

船用 디이젤 機關 過給機의 安定性에 關한 理論的 考察

朴 進 吉

**A Theoretical Study on the Stability of
Marine Diesel Engine Supercharger**

Jin-Gil, Park

目 次	
1. 序 論	5) $- \sqrt{4m/C} < R_v < 0$ 일 경우
2. 서어징 現象과 理論式	6) $R_v = - \sqrt{4m/C}$ 일 경우
3. 安定性에 對한 理論的 考察	7) $R < - \sqrt{4m/C}$ 일 경우
1) $R_v > \sqrt{4m/C}$ 일 경우	4. 서어징의 強度
2) $R_v = \sqrt{4m/C}$ 일 경우	5. 서어징에 對한 對策
3) $0 < R_v < \sqrt{4m/C}$ 일 경우	6. 結 論
4) $R_v = 0$ 일 경우	參考文獻

Abstract

Marine Diesel engines have most equipped with the supercharger driven by the exhaust gas of engine to generate more power per volume.

Especially, when they are highly supercharged, we have frequently experienced the surging of supercharger causing the large trouble.

In this paper, the stability of supercharger due to the flow variation is investigated on the base of the theoretical formulae and it becomes clear that the intensity and magnitude of surging can be more or less reduced by the partial improvement of the air charging system.

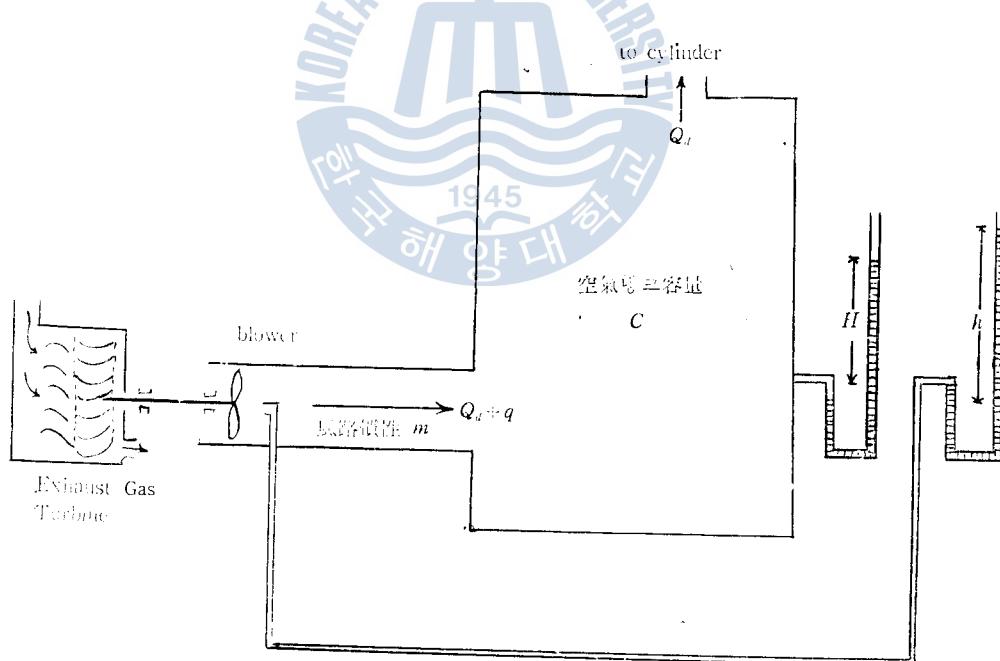
1. 序 論

船用 디이젤 機關은 單位重量當 大馬力を 얻기 위하여 過給機를 使用하여 過給을 시 행한다.
現在의 디이젤 機關은 여러가지 利点 때문에 점점 高過給의 傾向이 있으며, 따라서 低過給에서는

불 수 없었던 過給機의 서어징(surging)現象을 자주 經驗하게 된다. 심한 서어징은 過給機의 故障을 誘發하고, 이로 因하여 過給機가 故障나면 燃料 및 吸排氣 뱉브의 開閉時期를 調節하지 않는 限 正常運轉은 不可能하다. 水力流體機械의 서어징은 日本의 藤井^{1),2)}, 草間³⁾等에, 空氣流體機械의 서어징은 Emmons⁴⁾, 下山⁵⁾, 伊藤⁶⁾, 甲藤⁷⁾ 等에 依하여 1940年代 末에서 1950年代에 그 原因 等이 밝혀졌고, 多段壓縮機의 서어징은 Routh나 Hurwitz의 判別法으로 解決을 보았다. 그러나, 近年에 많이 使用되고 있는 디이질機關의 廢氣用 터어보過給機(turbo-supercharger)의 서어징에 관해서는 여러가지 實驗에 依한 防止策이 利用되고는 있으나 그 理論的인 根據가 대체로 稀薄하다. 本論文에서는 디이질機關用 터어보-블로워(turbo-blower)의 서어징 發生原因, 安定性, 서어징에 對한 對策 등에 對하여 理論式을 根據로 이들을 考察해 보고자 한다.

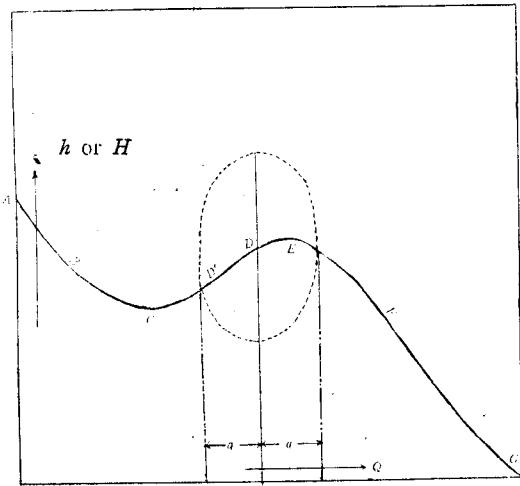
2. 서어징現象과 理論式

그림·1은 送風機의 系統圖를 表示한다.



그림·1 送風機의 系統圖

送風機의 回轉數가 一定할 경우 出口의 뱌브를 全閉狀態에서 아주 徐徐히 開면서 流量와 送風機의 出口壓力을 記錄하면 그림·2와 같은 送風機의 特性曲線을 얻게 된다. 그림·2에서 ABC, EFG 流量領域에서는 陰(-)의 基울기를 가져 復原力이 作用하여 安定한 運轉이 되나, CD'DE 流量에서는 陽(+)의 基울기가 되어 摩擦抵抗이 運動方向과 同一하게 作用하여 系統으로부터



그림·2 送風機의 特性曲線

에너지가吸收하여 空氣탱크의 壓力과 送風機出口의 壓力의 差가 있게 되고, 이 때문에 流量가週期的으로 急變하여 서어징이 發生하므로 安定된 運轉을 告치게 된다. 서어징이 일어나면 過給機에서 嘯치로 두드리는 것 같은 소리가 나며 심한 流体振動으로 실린더內에서 不完全燃燒가 일어나고 더 심한 境遇에는 過給機가 破損되는 일도 있다.

送風機가一定한 流量으로 定常運轉中 dt 時間에 dq 의 流量變動이 系統에 주어졌다면 (1)式과 같은 運動方程式을 얻게 된다.

$$h = m \frac{dq}{dt} + H \quad \dots \dots \dots (1)$$

여기에서

 h ; 送風機의 出口壓力 m ; 風路慣性 H ; 空氣탱크의 壓力(1)式을 時間 t 에 對하여 微分하면

$$\frac{dh}{dt} = m \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{dH}{dt} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{dq}{dt} \cdot \frac{dh}{dq} = -R_v \frac{dq}{dt} \quad \dots \dots \dots (3)$$

여기에서

 $\frac{dh}{dq} = -R_v$; 特性曲線의 기울기로 粘性摩擦抵抗係數에相當한다.

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{q}{C} \quad \dots \dots \dots (4)$$

여기에서,

 q ; 定常狀態에서 流量의 變化量 C ; 空氣탱크의 容量

(3)式과 (4)式을 (2)式에 代入하여 整理하면 (5)式을 얻게 된다.

$$m \frac{d^2q}{dt^2} + R_v \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad \dots \dots \dots (5)$$

위 (5)式은 自由度가 1인 自由振動에서 抵抗을 포함하는 경우의 運動方程式과 同一하다³⁾.送風機의 特性曲線에서 ABC, EFG 流量에서는 R_v 는 陰(-)의 値을 가지나 CD'DE의 流量에서 는 陽(+)의 値을 가진다.다음 (1)式과 (4)式에서 dt 를 消去하면 (6)式과 같은 空氣탱크의 壓力과 送風機出口壓力과

의 關係式을 얻게된다.

(6)式에서 H 의 軌跡을 그리면 그림·2에서 点線과 같이 된다. $dq < 0$ 에서는 系統에 에너어지가 贯蓄되어 逆流가 일어나고, $dq > 0$ 에서는 贯蓄된 에너어지가 放出되어 $h > H$ 가 되어 流量增加率이 增大한다. 따라서, 流量이 Q_d 를 中心으로 q 만큼 振動할 경우 H 의 軌跡은 反時計方向으로 回轉한다. 또 $q = 0$ 일 때 $dH/dq = 0$ 로 H 의 軌跡은 水平으로 dH/dq 는 零이다. H 의 軌跡의 特性曲線을 切斷할 境遇, 즉 $H = h$ 일 때에는 H 의 軌跡은 垂直으로 dH/dq 는 ∞ 가 된다.

그림·2에서 特性曲線의 기울기 R_s 가 陽(+)의 流量領域에서는 抵抗이 運動과 同一方向으로 作用하므로 外部에서 어떤 強制力이 없어도 系統에서 勵振에너지지를吸收하여 振動이 增大하여 自勵振動이 發生하고, 이로 因한 流体振動과 流量急變으로 送風機에 서어정現象이 誘起된다.

3. 安定性에 대한 理論的 考察

送風機의 安定性에는 振動의 有無에 依한 動的安定性과 復原性의 有無에 依한 靜的安定性이 있다⁹⁾. 送風機의 安定性은 모두 特性曲線의 기울기 R_v 의 값에 따라決定되므로, 이 章에서는 各 R_v 値에 對한 安定性問題을 檢討해 보고자 한다.

(5) 式을 $t=0$ 에서 $q_{(0)}=q_0$, $\dot{q}_{(0)}=\alpha_0$ 일 때 라플라스 변환하면 (7) 式을 얻게 된다.

(5)式의 微分方程式의 一般解는 (7)式의 R_y 의 값에 따라 다음과 같이 서로 다르게 된다.

$$1) \quad R_v > \sqrt{4m/C} \text{ 일 } \quad \text{境遇}$$

특성曲線의 기울기 R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 값보다 를 경우 (7)式을 라플라스 逆變換하면 (8)式을 얻을 수 있다.

$$q_{(t)} = C_1 e^{-\sigma_1 t} + C_2 e^{-\sigma_2 t} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

여기에서,

$$C_1 = \frac{m(q_0\sqrt{R_v^2 - 4m/C} - 2m\alpha_0 - R_v q_0)}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$

$$C_2 = \frac{m(q_0\sqrt{R_v^2 - 4m/C} + 2m\alpha_0 + R_v q_0)}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$

$$\sigma_1 = \frac{R_v + \sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{2m} > 0$$

$$\sigma_2 = \frac{R_v - \sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{2m} > 0$$

(8)式의 첫째項과 둘째項은 모두 $t \rightarrow \infty$ 에서 零에 收斂하므로 $q_{(n)} = 0$ 가 된다.

따라서, R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 보다 클 경우에는 靜的 및 動的으로 모두 安定한 狀態가 되다.

$$2) \quad R_v = \sqrt{4m/C} \text{ 일} \quad \text{境遇}$$

R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 와同一한 경우 (7)式을 라플라스逆變換하면 (9)式을 얻을 수 있다.

$$q_{(t)} = e^{-\frac{R_v}{2m} t} \left[m q_0 + i \left((m\alpha_0 + \frac{R_v q_0}{2}) \right) \right] \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

(9)式의 둘째 항은 時間이 經過하면 增加하나 全體의으로는 指數的으로 減衰하여 $q(\omega) = 0$ 이 된다. 따라서, R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 와 같은 값이 되면 靜的으로나 動的으로나 安定하나 振動과 非振動의 境界점이 된다.

$$3) \quad 0 < R_i < \sqrt{4m/C} \text{ 일 } \quad \text{境遇}$$

R_v 가 양(+)의 값을 가지나 $\sqrt{4m/C}$ 보다 적을 경우 (7)式을 라플라스 逆變換하면 (10), (11)式을 얻게 된다.

여기에서

$$C_1' = \frac{m[\sqrt{R_v^2 - 4m/C} q_0 + j(R_v q_0 + 2m\alpha_0)]}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$

$C_2' = C_1'$ 의 공轭

$$\phi = \angle C_1$$

(11)式은 감쇠진동으로 정의된 안정상태이나 $q_{(s)}=0$ 이므로 진동으로는準(漸近)안정상태이다.

4) $R = 0$ 일 때

$R \equiv 0$ 인 경우 (5) 式은 다음 (12) 式과 같이 된다.

$t=0$ 에서 $q_{(0)}=q_0$, $\dot{q}_{(0)}=\alpha_0$ 일 때 (12)式의 一般解는 (13)式과 같다.

여기에서

$$C_1'' = \frac{q_0 + j\sqrt{Cm}}{2}$$

$$\phi_1 \equiv /C_1''$$

(13)式은 時間이 經過해도 振幅이 減衰하지 않은 無減衰自由振動이며 靜的으로는 安定하나動的으로는 安定限界狀態이다.

$$5) \quad = \sqrt{4m/C} \leq R_+ < 0 \text{ 일 } \quad \text{境遇}$$

R 가 零보다 작거나 $-\sqrt{4m/C}$ 보다는 클 境遇 (5)式의 一般解는 (14)式과 같이 된다.

$$q_{(t)} = 2 |C_1'''| e^{\frac{R_v}{2m} t} \cos \left(\frac{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{2m} t + \phi_2 \right) \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

여기에서

$$C_1''' = \frac{m[\sqrt{R_v^2 - 4m/C} q_0 + j(R_v q_0 - 2m\alpha_0)]}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$

$$\phi_2 = \angle C_1'''$$

(14)式은 靜的으로는 安定限界狀態이며 $t = \infty$ 에서 $q_{(t)}$ 는 一定한 값으로 收斂하지 않고 振動하면서 發散하므로 動的으로는 不安定하다.

$$6) R_v = -\sqrt{4m/C} \text{ 일 때 } r_{\text{min}}$$

$R_v \approx -\sqrt{4m/C}$ 와同一한 경우 (5)식의一般解는 (15)식과 같아 되는

(15)式는 $t = \infty$ 에서 振動하지 않고 發散하므로 動的으로는 安定하나 復原力이 없으므로 靜的으로는 不安定하다.

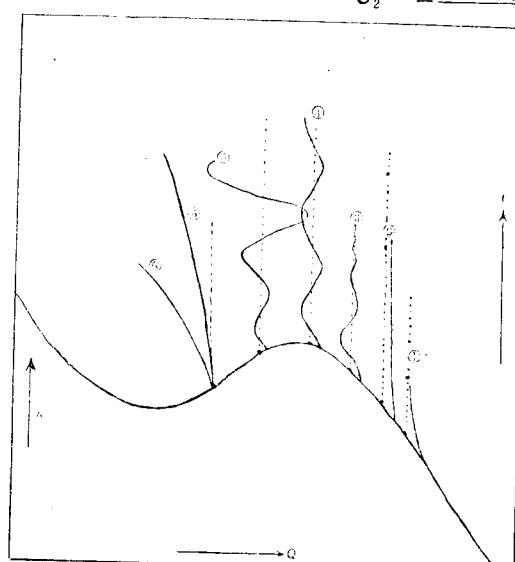
$$7) R \leq \sqrt{A_m}/C \text{ 일 때 } \boxed{\text{증명}}$$

R_v 가 $-\sqrt{4m/C}$ 보다 적을 경우 (5) 式의 一般解는 (16)과 같아 된다.

여기에서

$$C_1''' = \frac{m[\sqrt{R_v^2 - 4m/C} q_0 + (2m\alpha_0 - R_v q_0)]}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$

$$C_2''' = \frac{m[\sqrt{R_v^2 - 4m/C} q_0 - (2m\alpha_0 - R_v q_0)]}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$



그림·3 各 R_v 값에 對한 流量變動의 波形

(16)式도 $t=\infty$ 에서 어떤 값에 收斂하지 않고 發散하므로 靜的不安定狀態이며 振動하지 않으므로 動的으로는 安定하다.

以上 각 R_v 값에 대한 $q_{(t)}$ 의 波形을 그리면 그림·3과 같다.

그림·3을 觀察해 보면 送風機의 特性曲線의
기울기 R_v 의 크기에 따라 系統의 安定性이 決
定되며 R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 보다 大 경우에는 靜的
으로나 動的으로나 모두 安定狀態이며 R_v 가
 $\sqrt{4m/C}$ 보다 小을 경우에는 靜的 혹은 動的
으로 不安定함을 알 수 있고 空氣振動도 R_v 의
값에 따라 그 樣狀이 相異함을 알 수 있다.

4. 서어징의 強度

(6)式을 다시 整理하면 (17)式과 같은 서어징이 일어날 때의 送風機 出口壓과 맹크壓과의 差壓에 對한 關係式을 얻을 수 있다.

$$h - H = H_d = \frac{m}{C} \cdot \frac{dq}{dH} \cdot q = \frac{m}{CR_q} q_{(t)} \quad \dots \dots \dots (17)$$

여기에서

$$R_q = \frac{dH}{dq} ; \text{ 流量變化에 對한 맹크壓力의 變化率} \text{로 乾性摩擦抵抗係數에 相當한다.}$$

서어징의 크기를 送風機 出口空氣壓과 맹크壓과의 差壓 (H_d)으로 表示한다면, (17)式에서 서어징의 크기는 系統의 風路慣性 m 와 流量變化量 $q_{(t)}$ 에 比例하고, 맹크容量 C 와 流量變化에 對한 맹크壓의 變化率 R_q 에 反比例한다.

動的의 不安定狀態에 서의 流量變化量에 關한 關係式 (11), (13), (14)式을 (17)式에 代入하면, 이때 서어징의 크기에 對한 關係式 (18), (19), (20)式을 求할 수 있다.

$$H_d = \frac{m^2}{CR_q} \cdot \frac{\sqrt{(R_v^2 - 4m/C)q_0^2 + (R_v q_0 + 2m\alpha_0)^2}}{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}} \cdot e^{-\frac{R_v}{2m}t} \cdot \cos \left(\frac{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}t - \phi}{2m} \right) \dots \dots \dots (18)$$

$$\text{但} \quad 0 < R_v < \sqrt{4m/C}$$

$$H_d = \frac{m}{CR_q} \cdot \sqrt{q_0^2 + Cm} \cdot \cos \left(\frac{t}{\sqrt{Cm}} - \phi_1 \right) \dots \dots \dots (19)$$

$$\text{但} \quad R_v = 0$$

$$H_d = \frac{m^2}{CR_q} \cdot \frac{\sqrt{(R_v^2 - 4m/C)q_0^2 + (R_v q_0 - 2m\alpha_0)^2}}{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}} \cdot e^{\frac{R_v}{2m}t} \cdot \cos \left(\frac{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}t + \phi_2}{2m} \right) \dots \dots \dots (20)$$

$$\text{但} \quad -\sqrt{\frac{4m}{C}} < R_v < 0$$

위의 여러 關係式에서 알 수 있는 바와 같이 $R_v > 0$ 에서는 $q_{(t)} = 0$ 이므로 $H_d = 0$ 가 되어 서어징이 發生하지 않으며, $R_v < 0$ 에서는 $q_{(t)} = \infty$ 에서 理論上 서어징은 無限히 增大하나 實際에는 그림·2에서 알 수 있는 바와 같이 $q_{(t)}$ 가 C 点과 E 点을 超過하여 흔들리면 이 以上의 流量에서는 R_v 가 陰 (-)으로 作用하여 振動이 減衰되므로 流量變化量인 $q_{(t)}$ 는 이 以上 增大하지 않는다. 따라서, 同一特性의 같은 送風機라도 送風系統의 構造에 따라 變하는 m , C , R_q 의 크기에 依하여 서어징의 크기는 서로 相異하며 週期는 流量 變動量 $q_{(t)}$ 와 同一하다. $-\sqrt{4m/C} < R_v < 0$ 일 경우에는 動的으로는 不安定하여 振動하나 靜的으로는 安定하기 때문에 復原力이 存在하여 그 流量振動幅은 平均流量에 따라 크기가 一定해 지므로 同一 風路에서는 平均 流量의 E 点과 C 点의 中間에 爲을 때 $q_{(t)}$ 가 가장크고 따라서 H_d 도 最大값을 가진다. $R_v \leq -\sqrt{4m/C}$ 에서는 動的으로는 安定하나 靜的으로는 不安定하여 復原力이喪失하여 流量變動은 不安定하여 m 와 C 의 크기에 따라 特異한弛緩振動에 유사한 振動을 일어킨다.

서어징의 強度는 單位時間에 對한 서어징의 크기 (H_d)의 變化率 (γ)로 表示한다면 (17)式을
時間 t 에 對하여 微分하면 (21)式과 같은 서어징의 強度에 對한 關係式을 얻을 수 있다.

따라서, 서어정의 強度는 風路慣性 m , 時間에 對한 流量變動率(dq/dt)에 比例하고 텅크容量(C), 流量變化에 對한 텅크壓의 變化率(R_o)에 反比例한다. (18), (19), (20)式을 時間 t 에 對하여 微分하면 서어정의 強度에 對한 關係式 (22), (23), (24)式을 求할 수 있다.

$$\gamma = -\frac{m}{2CR_q} \cdot \sqrt{(R_v^2 - 4m/C)q_0^2 + (R_v q_0 + 2m\alpha_0)^2} \cdot \sqrt{R_v^2 + R_v - 4m/C} \\ \cdot e^{-\frac{R_v t}{2m}} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{2m} t - \phi''\right) \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

여기에서,

$$\phi' = \tan^{-1} \frac{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{R_v}$$

$$\phi' = \phi + \phi'$$

위의 서어정의 強度와 크기에 關한 關係式들을 살펴보면 γ 와 H_d 는 그 振動의 週期는同一하나 그 振動幅度와 位相은 異畢가 있으므로 약속이다.

5 서어진에 對한 對策

그림 2에서 서어징의 安定限界点은 E点이며 여러 가지 回轉數에서 E点을 連結한 線을 서어징線이라 한다. 보통 디이젤機關이 運轉中 서어징이 일어나는 것은 送風機系統의 風路의 汚損, 船底污損으로 因한 所要馬力增大, 減簡運轉, 高速航走中 急回轉으로 因한 主機의 回轉數低下 등으로 流量이 減少하여 서어징線 이하로 되면 서어징이 發生한다. 이 경우에 原因除去가 困難하면 應急措處로 바이패스 뱈브(by-pass valve)를 設置하여 全體流量이 서어징線 以上이 되게 해야 한다. 여름철보다 겨울철에 서어징이 잘 일어나는데 이는 風路慣性 m 가 겨울철에는 크기 때문에 發生하므로 空氣冷卻器 等은 運休하는 것이 좋다.

디이젤기관의 給氣는 실린더의 運動에 따라 間歇的으로 供給되고, 또 動壓方式의 廢氣터어빈의 경우에는 送風機의 回轉數가 脈動하고, 吸排氣 브로가 漏洩하면 週期的으로 逆流가 發生한다. 이런 경우 서어징의 크기와 強度는 (18), (19), (22), (23)의 關係式에서 알 수 있는 바와 같이 $0 < R_v < \sqrt{4m/C}$ 의 경우에는 初期流量變化量 q_0 , 初期流量變化率 α_0 가 커져서 서어징의 크기 및 強度가 增大하고, 따라서, 實際의 서어징線은 安定狀態의 서어징線 보다 大流量편으로 移動한다. 大型低速機關은 小型高速機關 보다 q_0 및 α_0 가 크므로 서어징이 잘 일어난다.

可能하면 서어징線은 小流量側에 있는 것이 좋으며 大流量領域에서는 R_v 가 적을수록 送風機의 最高效率点이 서어징線으로부터 멀리 떨어지게 된다. 後向날개의 送風機는 直線날개의 送風機보다 最高效率点이 서어징線으로부터 멀리 떨어져 있으서 좋으나 給氣壓이 낮으므로 高過給의 境遇에는 直線날개의 送風機가 많이 使用되므로 서어징이 자주 일어난다. 서어징에 對한 對策으로 서어징線이 小流量側에 있게 하는 것이 가장 좋으나, 高過給의 경우에는 最高效率点이 서어징線에 接近하여 있으므로 實際로 이것을 實現하기는 困難하다.

同一한 送風機라도 送風系統의 構造에 따라 서어징의 크기와 強度는 相異하므로 不得已하여 流量이 小流量側으로 移動하여 서어징이 發生하더라도 그 크기와 強度를 減少시켜 서어징으로 因한 被害을 줄이는 것도 하나의 對策이 될 것이다. 實際 디이젤기관의 境遇 이에 對한 對策을 列舉하면 다음과 같다.

- 1) 吸入共通管의 크기를 크게 하여 容量 C 를 增大시킨다.
- 2) 流量變化에 對한 給氣壓의 變化率 R_q 를 크게 한다. R_q 를 크게 할려면 風路에 올리피스 (orifice)를 設置해야 하는데, 이로 因해서 風壓損失이 增大하므로 適當한 크기의 올리피스를 사용해야 한다.

또, 이를 設置하면 脈動이 크게 減少하고 吸入共通管의 風路慣性 m 와 特性曲線의 기울기 R_v 가 적어지므로 서어징을 弱화시키는 効果는 더 커지게 된다.

3) 送風機의 出口風路는 能수록 크게 한다. 送風機의 出口를 크게 하면 吸入共通管의 風壓과 送風機의 出口壓이 거의 同一하게 變動하므로 R_v 가 적으므로, 風路의 길이도 짧아져서 風路慣性 m 도 작아 지므로 서어징이 弱해 진다. 또 R_v 가 적어지면 서어징強度의 關係式들에서 알 수 있는 바와 같이 空氣振動의 週期가 增大하여 高效率点도 서어징線으로부터 멀리 떨어지게 되어 安全運轉의 範圍가 넓어 진다.

6. 結論

디이젤機關用 過給機의 서어징은 自勵振動의 一種이며 送風機의 特性曲線의 기울기가 陽 (+)의 경우에 發生한다. 따라서, 過給機의 安定性은 特性曲線의 기울기에 依하여決定되어 이것이 零보다 크면 安定하나 零보다 적으면 靜的 혹은 動的으로 不安定하여 서어징의 原因이 된다. 送風機의 最高效率点은 서어징線으로부터 떨어져 있을 수록 安全한 運轉範圍가 크진다. 그러나, 서어징現象은 같은 送風機라도 風路의 構造, 出口側容量 等에 依하여 서어징의 形態,

크기 및 強度가 相異하므로 紙氣系統의 構造를 一部 改造하면 서어징이 發生하더라도 어느 程度 이것을 弱化시킬 수 있다.

參 考 文 獻

- 1) 藤井, 日本機械學會論文集, 13, 1947, p. 185~192
- 2) 藤井, 日本機械學會論文集, 14, 1948, p. 3~17
- 3) 草間, 日本機械學會論文集, 19, 1953, p. 43
- 4) H. W. Emmons, C. E. Person & H. P. Grant, ASME, 77, 1955, p. 455
- 5) 下山, 伊藤, 日本機械學會論文集, 23, 1957, p. 25~38
- 6) 伊藤, 日本機械學會論文集, 26, 1960, p. 274~289
- 7) 甲藤, 日本機械學會論文集, 26, 1960, p. 256~265
- 8) 全孝重, 振動工學, 海大 海事圖書出版部, 1973, p. 39~40.
- 9) J, P, Den Hartog 原著, 全孝重 譯, 機械振動論, 文教部, 1973, p. 339~340.

