1例를 보여 주고 있다. 이러한 모델의 計算에는 傳達매트릭스法, 有限要素法 모두 利用할 수 있으나 특히 後者가 便利하다.

앞서 說明한 바와 같이 各 要素마다 그의 特性에 따라 垂直面內, 또는 水平面內의 각각의 變位, 傾斜, 굽힘모멘트, 剪斷力등 4個(非聯成으로 보고 獨立해서 計算), 또는 8個(兩平面間에 있어 聯成)의 狀態量에 대하여 要素의 左側으로부터 右側으로 傳達關係를 매트릭스表示로 바꾸어 쓴다. 各 要素의 傳達매트릭스를 軸系の 配置에 따라 곱셈을 行하여 軸系全體의 傳達매트릭스를 구하고 軸系兩端의 條件(自由端, 固定端, 單純支持端等)을 주어 聯立方程式을 立으로써 兩端의 未知數를 구하고 나아가서 任意點의 狀態量이 求하여지므로 軸系各部의 振動應答을 얻을 수 있다.

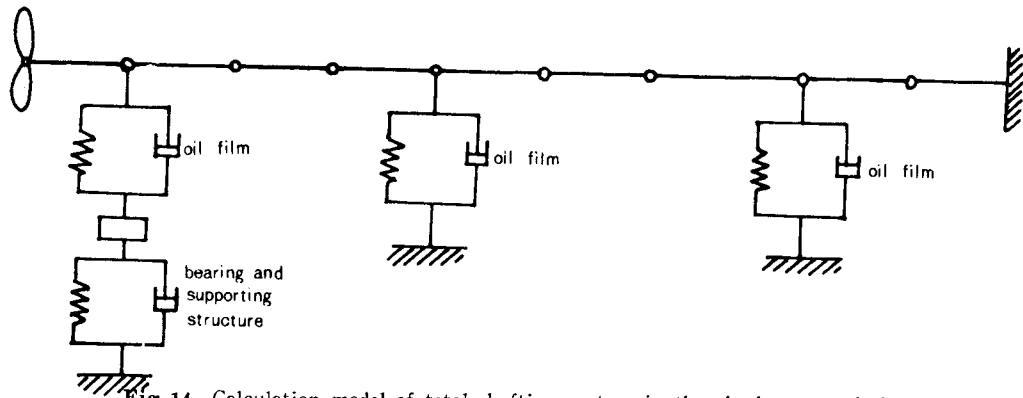


Fig. 14 Calculation model of total shafting system in the single screw-shaft.

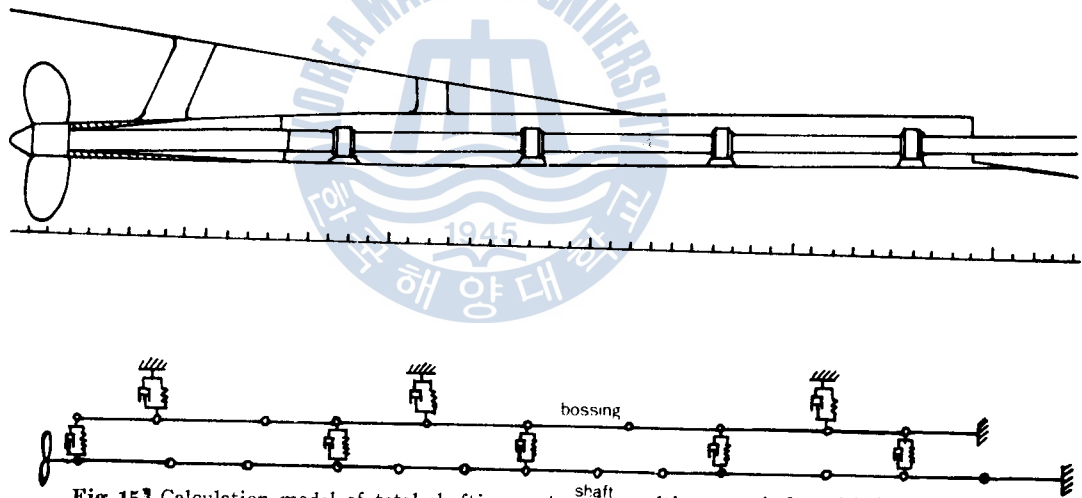


Fig. 15 Calculation model of total shafting system in multi-screw shafts with bossings.

Fig. 14 에 보이는 計算모델은 各베어링支持部의 스프링이 각각 獨立해서 一端이 固定되어 있다. 따라서 베어링 相互間의 影響은 없는 것으로 볼 수 있다. 그러나 實際의 船舶에서는 連續된 船體構造이기 때문에 하나의 베어링支點에 作用하는 베어링荷重에 의하여 構造全體가 變形하고 다른 베어링支持點 位置까지 變化시킴으로써 이들의 베어링反력에 影響을 주게 된다.

多軸船의 보싱構造와 같이 가늘고 길며 柔軟한 構造의 경우에는 이와 같은 베어링 相互間의 影響을 考慮하여 Fig. 15 와 같은 모델로 다루어야 할 必要가 있다. 이와 같은 計算모델은 다루기가 複雜하며 有限要素法의 利用이 不可避하게 된다.

IV. 推進軸系 橫振動的 數值計算例

4.1 近似計算例

가장 信賴할만한 計算結果를 주는 近似計算式을 알아 보기 위하여 實測結果가 있는 6 個의 推進軸系에 대하여 Panagopulos 의 式, 修正 Panagopulos 의 式, Jasper 의 式, Jasper-Rayleigh 의 方法等 4 個의 式과 方法을 適用하여 計算하였다. 여기서 Jasper 의 式 및 Jasper-Rayleigh 의 方法에는 3 點 支持系를 利用하였으며 各軸系에 대하여 船尾管船首端베어링을 支持點으로서 考慮한 경우와 無視한 경우의 두 가지 計算을 行하였다.

(1) 推進軸系와 推進器의 寸數

Fig. 16~Fig. 21 은 近似計算에 利用한 推進軸系의 略圖를 보여 주고 있으며 表 3 은 이들 軸系推進器의 主要寸數를 보여 주고 있다. 여기서 A 船~E 船은 日本船用機關學會에서 蒐集한 資料를 利用하였으며 F 船은 韓國海洋大學 練習船 “한바다” 號이다.

表 3 主機 및 推進器의 主要寸數

船別	主機出力 및 回轉數		推 進 器 型式×數	直徑×리치		展開面積比	重 量	極慣性모멘트	船尾베어링型式
	ps	rpm		m	m				
A 船	11,200	140	4翼×1個	5.00	4.77	0.681	14,400	14,000	리크널베어링
B 船	13,800	119	5 × 1	6.00	4.26	—	21,490	343,000	리크널베어링
C 船	20,700	119	6 × 1	6.44	4.48	0.675	26,338	450,290	白色合金
D 船	18,000	119	5 × 1	6.40	4.60	0.597	28,800	405,300	리크널베어링
E 船	28,800	122	5 × 1	6.80	4.73	0.708	29,000	633,000	白色合金
F 船	3,800	230	4 × 1	3.15	2.32	0.650	3,200	15,700	리크널베어링

表 4 基本翼數次 推定共振回轉數와 計測方法

船別	基本翼數次推定共振回轉數	計 測 方 法
A 船	140 rpm 附近	船尾管前部베어링에서 非接觸變位計로 計測
B 船	115 "	推進器베어링部大端側에 스트레인 게이지를 附着하여 計測
C 船	125 "	船尾管前部베어링 및 最後中間베어링前部에서 캔티레버로 計測
D 船	110 "	船尾管前部베어링에 스트레인 게이지를 附着하여 計測
E 船	125 "	推進器보스前端部の 上下, 左右變位를 캔티레버로 計測
F 船	190 "	中間軸最後部베어링에서 다스카니아式 變位計로 計測

表 4 는 이들 船舶의 推進軸系 基本翼數次 共振回轉數 計測方法과 推定共振回轉數를 보여 주고 있다. 共振點이 使用回轉數範圍外에 있는 것은 計測된 振幅으로부터 推定하였다. 또한 C 船의 경우에

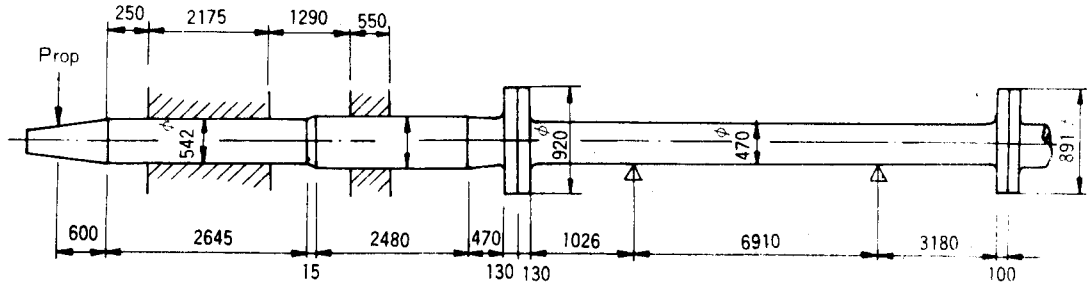


Fig. 16 Propulsion shaft skelton diagram of Ship A.

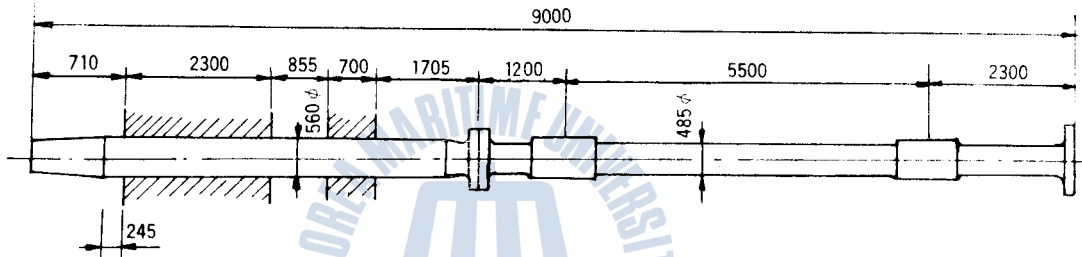


Fig. 17 Propulsion shaft skelton diagram of Ship B.

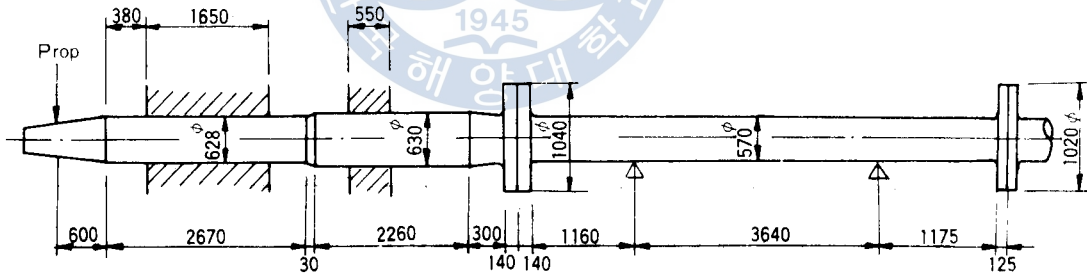


Fig. 18 Propulsion shaft skelton diagram of Ship C.

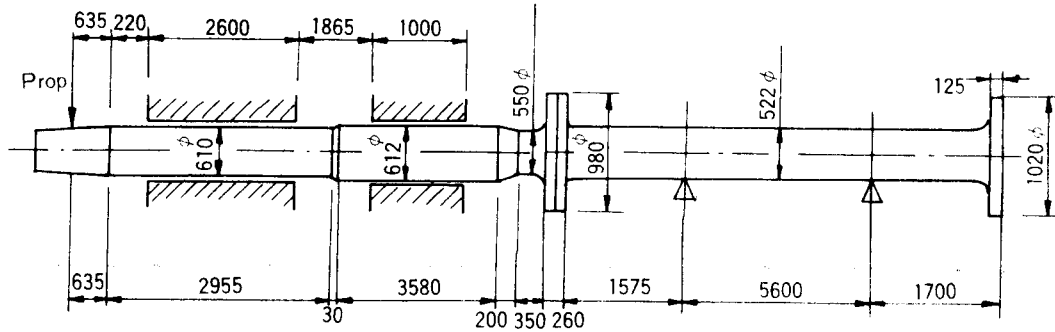


Fig. 19 Propulsion shaft skelton diagram of Ship D.

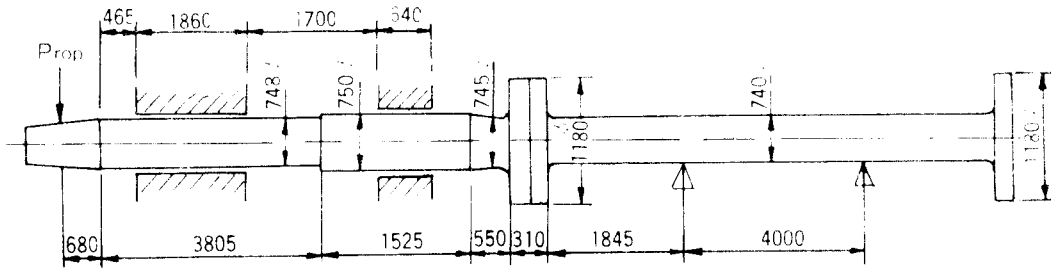


Fig. 20 Propulsion shaft skelton diagram of Ship E.

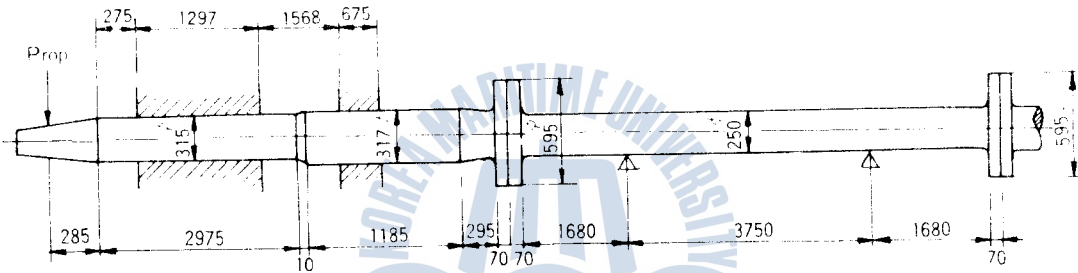


Fig. 21 Propulsion shaft skelton diagram of Ship F.

는 中間軸最後部베어링을 設置한 경우와 除去한 경우에 대하여 共振回轉數를 計測하였으나 不過 數回轉밖에 差가 없었다.

Fig. 22는 F船의 中間軸最後部베어링部에서 計測한 左右方向變位를 보여 주고 있으며 大體로 190~195rpm 附近에 共振點이 있음을 알 수 있다.

(2) 近似計算結果

Fig. 24~Fig. 28에 計算結果를 보인다. 大體로 Panagopulos의 式은 너무 낮은 값을 주고 있으며 Jasper의 式은 너무 높은 값을 주는 傾向이 있다. 이에 比하여 修正 Panagopulos의 式과 Jasper-Rayleigh의 方法은 大體로 適當한 값을 주고 있다.

船尾管前部베어링에 대하여서는 無關係한 경우가 좋은 結果를 주는 것은 A船, B船, E船의 경우이며 多量의 軸이 좋은 結果를 주는 것은 C船, D船, F船의 경우로서 軸系配置에 있어 船首側베어링의 有効性이 確認되지 않았기 때문에 어느 쪽이 좋은가 斷定하기 어려우나 最近에 이르러 漸次 軸系配置에 關心을 두고 船首側베어링도 荷重을 支持하도록 하는 것이 一般的 傾向이므로 이 點에

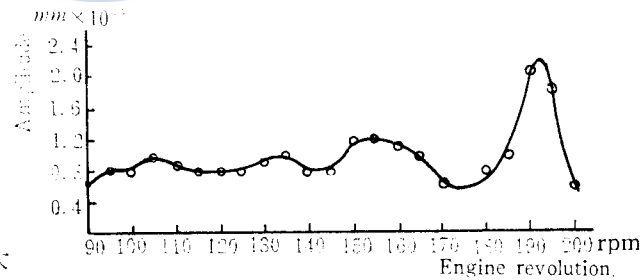


Fig. 22 Horizontal vibration amplitude of propulsion shaft of Ship F.

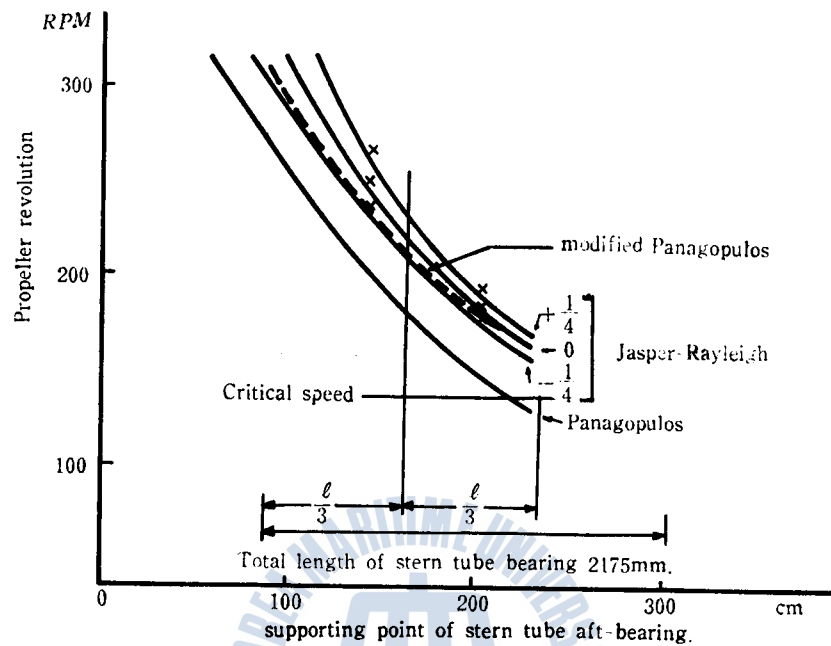


Fig. 23A Critical speed calculation of Ship A by approximate formulas (consider the fore bearing of stern tube). (x Jasper)

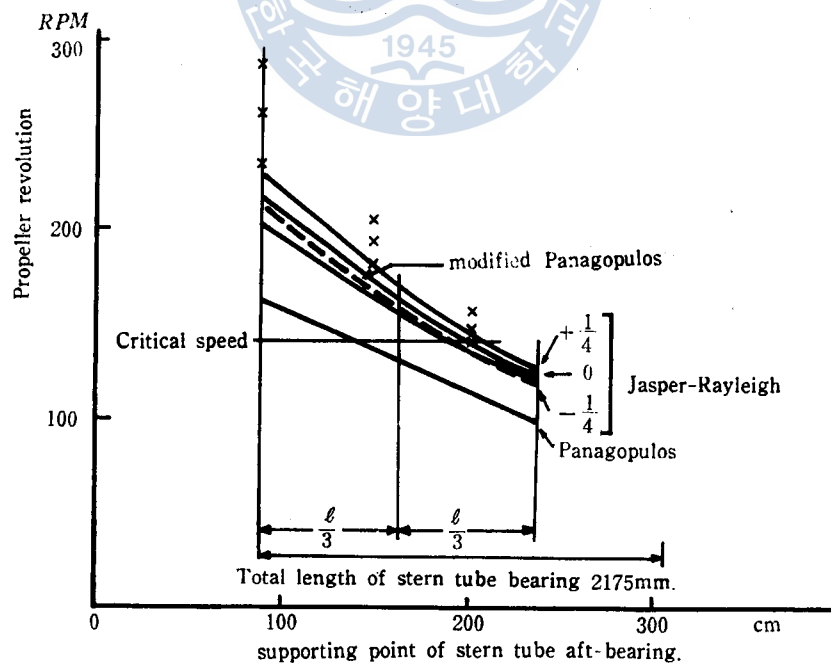


Fig. 23B Critical speed calculation of Ship A by approximate formulas (neglect the fore bearing of stern tube). (x Jasper)

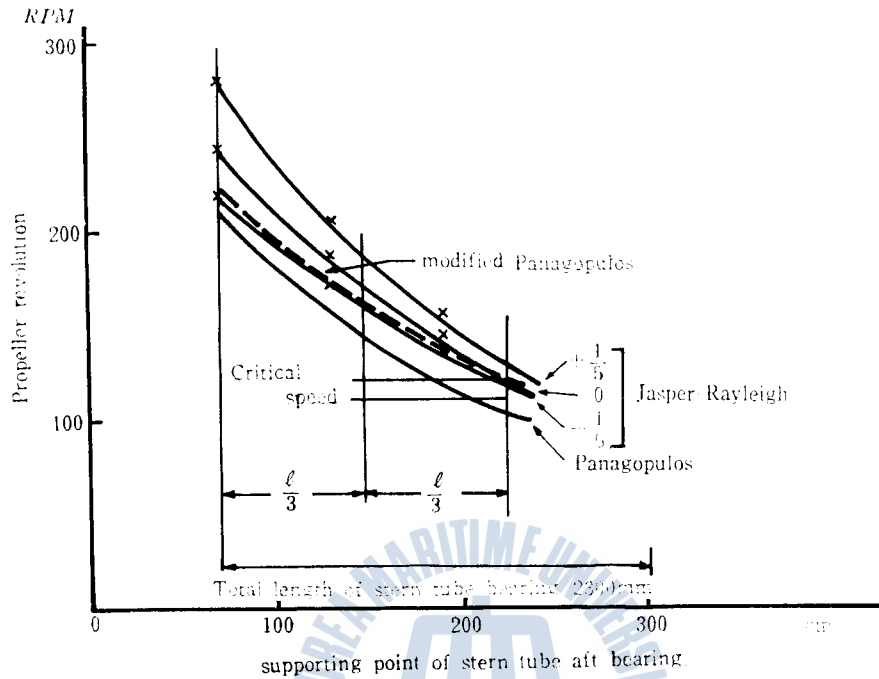


Fig. 24A Critical speed calculation of Ship B by approximate formulas (consider the fore bearing of stern tube). (× Jasper)

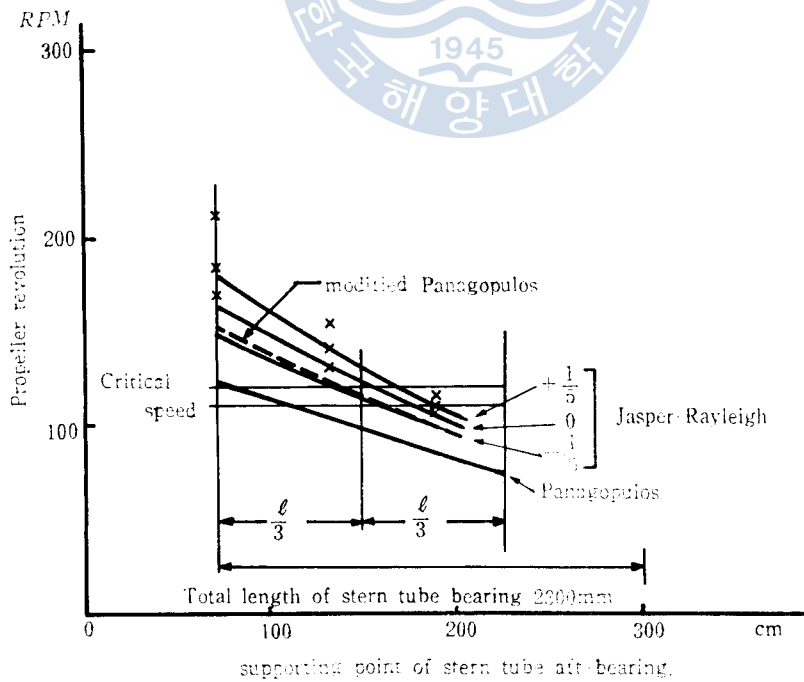


Fig. 24B Critical speed calculation of Ship B by approximate formulas (neglect the fore bearing of stern tube). (× Jasper)

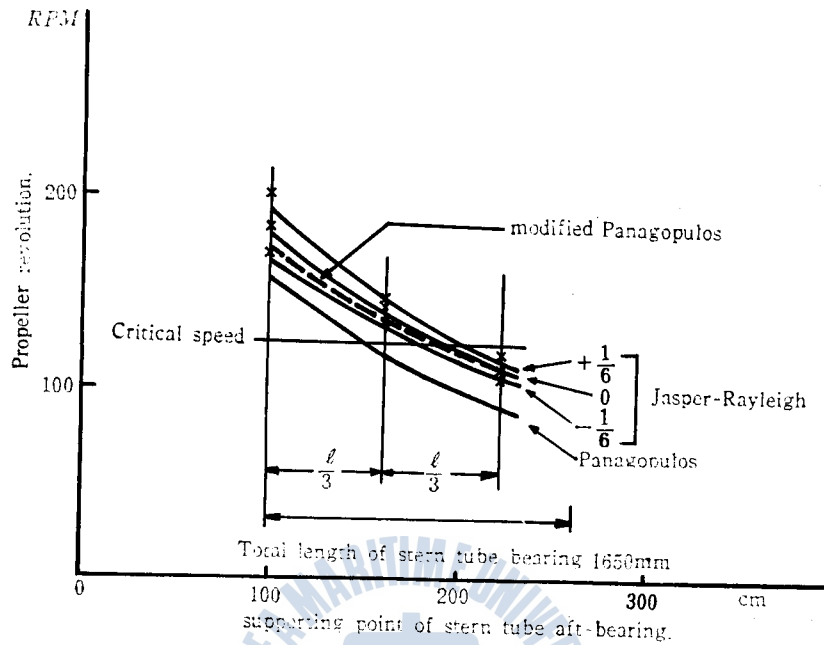


Fig. 25A Critical speed calculation of Ship C by approximate formulas (consider the fore bearing of stern tube). The last intermediate shaft is supported by one bearing. (× Jasper)

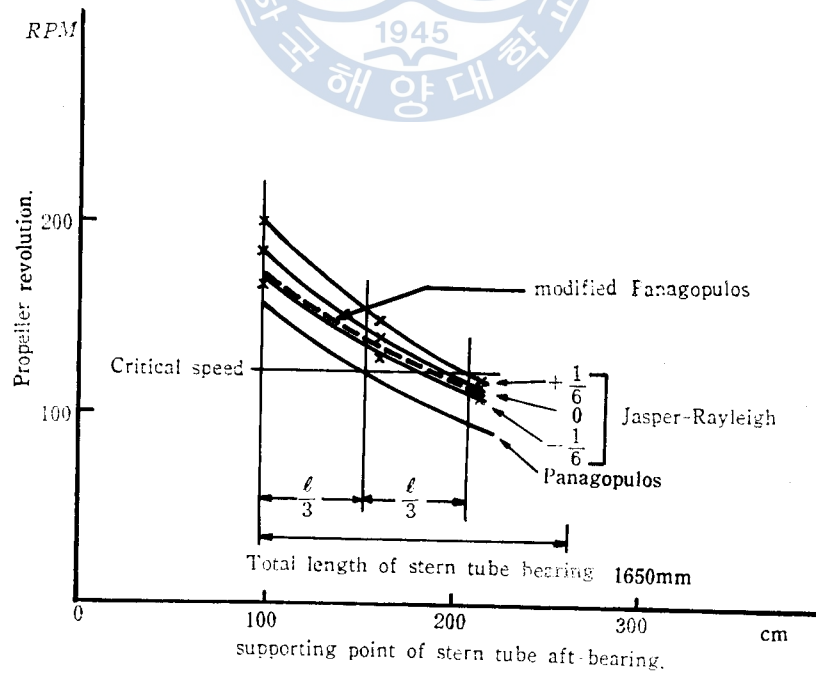


Fig. 25B Critical speed calculation of Ship C by approximate formulas (consider the fore bearing of stern tube). The last intermediate shaft is supported by two bearings. (× Jasper)

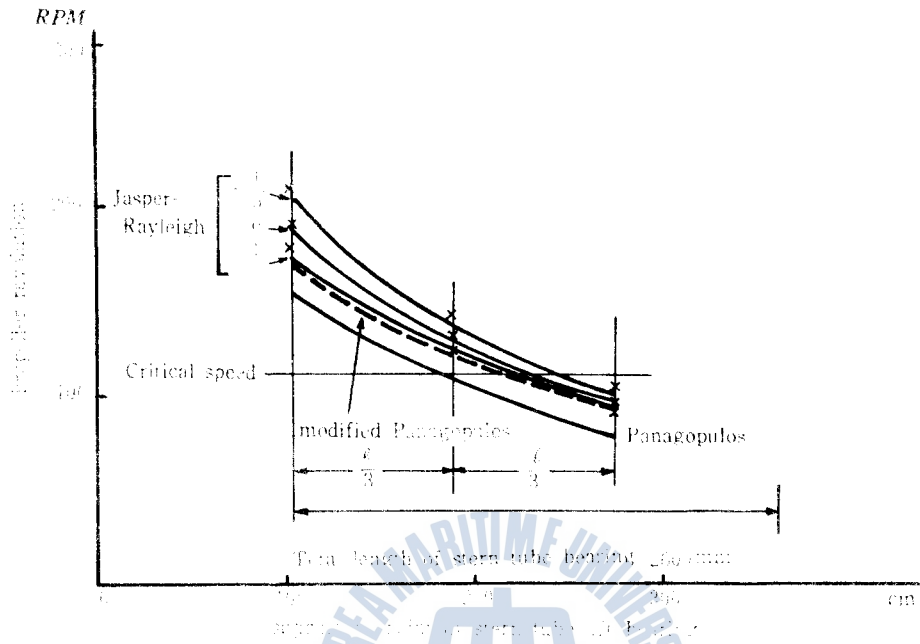


Fig. 20A Critical speed calculation of Ship D by approximate formulas (consider the fore bearing of stern tube). (× Jasper)

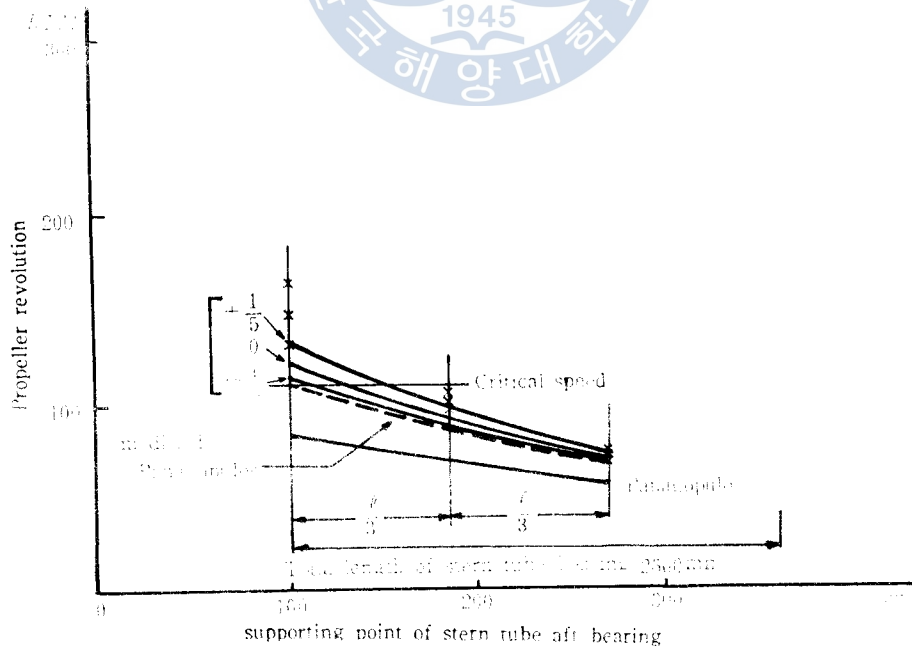


Fig. 26B Critical speed calculation of Ship D by approximate formulas (neglect the fore bearing of stern tube). (× Jasper)

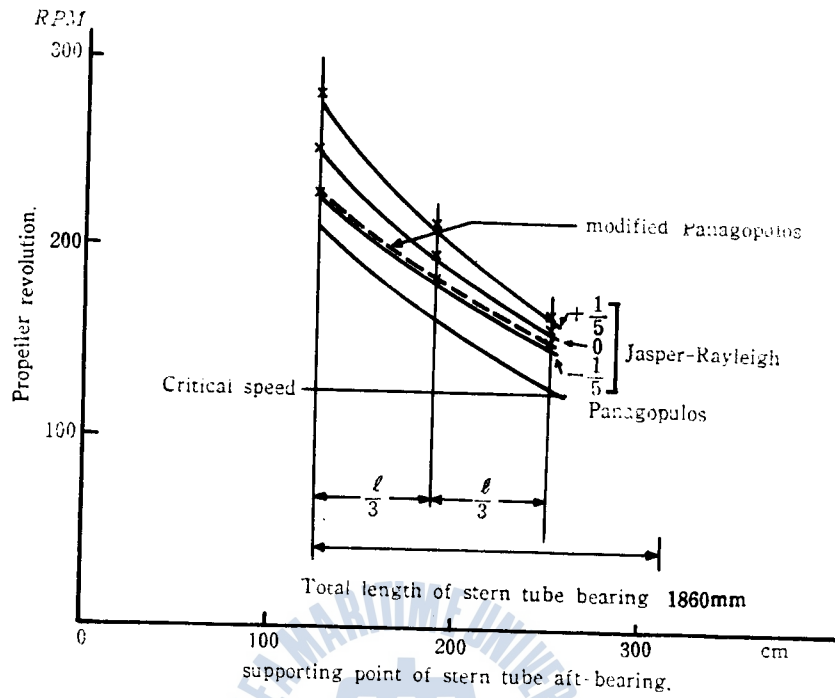


Fig. 27A Critical speed calculation of Ship E by approximate formulas (consider the fore bearing of stern tube). (× Jasper)

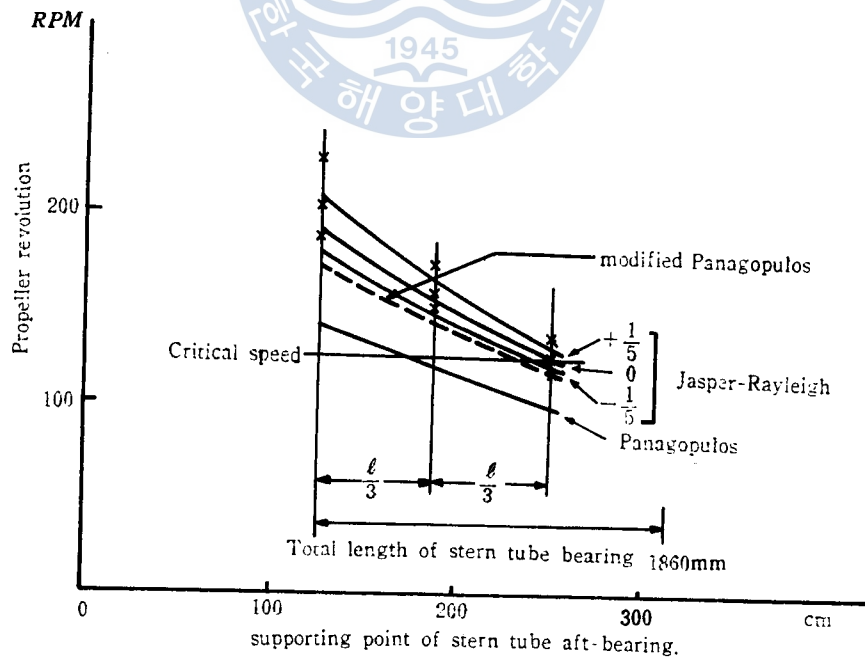


Fig. 27B Critical speed calculation of Ship E by approximate formulas (neglect the fore bearing of stern tube). (× Jasper)

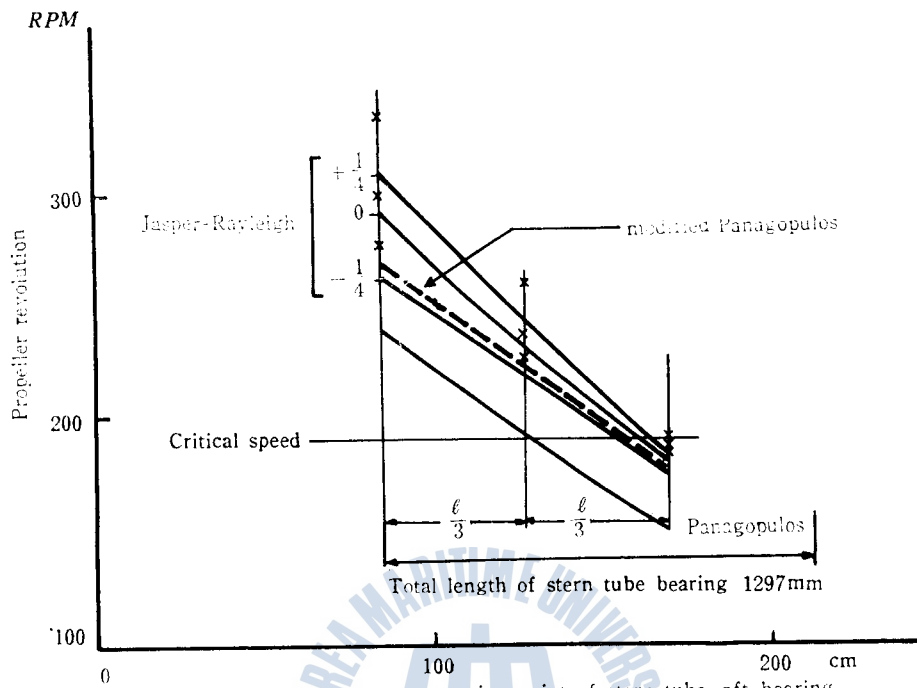


Fig. 28A Critical speed calculation of Ship F by approximate formulas (consider the fore bearing of stern tube). (× Jasper)

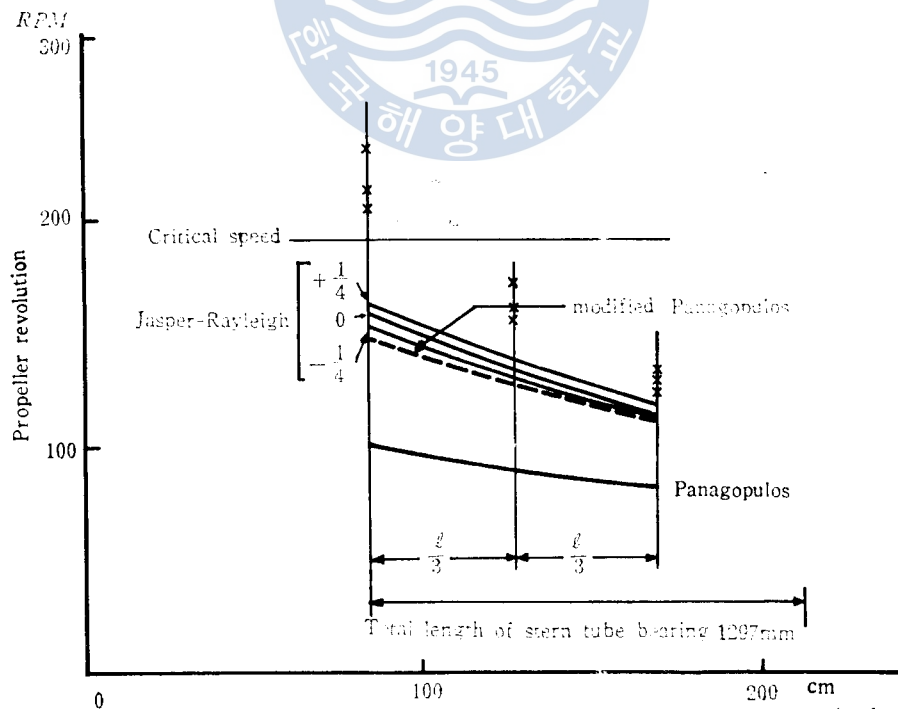


Fig. 28B Critical speed calculation of Ship F by approximate formulas (neglect the fore bearing of stern tube). (× Jasper)

서 支持되는 것으로 보는 것이 妥當하다고 생각된다. C 船의 경우에는 船首側베어링에도 荷重이 걸리도록 軸系가 配置된 경우이므로 支點이 無視된 경우는 다루지 않았다.

船尾管後部베어링 支點으로서는 船尾側으로부터 베어링全長의 1/3~1/2程度로 보는 것이 無難한 것 같다.

4.2 精密計算例

앞의 近似計算例中에서 F 船에 대하여서는 推進器와 推進軸系의 詳細圖가 入手되었기 때문에 精密計算을 行하였다.

(1) 軸系裝置의 치수와 計算機入力値

軸系는 推進器로부터 推力베어링까지의 사이를 19 分割하였으며 推進器와 커프링 및 플라이휠은 外部集中質量으로 보고 別途 計算하여 計算機에 넣었으며 支持스프링은 船尾管前後베어링, 中間軸 支持베어링 및 플라이휠과 드러스트칼러 支持베어링까지 考慮하고 특히 船尾管 支持베어링에 대하여서는 回轉스프링까지 計算하여 計算機入力値로서 다루었다.

다음 表 5 는 이와 같은 集中質量 및 慣性모멘트의 값을, 表 6 은 支持스프링定數의 값을 보여 준다.

表 5 F 船 推進軸系의 集中質量 및 慣性모멘트

名 稱	質 量 (kg·cm ⁻¹ ·sec ²)	慣 性 모 멘 트 (kg·cm·sec ²)	備 考
推 進 器	0.3802306×10 ¹	0.1983700×10 ⁵	附加水效果 16%와 150% 包含 推進器軸, 中間軸 및 推力軸 커프링은 모두 同一取扱 推進軸 1 部包含
커 프 링	0.2485883×10 ⁰	0.6877480×10 ²	
플 라 이 휠	0.8440350×10 ⁰	0.3804000×10 ⁴	

表 6 F 船 推進軸系 支持베어링 스프링定數

名 稱	直線스프링定數 (kg/cm)	回轉스프링定數 (cm·kg/rad)	備 考
船 尾 管 後 端	0.7004643×10 ⁵	0.1032510×10 ⁹	Jasper 의 式 利用 ⁴⁾
船 尾 管 前 端	0.1483538×10 ⁵	0.1041611×10 ⁸	Jasper 의 式 利用 ⁴⁾
中 間 軸 베 어 링	0.1000000×10 ⁷	—	油膜의 스프링定數만 考慮
플라이휠 支持베어링	0.1000000×10 ⁷	—	油膜의 스프링定數만 考慮

上記表에 提示된 以外の 資料는 圖面에서 주어진 치수에 의하여 計算機가 計算하도록 프로그래밍 하였다.

Fig. 29 는 F 船의 全體軸系略圖를 보여 주고 있다.

推進器의 附加水效果에 대하여서는 軸中心直角方向振動에 있어 Thomsen 의 方法에 의 하면 約 16%, Schwanecke 의 式에 의 하면 約 12%(이것을 다시 Hayama 의 意見에 따라 Kumai 의 三次元修正係

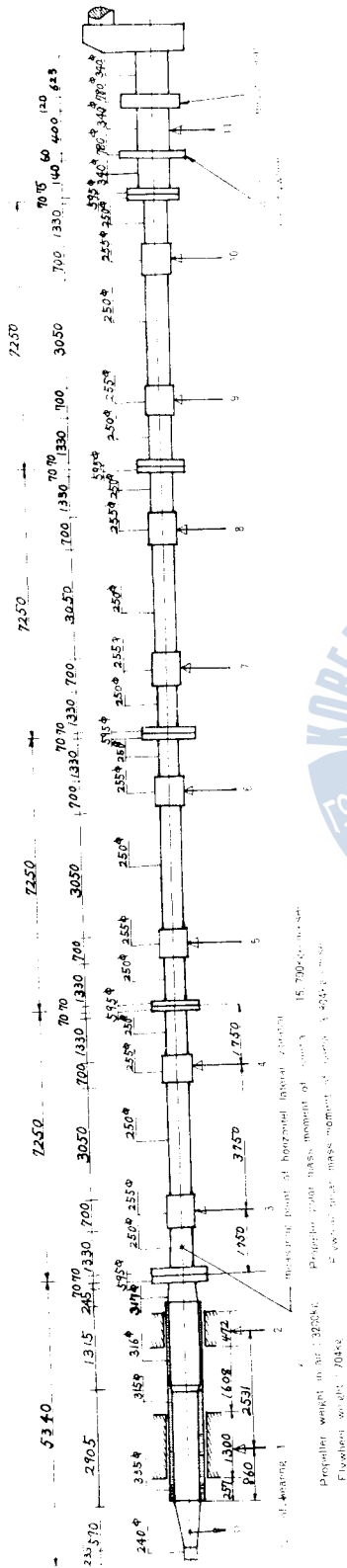


Fig. 29 Propulsion shaft arrangement of Ship F.

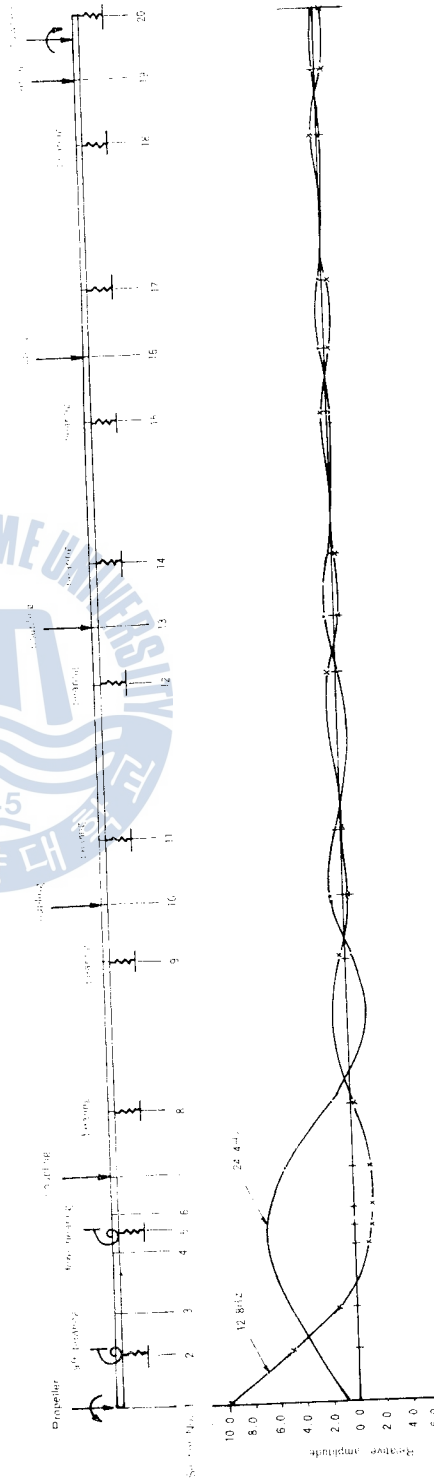


Fig. 30 Sections for calculation by finite element method in the propulsion shaft of Ship F and relative amplitudes for two lower vibration modes.

數로 修正하면 約 11%로 된다)가 되며 여기서는 Thomsen의 方法에 의한 結果를 利用하여 16%를 加算하였다. 軸中心直角돌래振動에 대하여서는 Thomsen의 方法에 의하면 約 153%, Shwanecke의 式에 따르면 約 169%(이것을 다시 Hayama의 意見에 따라 Kumai의 三次元修正係數로 修正하면 105%로 됨)가 되며 Thomsen의 結果를 參考로 하여 150%를 加算하였다.

以上の 結果를 앞서 提示한 一定比率加算法과 比較하여 본 때 大體로 使用範圍에 있음을 알 수 있다.

船尾管支持베어링 스프링定數에 대하여서는 (3·9)式과 (3·10)式을 適用하여 計算하였으며 類似船에서 推定된 값과 比較하여 大體로 無難한 값이었기 때문에 그대로 利用하였다.

中間軸베어링과 플라이휠—드러스트칼러間베어링의 스프링定數에 대하여서는 베어링의 길이가 軸徑에 比하여 짧기 때문에 直線스프링定數만을 推定하였으며 베어링臺의 剛性은 매우 높다고 보고 油膜만으로 決定하였다.

(2) 精密計算結果

傳達매트릭스法에 의한 計算에 있어 軸舍利이브의 剛性은 無視하였으며 計算範圍는 60 rad/sec(大略 推進軸 150 rpm에 대한 4次振動)부터 100 rad/sec(大略 推進軸 240 rpm에 대한 4次振動)까지의 範圍에서 每 1 rad/sec 增加할 때마다 振幅을 計算하였다. 最初의 最大振幅은 82 rad/sec에서 일어나며 이것의 4次振動(F船의 推進器翼數次)은 196 rpm에 該當한다.

傳達매트릭스에 의한 計算에 있어서는 共振點을 찾기 위하여 各周波數에 대한 變位를 比較檢討하

表 7 F船 推進軸系의 固有橫振動數

TRAINING SHIP HANBADA BENDING VIBRATION IN HORIZONTAL MODE OF PROPULSION SHAFTING			
NATURAL FREQUENCY	1	0.2111007F 09	0.1452930F 05 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	2	0.1234298E 09	0.1110989F 05 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	3	0.7923658E 08	0.8901492F 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	4	0.7071816E 08	0.8409406E 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	5	0.2262286E 08	0.4756348F 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	6	0.1317620E 08	0.3629902E 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	7	0.2584368F 08	0.50F3664E 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	8	0.8714448E 07	0.2952023F 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	9	0.4898220E 07	0.2213191E 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	10	0.5254497E 07	0.2292268F 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	11	0.2758355E 07	0.1668830E 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	12	0.1142148E 07	0.1068713E 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	13	0.1023225E 07	0.1011545E 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	14	0.1023014F 07	0.1011441F 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	15	0.1023066E 07	0.1011467E 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	16	0.8888106F 06	0.9277671F 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	17	0.1019416E 07	0.1009661E 04 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	18	0.7487140E 06	0.8652822F 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	19	0.7486849E 06	0.8652656F 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	20	0.7486494F 06	0.8652451E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	21	0.3338889E 06	0.5778311E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	22	0.6609331E 06	0.8129775E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	23	0.2646709E 06	0.5144614E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	24	0.2211369E 06	0.4702517E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	25	0.2208269E 06	0.4699221E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	26	0.2205040E 06	0.4695784E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	27	0.1838759E 06	0.4288074E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	28	0.1809998E 06	0.4254407E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	29	0.1772823E 06	0.4210488E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	30	0.1297534E 06	0.3602129E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	31	0.9114850E 05	0.3019080E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	32	0.8249012F 05	0.2872109E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	33	0.7456088E 05	0.2730583E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	34	0.6738394E 05	0.2595840E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	35	0.5570099E 05	0.2360104E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	36	0.3359262E 05	0.1832828E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	37	0.2788887E 05	0.1669995E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	38	0.2356172E 05	0.1534982E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	39	0.1681345E 05	0.1296666E 03 RAD/SEC
NATURAL FREQUENCY	40	0.6464531E 04	0.8040230E 02 RAD/SEC
			0.2312413F 04 CPS
			0.1768196F 04 CPS
			0.1416718F 04 CPS
			0.1338400F 04 CPS
			0.7564971E 03 CPS
			0.577175E 03 CPS
			0.8090911F 03 CPS
			0.4698296F 03 CPS
			0.3522407F 03 CPS
			0.3644259E 03 CPS
			0.2643293F 03 CPS
			0.1700912E 03 CPS
			0.1609926E 03 CPS
			0.1609761E 03 CPS
			0.1609802E 03 CPS
			0.1500462F 03 CPS
			0.1606927F 03 CPS
			0.1377141F 03 CPS
			0.1377114F 03 CPS
			0.1377082E 03 CPS
			0.9196477E 02 CPS
			0.1293895E 03 CPS
			0.8187917E 02 CPS
			0.7484296F 02 CPS
			0.7479050E 02 CPS
			0.7473579F 02 CPS
			0.6824689E 02 CPS
			0.6771106F 02 CPS
			0.6701207E 02 CPS
			0.5732971E 02 CPS
			0.4805019E 02 CPS
			0.4571109E 02 CPS
			0.4345863E 02 CPS
			0.4151412E 02 CPS
			0.3756226E 02 CPS
			0.2917039E 02 CPS
			0.2657883E 02 CPS
			0.2443001E 02 CPS
			0.2063710E 02 CPS
			0.1279644E 02 CPS
			3.1387448E 06 CPM
			0.1060917E 06 CPM
			0.850306E 05 CPM
			0.8030394E 05 CPM
			0.4541982E 05 CPM
			0.3466305E 05 CPM
			0.4854546E 05 CPM
			0.2818977E 05 CPM
			0.2113444E 05 CPM
			0.2188955E 05 CPM
			0.1585976E 05 CPM
			0.1020547E 05 CPM
			0.9659555E 04 CPM
			0.9658562E 04 CPM
			0.9658809E 04 CPM
			0.9002770E 04 CPM
			0.9641562E 04 CPM
			0.8262844F 04 CPM
			0.8262684F 04 CPM
			0.8262488E 04 CPM
			0.5517883E 04 CPM
			0.7763371E 04 CPM
			0.4912746E 04 CPM
			0.4490574E 04 CPM
			0.4487430E 04 CPM
			0.4488415E 04 CPM
			0.4094813E 04 CPM
			0.4062664E 04 CPM
			0.4020724E 04 CPM
			0.3439783E 04 CPM
			0.2883011E 04 CPM
			0.2742665E 04 CPM
			0.2607518E 04 CPM
			0.2478847E 04 CPM
			0.2253735E 04 CPM
			0.1750224E 04 CPM
			0.1594729E 04 CPM
			0.1465800E 04 CPM
			0.1238226E 04 CPM
			0.7677861E 03 CPM

表 8 F 船 推進軸系の 横振動比振幅

어야 하는 不便한 點이 있으며 今後 計算프로그램을 改造하여 計算結果로부터 共振點을 찾는 프로그램을 添加할 必要가 있다.

有限要素法에 의한 方法에 있어서는 計算機容量關係로 影響이 작은 커포링의 慣性모멘트는 省略하였다.

表 7은 固有振動數를 보여 주고 있으며 表 8은 그 중 固有振動數가 낮은 數個의 振動에 대한 比振幅을 보인 것이다. 또한 Fig. 30은 이들 比振幅中 가장 낮은 固有振動數 2個에 대한 比振幅曲線을 보여 주고 있다.

앞서 보인 實測値와 計算에 의한 變數次固有振動數는 各各 192 rpm 으로서 좋은 一致를 보여주고 있어 精密計算의 有効性을 立證하고 있다.

本 研究에서는 計算對象船舶推進器의 模型試驗結果를 入手하지 못하여 起振力에 대한 資料를 準備할 수 없었으며 따라서 強制振動計算을 행하지 못하였으나 本 研究에서

提示한 方法에 의하여 強制振動計算을 遂行함으로써 各 베어링支持部の 振幅이 計算되고 이를 振幅에 그 베어링의 스프링定數를 곱함으로써 베어링을 通하여 船體에 傳達되는 外力을 計算하는 것이 可能하다. 한편 이와 같은 外力은 結局 船體振動의 起振力이 되므로 推進軸系橫振動問題는 船體振動解析을 遂行하는데 있어 先決問題로 된다.

NO. 35 VIBRATION MODE				
1.0000000	0.7800946	5.5465517	0.0273329	0.1102210
-0.0140128	0.8372354	-0.0538951	-0.7815687	-0.0102773
-6.1045837	-0.7501355	-7.2889551	-0.1725577	-0.1486477
0.1112802	0.2018874	-0.0553032	-0.6932322	-0.0449137
-0.1120890	-0.0463452	-7.0880074	0.0231371	0.0455977
-0.0146472	0.0493269	0.0199601	0.1357421	-0.0105773
-0.1382077	0.0063942	-0.0236900	-0.0881017	-0.0134913
0.0051790	0.1266618	-0.0027244	0.1113194	-0.0029777
NO. 36 VIBRATION MODE				
1.0000000	0.0869522	7.9350277	0.0513399	0.1121354
0.0201772	8.5634956	-0.0420061	5.5702198	-0.0568934
1.9633350	-0.0631499	-0.3088335	-0.0121031	0.0462828
0.1199279	-1.7611771	-0.4128529	-52.1012466	-0.0107622
-2.6044502	0.4391111	3.5445178	0.0113113	48.6447801
0.1040466	2.5215348	-0.1331141	-3.0136313	-0.0101004
-44.9486389	-0.1368843	-0.9737659	0.6764477	0.0095015
-0.2088749	-4.4825039	0.0944941	-0.5009454	0.0020170
NO. 37 VIBRATION MODE				
1.0000000	0.0745882	6.3294268	0.0516571	0.7454510
0.0272323	9.8043814	-0.0255980	7.7081327	-0.0438119
5.0654383	-0.0500432	3.1994314	-0.1531217	0.0131557
0.0694039	-1.6797628	-0.3409138	-48.7491094	-0.0668931
-1.2649574	0.5081353	0.8942782	-0.1444074	-0.0201948
0.0623427	-0.9499719	-0.0749184	1.0593444	0.0447564
48.8593750	0.0453760	1.2870893	-0.5061517	-0.0215997
-0.1569545	3.2642231	-0.7643685	0.3850217	-0.0073838
NO. 38 VIBRATION MODE				
1.0000000	0.0587110	5.3444443	0.0432515	8.4487800
0.0281656	9.5320151	-0.0121202	8.4003820	-0.0253055
6.5914297	-0.0349318	5.2371778	-0.0320097	0.5495428
0.0216332	-1.1734428	-0.2114829	-33.1341553	-0.0481536
-0.1915577	0.3972945	-1.0653143	-0.4260079	-0.1708834
-0.0311275	-0.9303396	0.5315412	-0.3079960	-0.3727409
-38.7879791	0.0048645	-3.1024590	0.3420544	0.0241777
-0.0985611	-2.0027266	0.0424824	-0.2430443	0.0046114
NO. 39 VIBRATION MODE				
1.0000000	0.0283695	3.2262621	0.0240673	5.1602224
0.0200573	8.5731920	0.0025572	6.6073637	-0.0046051
6.1339493	-0.0113101	5.6353264	-0.0163102	0.1477017
-0.0300072	-0.0292355	0.0136161	1.0847223	-0.0103105
0.0301968	-0.0081603	-0.0022649	0.0033781	0.0699881
-0.0003035	-0.0075209	-0.0020149	-0.0019001	0.0008183
0.0638170	-0.0000810	0.0019393	-0.0004571	-0.0008340
0.0001186	0.0023266	-0.0000442	0.0002938	-0.0000529
NO. 40 VIBRATION MODE				
1.0000000	-0.0041633	0.5144718	-0.0048729	0.1449345
-0.0033137	-0.1044735	-0.0010964	-0.1522767	-0.0005238
-0.1699863	-0.0000905	-0.1683034	0.1501740	-0.0066024
0.0098870	0.0141131	-0.0002786	-0.0168553	0.0000171
-0.0005187	0.0000940	0.0001354	-0.0000268	-0.0016121
0.0000038	-0.0000499	0.0000090	0.0000130	-0.0000054
-0.0001533	0.0000004	-0.0000049	0.0000009	0.0000011
-0.0000002	-0.0000036	0.0000000	-0.0000005	0.0000000

V. 結 論

本 研究에서는 지금까지 發表된 推進軸系の 固有橫振動數計算을 위한 여러가지 近似計算式中에서 가장 信賴할만한 것을 찾기 위하여 實測値의 뒷받침이 있는 數個의 實船軸에 대하여 計算條件을 바



꾸어 가면서 計算을 行하여 比較·檢討하였다.

또한 固有橫振動數뿐만 아니라 이들의 振幅(또는 比振幅)까지도 얻을 수 있는 計算法을 究明하고 이들의 電子計算프로그램을 獨自의으로 開發하였으며 이것의 信賴性을 確認하기 위하여 近似計算에 利用한 實船中 軸系詳細圖가 入手된 船舶에 대하여 數值計算을 行하였다. 다만, 強制振幅을 計算할 수 있는 機械的 임피던스法에 대하여서는 推進器의 強制外力을 計算하기 위한 資料를 入手하지 못하여 實船計算을 하지 못하고 例題計算을 통한 프로그램의 確認에 그쳤다.

以上の 結果를 要約하면 다음과 같다.

- ① 近似計算式中 修正 Panagopulos의 式과 Jasper-Rayleigh의 方法이 가장 良好한 結果를 주고 있으며 橫振動의 固有振動數만을 알 必要가 있을 때는 實用上 支障이 없을 程度의 結果를 얻을 수 있다. 다만, 이 方法에 의할 것 같으면 振動의 比振幅이나 實際의 振幅을 알 수 없다.
- ② 近似計算에 있어 船尾管最後部베어링支持點은 船尾端에서 베어링全長의 1/3~1/2 範圍에 있는 것으로 보고 計算하는 것이 좋다.
- ③ Panagopulos의 式에서는 船尾管前端베어링은 荷重을 支持하지 않는 것으로 보고 計算을 行하는데 荷重을 支持하는 것이 確實한 경우에는 支持點으로 考慮에 넣어 計算하여야 한다.
- ④ 傳達매트릭스法은 電算機의 容量을 節約하는데는 도움이 되나 共振點을 찾아내는 것이 不便하고 특히 보싱을 갖는 船尾構造와 같이 複雜한 軸系에서는 有限要素法이 有利하다.
- ⑤ 推進軸의 強制橫振動을 解析하기 위해서는 推進器의 外力을 알 必要가 있다. 推進器의 外力은 船體推進論專門家와의 協助에 의한 研究가 必要하다.
- ⑥ 精密解法에 의함으로써 振動振幅을 알 수 있고 그 結果로서 推進器外力에 의한 船體振動을 究明할 수 있는 資料를 提供하여 준다.

參 考 文 獻

1. Panagopulos E., "Design Stage Calculations of Torsional, Axial and Lateral Vibrations of Marine Shafting", SNAME, Vol. 58, 1950, pp. 329~384.
2. Jasper N. H. and Rupp L. A., "An Experimental and Theoretical Investigation of Propeller Shaft Failures", SNAME, Vol. 60, 1952, pp. 314~381.
3. Jasper N. H., "A Theoretical Approach to the Problem of Critical Whirling Speeds of Shaft-Disk Systems", DTMB Report 827, 1954/12.
4. Jasper N. H., "A Design Approach to the Problem of Critical Whirling Speeds of Shaft-Disk Systems", DTMB Report 890, 1954/12.
5. Rayleigh J. W. S., "The Theory of Sound", 1st edition 1877, Dover Publication, Vol. I and Vol. II.
6. Dunkerley S., "Whirling and Vibration of Shafts", Trans. Roy. Soc. 185A, 1894.
7. Prohl M. A., "A General Method for Calculating Critical Speeds of Rotors", Journal of Applied Mechanics, Vol. 67, 1945.
8. Pestel E. C. and Leckie F. A., "Matrix Methods in Elastomechanic", McGraw-Hill Book Co., New York, 1963.
9. Fernlund I., "Critical Speeds of a Shaft with Thin Disks", Scandinavian University Books, 1962.

10. Hayama S., "A Study on Lateral Vibration of Propeller Shafting", Bulletin of MESJ, Vol.3, No.1, 1975, pp.17~24.
11. Larsen O. C., "Computer Program Specifications NV 505 Whirling Frequencies of Shaft Systems", Det Norske Veritas, Research Department Report, 67-14-M, 1967.
12. Vassilopoulos L. and Bradshaw R., ISP, Vol.21, No.239, 1974, pp.193~219.
13. Saitoh T. and et al., "Whirling of Propeller Shafting", Journal of MESJ, Vol.13, No.12, 1978, pp.903~917.
14. Koike H. and et al., "Evaluation of Lateral Vibration in Marine Shaft Systems", Journal of MESJ, Vol.11, No.5, 1976, pp.376~384.
15. Ohtaka K. and Nakamura T., "On the Forced Response of Propeller Shaft", Journal of MESJ, Vol.11, No.5, 1975, pp.385~391.
16. Hori Y. and et al., "Lateral Vibrations of Propeller Shaft Systems", Journal of MESJ, Vol.13, No.4, 1977, pp.307~312.
17. 戸川年人, "有限要素法による振動解析", サイエンス社, 日本, 東京, 1975.
18. Przemieniecki J.S., "Theory of Matrix Structure Analysis", McGraw-Hill Inc. New York, 1968.
19. Rubinstein M.F., "Structural Systems-Statics, Dynamics and Stability", Prentice Hall Inc., New Jersey, 1970.
20. Hylarides S., "Transverse Vibrations of Ship's Propulsion Systems", ISP, Vol.22, No.252, 1975.
21. Jeon H. and Tsuda K., "Theoretical Analysis of Coupled Torsional-Axial Undamped Vibration of Marine Diesel Engine Shafting", Japan Shipbuilding & Marine Engineering, Vol.4, No.5, 1969.
22. 全孝重, 朴道吉, 崔在星, "有限要素法에 의한 船用機關軸系裝置의 最適配置에 關한 研究", 韓國船用機關學會誌, 第2卷1號, 1978, pp.3~14.
23. 全孝重, "船用往復内燃機關軸系縱ねり連成強制振動の理論的解析", 日本船用機關學會誌, 第5卷3號, 1970.
24. Schuster S., "Über den Einfluss des Propellers und die Längs-und Drehschwingungen in der Wellenleitung", Schiff und Hafen, Jahrgang 13, Heft 6, 1961, S.498.
25. Thomsen P., "Dynamische Modellmessungen bei Propellerschwingungen", Schiff und Hafen, Jahrgang 13, Heft 2, 1961, S.89.
26. Burrill L.C. and Robson W., "Virtual Mass and Moment of Inertia of Propellers", Trans. of NEC Inst. ES., Vol.78-Part6, 1962, pp.325~350.
27. Schwanecke H., "Gedanken zur Frage der hydrodynamischerregten Schwingungen des Propellers und der Wellenleitung", STG-Jahrbuch, Bd.57, 1964, S.252.
28. 熊井, 原田, 南, 西部造船協會報, No.50, 1975, pp.161~171.
29. 葉山眞治, "推進軸系の横振動", 日本船用機關學會, 第12卷3號, 1977.
30. Bradshaw R. T., "The Optimum Alignment of Marine Shafting", SNAME, 1973.
31. 船川, 多々良, "ジャーナル軸受でささえられた弾性軸の安定限界", 日本機械學會論文集, 第30卷218號, pp.1238~1244.
32. 中川榮一, 青木弘, "ジャーナル軸受で支持された回転軸系の振動", 潤滑, 第13卷3號, 1968, pp.117~125.
33. Iazan B. J., "Damping of Materials and Members in Structural Mechanics", Pergamon Press, Oxford, England, 1968.
34. Beek G.H.M., "A Contribution to Tailshaft Dynamics", ISP, 1976, July.
35. 日本船用機關學會軸系研究委員會, "軸系横振動", 軸系研究委員會報告, No.69, 1977.
36. 梁承一外3人, "伴流分布에 의한 프로펠러起振力의 解析法에 關한 研究", 韓國船舶研究所研究報告書, UCE36-53, 79, 1979, 3.

