

## 열린 상자형 구조물의 최적구조변경법에 관한 연구

박 석 주\*

### **A study on the Optimum Structural Modification of the Open Box Type Structure**

*Park Sok - Chu*

#### **Abstract**

The finite element method (FEM) has been generally used for the structural analysis and its precision has been verified in the various fields. However, there are some defects in the direct application of FEM to the large and complex structures because of demanding computation time and huge memory capacity of the computer system. Therefore substructure synthesis method, which analyzes the whole structure by dividing it into several substructures, appeared. Among the substructure synthesis methods, the component mode synthesis method(CMS) is often used to analyze the vibration characteristics of large and complex structures. It utilizes each reduced set of component modes of each substructure.

This study consists of three parts, 1) discussing the structural dynamic analysis methods, 2) proposing the optimum structural modification method by sensitive analysis method and 3) applying it to an experimental structure.

In this study, the CMS is applied to analyze the vibration characteristics of a simple open box type structure and the optimum structural modification is performed by the sensitive analysis method in order to improve the vibration characteristics in the operating engine frequency limits.

---

\* 한국해양대학교 이공대학 선박공학과

The results obtained are as follows:

1. The results by the CMS are in good accord with the experimental results.
2. The optimum location to install the pillars can be found by the sensitive analysis method.
3. The vibration can be minimized by the optimum structural modification method in the operating engine frequency limits for the open box type structure.

## 1. 서 론

전자계산기의 눈부신 발달에 힘입어 유한요소법이 구조해석의 대표적인 수단으로 확고한 자리를 잡고 있다. 그럼에도 불구하고 유한요소법은 해석하고자 하는 대상이 복잡하고 커질수록 요소분할에 대한 자유도가 증가하게 되므로 여전히 계산기의 용량이나 계산 시간이 문제시 되고 있다. 그래서 이러한 문제점을 극복하는 수단으로 부분구조합성법이 등장하게 되었다. 부분구조합성법이란 전체구조물을 몇 개의 단순한 부분구조물로 나누어 각각에 대하여 해석한 후 적절한 결합조건하에서 이들을 재결합하여 해석하는 방법을 말한다.<sup>1)</sup>

특히 선체와 같은 구조물은 많은 부재들이 매우 복잡하게 연결된 대형 구조물이므로 범용해석 프로그램을 사용하여 진동해석을 시도한다 하더라도 입력자료를 작성하는데 많은 노력과 시간이 소비되며, 모델링 과정에서 생기는 오차와 설계변경시 관련된 입력자료를 처음부터 다시 작성해야 하는 번거로움이 생긴다. 그러나 부분구조합성법을 이용하면 선체구조를 실제 선박의 건조과정과 유사하게 여러 개의 부분구조로 분할하여 독립적으로 모델링 할 수 있고, 선체의 특정부분의 형태가 바뀌는 경우 변경된 부분만을 다시 모델링 하고 그 외의 모델은 처음의 것을 그대로 사용하면 되므로 효율적으로 해석할 수 있다.<sup>2)</sup>

이렇게 하여 구조물을 정확히 모델링하고 정도 높게 해석한다고 하더라도 해석한 결과를 토대로 보다 좋은 특성을 가진 구조물을 만들 수 있는 방법을 제시할 수 없으면 별 의미를 갖지 못한다. 신속하고 효율적인 특성개선방법의 제안 없이는 시행착오적인 반복시도법에 의하여 특성을 조금씩 변경하는 수 밖에 없다. 비록 설계도가 만들어진다 하더라도 과연 최적한 설계인가의 여부는 미지의 상태이다. 이러한 이유로 구조해석은 최적구조설계와 결부되어야 한다. 일반적으로 구조물의 최적화란 강도개선이나 재료절감을 통한 품질 및 생산성의 향상 문제나 진동이 적고 조용한 특성을 가지는 구조물을 설계하는 동특성적인 문제에서 미려한 외관을 가지면서 사용하기 편리한 제품을 설계하는 것 등 많은 목표가 있을 수 있을 것이다. 특히 진동특성의 개선을 위한 구조변경에서는 여러가지 형태의 구조형상이나 치수 등에 대해 검토가 이루어져야 하고 이에 따른 수많은 반복적인 진동해석이 요구되므로 계산시간이 많이 필요하게 된다. 이러한 문제를 보다 간단히 해결하는데에는 감도해석법이 가장 적절할 것이다.<sup>3)</sup> 여기서 감도란 어떤 특정부분의 형상이나 치수 등을 바꾸었을 때 해석 결과값에 주는 영향의 정도를 나타내는 것으로, 감도해석법을 이용하면 어느 부분을 수정하는 것이 동특성 개선에 가장 효과적인지 알 수 있다. 중량최소화의 문제라면 다른 강도나 진동 특성에 영향을 주지 않는 부분을 찾아내는 문제 즉, 감도가 가장 작은 부분을 찾아내어

그 부분의 중량을 덜어내면 되고, 고유진동수와 고유진동형의 변경문제 같으면 목적하는 고유진동수와 고유진동형을 가장 크게 변경시킬 수 있는 장소를 찾아내는 문제, 즉 감도가 가장 큰 부분을 찾아내어 그 부분의 치수를 바꾸는 문제가 될 것이다.<sup>1)</sup>

본 연구에서는 최적구조변경법과 관련된 일반적인 이론들을 논한 다음 열린상자형 구조물의 진동특성을 고찰하고 진동특성을 개선하기 위한 방법으로 기둥(pillar)을 이용한 최적구조변경법을 제시하고자 한다.

## 2. 모우드합성법과 최적구조변경법

유한요소법은 연속체인 계(system)를 유한 개의 많은 작은 요소들로 나누고 유한요소라 부르는 각 요소들은 절점, 혹은 접합점이라고 부르는 점에서 서로 연결되어진다고 가정하여 각 요소들에 대해 근사해를 구하는 해석적인 방법으로서<sup>4)</sup>, 복잡하거나 대형 구조물을 해석하는 경우에는 계산시간이 길어지게 되고 심지어는 컴퓨터의 기억용량의 제한으로 인해 해석이 불가능하게 되는 경우도 있다. 이러한 경우에 구조물 전체를 여러개의 단순한 부분구조물(이하 분계)로 분할하여 각 부분구조물에 대해서 해석한 결과를 적절한 결합조건하에서 다시 결합하여 전체구조물(이하 전계)에 대해서 해석하는 것을 부분구조 합성법(substructure synthesis method)이라 한다.<sup>5)</sup>

동적인 해석에 있어서 부분구조합성법은 크게 전달함수합성법(transfer function synthesis method)과 특성행렬합성법(characteristic matrix synthesis method), 모우드합성법(mode synthesis method)으로 구분된다. 전달함수합성법은 각 부분구조의 주파수별 전달함수를 구하여 결합하는 방법을 말하는데, 실험에 의하여 얻어진 데이터를 볼 수 있는 장점이 있으나 해석대상 주파수범위에 대하여 주파수별로 따로따로 계산해야 하는 번거로움이 있어서 해석하는데 시간이 많이 걸리는 단점이 있다.

또 특성행렬합성법은 각 부분구조에 대하여 실험하여 얻어진 전달함수로부터 부분구조물의 특성행렬을 구하여 이들 특성행렬을 합성하여 전체 구조물을 해석하는 방법을 일컫는데, 이 방법도 실험 데이터를 이용할 수 있는 반면에 특성행렬의 자유도가 커지면 구하기 힘들고 계산시간이 많이 걸리는 단점이 있다<sup>6),7)</sup>.

그러나 모우드합성법은 각 분계의 동특성을 소수의 저차 고유진동형만으로 나타내고 이들 몇 개의 고유진동수와 고유진동형의 결합으로 전계의 동특성을 해석할 수 있기 때문에 계산시간이 대폭 단축된다. 또한, 종래의 유한요소법을 이용한 해석에서 고려할 수 없었던 결합부 특성을 고려할 수 있다는 장점도 있다.

모우드합성법에는 결합부 절점의 자유도를 구속하는지의 여부에 따라서 구속 모우드형, 불구속 모우드형, 혼합형으로 구분된다<sup>8)</sup>. 본 논문에서는 부분구조합성법의 기초가 되는 Guyan의 정축소법과 구속형 모우드합성법에 대하여 논하고, 감도해석법과 나아가서 최적구조변경법에 대하여서도 논한다.

### 2.1 정축소 이론

구조물을 Fig. 1과 같이 모델화 하여 힘이 작용하는 부분과 힘이 작용하지 않는 부분으로 나누어서 운동방정식을 쓰면,

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

와 같이 되고, 다시 위의 식에서 정적인 문제에 대하여서만 고려하면,

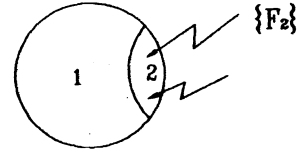


Fig. 1 Guyan's reduction model

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

위의 첫 식으로부터  $\{X_1\}$ 은,

$$\{X_1\} = [T] \{X_2\} \quad (3)$$

단,

$$[T] = -[K_{11}]^{-1} [K_{12}] \quad (4)$$

로 표시되는데,  $[T]$ 를 Guyan의 정축소 행렬이라고 한다.

따라서, 다음과 같이 계의 자유도를 외력이 작용하고 있는 부분만의 자유도로 축소할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T] \\ I \end{bmatrix} \{X_2\} \quad (5)$$

식(5)를 식(1)에 대입하여, 앞에  $[[T]^T \quad I]$ 를 곱하여 정리하면,

$$-\omega^2 [\bar{M}] \{X_2\} + [\bar{K}] \{X_2\} = \{F_2\} \quad (6)$$

단,

$$\begin{aligned} [\bar{M}] &= [T]^T [M_{11}] [T] + [T]^T [M_{12}] + [M_{21}] [T] \\ &\quad + [M_{22}] \\ [\bar{K}] &= [T]^T [K_{11}] [T] + [T]^T [K_{12}] + [K_{21}] [T] \\ &\quad + [K_{22}] \end{aligned} \quad (7)$$

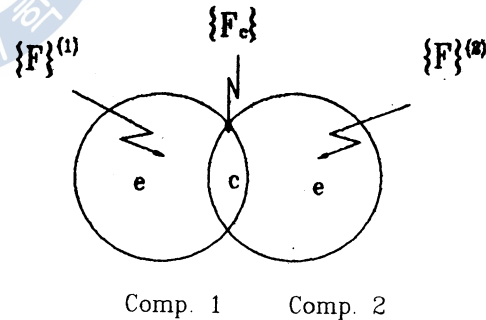


Fig. 2 Rigid jointd model

이 되어 힘이 작용하고 있는 부분만의 자유도로 운동방정식이 표현된다<sup>9),10)</sup>.

## 2.2 구속형 모우드합성법

Guyan의 정축소법을 이용하면 정적인 해석에서는 오차가 발생하지 않으나, 동적인 진동해석에서는 식(1)에서 질량항을 무시한 자유도의 축소이기 때문에, 진동수가 높아짐에 따라 그 오차가 커지게 되어 이에 대한 수정·보완이 필요하다.

Fig. 2의 모델에 대해 각 부분구조를 결합영역 c와 결합되지 않은 비결합영역 e로 나누어서 이 계의 운

동방정식을 쓰면,

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} M_{ee}^{(1)} & M_{ec}^{(1)} & 0 & 0 \\ M_{ce}^{(1)} & M_{cc}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{ee}^{(2)} & M_{ec}^{(2)} \\ 0 & 0 & M_{ec}^{(2)} & M_{cc}^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ee}^{(1)} & K_{ec}^{(1)} & 0 & 0 \\ K_{ce}^{(1)} & K_{cc}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{ee}^{(2)} & K_{ec}^{(2)} \\ 0 & 0 & K_{ec}^{(2)} & K_{cc}^{(2)} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} X_e^{(1)} \\ X_c^{(1)} \\ X_e^{(2)} \\ X_c^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_e^{(1)} \\ F_c + F_r^{(1)} \\ F_e^{(2)} \\ F_r^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

또는,

$$-\omega^2[M]\{X\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (9)$$

강결합의 경우에는 결합부의 변위는 일치하고, 거기에서의 작용력과 반작용력은 같으므로 결합조건식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{X_c\} = \{X_c^{(1)}\} = \{X_c^{(2)}\} \quad (10)$$

$$\{F_r\} = -\{F_r^{(1)}\} = \{F_r^{(2)}\} \quad (11)$$

여기에서 Guyan의 정축소 행렬  $[T]$ 를 도입하여 비결합부의 변위를 표시하면,

$$\{X_e\} = [T]\{X_c\} \quad (12)$$

와 같이 결합부의 자유도만으로 표시되지만, 정축소법에 의한 오차를 줄이기 위하여 비결합부의 변위를 아래와 같이 나타내기로 한다.

$$\{X_e\} = [T]\{X_c\} + [\emptyset]\{\xi\} \quad (13)$$

위의 식에서  $[\emptyset]$ 는 결합부를 고정했을 때의 각 부분구조의 고유진동형 행렬이다.

행렬  $[T]$ 와  $[\emptyset]$ 의 계수(rank)의 합이 원래 자유도의 수와 같으면, 이 표현은 수학적으로 단순한 좌표 변환이 되어 전혀 오차가 혼입될 소지가 없는 식이 된다. 실제로는 계산량을 줄이기 위하여 저차의 10~30개의 고유진동형만을 채용한  $[\emptyset]$ 를 사용하게 되는데, 이렇게 하여도 상당히 좋은 해석결과를 얻을 수 있다.<sup>11)</sup> 따라서 이것은 고유진동형을 채용하는 개수에 결합부의 자유도를 더한 자유도로서 비결합부의 변위를 표시하는 방법인 것이다. 이렇게 결합부를 구속한 형태로 각 부분구조에 대해 해석하여 이 결과를 결합하는 방법을 구속형 모우드합성법이라고 부른다.

식(13)을 식(8)에 대입하여 좌표변환하면,

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} X_e^1 \\ X_c^1 \\ X_e^2 \\ X_c^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^1 & T^1 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi^2 & T^2 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ X_c^1 \\ \xi_2 \\ X_c^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^1 & T^1 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & T^2 & \Phi^2 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ X_c^1 \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = [T_p]\{Y\} \quad (14)$$

단,

$$[T_p] = \begin{bmatrix} \Phi^1 & T^1 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & T^2 & \Phi^2 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\{Y\} = \begin{Bmatrix} \xi^1 \\ \bar{X}_c \\ \xi^2 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

식(14)를 식(9)에 대입하고, 앞에  $[T_p]^T$ 를 곱하여 정리하면,

$$-\omega^2 \{\bar{M}\} \{Y\} + \{\bar{K}\} \{Y\} = \{\bar{F}\} \quad (17)$$

단, 위의 식에서

$$\begin{aligned} \{\bar{M}\} &= [T_p]^T \{M\} [T_p], \\ \{\bar{K}\} &= [T_p]^T \{K\} [T_p], \\ \{\bar{F}\} &= [T_p] \{F\} = \begin{Bmatrix} [\Phi^1]^T \{F_c^1\} \\ [T^1]^T \{F_c^1\} + [T^2]^T \{F_c^2\} \\ [\Phi^2]^T \{F_c^2\} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

이다. 따라서 전 자유도의 방정식(9)을 푸는 대신에, 식(17)과 같이 결합부의 자유도에 각 부분구조의 채용진동형 수의 합만의 자유도를 가진 방정식을 풀면 되는 것이다.

### 2.3 감도해석법

감도란 구조물의 치수나 재료의 변경 등으로 인한 정적·동적 특성의 변화율을 말한다. 여기서 감도란 반응값의 설계변수에 대한 미분치로 정의된다.<sup>13)</sup> 고유진동수와 고유진동형의 감도를 구하는 많은 방법들이 제안되어 있으나 여기에서는 Fox<sup>12)</sup>의 방법을 이용하기로 하고, 다음과 같은 운동방정식을 고려한다.

$$(-\omega^2 \{M\} + \{K\}) \{X\} = (-\lambda \{M\} + \{K\}) \{X\} = \{0\} \quad (19)$$

이 고유치 문제의  $r$ 차의 고유치  $\lambda_r$ 에 대한 고유진동형벡터를  $\{\phi_r\}$ 이라고 두고, 설계변수  $\gamma$ 가  $\gamma_0$ 에서 미소량  $\Delta\gamma$ 만큼 변화해서

$$\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma \quad (20)$$

이 되면  $\{K\}$ ,  $\{M\}$ ,  $\lambda_r$ ,  $\omega_r$ ,  $\{\phi_r\}$ 들도 따라서 변화하게 되는데, 설계변수에 대한 1차 미분항만을 고려하면 이것들은 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\{K\} = \{K_0\} + \frac{\partial \{K\}}{\partial \gamma} \cdot \Delta\gamma = \{K_0\} + \{K'\} \Delta\gamma$$

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{M}] &= [\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}'] \Delta \gamma \\
 \omega_r &= \omega_{0r} + \omega_r' \Delta \gamma \\
 \lambda_r &= \lambda_{0r} + \lambda_r' \Delta \gamma \\
 \{\phi_r\} &= \{\phi_{0r}\} + \{\phi_r'\} \Delta \gamma
 \end{aligned} \tag{21}$$

또,  $\lambda_r = \omega_r^2$ 이므로

$$\begin{aligned}
 \lambda_r' &= 2\omega_r \omega_r' \\
 \omega_r' &= \lambda_r' / 2\omega_r
 \end{aligned} \tag{22}$$

이 되고, 따라서 고유진동수의 감도는 고유치의 감도에 의하여 구할 수 있게 된다.

초기  $[\mathbf{M}_0]$ ,  $[\mathbf{K}_0]$ 에 대하여 식(19)는

$$(-\lambda_{0r}[\mathbf{M}_0] + [\mathbf{K}_0])\{\phi_{0r}\} = \{0\} \tag{23}$$

이 되고, 변경 후에도 역시 고유치문제가 되므로

$$(-\lambda_r[\mathbf{M}] + [\mathbf{K}])\{\phi_r\} = \{0\} \tag{24}$$

인 관계를 만족시켜야 한다. 식(24)에 식(21)의 관계를 대입하여  $\Delta \gamma^2$ 이상의 항을 무시하고  $\Delta \gamma$ 의 계수를 비교하여 정리하면,

$$(-\lambda_{0r}[\mathbf{M}_0] + [\mathbf{K}_0])\{\phi_{0r}'\} = (\lambda_{0r}[\mathbf{M}'] + \lambda_r'[\mathbf{M}_0] - [\mathbf{K}'])\{\phi_{0r}\} \tag{25}$$

이 되며, 식(25)의 앞에  $\{\phi_{0r}\}^T$ 를 곱하면, 좌변은 고유치 문제이므로 결국  $\{0\}$ 이 된다.

$$\{\phi_{0r}\}^T (\lambda_{0r}[\mathbf{M}'] + \lambda_r'[\mathbf{M}_0] - [\mathbf{K}'])\{\phi_{0r}\} = \{0\} \tag{26}$$

여기에서 고유진동형벡터를 다음과 같이 정규화 하기로 한다.

$$\begin{aligned}
 \{\phi_{0r}\}^T [\mathbf{M}_0] \{\phi_{0r}\} &= 1 \\
 \{\phi_{0r}\}^T [\mathbf{K}_0] \{\phi_{0r}\} &= \lambda_{0r} = \omega_{0r}^2
 \end{aligned} \tag{27}$$

식(26)에 식(27)의 관계를 이용하여 정리하면

$$\lambda_r' = \{\phi_{0r}\}^T ([\mathbf{K}'] - \lambda_{0r}[\mathbf{M}']) \{\phi_{0r}\} \tag{28}$$

이 되어 고유치의 감도가 강성행렬의 감도  $[\mathbf{K}']$ , 질량행렬의 감도  $[\mathbf{M}']$ 와 r차의 고유진동형  $\{\phi_{0r}\}$ 에 의하여 표시됨을 알 수 있다.

다음에는 고유진동형의 감도를 구하기로 한다. 식(25)의 좌변의 행렬식은 0이 되어 역행렬이 존재하지 않기 때문에 이 식에서 고유진동형의 감도  $\{\phi_{0r}\}$ 를 구할 수 없다. 그러므로 이 고유진동형의 감도 벡터를 고유진동형 행렬을 이용하여 다음과 같이 진동형 행렬의 선형결합으로 표시하기로 한다.



$$\{\phi_r'\} = \{\phi_0\} \{\xi\} \quad (29)$$

이 식을 (25) 식에 대입하고, 앞에  $\{\phi_0\}^T$ 를 곱하여 정리하면,

$$\xi_s = \frac{\{\phi_{0s}\}^T (\lambda_{0r} [M'] - [K']) \{\phi_{0r}\}}{\lambda_{0s} - \lambda_{0r}} ; s \neq r \quad (30)$$

$s=r$ 의 경우에는 식(23)를 설계변수  $\gamma$ 로 미분하여 식(29)의 관계를 도입하면,

$$2\{\phi_{0s}\}^T [M_0] \{\phi_0\} \{\xi\} + \{\phi_{0s}\}^T [M'] \{\phi_{0r}\} = \{0\} \quad (31)$$

이 되고, 고유진동형의 직교성으로부터

$$\xi_{s=r} = \frac{-\{\phi_{0r}\}^T [M'] \{\phi_{0r}\}}{2} \quad (32)$$

이 된다. 식(30)와 식(32)를 식(29)에 대입하면 고유진동형의 감도를 구할 수 있게 된다. 이 고유진동형의 감도도  $[K']$ ,  $[M']$ ,  $\lambda_{0r}$ ,  $\{\phi_0\}$ 에 의하여 표시됨을 알 수 있다. 여기서 주의해야 될 점은, 식(29)가 성립하는 경우는  $\{\phi_0\}$ 가 정칙행렬이어야 한다는 점이다. 즉, 전 자유도의 상호 독립인 고유진동형이 구해졌을 때에만 유효하다는 것을 말한다. 그러나, 실제의 경우 대 자유도의 모든 고유치와 고유벡터를 구하는 일은 거의 없고, 따라서 식(29)가 성립하지 않게 된다. 그러나, 식(30)에서  $\lambda_{0s}$ 가  $\lambda_{0r}$ 에 비하여 훨씬 클 경우  $\xi_s$ 가 작게 되어 무시할 수 있게 되고, 따라서  $s$ 차 이상의 고유진동형은 구하지 않아도 되는 것을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_{0s} &\gg \lambda_{0r} \\ \xi_s &\approx 0 \end{aligned} \quad (33)$$

즉, 모든 자유도의 고유진동형을 구하지 않고 주목하는 고유진동수보다 상당히 높은 고유진동수까지에 대한 고유진동형만을 구하여 쓰면 실용상 문제가 없다는 것을 의미한다. 또한 식(21)은 1차 미분만을 고려하였으므로 식(21)에서 얻어진 값들은 근사값이 될 수 밖에 없고, 비록 식(29)에서 많은 자유도를 채용하여도 큰 의미가 없는 것이다. 따라서 원하는 목표값을 얻기 위해서는 얻어진 변경량을 가지고 고유치 해석을 다시 하여 목표값에 도달했는지를 확인하는 반복과정을 거쳐서 최종의 설계량을 결정해야 할 것이다.

## 2.4 최적구조변경법

설명을 간단히 하기 위하여 감도행렬을  $[A]$ , 설계를 변경 하고자 하는 장소의 설계변경량을  $\{\Delta y\}$ , 변경 하고자 하는 목표값과 현재값과의 차를  $\{\Delta \omega\}$ 라 하면, 이의 최적화 문제는

$$[A] \{\Delta y\} = \{\Delta \omega\} \quad (34)$$

로 나타낼 수 있다. 이 식은 연립1차 방정식을 나타내고 있지만, 감도행렬  $[A]$ 가 일반적으로 정방행렬이 아니므로 최소자승해를 구하는 문제이다.



먼저 구하는 미지수 즉, 변경하고자 하는 변경량의 수가 방정식의 개수보다 적은 경우는 통상 말하는 다음과 같은 S를 최소로 하는 최소자승해를 구하면 된다.

$$S = | [A] \{ \Delta \gamma \} - \{ \Delta \omega \} | \quad (35)$$

그러나, 일반적으로 구조변경의 문제는 위와 달리 구하고자 하는 변경량의 개수가 방정식의 개수보다 많은 것이 특징이다. 예를 들면, 몇 개의 고유진동수를 특정 고유진동수로 변경시키고자 할 때, 변경할 수 있는 요소의 수는 수십 개에서 수백 개에 이르는 경우 등이다. 이 경우에는 무수히 많은 해를 가지게 되나 다음과 같은 S를 최소로 하는 제약을 가하면 해가 일의적으로 결정된다.

$$S = \{ \Delta \gamma \}^T \{ \Delta \gamma \} \quad (36)$$

이러한 경우를 의사최소자승법(pseudo least square method)의 문제라 부른다. 여기에서 행렬 [A]가 독립성을 가지고 있으면 이의 해는 다음과 같이 간단히 구해질 수 있다.

$$\{ \Delta \gamma \} = [A]^T ([A][A]^T)^{-1} \{ \Delta \omega \} \quad (37)$$

그러나, 원판 등과 같이 대칭구조물은 감도벡터가 같은 값을 가지는 경우가 생길 수 있다. 즉 감도의 대칭성이 존재하는 수가 있다. 바꾸어 말하면, 행렬([A][A]^T)의 역행렬이 존재하지 않게 되어 이 문제를 푸는 것은 간단하지 않고 식(34)에 제약조건인 식(36)을 직접 부가하여 풀어야 한다.<sup>14)</sup>

### 3. 열린 상자형 구조물의 진동해석과 최적구조변경

#### 3.1 구속형 모우드합성법에 의한 진동해석

##### 1) 해석 및 실험모델

본 연구에서 사용한 모델은 Fig. 3과 같은 길이 200mm, 폭 400mm, 높이 250mm, 두께가 1.6mm인

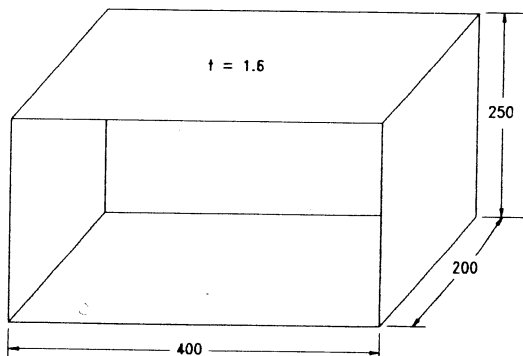


Fig. 3 Dimension of the open box type structure

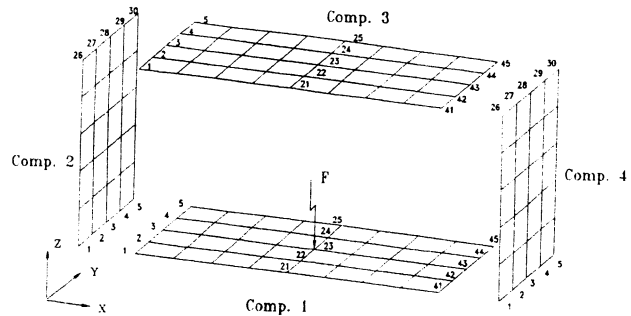
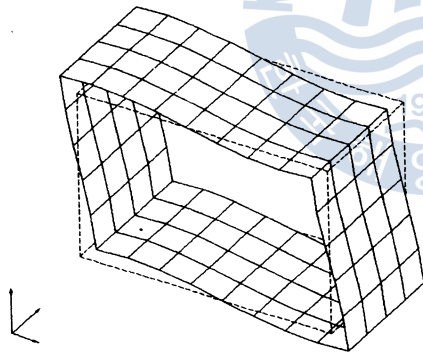


Fig. 4 Modeling of the open box type structure with 4 components

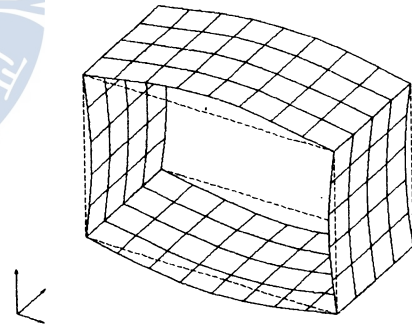
연강판을 절곡하고 윗부분의 중앙부는 티그(TIG : tungsten inert gas)용접으로 접합하여 용접열에 의한 변형을 최소화 하였다. 이 구조물은 선체구조나 기타 일반구조물의 임의의 한 부분구조물이라고 간주해도 좋을 것이다. 모우드합성법에 의하여 해석하기 위해서 전체의 구조물을 Fig. 4와 같이 4개의 부분구조로 나누어 모델링하였다. 분계1과 분계3, 분계2와 분계4는 형상이 완전히 같기 때문에 입력 데이터는 1번 분계와 2번 분계에 대하여서만 작성하고, 3번과 4번 분계는 결합정보만 주고 같은 데이터를 이용한다. 1번과 2번 분계의 입력 데이터 작성시 50mm 간격으로 정방형의 사각형 유한요소로 분할하였다. 실험에 있어서는 구속조건을 부가하는 것은 쉽지 않기 때문에 사방 자유인 구속조건을 택하였다. 실제로는 구조물을 긴 끈으로 매달아 구조물의 고유 진동수에 비해 흔들리는 진동수를 매우 낮게 한 상태로 실험하였고, 이것을 사방 자유인 구속조건으로 간주하였다.

## 2) 해석 및 실험 결과의 고찰

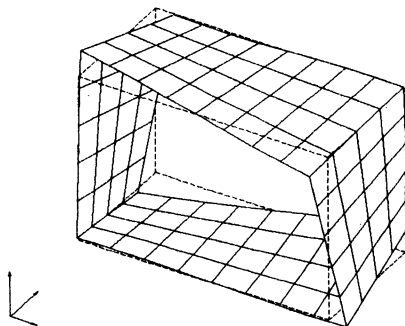
모우드합성법으로 수치해석한 구조물의 진동형태는 Fig. 5~Fig. 13에 나타나 있다. 여기에서는 이 구조물의 중앙에 어떠한 기관(engine)이 설치되어 있는 경우를 가정하여 진동해석하고, 이 구조물의 진동 저감을 위한 최적구조 설계변경에 들어가기로 한다. 만약 기진력이 1번분계의 23번 절점에서 발생한다면, 구조물에서 Fig. 5와 Fig. 7, 9, 10과 같은 형태의 진동은 발생하지 않으므로 이러한 고유진동수에 대



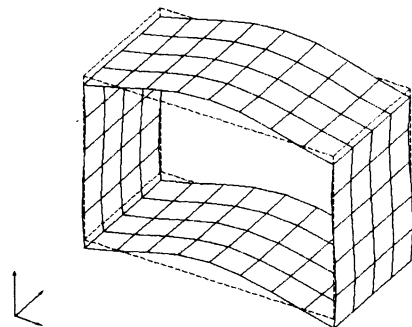
**Fig. 5 Natural mode(21.2Hz)**



**Fig. 6 Natural mode(31.4Hz)**



**Fig. 7 Natural mode(39.4Hz)**



**Fig. 8 Natural mode(55.0Hz)**

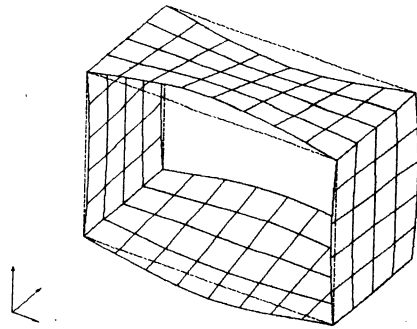


Fig. 9 Natural mode(74.4Hz)

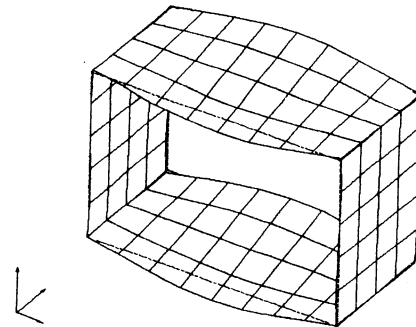


Fig. 10 Natural mode(80.0Hz)

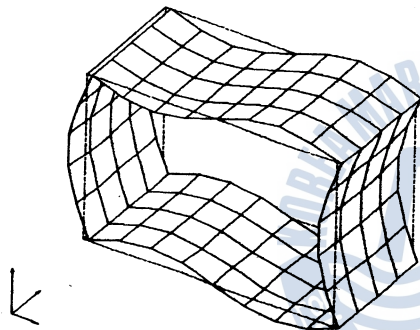


Fig. 11 Natural mode(85.2Hz)

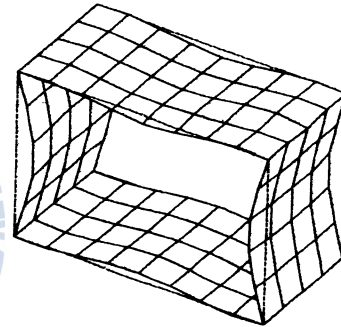


Fig. 12 Natural mode(97.8Hz)

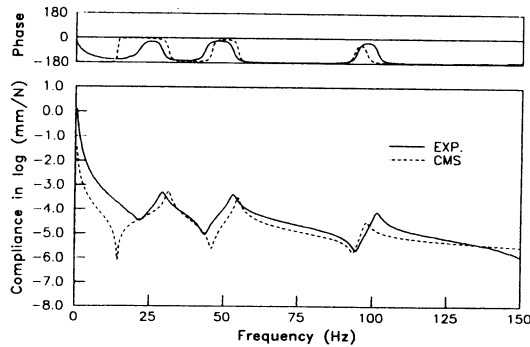


Fig. 13 Compliance of the structure(RESP. POINT:Comp. 1, 23)

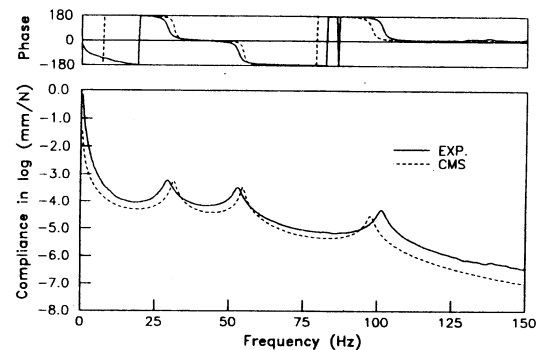


Fig. 14 Compliance of the structure(RESP. POINT:Comp. 3, 23)

한 진동은 문제가 되지 않는다. 그러나 Fig. 6, 8, 12는 각각 31.4Hz, 55.0Hz, 97.8Hz일 때의 진동형을 나타내는데 만약 이러한 주파수의 외력이 1번 분계의 중앙부근에 작용하면 심한 진동이 발생할 것이 예상된다. 1번 분계의 절점 23번을 가진하고 이에 대한 가진점과 3번분계의 23번 절점에 대한 전달함수(주파수응답곡선)은 Fig. 13, Fig. 14와 같다. 이 전달함수들은 가진 주파수대에서 단위 충격(1N)에 대한 응답을 변위(mm)로서 나타낸 것이며, 점선은 수치해석한 결과를, 실선은 실험에 의한 결과를 나타낸다. 여

기에서 31.4Hz, 55.0Hz, 97.8Hz 에서 3개의 고유진동수에 대해 극대값을 보이고 있고, 나머지 5개의 고유진동수에 대하여서는 극값이 나타나지 않음을 알 수 있다. 왜냐하면 나머지 5개의 고유진동수에 대하여서는 가진점이 진동절에 해당하기 때문이다. 즉 이 가진점에 어떠한 기관이 설치 되어서 기관에서 발생하는 기진력의 주파수가 이 고유진동수들과 일치하면 진동이 심하게 발생하게 되고, 동일한 기진력일때는 31.4Hz에서 진동이 가장 크게 발생한다. 이 때 발생하는 진동의 형태를 보면 31.4Hz 일 때는 구조물의

**Table 1 Sensitivities of each spring**

COMP. - N. POINT ↔ COMP. - N. POIN	SENSITIVITIES		
	X	Y	Z
1- 6 ↔ 3- 6	0.39737D-07	0.61440D-14	0.19801D+00
1- 7 ↔ 3- 7	0.37182D-07	0.89085D-14	0.18631D+00
1- 8 ↔ 3- 8	0.36027D-07	0.41418D-11	0.18216D+00
1- 9 ↔ 3- 9	0.37182D-07	0.15808D-10	0.18631D+00
1-10 ↔ 3-10	0.39737D-07	0.61725D-14	0.19801D+00
1-11 ↔ 3-11	0.39787D-07	0.69673D-15	0.76062D+00
1-12 ↔ 3-12	0.39820D-07	0.89946D-15	0.68058D+00
1-13 ↔ 3-13	0.39842D-07	0.52273D-20	0.65538D+00
1-14 ↔ 3-14	0.39820D-07	0.89077D-15	0.68058D+00
1-15 ↔ 3-15	0.39787D-07	0.68908D-15	0.76062D+00
1-16 ↔ 3-16	0.39808D-07	0.77556D-15	0.13909D+01
1-17 ↔ 3-17	0.39815D-07	0.59631D-15	0.12459D+01
1-18 ↔ 3-18	0.39822D-07	0.29513D-20	0.12027D+01
1-19 ↔ 3-19	0.39815D-07	0.59102D-15	0.12459D+01
1-20 ↔ 3-20	0.39808D-07	0.76952D-15	0.13909D+01
1-21 ↔ 3-21	0.39815D-07	0.32673D-15	0.16658D+01
1-22 ↔ 3-22	0.39813D-07	0.22086D-15	0.14919D+01
1-23 ↔ 3-23	0.39813D-07	0.12984D-20	0.14409D+01
1-24 ↔ 3-24	0.39813D-07	0.21873D-15	0.14919D+01
1-25 ↔ 3-25	0.39815D-07	0.32412D-15	0.16658D+01
1-26 ↔ 3-26	0.39820D-07	0.17370D-15	0.13896D+01
1-27 ↔ 3-27	0.39811D-07	0.14941D-15	0.12452D+01
1-28 ↔ 3-28	0.39806D-07	0.31469D-21	0.12022D+01
1-29 ↔ 3-29	0.39811D-07	0.14855D-15	0.12452D+01
1-30 ↔ 3-30	0.39820D-07	0.17277D-15	0.13896D+01
1-31 ↔ 3-31	0.39832D-07	0.37932D-16	0.75893D+00
1-32 ↔ 3-32	0.39809D-07	0.23022D-20	0.67985D+00
1-33 ↔ 3-33	0.39797D-07	0.30913D-24	0.65496D+00
1-33 ↔ 3-34	0.39809D-07	0.21983D-20	0.67985D+00
1-35 ↔ 3-35	0.39823D-07	0.37918D-16	0.75893D+00
1-36 ↔ 3-36	0.39850D-07	0.12117D-13	0.19706D+00
1-37 ↔ 3-37	0.39810D-07	0.41925D-14	0.17450D+00
1-38 ↔ 3-38	0.39788D-07	0.35543D-21	0.16657D+00
1-39 ↔ 3-39	0.39810D-07	0.41876D-14	0.17450D+00
1-40 ↔ 3-40	0.39850D-07	0.12108D-13	0.19706D+00

상부와 하부의 위상이 서로 반대의 진동이 발생하고, 55.0Hz 에서는 상부와 하부가 서로 같은 방향의 진동이 발생하게 된다. 고차로 갈수록 진동형이 복잡해지는데 97.8Hz에서는 상하진폭은 다른 진동형들에 비해 상대적으로 작지만 3차급힘진동형임을 알 수 있다.

### 3.2 감도해석 및 최적구조변경

본 연구에서는 해석한 구조물의 1번분계의 23번 절점위치에 설치된 기관이 10~35Hz대에서 운전하고 있다고 가정하기로 한다. 따라서 운전영역내에 21.2Hz와 31.4Hz인 두개의 고유진동수가 존재하게 되는데 21.2Hz경우에는 기관의 설치장소가 절(node)에 해당하기 때문에 비록 고유진동수와 일치하는 상태에서 운전하여도 별 문제가 없을 것이다. Fig. 13에서 이 고유 진동수에 해당하는 공진현상은 발생하지 않음을 알 수 있다. 그러나 31.4Hz의 경우에는 공진현상을 나타내므로 만약 이 주파수로 기관을 운전한다면 구조물에 커다란 무리가 따를 것이다. 따라서 이 고유진동수를 운전범위 밖으로 이동시킬 필요가 있는 것이다. 본 연구에서는 31.4Hz의 고유진동수를 45Hz로 변경시키기로 한다. 일반적으로 앞절에서 해석한 구조물의 진동을 저감시키기 위한 변경요소로는 기둥(pillar)이 가장 효율적일 것이며, 실제로 선박 건조 후에 진동저감을 위해 많이 사용하는 요소이다. 여기에서도 기둥을 구조물의 상부와 하부사이에 설치한다고 가정하고 먼저 설치할 가장 최적의 장소를 찾기 위한 감도해석을 하였다. Table 1은 구조물의 상부와 하부의 각 유한요소 절점별로의 고유진동수에 대한 감도를 나타내고 있다. 회전방향의 감도는 아주 미소하기 때문에 병진 방향의 감도만 나타내었다. Z축방향의 감도에 비해 X, Y축방향의 감도가 미소하기 때문에 이는 무시하고 Z축방향의 값만 보면, 21번과 25번 절점이 고유진동수 31.4Hz에 대한 스프링의 감도가 가장 큰 값으로 나타나고 있다. 바꾸어 말하자면 고유진동형의 진폭이 가장 큰 위치에 기둥을 설치하면 된다는 것을 의미한다. 다음은 고유진동수를 변경시키기 위한 기둥의 스프링 상수값을 구하는 문제이다. 스프링 상수값을 구하면 최종 설계변수인 기둥의 치수를 구할 수 있다. 기둥의 길이 방향(Z축 방향)의 스프링 상수값의 초기치를 1로하여 반복계산을 수행하였다. Table 2에서 보듯이 단 2회의 반복계산으로 목적인 값에 완벽하게 일치하는 값의 고유진동수와 그에 대한 기둥의 스프링 상수값이 구해졌다.

**Table 2 Change of the natural frequency and spring constants by modification**

		ORIGIN	OBJECT	START	1st CAL	2nd CAL
NATURAL FREQ. (Hz)		31.4	45.0		43.7	45.0
STIFFNESS (N/mm)*	21 - 21*			1.000	5.07	5.81
	25 - 25*			1.000	5.07	5.81
ERROR(%)					5.07	0.0

\* Spring constants of the pillar to insert between comp.1 and comp.2

### 3.3 구조변경후의 고찰

본 절에서는 앞 절에서 구해진 강성값을 이용해 모우드합성법으로 재해석(reanalysis)을 수행하여 그

결과를 고찰하고자 한다. 앞절의 Table 2에서 보듯이 재해석 결과 실제로 변경된 고유진동수는 45.0Hz로 처음에 목표로 했던 값과 완벽하게 일치하고 있으며, 이는 2번째 반복계산에서 얻을 수 있었다. Fig. 15과 16는 구조 변경전과 구조 변경후의 전달함수의 변이를 보여주고 있다. Fig. 15는 분계 1번을 가진했을 때 분계 1번의 23번 절점에서의 전달함수를 나타내고, Fig. 16은 같은 가진 상태에서 분계 3번의 23번 절점에서의 전달함수를 나타내고 있다. 구조 변경전의 31.4 Hz에서의 공진점은 깨끗이 사라지고 없음을 알 수 있다. 또한 그 진동진폭이 31.4 Hz에서 1/25로 줄었음을 알 수 있다.

Fig. 17~Fig. 24은 구조 변경후의 진동형특성을 나타내고 있다. Table 3은 구조 변경전의 고유진동수에 대한 구조변경후의 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 이 구조물의 고유진동형은 3종류로 나눌 수 있다.

첫째가 순서 1.3.7번의 경우로 공히 분계 1과 분계 3의 중심선이 전혀 진동하지 않는 고유진동형 무리(group)이다. 이 고유진동형에 해당하는 고유진동수는 변화하지 않고 있음을 알 수 있다. 다음이 순서 4.6번의 경우로 이들은 상하의 판이 서로 같은 방향으로 진동하는 고유진동중의 무리이고, 고유진동수는 거의 변화하지 않고 있다. 마지막이 순서 2.5.8 번의 경우인데 상하의 판이 서로 반대로 움직이고 있는 고유진동형 무리이다. 이 경우는 고유진동수가 큰 폭으로 변하고 있다. 이들을 고유진동수의 변화에만 주목하여 보면, 고유진동수가 크게 변화하는 무리, 거의 변화하지 않는 무리, 전혀 변화하지 않는 무리로 나눌 수 있는 것이다. 첫번째 무리는 기둥을 설치한다고 하여도 강성에 전혀 영향을 주지 않는 경우인데 상하판의 중심선이 전혀 움직이지 않고 있으므로 당연한 귀결이다. 두번째의 무리는 기둥의 설치 위치가 비록 상하 방향으로 진동하고 있지만, 같은 방향 즉 동위상(同位相)으로 움직이고 있어서 그 상대변위가 없는 경우이다. 따라서 이 경우에도 고유진동수에는 별 영향을 미치지 못하는 것은 당연하다. 마지막의 무리는 기둥을 설치하면 바로 기둥의 강성에 의하여 그 진폭이 영향을 받게 될 것이다. 따라서 기둥의 강성의 변화에 민감하게 고유진동수가 반응하게 되는 것이다.

여기에서 몇가지 진동저감을 위한 중요한 결론을 얻을 수가 있는데 첫째는 기관의 운전범위내에서 구조물의 고유진동수를 몰아내는 것이고, 둘째는 비록 기관의 운전 범위내에 고유진동수가 들어온다고 하더라도 그 고유진동형의 절(node)에 기관을 설치하면 된다는 것이다.

본 논문에서는 몇개의 고유진동수에 대하여는 가진점이 고유진동형의 절에 위치하여 문제가 되지 않는

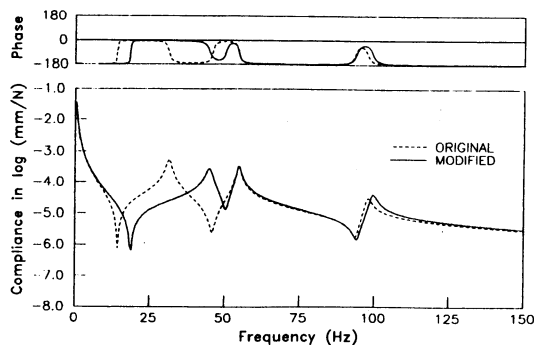


Fig. 15 Comparison of original and modified compliance(1/2)

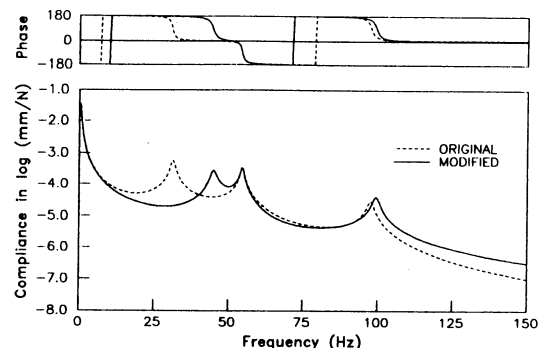


Fig. 16 Comparison of original and modified compliance(2/2)



경우에 대하여, 문제가 되는 고유진동수를 기관의 운전 범위 밖으로 옮기는 구조 변경을 하여 보았다. 만약 기관의 설치 장소가 운전 범위내의 고유진동수에 대하여 절이 되지 않을 경우에는 심각한 진동이 유발 될 것으로 사료되고, 따라서 이러한 경우에는 기관을 절로 옮기던지 고유진동형의 감도를 이용하여 기관의 설치 장소를 고유진동형의 절로 만드는 구조변경을 하여야 할 것이다.

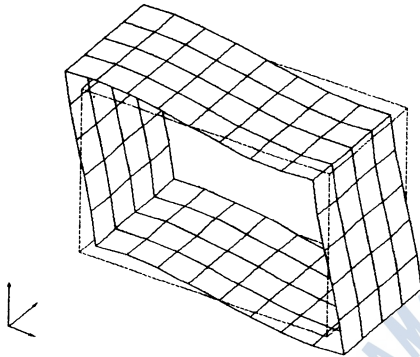


Fig. 17 After modification(21.2Hz)

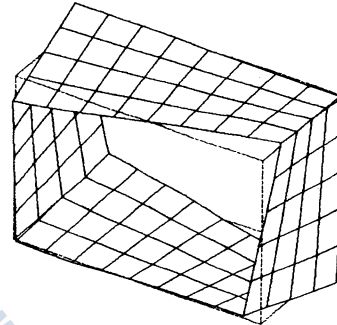


Fig. 18 After modification(39.4Hz)

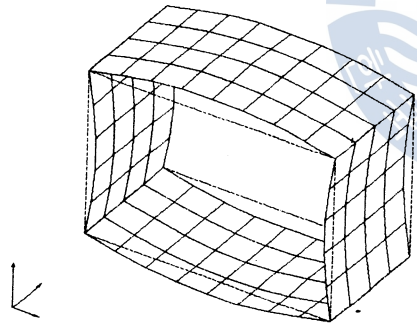


Fig. 19 After modification(45.0Hz)

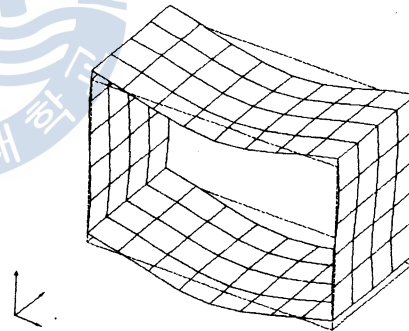


Fig. 20 After modification(55.0Hz)

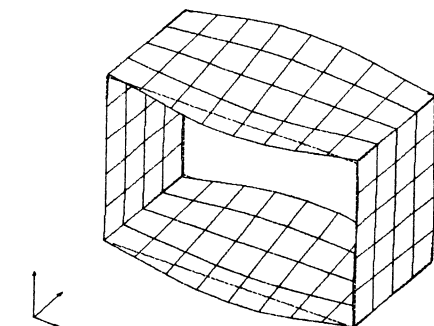


Fig. 21 After modification(79.9Hz)

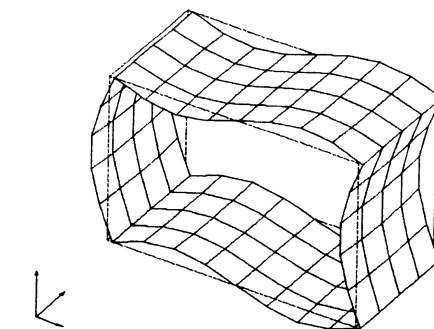


Fig. 22 After modification(85.2Hz)



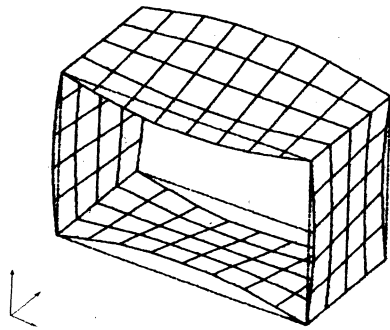


Fig. 23 After modification(92.7Hz)

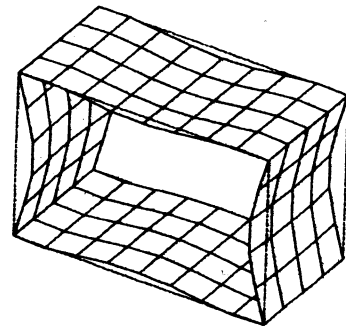


Fig. 24 After modification(99.5Hz)

Table 3 Chage of the natural frequency by modification

ORDER	NATURAL FREQUENCY(Hz)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
ORIGINAL	21.2	31.4	39.4	55.0	74.4	80.0	85.2	97.8
MODIFIED	21.2	45.0	39.4	55.0	92.7	79.7	85.2	99.5
CHANGE RATE(%)	0.0	43.3	0.0	0.0	24.6	0.38	0.0	1.7

#### 4. 결 론

본 연구에서는 열린 상자형 구조물에 대해 모우드합성법을 이용하여 진동특성을 해석하고, 실험으로 검증하였다. 그리고 문제가 되는 고유진동수를 기관의 운전범위 밖으로 옮기는데 기등을 사용하는 구조변경에 대하여 감도해석법을 이용하여 해석하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 열린 상자형 구조물의 진동특성을 모우드합성법을 이용하여 정도 높게 파악할 수 있었다. 간단한 구조물 뿐만 아니라 복잡하거나 대형구조물에 대해서도 부분구조합성법을 이용하면 계산기의 성능에 크게 구애되지 않고 효율적이고 정도 높은 해석을 할 수 있을 것으로 기대된다.

2) 기등을 사용한 열린 상자 구조물의 구조변경에 대해 감도해석법을 이용하여 기등을 설치할 최적위치를 찾을 수 있었다.

3) 최적구조변경법에 의해 설치할 기등의 강성값을 정량적으로 구하였고 목표했던 고유진동수로 변경할 수 있었다.

4) 해석에 의하여 구해진 기등을 설치하여 진동의 진폭을 약 1/25로 줄일 수 있었다.

앞에서 언급한 바와같이 본 논문에서는 기관의 운전범위 밖으로 구조물의 고유진동수를 옮기는 구조변경을 하였지만 만약 구조물의 고유진동수를 옮기기 관련한 경우, 기관의 설치 장소가 운전 범위내의 고유진동수에 대해 절이 되지 않을 경우에는 심각한 진동이 유발될 것이므로 이러한 경우에는 기관을 절의 위치로 옮기든지 고유진동형의 감도를 이용하여 기관의 설치장소를 고유진동형의 절로 만드는 구조변경을 하여야 할 것이다. 또한 공간적인 제약을 줄 수 있는 기등 아닌 다른 구조변경요소에 대한 설계변수를 찾

아 구조변경을 할 수 있는 연구가 병행되어야 할 것이다.

### 참고문헌

- 1) 朴錫柱, 長松召男, "프레스 機械의 振動解析과 動特性的의 最適化", 韓國舶用機關學會誌, 第14卷, 第3號, 1990, p. 34.
- 2) 양영순, "최적 구조설계 방법에 관한 새로운 전망", Proceeding of conference on structural engineering of ships and offshore units, 1993, p. 7.
- 3) K.F. Ehmann, Joo H. H., "A Method for Substructural Sensitivity Synthesis" ASME J. Vol.113, 1991, p. 201.
- 4) 長松召男, 모드 解析, 培風館, 1985, p. 76-85, p. 166.
- 5) 長松召男, 大熊政明, "部分構造合成法", 培風館, 1991, p. 103.
- 6) 朴錫柱, 大熊政明, 長松召男, "部分構造合成法による振動解析", 日本機械學會論文集, 55卷510號, 1989, p. 337.
- 7) 長松召男, 大熊政明, "多重區分モード合成法による振動解析", 日本機械學會論文集, 49-446C, 1983, p. 1876.
- 8) 朴錫柱, 長松召男, "部分構造合成法에 의한 振動解析과 動特性的의 最適化", 韓國舶用機關學會誌, 第13卷, 第4號, 1989, p. 2.
- 9) A.A. Huckelbridge, C. Lawrence, "Identification of Structural Interface Characteristics Using Component Mode Synthesis", ASME J., Vol.111, 1989, p. 140.
- 10) R.J. Guyan, "Reduction of Stiffness and Mass Matrices", AIAA J., Vol.3, No.2, 1965, p. 130.
- 11) 大熊政明, "部分構造合成法による振動解析", 博士學位論文, 東京工業大學, 1986, p. 58, p. 74.
- 12) R.L. Fox, "Rates of Changes of Eigen Values and Eigen Vectors", AIAA J., Vol.6, No.12, 1968.
- 13) 박석주, 왕지석, "감도해석법에 의한 구조물의 결합부 강성 산출에 관한 연구" 韓國舶用機關學會誌, 第16卷, 第5號, 1992, p. 60.
- 14) 柳井晴夫, 竹内 啓, "射影行列, 一般行列, 特異値分解", 東京大學出版會, 1983, p. 65.

