

# 速度피드백이 制御特性에 미치는 影響에 關한 研究

李 東 喆 · 河 注 植

## A study of Effects of the Velocity Feedback on the Control Characteristics

*Lee, Dong-Chul · Ha, Joo-Shik*

〈 目 次 〉	
Abstract	3-1 數值計算
1. 序 論	3-2 應答實驗
2. 理論的 考察	4. 檢討 및 結果考察
2-1 블록線圖 및 傳達函數	4-1 應答實驗에 對한 檢討
2-2 定常誤差 特性	4-2 最適 2 乘制御面積에 對한 檢討
2-3 安定度の 判別	4-3 最適值 $\hat{k}_0$ 에 對한 檢討
2-4 2 乘制御面積	4-4 共振值 및 共振周波數에 對한 考察
2-5 最適파라미터의 決定	4-5 位相餘裕에 對한 考察
2-6 速度피드백의  영향	5. 結 論
2-7 周波數應答에 對한 考察	參考文獻
3. 數值計算 및 應答實驗	

### Abstract

The velocity feedback is after used in the feedback control systems to compensate the hunting of the system which occurs when the gain of the system is increased to reduce the irregular off-set caused by the non-linear elements such backlash, deadzone, etc.

The aim of this thesis is to examine the influence of the velocity feedback on the control characteristic and to propose a method of determining the optimal parameters of the P controller and the velocity feedback compensator.

In this study, the controlled object is assumed to be the servomotor with the dead time which is so small that the dead time element can be approximated by the first order delay system and the integral square error (I. S. E.) is adopted as the criterion for the optimality.

Finally, to make sure the validity of the proposed method the investigation of the response experiments by means of the analog computer and examination of the optimal system by the frequency response method showed good results.

## 記號說明

$k_m$ : 서어보모우터의 定常利得		$L$ : 지연시간	
$T_m$ : 서어보모우터의 時定數	[sec]	$e^{-Ls}$ : 지연요소	
$T_L$ : 1차지연요소의 時定數	[sec]	$\epsilon_p$ : 定常位置偏差	
$k_L$ : 1차지연요소의 定常利得		$\epsilon_v$ : 定常速度偏差	
$k_p$ : 比例感度		$\epsilon_0$ : 速度피드백을 하지 않았을 때의 定常速度偏差	
$k_v$ : 回轉速度發電機의 定數		$e_0(t)$ : 制御誤差	
$G_1(s)$ : 制御器의 傳達函數		$\alpha$ : 荷重係數	
$G_2(s)$ : 서어보모우터의 傳達函數		$J$ : 評價函數	
$G_3(s)$ : 饋還補償回路的 傳達函數		$M_p$ : 共振值	
$G(s)$ : 開回路傳達函數		$w_p$ : 共振周波數	[rad/sec]
$F(s)$ : 閉回路傳達函數		$GM$ : 利得餘裕	
$R(s)$ : 目標值(基準入力)		$PM$ : 位相餘裕	
$C(s)$ : 制御量(出力)			

## 1. 序 論

一般的으로 現在 使用되고 있는 制御系統은 物理的인 慣性이나 摩擦에 依해서 그 應答이 目標值에 正確하게 一致될 수는 없다. 즉, 制御量이 目標值을 追從하는 過程에서 振動的인 過渡狀態가 發生하는 것이 普通이며, 더욱이 制御對象에 서어보모우터(servomotor)의 백래쉬(backlash) 不感帶<sup>7)</sup> 등이 存在하는 境遇에는 不規則的인 옴셋트(off-set)가 생기며, 또 서어보모우터(servomotor)는 2次系이기 때문에 헌팅(hunting)이 없어야 하나 實際로는 系統의 利得을 增加시켰을 때 多少나마 非線形이 包含되어 있기 때문에 헌팅(hunting)을 하는 境遇가 있다. 이를 補償하는 데는 微分制御器를 使用하면 좋으나 經濟的인 面에서 價格이 高價이다. 回轉制御系統에 있어서는 回轉速度發電機(Tachogenerator)를 使用함으로써 制御量의 微分信號를 容易하게 얻을 수 있으므로 速度피드백을 行하면 P 制御器로도 制御系의 過渡特性和 定常特性을 向上시킬 수 있다. 이 制御系統의 特性을 考察하는 方法으로서는 最大오우버슈우트의 크기를 基準으로 하는 方法, 振幅의 減衰比를 基準으로 하는 方法, 閉回路周波數傳達函數의 利得을 基準으로 하는 方法, 階段入力和 出力과의 誤差應答의 制御面積 또는 2乘制御面積을 最少로 하는 方法 등이 있다. 어느 것이나 모두 制御系의 絶對的인 評價基準이 되지는 못하지만 最近의 最適制御理論에서는 主로 2次型式의 評價基準이 使用되고 있다.<sup>8), 10)</sup>

本 研究에서는 制御對象으로서 서어보모우터에 遲延要素( $e^{-Ls}$ )가 存在하나  $L$ 이 극히 微小하여  $e^{-Ls}$ 를 一次要素( $\frac{k_L}{1+T_Ls}$ )로 近似化할 수 있는 境遇를 생각하여 P 制御器와 速度피드백 補償回路를<sup>11), 12)</sup> 使用하여 直結피드백 制御系統의 特性을 改善하는 方法과 速度피드백이 制御特性에 미치는 影響에 對해서 考察하고 2乘制御面積을 最少로 하는 評價基準을 利用하여 制御器의 補償回路와 파라미터의 最適值을 決定하는 方法을 提示하고자 한다. 또한 아나로그(analog) 計算機를<sup>9)</sup> 利用한 應答實驗과 周波數應答法에 依한 檢討를 通하여 本 方法의 有効성을 確認한다.

## 2. 理論的 考察

### 2.1 블록線圖 및 傳達函數

一般的으로 饋還補償回路를 갖는 2重饋還制御系統의 블록線圖는 Fig. 1 과 같이 表示될 수 있다. 本 研究에서는 制御對象  $G_2(s)$  로써 遲延要素를 隨伴하는 서어보모우터, 즉

$$G_2(s) = \frac{k_m \cdot e^{-LS}}{S(1+T_m S)} \dots\dots\dots (1)$$

에 있어서  $L$  이 極히 微少하여 遲延要素  $e^{-LS}$  를  $\frac{k_L}{1+T_L S}$  로 近似化시킬 수 있는 경우에 對하여 考察 한다.

$$G_2(s) = \frac{k_m k_L}{S(1+T_m S)(1+T_L S)} \dots\dots\dots (2)$$

단,  $k_m$  : 定常利得     $T_m$  : 서어보모우터의 時定數

또한, Fig. 1 에서 制御器는 比例制御器(P 制御器)이며

$$G_1(s) = k_p \dots\dots\dots (3)$$

단,  $k_p$  : 比例感度

饋還補償回路는 微分要素로서

$$G_3(s) = k_V \cdot S \dots\dots\dots (4)$$

단,  $k_V$  : 回轉速度發電機(Tachogenerator)의 定數

라고 한다.

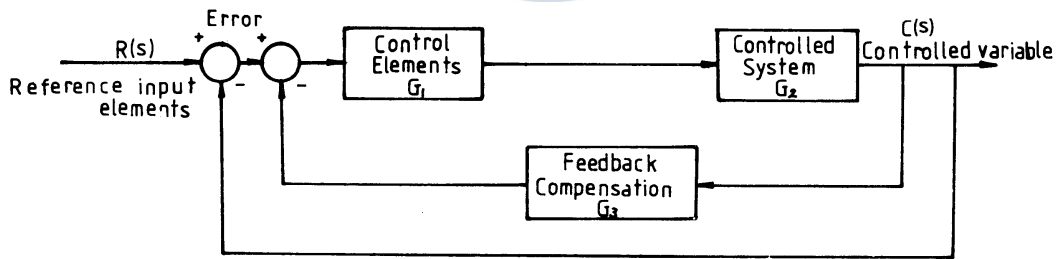


Fig. 1 General block diagram of the double feedback system

따라서, Fig. 1 의 블록線圖는 Fig. 2 와 같이 되며, 더 簡略化하면 Fig. 3 과 같은 等價回路로 表示할 수 있다. 이 系統의 開回路傳達函數를  $G(s)$ , 閉回路傳達函數를  $F(s)$ 라 하면 各各 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{k_p k_m k_L}{T_m T_L S^3 + (T_m + T_L) S^2 + (1 + k_p k_m k_L k_V) S} \dots\dots\dots (5)$$

$$F(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{k_p k_m k_L}{T_m T_L S^3 + (T_m + T_L) S^2 + (1 + k_p k_m k_L k_V) S + k_p k_m k_L} \dots\dots\dots (6)$$

$e_0(t)$ 의 Laplace 變換을  $E_0(s)$ 라 하고, Parseval 定理<sup>5)</sup>를 利用하면

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |E_0(j\omega)|^2 d\omega \dots \dots \dots (17)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} E_0(j\omega) \cdot E_0(-j\omega) d\omega \dots \dots \dots (18)$$

또한  $E_0(s)$ 를

$$E_0(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{T_m T_L S^2 + (T_m + T_L)S + (1 + k_p k_m k_L k_V)}{T_m T_L S^3 + (T_m + T_L)S^2 + (1 + k_p k_m k_L k_V)S + k_p k_m k_L}$$

라 두면 2 乘制御面積  $J$ 는 다음과 같이 求해진다.

$$J = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{N(j\omega) \cdot N(-j\omega)}{D(j\omega) \cdot D(-j\omega)} \cdot d\omega$$

$$= (-1)^{3-1} \cdot \frac{B}{2 a_0 H_3} \dots \dots \dots (19)$$

$$\text{단, } a_0 = T_m T_L = d_0, \quad a_1 = T_m + T_L = d_1, \quad a_2 = 1 + k_p k_m k_L k_V = d_2$$

$$a_3 = k_p k_m k_L$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} b_0 & b_1 & b_2 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}$$

따라서 式(19)의  $J$ 는 다음과 같이 計算된다.

$$J = \frac{a_2 d_0^2 + a_0 (d_1^2 - 2 d_0 d_2) + \frac{a_0 a_1}{a_3} \cdot d_2^2}{2 a_0 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}$$

$$= \frac{a_2 d_0 + d_1^2 - 2 d_0 d_2 + \frac{a_1}{a_3} \cdot d_2^2}{2 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}$$

$$= \frac{T_m T_L (1 + k_p k_m k_L k_V) - 2 T_m T_L (1 + k_p k_m k_L k_V) + \frac{(T_m + T_L)}{k_p k_m k_L} \cdot (1 + k_p k_m k_L k_V)^2 + (T_m + T_L)^2}{2 [(T_m + T_L) (1 + k_p k_m k_L k_V) - T_m \cdot T_L \cdot k_p k_m k_L]}$$

$$= \frac{\frac{(1 + k_p k_m k_L k_V)^2}{k_p k_m k_L} - \frac{T_m \cdot T_L}{T_m + T_L} (1 + k_p k_m k_L k_V) + (T_m + T_L)}{2 [(1 + k_p k_m k_L k_V) - \frac{T_m \cdot T_L}{T_m + T_L} \cdot k_p k_m k_L]} \dots \dots \dots (20)$$

2.5 最適파라미터의 決定

앞에서도 論述한 바와 같이 Fig. 2와 같은 블록線圖로 表示되는 制御系統에 있어서의 最適制御問題는 制御對象의 時定數, 利得이 주어졌을 때 P 制御器의 比例感度  $k_p$  및 速度피드백定數  $k_V$ 의 값을 最適化하는 問題가 된다.

本節에서는 앞節에서 誘導한 評價函數를 最少로 하는 意味에서의  $k_p$  및  $k_V$ 의 最適値를 求해 보기로 한다.

式(20)에서



$$\left. \begin{aligned} k_p k_m k_L &= K, & \frac{T_m \cdot T_L}{T_m + T_L} &= C_0 \\ 1 + k_p k_m k_L k_V &= 1 + K \cdot k_V = y & T_m + T_L &= C_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

라 두면 式(20)은

$$J(K, y) = \frac{\frac{y^2}{K} - C_0 y + C_1}{2(y - C_0 K)} \dots\dots\dots (22)$$

단,  $K, C_0, C_1, y > 0$

로 表現된다.

$$\frac{\partial J}{\partial y} = \frac{\left(\frac{2y}{K} - C_0\right)(y - C_0 K) - \frac{y^2}{K} + C_0 y - C_1}{2(y - C_0 K)^2} = 0 \dots\dots\dots (23)$$

$$(2y - C_0 K)(y - C_0 K) - y^2 + C_0 K y - C_1 K = 0$$

$$y^2 - 2C_0 K y + C_0 K^2 - C_1 K = 0$$

$$(y - C_0 K)^2 = C_1 K$$

여기서, 式(14)의 安定條件에 依하여  $y > C_0 K$  이어야 하므로

$$y = C_0 K + \sqrt{C_1 K} \dots\dots\dots (24)$$

와 같이 表示된다.

式(23)을 간단히 하면,

$$\frac{\partial J}{\partial y} = \frac{1}{2K} \left[ 1 - \frac{C_1 K}{(y - C_0 K)^2} \right] \dots\dots\dots (25)$$

이 되므로 式(25)의 極少點을 求하기 위하여 2次微分한 것이 零보다 커야 하므로

$$\frac{\partial^2 J}{\partial y^2} = \frac{1}{2K} \cdot \frac{2(y - C_0 K) C_1 K}{(y - C_0 K)^4} > 0 \dots\dots\dots (26)$$

따라서, 式(24)는  $y$ 에 對한  $J$ 의 極少點의 線을 나타낸다.

式(24)를 式(22)에 代入하면

$$\begin{aligned} J(K, y) = J(K) &= \frac{-\frac{1}{K} (C_0 K + \sqrt{C_1 K})^2 - C_0 (C_0 K + \sqrt{C_1 K}) + C_1}{2\sqrt{C_1 K}} \\ &= \frac{C_0 \sqrt{C_1 K} + 2C_1}{2\sqrt{C_1 K}} = \frac{1}{2} \left( C_0 + \frac{2C_1}{\sqrt{C_1 K}} \right) \\ &= \frac{1}{2} C_0 + \sqrt{\frac{C_1}{K}} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

와 같이 表示되어,  $K$ 가 무한대이면  $J(K)$ 가 最少로 된다.  $K$ 의 最適值  $\hat{K}$ 는

$$\hat{K} = \infty \dots\dots\dots (28)$$

이다.

따라서,  $J$ 의 最適值  $\hat{J}$ 는

$$\hat{J} = \lim_{K \rightarrow \infty} J(K) = \frac{1}{2} C_0 = \frac{T_m T_L}{2(T_m + T_L)} \dots\dots\dots (29)$$

즉, 
$$\lim_{K \rightarrow \infty} [\lim_{k_V \rightarrow C_0} J(k_V, K)] = \frac{1}{2} (C_0 + C_1)$$

$$\lim_{k_V \rightarrow C_0} [\lim_{K \rightarrow \infty} J(k_V, K)] = \frac{1}{2} C_0$$

가 되어 數學的으로 엄격히 말하면 極限值는 存在하지 않으나,  $J$ 를 最少로 하는  $k_V, K$ 의 값은  $k_V = C_0, K = \infty$ 가 된다. 그러나  $k_V$  值의 크기에 制限이 있을 때 즉  $k_V \leq k_0$  로서,  $k_0 < C_0$  일 때는  $\hat{k}_V = k_0$  가 되고 이 때의  $\hat{K}$  와  $\hat{J}$  는 各各 式(37) 및 式(38)의  $k_V$  에  $k_0$  를 代入하여 計算될 수 있다. 만일  $k_0 \geq C_0$  이면  $k_V$  는  $C_0$  로 하고  $K$  는 可能한 큰 값을 取하는 것이 좋다. 한편  $K$  의 크기에 制限이 있을 때는 즉  $K \leq K_0$  일 때는  $\hat{K} = K_0$  가 되며  $\hat{k}_V$  와  $\hat{J}$  는 式(32)에  $K$  대신  $K_0$  의 값을 代入하여 計算할 수 있다.

또한 速度피드백을 하지 아니하였을 때 즉  $k_V = 0$  이면 式(37) 및 式(38)로 부터

$$\left. \begin{aligned} \hat{K} &= \frac{1}{C_0 + \sqrt{C_0 C_1}} \\ \hat{J} &= \frac{1}{2} [C_0 + C_1 + \sqrt{C_1 C_0}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

이 된다. 따라서 適切한 速度피드백을 해주는 것이 安定性, 2乘制御面積 등의 基準에서 볼 때 有益함을 알 수 있다.

式(35), 式(36), 式(37), 式(38)을 平面上에 나타내면 Fig. 5와 같이 圖示할 수 있으며 빗금친 부분이 安定한 領域이다.

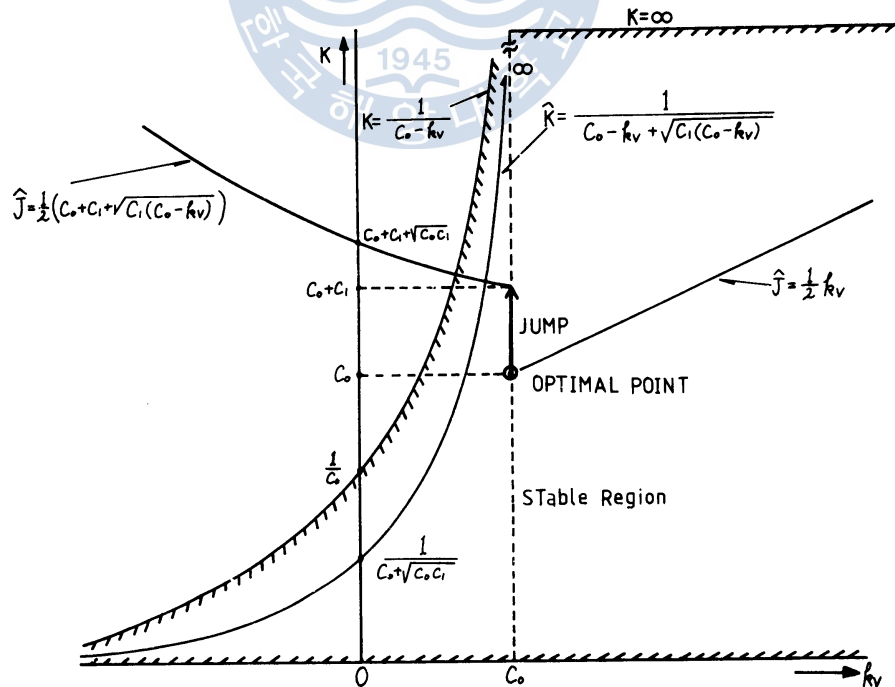


Fig. 5 The optimal values of  $J$  and  $K$  v. s.  $k_v$

2.7 周波數應答에 對한 考察

앞 節에서 論述한 方法에 依하여 制御器와 速度饋還補償器의 파라미터를 最適化하였을 때의 全 制 御系統의 特性을 周波數應答法에 依해서 考察하기 爲하여 本 節에서는 共振値와 利得餘裕 및 位相 餘裕를 計算하여 檢討하기로 한다.

가. 共振値( $M_P$  值) 및 共振周波數( $w_p$ )

制御系統의 特性의 良否를 評價하는 基準이 되는 定數로서 周波數應答을 利用하여 設計를 行할 때 에 많이 使用되는  $M_P$  值가<sup>1), 11)</sup> 있다.  $M_P$  值가 크면 過渡應答時 오우버슈우트(over shoot)가 커지며 安定度는 나빠진다.

Fig. 2로 表示되는 制御系統의 周波數傳達函數는 式(6)으로 부터

$$F(jw) = \frac{k_p k_m k_L}{T_m T_L (jw)^3 + (T_m + T_L) (jw)^2 + (1 + k_p k_m k_L k_V) (jw) + k_p k_m k_L}$$

$|F(jw)|$ 를  $M$ 이라면

$$M = \frac{k_p k_m k_L}{\sqrt{[k_p k_m k_L - (T_m + T_L)w^2]^2 + [w(1 + k_p k_m k_L k_V) - T_m T_L w^3]^2}} \dots\dots\dots (40)$$

$C_0 C_1 = T_m \cdot T_L$ ,  $C_1 = T_m + T_L$ ,  $y = 1 + k_p k_m k_L k_V$ ,  $K = k_p k_m k_L$ 을 式(40)에 代入하면

$$M = \frac{K}{\sqrt{(K - C_1 w^2)^2 + (y w - C_0 C_1 w^3)^2}}$$

$M$ 을  $w$ 에 對해 微分하여 0으로 놓으면 다음과 같은 方程式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f(w) &= (K - C_1 w^2)^2 + (y w - C_0 C_1 w^3)^2 \\ &= C_0^2 C_1^2 w^6 + (C_1^2 - 2y C_0 C_1) w^4 + (y^2 - 2KC_1) w^2 + K^2 \\ f'(w) &= 6C_0^2 C_1^2 w^5 + 4(C_1^2 - 2y C_0 C_1) w^3 + 2(y^2 - 2KC_1) w = 0 \\ 3C_0^2 C_1^2 w^4 + 2(C_1^2 - 2y C_0 C_1) w^2 + (y^2 - 2KC_1) &= 0 \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

2次方程式의 根의 公式에 依해 다음과 같은 根을 얻는다.

$$w^2 = \frac{(2y C_0 C_1 - C_1^2) \pm \sqrt{(C_1^2 - 2y C_0 C_1)^2 - 3C_0^2 C_1^2 (y^2 - 2KC_1)}}{3C_0^2 C_1^2}$$

여기서  $w^2$ 의 根中  $w_p$ 라고 하면, 즉

$$w_p^2 = \frac{(2y C_0 C_1 - C_1^2) + \sqrt{(C_1^2 - 2y C_0 C_1)^2 - 3C_0^2 C_1^2 (y^2 - 2KC_1)}}{3C_0^2 C_1^2}$$

여기서 -는 最少値를 나타내므로 +값만 取하여

$$w_p = \frac{1}{C_0 C_1} \sqrt{\frac{(2y C_0 C_1 - C_1^2) + \sqrt{(C_1^2 - 2y C_0 C_1)^2 - 3C_0^2 C_1^2 (y^2 - 2KC_1)}}{3}} \dots\dots\dots (42)$$

$M_P$  值는 다음과 같이 求해진다.

$$M_P = \frac{K}{\sqrt{(K - C_1 w_p^2)^2 + (y w_p - C_0 C_1 w_p^3)^2}} \dots\dots\dots (43)$$

나. 利得餘裕(Gain Margin) 및 位相餘裕(Phase Margin)

饋還制御系統을 安定시키는 方法을 決定하는 데 使用되는 이 量들은 系統의 安定되는 程度를 나



**Table 1-2.** Values of the optimal parameters, I. S. E. and  $M_P$  for various system.

$T_m$	$\Gamma_L$	$C_0$	$C_1$	$K$ ( $=R, k_m, k_L$ )	$\hat{k}_v$	$\hat{j}$	$M_P$
10	0.1	0.097	10.1	1	2.277	3.228	1.143
				5	1.320	1.471	1.128
				10	1.004	1.054	1.118
				$10^2$	0.407	0.367	1.044
				$10^3$	0.199	0.150	1.263
				$10^4$	0.131	0.081	3.237
				$10^6$	0.102	0.053	31.171
				$10^8$	0.099	0.050	308.874
	0.5	0.476	10.5	1	2.717	3.478	1.100
				5	1.725	1.687	1.039
				10	1.401	1.263	1.002
				$10^2$	0.790	0.562	1.679
				$10^3$	0.578	0.341	0.474
				$10^4$	0.508	0.270	14.728
				$10^6$	0.479	0.241	146.908
				$10^8$	0.777	0.238	390.433
	1.0	0.909	10.1	1	3.226	3.771	1.056
				5	2.192	1.938	1.023
				10	1.858	1.503	1.173
				$10^2$	1.231	0.786	2.875
				$10^3$	1.013	0.559	8.720
				$10^4$	0.942	0.488	27.428
				$10^6$	0.912	0.458	271.219
				$10^8$	0.909	0.454	669.962

분모, 분자를  $S^3$  으로 나누면

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{aS^{-3}}{1 + bS^{-1} + dS^{-2} + aS^{-3}}$$

여기서,  $R(s)/(1 + bS^{-1} + dS^{-2} + aS^{-3}) = P(s)$ 라 놓으면

$$P(s) = R(s) - bS^{-1}P(s) - dS^{-2}P(s) - aS^{-3}P(s)$$

$$C(s) = aS^{-3}P(s)$$

위의 두 식을 이용하여 아나로그計算機에 의한 應答實驗을 行하기 위한 結線圖<sup>6)</sup>를 그리면 Fig. 6과 같이 表示되며 이 結線圖를 利用하여 스텝應答實驗을 Table. 2에 表示된 係數값에 對해서 실시



하였다.

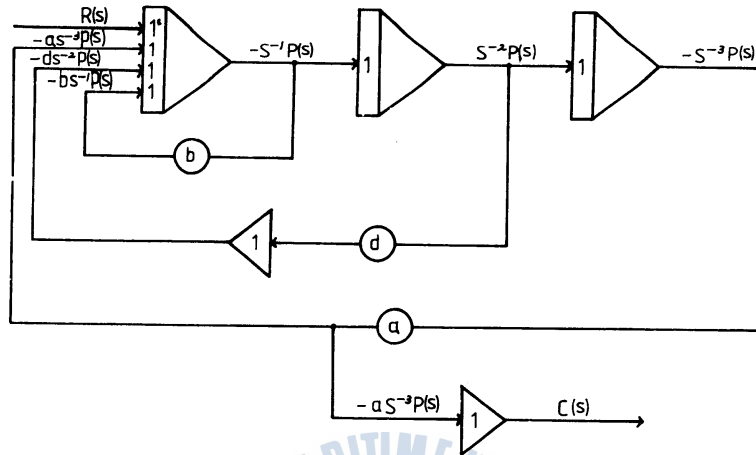


Fig. 6 The connection diagram of the analog simulation system

Table 2. Values of parameters used in the experiments

$T_m$	$\Gamma_L$	$K$ ( $=k_p k_m k_L$ )	$k_V$	$a$	$b$	$d$	
1.0	0.1	1	0.140	10	11	11.397	
		5	0.360	50	11	27.998	
		10	0.323	100	11	42.257	
	0.5	1	0.558	2	3	3.116	
		5	0.681	10	3	8.811	
		10	0.621	20	3	14.413	
	1.0	1.0	1	0.914	1	2	1.914
			5	0.800	5	2	5.000**
			5	0.932	5	2	5.662
5			1.000	5	2	6.000**	
		10	0.847	10	2	9.472	

\* Table 2에서  $k_V$ 의 값은  $T_m, \Gamma_L, K$ 가 주어졌을 때 式(32)에 依해서 計算한  $k_V$ 의 最適值이다.

\*\* 이 欄의  $k_V$ 의 값은  $k_V$ 가 最適值보다 약간 적을 때와 클 때에 對한 값임.

나. 應答實驗 結果

Fig. 6의 結線圖를 利用하여 아나로그計算機로 應答實驗한 結果는 Fig. 7의 (a)~(I)와 같다.

이때, 入力電壓을 1V, 出力電壓을 1V/cm, Recorder의 Speed는 250mm/min로 調整하였다.

### 4. 檢討 및 結果考察

#### 4.1 應答實驗에 對한 檢討

實驗한 結果를 살펴 보면  $T_L=0.1$ 인 Fig. 7의 (a), (b), (c)를 보면 最適파라미터로 制御되는 그림 (b)가 (a), (c)보다 2乘制御面積이 적은 良好한 波形임을 알 수 있으며 또한  $T_L=0.5$ 인 그림 (d), (e), (f)에서도 最適制御되는 그림 (e)가 다른 應答曲線보다 良好한 波形의 結果를 나타내고 있다.

最適値로 調整되는 그림 (b), (e)는  $K$ 의 값이 클수록 2乘制御面積은 적어지나 대신 最大오우버슈우트가 커지며 振動性이 增加되어 應答速度가 빠르며 應答時間이 길어진다.

또한 그림 (h), (i), (j)는  $K$ 의 값을 같게 하고  $k_V$ 를 變化시킨 경우를 보여 주는데 그림 (i)가 (h), (j)보다 2乘制御面積이 良好한 波形임을 알 수 있고,  $k_V$  값이 적을 때 最大오우버슈우트가 커진다.

#### 4.2 最適 2乘制御面積에 對한 檢討

Table 1-1, 1-2를 보면  $T_m, T_L$ 의 어떠한 값에 對하여 利得의 곱  $K$ 를 增加시키면 2乘制御面積

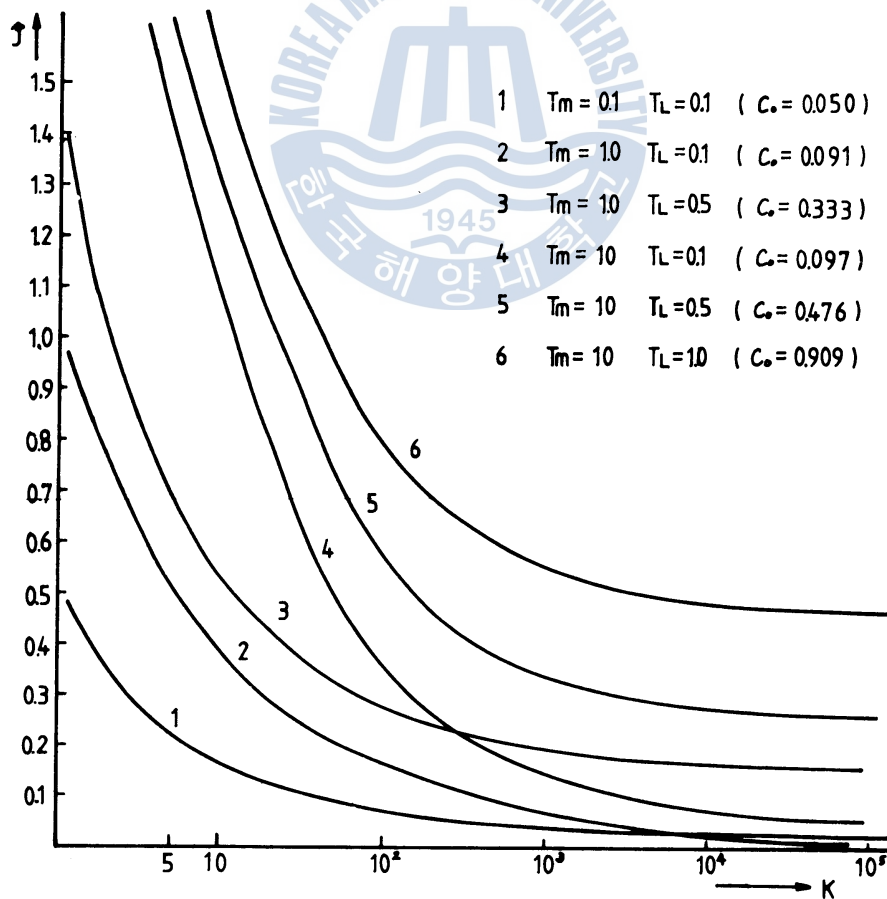


Fig. 8 Optimal values of  $J$  versus  $K$

$\hat{J}$ 는 減少함을 알 수 있으며 Fig.8에서 보면  $K$ 가 比較的 적은 값일 때는  $K$ 값에 對한  $\hat{J}$ 의 變化는 크지만,  $K$ 의 값이 어느정도 커지면  $\hat{J}$ 의 變化는 거의 없으며, 결국  $\hat{J}$ 는  $\frac{1}{2}C_0$ 에 收斂하게 된다.

$K$ 가 큰 값일 때는  $T_m, T_L$ 가 적을수록 또  $C_0$ 가 적을수록  $\hat{J}$ 는 적어지는 경향을 나타내며, 式(29)에서도  $C_0$ 에 比例해서 減少함을 알 수 있다.

#### 4.3 最適值 $\hat{k}_V$ 에 對한 檢討

$\hat{k}_V$ 는 Table 1-1, 1-2를 보면  $T_m, T_L$ 가 일정한 값일 때는 利得의 곱  $K$ 를 增加시키면, 減少함을 알 수 있으며, Fig.9를 考察해 보면  $T_m, T_L$ 의 變化에 따라  $K$ 가 적은 값일 때는  $\hat{k}_V$ 가 增加하지만  $K$ 가 커질수록 점차 減少하여 一定한 값으로 收斂함을 나타내고 있다.

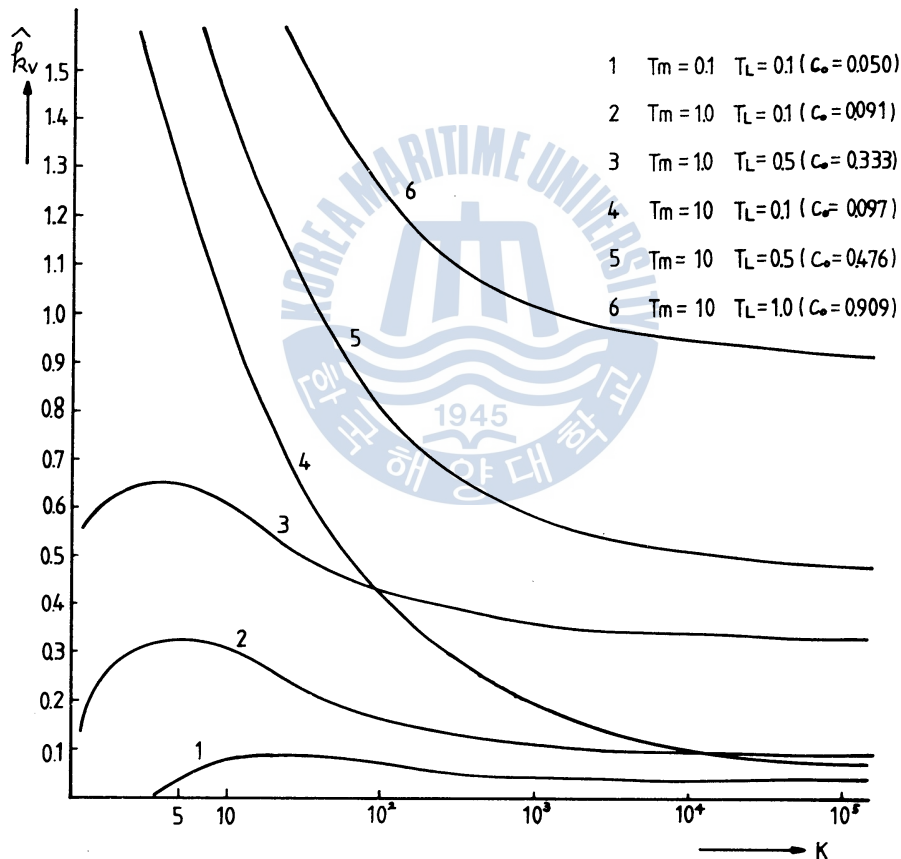


Fig.9 Optimal values of  $\hat{k}_V$  versus  $K$

#### 4.4 共振值 및 共振周波數에 對한 考察

앞의 數值計算에서 求한 最適파라미터에 對한  $M_P$  值를 計算하여  $K$ 의 變化에 對한 그래프를 그려 보면 Fig.10 과 같이 된다.

그림에서 보면  $T_m=1.0$ 일 때  $T_L=0.1, T_L=0.5, T_L=1.0$ 의 전부가  $K$ 가 적은 값일 때는  $M_P$  值

가 減少하나  $K$ 가 增加할수록 커지며, 式(43)에서  $|M(jw)|$ 의 값은  $w=0$ 일 때 1이 되며,  $w \rightarrow \infty$ 일 때는 0에 收斂하게 된다.

2次系에서는 프로세스制御系와 서어보機構의  $M_p$  値는, 科學的 근거는 없지만 實驗的 또는 經驗的으로 보나 1.1~1.6[dB]程度이면, 系는 安定하다고 할 수 있으나, 高次系에서는 반드시 그렇지 않다는 것을 알 수 있으며  $M_p$  値에 依한 調整方法은 自由度가 너무 많은것이 缺點이다. 實際로 어떤 範圍의  $M_p$  値를 選定했을 때 그 系統이 實用上 滿足할만한 過渡應答特性을 갖게되면 그때의  $M_p$  値를 使用해도 充分하다.

그리고, 共振周波數  $w_b$ 는  $K$ 가 增加하면 커지는데, 이것은 制御系의 利得이 커지면 應答速度가 빨라짐을 나타내며 또 安定도가 나빠진다.

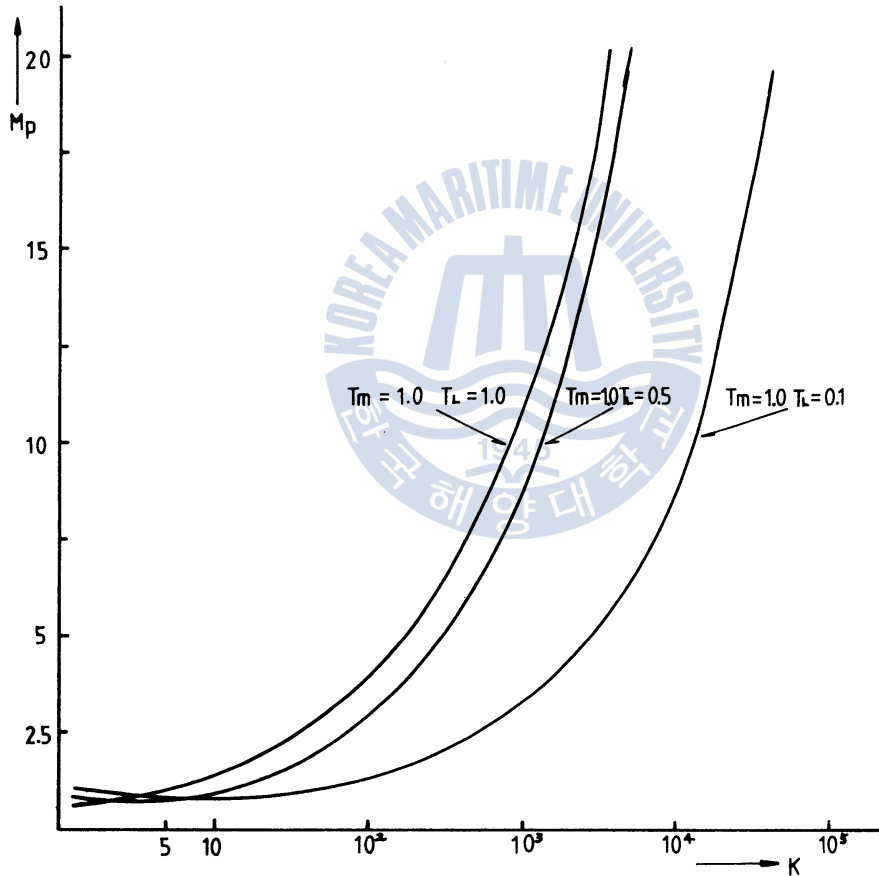


Fig. 10 Values of  $M_p$  versus  $K$

#### 4.5 位相餘裕에 對한 考察

$K$ 가 變化할 때  $k_v$ 의 最適値에 對해서 式(49)에서 주어지는 位相餘裕( $PM$ )를 數值計算으로 計算한 結果를 圖示하면 Fig. 11과 같이 되었다.

$T_m=1.0$ 일 때  $T_L$ 의 값이  $K$ 의 增加에 따라  $PM$ 도 增加現象을 나타내고 있으나, 이  $PM$ 의 값

은 大體的으로 만족할만 하다.

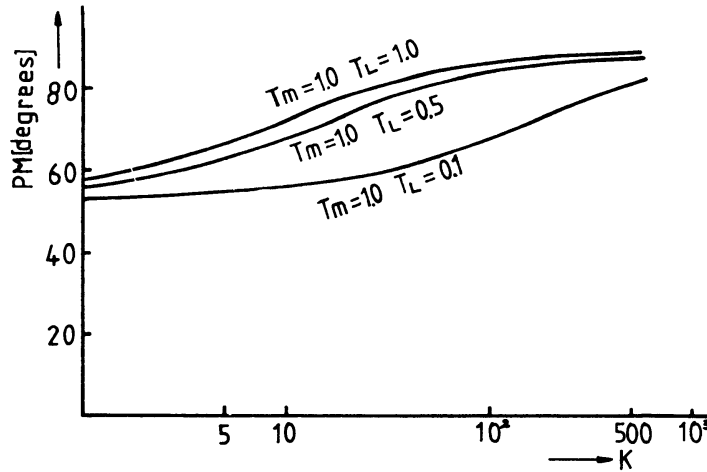


Fig.11 Values of PM versus K

### 5. 結 論

以上과 같이 本 研究에서는 一次系統으로 近似化할 수 있을 程度의 極히 微少한 遲延要素를 隨伴하는 서어보모우터를 制御對象으로 하고 P 制御器를 使用하는 直結피드백 制御系統에 對하여 速度피드백 補償을 附加하였을 때 制御特性이 어떻게 變化하는가에 對하여 考察하고 2 乘制御面積을 評價函數로 하여 이를 最少로 하는 意味에 있어서 P 制御器의 比例感度( $k_p$ ) 및 速度피드백定數( $k_v$ )의 最適值를 求하는 方法을 提示하였으며 制御對象의 時定數  $T_m$  및 一次遲延要素의 時定數  $T_L$ 의 여러 값에 對하여  $k_p$  및  $k_v$ 의 最適值를 數值計算으로 計算하여 圖表를 作成하였다. 또한 아나로그計算機를 利用한 應答實驗과 周波數應答法에 依한 檢計를 通하여 本 方法의 有効性을 確認하였으며 다음과 같은 結論을 얻었다.

- i) 適切한 速度피드백을 行하는 것이 制御系統의 特性改善을 위하여 매우 有益하다.
- ii) P 制御器의 利得  $k_p$ 를 增加시킬수록 2 乘制御面積  $\hat{J}$ 는 減少한다.

$$\hat{k}_v = C_0 - \frac{1}{K} + \sqrt{\frac{C_1}{K}}$$

$$\hat{J} = \frac{1}{2}C_0 + \sqrt{\frac{C_1}{K}}$$

$$(K = k_p k_m k_L)$$

- iii)  $K$ 가 적을 때,  $K$ 값의 變化에 對한  $\hat{J}$ 의 變化는 크지만,  $K$ 값이 커지면  $K$ 값의 變化에 對한  $\hat{J}$ 의 變化는 완만해 지며  $K$ 가 무한대의 값을 가지면  $\hat{k}_v$ 는 最適值  $C_0$ 에  $\hat{J}$ 는 最適值  $\frac{1}{2}C_0$ 에 收斂하게 된다.
- iv) 2 乘制御面積  $J$ 를 改善하기 위하여  $K$ 를 增加시키면 어느 範圍 以上에서는  $M_p$ 值가 增加되어

制御系統은 過渡應答의 最大오우버슈우트가 커지고 安定度는 약간 低下되나 定常偏差는 減少한다.

v)  $K$ 를 增加시키면 位相餘裕  $PM$ 은 약간 增加하나 大體적으로 滿足할만한 範圍안에 있게된다. 本 研究에서 2乘制御面積을 評價函數로 取한 關係로 가장 理想的인 狀態는  $k_p \rightarrow \infty$ 일 때가 되었다. 그러나 實際의 플랜드 制御에서는 여러 가지의 制御定數(最大오우버슈우트,  $M_p$  值, 利得餘裕, 位相餘裕, 速應性 등)을 考慮하여 적당히 큰  $k_p$  값과 그에 따른  $\hat{k}_v$  값을 선택하여야 할 것이다. 또한 本 研究에서는 순수遲延要素( $e^{-Ls}$ )를 一次遲延要素로 近似化할 수 있을 程度로 遲延時間  $L$ 이 적은 경우에 對하여 考察하였으나  $L$ 이 클 境遇에 對해서는 앞으로의 研究課題가 될 것이다.

### 參 考 文 獻

1. 河注植 : 自動制御工學, 韓國海洋大學 海事圖書出版部, 釜山 : pp. 110~113, 180~183, 242~278(1974).
2. 河注植·陳庚奎 : 2次系の 制御對象에 對한 PI 制御器의 最適調整에 關한 研究, 韓國海洋大學大學院 論文集, 第16輯, pp. 209~236(1981).
3. 高橋利衛 : 自動制御의 數學, 6. 4, 오ーム社(1966).
4. Stanly M. Shinnars, Modern Control System theory and Application, Addison-Wesley publishing Co., pp. 63~84(1979).
5. 榎木義一·添田 喬·中溝高好 : 統計的自動制御理論, コロナ社, 東京 : pp. 124~137, 303~306(昭和48年).
6. Hitachi Analog Computer Programming, Hitachi Electronics, LTD., pp. 70~79.
7. Benjamin C. Kuo, Automatic Control systems (4e), Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, pp. 138~158, 314~340(1982).
8. 長森享三·木地和夫·中澤修治 : アナログ計算機入門, 오ーム社, pp. 119~145(昭和47年).
9. Donald E. Kirk, Optimal control theory, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs N. J., pp. 259~290(1970).
10. D. N. BURGHESE, A. GRAHAM, Introduction to control theory including optimal control, Ellis Horwood Limited pp. 83~141(1980).
11. Virgil W. Eveleigh, Introduction to control systems Design, McGraw-Hill, Inc., pp. 197~254(1972).
12. 南宮寔·孫炳鎮 : 自動制御, 文運堂, 서울 : pp. 136~143, 340~342(1970).