

오메가 電波의 位相予測에 関한 研究

金 東 一

A Study on the Phase Prediction of Omega Radio Wave

Kim Dongil

目 次	
1. 序 論	3.1 測定期 場所 測定機器
2. 오메가 電波의 傳播에 對한 理論的 解析	3.1.1 測定期
2.1 位相速度의 모델화 및 傳播豫測式의 算出	3.1.2 測定期場所, 送信局의 位置
2.1.1 位相速度의 모델화	3.2 測定機器
2.1.2 傳播豫測式의 算出	3.2.1 測定值
3.2 測定位相差과 依託 平均 傳播位相速度의 計算式	3.2.2 計算表
3.3 相對位相速度係數의 算出式	3.3 係數의 算出
3. 測定 및 解析	3.4 應用誤差
	4. 結 論

Abstract

The aspects of Omega phase prediction are briefly reviewed, and Swanson's Model and Pierce's Model are presented.

The equations for the Omega phase prediction and the most probable coefficients of the propagating equations are derived on the base of Pierce's Model by the least square method.

The coefficients are calculated from the data which are the phase differences between the pairs of the Station A (Aldra, Norway), C (Haiku, Hawaii), and D (La Mour, North Dakota) observed at Busan Harbor of the South Coast of Korea in June and September, 1976.

It is clearly shown that the standard deviations of the observed lane values at Busan Harbor are as followed:

1. June, 1976.
 Pair (A-C): 0.1446
 Pair (C-D): 0.2598
2. September, 1976.
 Pair (A-D): 0.3958
 Pair (C-D): 0.3278

As a conclusion of the above investigation, it is shown that the Omega phase velocity can be predicted by the method, proposed in this paper, of analyzing the diurnal and seasonal variations of the Omega phase velocity except SID, PCD and AZD.

If more observed data are employed, more exact Omega phase velocity is expected to be obtained.

1. 序 論

オメガ方式(Omega System)은 時分割方式에 依하여 各 送信局이 發射하는 超長波(VLF, 10~14KHz) 持續波의 位相을 比較하여 船位를 決定하는 双曲線航法의 一種으로, 電離層과 大地 사이에 形成되는 導波路(Wave guide)의 傳播를 利用하기 때문에¹⁾ 傳播距離가 대단히 길고 (7,000마일 以上)²⁾ 安定하여 全世界에 8個의 送信局을 設置함으로써 船舶은 물론 航空機, 陸上移動体, 海面下 約 50피트의 潛水艦에서도 利用可能한 汎世界的인 航法이며,^{2),3)} 双曲線航法에 依어서 最終的인 것이라는 意味로 불여진 이름이다.

이 方式은 基線長이 길어서 位置線의 發散이 작고(30% 以内) 受信電界가 安定되어 全世界에 有어서 曇間에 約 1마일, 夜間에 約 2~3마일의 精度로 位置線을 求할 수 있다고 期待되고 있다.³⁾

VLF의 傳播特性에 對하여는 美海軍 電波研究所(NRL; Naval Research Lab.)가 主動이 되고, 他機關의 協力を 얻어 廣範圍한 實驗을 行하였고 그 結果 VLF의 位相速度의 豫測에 關하여 相當한 成果를 거두었으나,^{2),3)} 그 日變化, 季節變化, 各種 幾何效果 等에 關하여 研究가 不足하여, 따라서 오메가에 依한 船位誤差도 最初에 期待한 次以下로 抑制시키기 위하여 褊은 實驗結果 및 解析이 要求되고 있다.

現在까지의 解析方法으로는 Pierce's Model 및 Swanson's Model이 그 代表的인 것이다.^{4),5)} 本論文에서는 1976年 6月과 9月을 通하여 A局(Aldra, NORWAY), C局(Haiku, HAWAII), D局(La Mour, NORTH DAKOTA)의 船舶用 標準周波數인 10.2 KHz의 電波를 釜山港에서 測定하여 Pierce's Model에 立脚, 電波의 傳播位相速度의 日變化 및 季節變化에 對한 豫測式을 算出하고 韓國近海에 有어서 오메가 利用上의 船位誤差의 抑制를 期待하였다.

2. 오메가 電波의 傳播에 對한 理論的 解析

2.1 位相速度의 모델화 및 傳播豫測式의 算出

오메가 電波의 傳播에 對한 가장 正確한 解析的 모델은 地球와 電離層(D層) 사이에 形成되는 導波管 모델이다. 이 導波管의 遮斷周波數는 約 4KHz(晝間)이나, 電離層이 不安全磁壁이어서 遮斷周波數附近에서相當한 減衰를 가져오므로 이를 避하기 為하여 10KHz 내지 14KHz波를 利用하였다.

따라서 도미난트 모우드(Dominant mode)인 TM1, 이 外에 TM2, TM3 等의 高次 모우드가 混在하여 이들 각各 모우드의 傳播速度가 서로 다르므로 2個 以上의 모우드가 同時에 優勢한 경우에는 相互間의 干涉으로 因하여 位相速度의 豫測이 困難하다.

航法上 重要한 事實은 1個의 모우드가 支配的으로 優勢한 경우에는 位相과 振幅의 送信機로 부터의 距離의 函數로 規則 바르게 變化하므로 그 豫測이 可能하다는 事實이다.⁴⁾

這就是我們的一次，該軍隊所犯的罪，一次真主對這次暴行的懲罰。早上五點鐘天就黑了，這次暴行在天黑時，穆罕默德派軍隊用着強行把這四個猶太人押到監獄裏。這件罪孽對整個軍隊觸及到了骨髓，是的。

在討論에서 許及한 바와 같이 地磁場 大地磁電場에 對应하는 導磁路 磁場에 連繩되며, 1. 電離解作用, 2. 大地導磁率, 3. 地球磁場, 4. 太陽의 活動(太陽 黑點으로 因하여 電離解作用), 5. 流星活動 等의 影響을 받는다.²⁾⁽⁴⁾ 이들 中 ②, 3은 電界強度에 크게 影響을 미치고, 1은 實間隔 約 76km, 夜間隔 約 90km로 位相速度에 가장 큰 影響을 미친다.

2.1.1 位相速度의 모델화

全位相互通量會 計算時計 例 以次 傳播經路計 算者 著・夜間經路外 包含埠頭上 全位相互通量

對外貿易：青藏鐵路將拉動青藏高原經濟的飛速發展。

Night; 夜間經路是 一位相親姪母

K_3 : 經路到半長的回歸動態關係數

卷之三

E. R. Swanson, J. L. Kroll, J. H. Goss, D. C. Hall, E. H. Vitzthum, Jr.

$$\phi = K_0 + \overline{F} \cdot DK_0 + \int [K_1 \cdot \sigma] + F \cdot DK_1(\sigma) + [K_2 + F \cdot DK_2] \cdot B_2 + (K_3 + F \cdot DK_3)B_3 \cdot dy \quad \dots (2)$$

值, K_{ex} : 触发系数(Excitation Factor)。

E: Diurnal Function (Solar Position)

\tilde{E}_2 : 細胞 (c) - Epi - MFGMR

DK : 甚麼問題都沒有

K_1 ，其用一上标表示（忽略

卷之三

DK: 漢文書の適用範囲 33

III. Results

U-stability of linear systems

ME = $\frac{1}{2} \ln(1 + \frac{1}{\alpha})$

二、《中華人民共和國公司法》

D_3 , 種之 parameter.

113. 11月10日之晴天

1973, 3月14日于上海

03，傳播範圍：微小距離

anson's Model] 와 마찬가지,

表 10-1 利用表)은 각각의 武器 依하여 計算된 것이다(表 10-5, 6, 7).

- 373 -

Model은 比較的 精密하다고는 하지만 複雜하기 때문에 小型의 컴퓨터로는 處理가 不可能하여 簡略化한 모델이 要求된다.⁵⁾

한편, Pierce는 傳播位相速度에 가장 크게 影響을 미치는 電離層의 反射高度만을 考慮하여 相對傳播位相速度를 太陽의 天頂角(X , Solar Zenith Angle)의 여현(cosine)의 函數로 나타내었다.

그림 1.에서 보는 바와 같이 오메가 位相遲延의 日變化는 三次曲線에 매우 가까울고 曲線의 極值에 對하여도 거의 左右對稱이므로 相對傳播位相速度 v_R 을 (3)式으로 近似化하였다.

$$v_R = A_3(\cos X)^3 + A_2(\cos X)^2 + A_1(\cos X) + A_0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

但, X ; 太陽의 天頂角
 A_3, A_2, A_1, A_0 ; 係數(以下 相對位相速度係數라 함)

이것을 Pierce's Model⁶⁾이라 한다.

2.1.2 傳播豫測式의 算出

本 論文에서는 Pierce's Model에 立脚하여 傳播豫測式을 算出한다.

相對位相速度 v_R 은 (4)式과 같이 定義된다.

$$v_R = \frac{V_p}{V_c} \quad \dots \dots \dots (4)$$

但, V_p ; 平均 傳播位相速度

V_c ; 光速(1.61987041×10^5 mi/sec)

또한 全位相遲延量 ϕ 는 (5)式에 依하여 求해진다.

$$\phi = \frac{f \cdot \int dy}{V_p} \quad \dots \dots \dots (5)$$

但, f ; 電波의 周波數[c/s]

dy ; 傳播經路의 微小距離

따라서 (5)式의 積分을 求하려면 電波의 傳播經路를 太陽의 天頂角에 따라 區間區分* 을 하고, 天頂角이 X_i 인 각各의 微小 區間에 있어서의 傳播速度 $V_{p,i}$ 를 求한다.

$$V_{p,i} = V_c \cdot v_{R,i} = V_c \cdot (A_3 \cos^3 X_i + A_2 \cos^2 X_i + A_1 \cos X_i + A_0) \quad \dots \dots \dots (6)$$

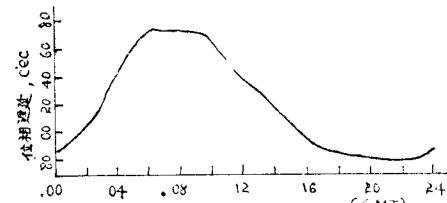
Pair($A-B$)의 信號를 受信할 경우, 太陽의 天頂角이 X_i 인 區間에 있어서의 位相遲延量의 差(位相差) $\phi_{i,AB}$ 는 다음과 같다.

$$\phi_{i,AB} = \frac{f \cdot (D_i^A - D_i^B)}{V_{p,i}} \quad \dots \dots \dots (7)$$

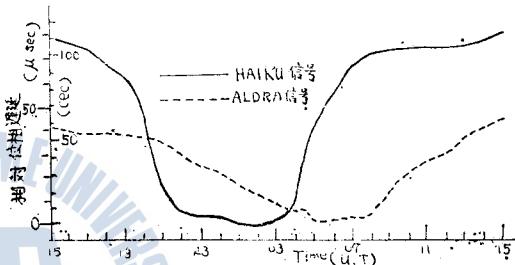
但, D_i^A, D_i^B ; A, B局 信號의 傳播經路上 天頂角이 각各 X_i 인 區間長.

結局 位相差는 各 區間의 距離差($D_i^A - D_i^B$)에 依해서 일어나므로 全距離差 $\sum_i (D_i^A - D_i^B)$ 에 對한

*附錄; 傳播經路의 區間區分



1) Average 10.2KHz phase of Kaiku, Hawaii, received at Foresport, New York, 17~21 May 1936 (参考文献 4에서)



2) Haiku와 Aldra兩局信號의 日變化; 1938. 10. 11. 13.6KHz, Kagoshima, Japan (参考文献 2에서)

그림 1. OMEGA 傳播位相의 日變化

平均傳播位相速度 V_P^{AB} 는 (8)에 依해 計算된다.

$$V_P^{AB} = \sum_i \left[V_C \cdot \frac{D_i^A - D_i^B}{D^A - D^B} (A_3 \cos^2 X_i + A_2 \cos^2 X_i + A_1 \cos X_i + A_0) \right] \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$\text{但, } D^A = \sum_i D_i^A$$

$$D^B = \sum_i D_i^B$$

2.2 測定位相差에 依한 平均傳播位相速度의 計算式

오데가 漢圖, 오데가 表에서와 같이 受信器가 指示하는 指示位相差은 實際의 位相差에 由于 캡레이어(coding delay) 900微秒(lane)을 合한 故이 誤差²⁾, Pair(A-B)의 指示位相差是: $\phi_o^A - \phi_o^B$ 이 하면 實際의 位相差是: $[(\phi_o^A - \phi_o^B) - 900]$ 이 되고, 此 位相差를 用으로 平均 傳播速度 V_o^{AB} 를

$$V_o^{AB} = \frac{f \cdot (D^A - D^B)}{[(\phi_o^A - \phi_o^B) - 900]} \quad \dots \dots \dots (9)$$

의 式으로 求해진다.

2.3 相對 位相速度係數의 算出式

(3)式의 係數 A_3, A_2, A_1, A_0 의 最適值은 求하기 為하여 最小自乘法을 利用한다. 平均 傳播位相速度의 計算値와 測定値의 差(誤差)에 依해서 位相速度 決定된다. 이 平均 傳播位相速度의 計算値와 測定値의 差은 最小是 하는 相對位相速度 係數를 求하면 된다.

(8), (9)式에서

$$V_P^{AB} - V_o^{AB} = \sum_i \left[V_C \cdot \frac{D_i^A - D_i^B}{D^A - D^B} (A_3 \cos^2 X_i + A_2 \cos^2 X_i + A_1 \cos X_i + A_0) \right] - \frac{f \cdot (D^A - D^B)}{(\phi_o^A - \phi_o^B) - 900} \quad \dots \dots \dots (10)$$

또한, 이 들 각각의 체인(chain), 測定日(Day), 測定時刻(Time)에 對한 誤差의 제곱의 합 S는 (11)式과 같다.

$$S = \sum_c \sum_d \sum_t (V_p,_{cat} - V_o,_{ct})^2 \quad \dots \dots \dots (11)$$

但, suffix c ; 測定 chain

d ; 測定 day

t ; 測定 time

(11)式은 Matrix를 利用하여 (12)式으로 나타낼 수 있다.

$\frac{\partial}{\partial \bar{x}}$,

$$S = \| M \bar{x} - \bar{y} \|^2 \quad \dots \dots \dots (12)$$

但,

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} A_3 \\ A_2 \\ A_1 \\ A_0 \end{bmatrix}$$

$P_3, c_1 d_1 t_1$	$P_2, c_1 d_1 t_1$	$P_1, c_1 d_1 t_1$	$P_0, c_1 d_1 t_1$	$V_0, c_1 d_1 t_1$
$P_3, c_1 d_1 t_1$	$P_2, c_1 d_1 t_1$	$P_1, c_1 d_1 t_1$	$P_0, c_1 d_1 t_1$	$V_0, c_1 d_1 t_1$
$P_3, c_1 d_2 t_1$	$P_2, c_1 d_2 t_1$	$P_1, c_1 d_2 t_1$	$P_0, c_1 d_2 t_1$	$V_0, c_1 d_2 t_1$
$P_3, c_1 d_2 t_1$	$P_2, c_1 d_2 t_1$	$P_1, c_1 d_2 t_1$	$P_0, c_1 d_2 t_1$	$V_0, c_1 d_2 t_1$
$P_3, c_1 d_m t_1$	$P_2, c_1 d_m t_1$	$P_1, c_1 d_m t_1$	$P_0, c_1 d_m t_1$	$V_0, c_1 d_m t_1$
$P_3, c_1 d_m t_1$	$P_2, c_1 d_m t_1$	$P_1, c_1 d_m t_1$	$P_0, c_1 d_m t_1$	$V_0, c_1 d_m t_1$
$P_3, c_2 d_1 t_1$	$P_2, c_2 d_1 t_1$	$P_1, c_2 d_1 t_1$	$P_0, c_2 d_1 t_1$	$V_0, c_2 d_1 t_1$
$P_3, c_2 d_1 t_1$	$P_2, c_2 d_1 t_1$	$P_1, c_2 d_1 t_1$	$P_0, c_2 d_1 t_1$	$V_0, c_2 d_1 t_1$
$P_3, c_2 d_2 t_1$	$P_2, c_2 d_2 t_1$	$P_1, c_2 d_2 t_1$	$P_0, c_2 d_2 t_1$	$V_0, c_2 d_2 t_1$
$P_3, c_2 d_2 t_1$	$P_2, c_2 d_2 t_1$	$P_1, c_2 d_2 t_1$	$P_0, c_2 d_2 t_1$	$V_0, c_2 d_2 t_1$
$P_3, c_2 d_m t_1$	$P_2, c_2 d_m t_1$	$P_1, c_2 d_m t_1$	$P_0, c_2 d_m t_1$	$V_0, c_2 d_m t_1$
$P_3, c_2 d_m t_1$	$P_2, c_2 d_m t_1$	$P_1, c_2 d_m t_1$	$P_0, c_2 d_m t_1$	$V_0, c_2 d_m t_1$
$P_3, c_n d_1 t_1$	$P_2, c_n d_1 t_1$	$P_1, c_n d_1 t_1$	$P_0, c_n d_1 t_1$	$V_0, c_n d_1 t_1$
$P_3, c_n d_1 t_1$	$P_2, c_n d_1 t_1$	$P_1, c_n d_1 t_1$	$P_0, c_n d_1 t_1$	$V_0, c_n d_1 t_1$
$P_2, c_n d_m t_1$	$P_1, c_n d_m t_1$	$P_0, c_n d_m t_1$	$P_0, c_n d_m t_1$	$V_0, c_n d_m t_1$
$P_1, c_n d_m t_1$	$P_2, c_n d_m t_1$	$P_3, c_n d_m t_1$	$P_0, c_n d_m t_1$	$V_0, c_n d_m t_1$

$$P_3 = \frac{1}{D^A - D^B} \cdot \sum_i [(D_i^A - D_i^B) \cos^3 X_i]$$

$$P_2 = \frac{1}{D^A - D^B} \cdot \sum_i [(D_i^A - D_i^B) \cos^2 X_i]$$

$$P_1 = \frac{1}{D^A - D^B} \cdot \sum_i [(D_i^A - D_i^B) \cos X_i]$$

$$P_0 = \frac{1}{D^A - D^B} \cdot \sum_i [(D_i^A - D_i^B)] = 1$$

(12)式에서

$$S = \|M\bar{x} - \bar{y}\|^2 = (M\bar{x} - \bar{y})' (M\bar{x} - \bar{y})$$

$$\frac{\partial S}{\partial \bar{x}} = 2M'(M\bar{x} - \bar{y}) = 0$$

相對位相速度 係數의 最適值는 다음의 (13)式에 依하여 計算된다.

$$\bar{x} = (M'M)^{-1} M' \bar{y} \cdots (13)$$

3. 測定 및 解析

3.1 測定時期 및 場所, 測定機器

3.1.1 測定 時期

① 1976年 5月 31日부터 1976年 6月 20일까지(毎 2時間 마다)
; Pair(A-C), (C-D).

② 1976年 9月 13일부터 1976年 9月 26일까지(毎 2時間 마다)
; Pair(A-D), (C-D).

3.1.2 測定場所, 送信局의 位置

① 測定 場所

釜山港 朝島盤 海上

; 緯度 $35^{\circ} 04'.6N$

經度 $129^{\circ} 05'.2E$

② 送信局의 位置

A; Aldra, Norway Lat. $66^{\circ} 25' 15'' N.$
 Long. $13^{\circ} 09' 10'' E.$

C; Hailku, Hawaii Lat. $21^{\circ} 24' 17'' N.$
 Long. $157^{\circ} 49' 53'' W.$

D; La Mout, North Dakota Lat. $46^{\circ} 21' 52'' N.$
 Long. $98^{\circ} 20' 06'' W.$

3.1.3 測定 機器

① 受 信 器; Omega-5 Navigation Receiver, Model NR-1005

② 制 作 者; OKI Electric Industry Co., Ltd.

③ 設 置 船 舶; 韓國海洋大學 練習船 “HANBADA”號

3.2 測定值 및 計算表

3.2.1 測定值

그림 2에 보는 바와 같이 測定位相差는 每月中의 같은 日變化를 反復한다. 이것은 每月의 每日 같은 時刻에 對하여 일정한 傳播經路上에서는 太陽의 天頂角이 거의 同一하기 때문이다.

따라서 每月中의 같은 時刻의 測定值에 對한 平均值를 利用하여 計算是 行하였다.

測定日(day)이 1976年 6月인 것을 d_1 , 1976年 9月인 것을 d_2 로 하고 測定時刻(time)은 그리너 차원지(GMT)의 2時間 단위로 하였다. 따라서 $t=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ 는 각각 그리너 평시 $00^h, 02^h, 04^h, 06^h, 08^h, 10^h, 12^h, 14^h, 16^h, 18^h, 20^h, 22^h$ 를 表示한다.

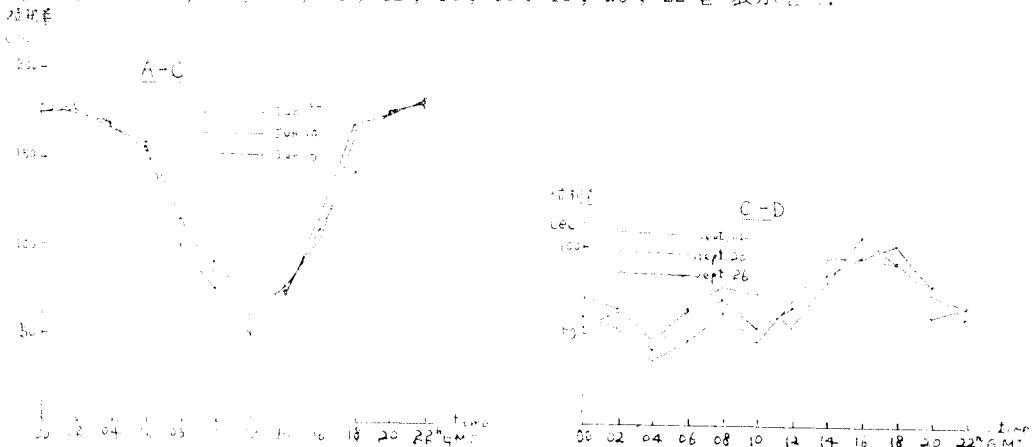


그림 2. 測定 位相差의 日變化 例

表 1. 平均 傳播位相速度(V_0) 및 位相差의 測定值

Time chain		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
$A-C$ (d_1)	位相差(cycles)	11.81	11.78	11.70	11.53	11.13	10.82
	V_0 (mi/sec)	155,832.9	156,229.7	157,297.9	159,617.2	165,353.6	170,091.1
$C-D$ (d_1)	位 相 差	-89.49	-89.47	-89.50	-89.46	-89.14	-88.80
	V_0	161,542.7	161,578.9	161,524.7	161,596.9	162,177.0	162,798.0
$A-D$ (d_2)	位 相 差	-77.45	-77.70	-77.95	-78.17	-78.36	-78.68
	V_0	162,893.1	162,369.0	161,827.5	161,392.8	161,001.5	160,346.6
$C-D$ (d_2)	位 相 差	-89.36	-89.43	-89.55	-89.39	-89.25	-89.43
	V_0	161,777.8	161,651.1	161,434.5	161,723.5	161,971.1	161,651.1
Time Chain		t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}
$A-C$ (d_1)	位相差(cycles)	10.74	10.86	11.08	11.65	11.75	11.81
	V_0 (mi/sec)	171,358.1	169,464.6	166,099.8	157,973.0	156,628.6	155,832.9
$C-D$ (d_1)	位 相 差	-88.77	-89.79	-88.84	-89.22	-89.46	-89.54
	V_0	162,853.0	162,816.3	162,724.7	162,031.6	161,596.9	161,452.5
$A-D$ (d_2)	位 相 差	-78.37	-77.95	-77.73	-77.45	-77.15	-77.18
	V_0	160,980.9	161,848.3	163,206.4	162,893.1	163,526.6	163,463.0
$C-D$ (d_2)	位 相 差	-98.38	-89.13	-88.97	-89.15	-89.28	-89.39
	V_0	161,741.6	162,195.2	162,486.9	162,158.8	161,922.7	161,723.5

$$\sum_{c d t} V_0 = 7.771083054 \times 10^6$$

表 1은 1976年 6月과 9月의 測定 位相差의 平均值 및 (9)式에 依하여 計算한 平均 傳播位相速度 V_0 를 나타낸다.

3.2.2 計算表

附錄에 記述한 方法에 依하여 各各의 傳播經路에 對하여, 太陽의 天頂角이 約 $0\sim 5^\circ$, $5^\circ\sim 10^\circ$, $10^\circ\sim 15^\circ$ 等과 같이 되도록 區間을 定하고, 各 區間마다 中間의 天頂角(X_i)과 같은 天頂角을 가지는 Pair($A-B$)의 各 區間의 距離差($D_i^A - D_i^B$)를 求하여, (12)式의 P_3 , P_2 , P_1 , 을 計算한 結果는 表 2와 같다.

表 3은 各 送信局과 受信點間을 連結하는 傳播經路長을 나타낸다.

또한, 表 4는 各 測定時刻에 있어서의 太陽의 地位를 表示한다.

表 2 P_0 , P_1 , P_2 的 數

		P_0	P_1	P_2
$A-C$ (d_1)	t_1	-14.31865	-12.57158	-10.63576
	t_2	-9.116832	8.39425	-6.147481
	t_3	-7.719065	9.7424486	0.799204
	t_4	6.147980	7.495254	8.455451
	t_5	5.484434	6.946794	14.04977
	t_6	5.162279	2.091663	17.54831
	t_7	4.811284	-2.088234	16.63920
	t_8	2.882281	-2.156293	12.13393
	t_9	0.677946	-0.675486	4.72366
	t_{10}	-0.442219	-0.407305	-2.575071
	t_{11}	-3.526187	-5.54420	-10.54952
	t_{12}	-10.43657	-11.71862	-11.55545
$C-D$ (d_1)	t_1	-9.9971262	-0.589120	0.016320
	t_2	-0.686615	-0.529493	-0.195209
	t_3	-0.154310	-0.1078217	-0.110118
	t_4	0.105066	0.200706	0.155528
	t_5	0.094990	0.019877	0.515981
	t_6	0.259522	-0.404375	1.024878
	t_7	0.365498	-0.641177	1.231504
	t_8	0.313752	-0.230810	1.436541
	t_9	0.388852	0.4055246	1.373259
	t_{10}	0.666175	0.831821	1.168010
	t_{11}	0.507902	0.613480	0.752657
	t_{12}	-0.277920	-0.036160	0.355415
$A-D$ (d_2)	t_1	0.306314	0.547919	1.431549
	t_2	0.203018	0.306330	0.474512
	t_3	-0.0845926	0.0973667	-0.527404
	t_4	-0.387947	-0.105945	-1.457805
	t_5	-0.2877557	0.1251470	-1.812034
	t_6	-0.171683	0.1615368	-1.798459
	t_7	-0.252193	0.3758840	-1.409930
	t_8	-0.147900	0.2380200	-0.49349

(10)

韓國海洋大學 大學院 論文集 第1輯

	t_9	-0.146669	0.125648	0.641757
	t_{10}	0.394302	0.1783696	1.542385
	t_{11}	0.382280	0.420101	3.105083
	t_{12}	0.290629	0.551796	2.776591
$C-D$ (d_2)	t_1	-1.080406	-1.005355	-0.588069
	t_2	-0.727411	-0.7745361	-0.745700
	t_3	-0.233141	-0.150335	-0.704692
	t_4	-0.128449	0.242645	-0.458005
	t_5	0.052779	-0.021421	-0.000635
	t_6	0.653927	-0.725520	0.508622
	t_7	0.9299122	-1.012446	0.765180
	t_8	0.6295350	-0.724603	0.913942
	t_9	0.251034	-0.063325	0.857991
	t_{10}	0.210993	0.345763	0.618126
	t_{11}	0.004057	0.069498	0.2013476
	t_{12}	-0.696232	-0.644662	-0.280392

表 3. 傳播經路長 及 距離差

D^A	4,046.83 N. miles
D^C	3,866.40 //
D^D	5.283.70 //
$D^A - D^C$	180.43 //
$D^A - D^D$	-1,236.87 //
$D^C - D^D$	-1,417.30 //

表 4. 測定時期에 있어서의 太陽의 地位(GP)

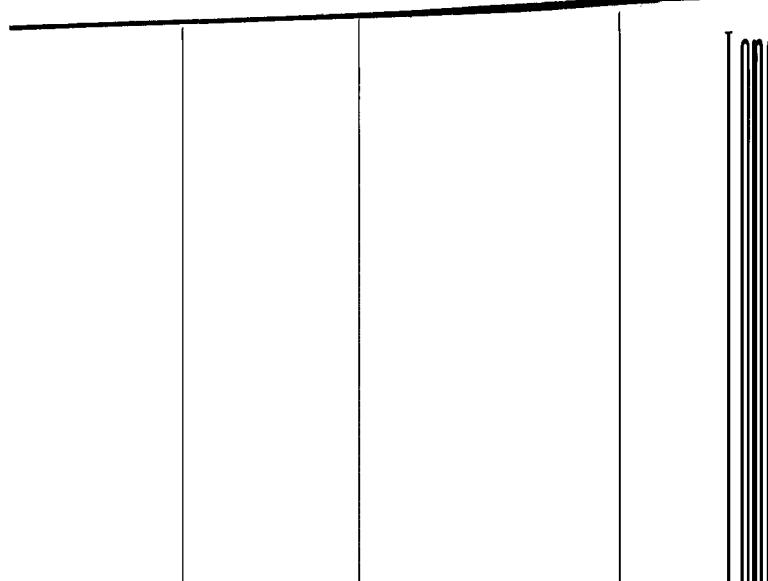


表 2. P_1 , P_2 , P_3 의 값

		P_3	P_2	P_1
$A-C$ (d_1)	t_1	-14.37861	-10.57178	-10.63576
	t_2	-9.116832	8.394225	-6.147481
	t^*	9.719305	0.7424486	0.799204
	t_4	6.147989	7.495254	8.355451
	t_5	5.484454	5.916794	14.04977
	t_6	5.162279	2.001663	17.54831
	t_7	4.811284	-2.088234	16.63930
	t_8	2.882281	-2.155293	12.13293
	t_9	0.672345	-0.675483	4.72366
	t_{10}	-0.442219	-0.407305	-2.575071
	t_{11}	-3.526187	-5.54320	-10.54952
	t_{12}	-10.43667	-11.71862	-11.85545
$C-D$ (d_2)	t_1	-0.9071262	-0.559120	0.016320
	t_2	-0.686615	-0.529493	-0.195209
	t_3	-0.154310	-0.1078247	-0.110118
	t_4	0.105066	0.200766	0.155528
	t_5	0.094990	0.019877	0.515981
	t_6	0.259522	-0.494375	1.024878
	t_7	0.365498	-0.641177	1.231504
	t_8	0.313752	-0.230810	1.436541
	t_9	0.388852	0.4655246	1.373259
	t_{10}	0.666175	0.831821	1.168010
	t_{11}	0.507902	0.613480	0.752657
	t_{12}	-0.277920	-0.036160	0.355415
$A-D$ (d_3)	t_1	0.306314	0.547919	1.431549
	t_2	0.203018	0.306330	0.474512
	t_3	-0.0845926	0.0973667	-0.527404
	t_4	-0.387947	-0.105945	-1.457805
	t_5	-0.2877557	0.1251470	-1.812034
	t_6	-0.171683	0.1615368	-1.798459
	t_7	-0.252193	0.3758840	-1.409930
	t_8	-0.147900	0.2380200	-0.49349

	t_9	-0.146669	0.125648	0.641757
	t_{10}	0.394302	0.1783696	1.542385
	t_{11}	0.382280	0.420101	3.105083
	t_{12}	0.290629	0.551796	2.776591
$C-D \ (d_2)$	t_1	-1.080406	-1.005355	-0.588069
	t_2	-0.727411	-0.7745361	-0.745700
	t_3	-0.233141	-0.150335	-0.704692
	t_4	-0.128449	0.242645	-0.458005
	t_5	0.052779	-0.021421	-0.000635
	t_6	0.653927	-0.725520	0.508622
	t_7	0.9299122	-1.012446	0.765180
	t_8	0.6295350	-0.724603	0.913942
	t_9	0.251034	-0.063325	0.857991
	t_{10}	0.210993	0.345763	0.618126
	t_{11}	0.004057	0.069498	0.2013476
	t_{12}	-0.696232	-0.644662	-0.280392

表 3. 傳播經路長 及 距離差

DA	4,046.83 N. miles
DC	3,866.40 "
DD	5,283.70 "
$DA-DC$	180.43 "
$DA-DD$	-1,236.87 "
$DC-DD$	-1,417.30 "

表 4. 測定時期에 있어서의 太陽의 地位(GP)

Day	Time	Lat.	Long
d_1	t_1	23° 18.'0N	179° 55.'0W
	t_2	"	150° 05.'2E
	t_3	"	120° 05.'5E
	t_4	"	090° 05.'8E
	t_5	"	060° 06.'2E
	t_6	"	030° 06.'3E
	t_7	"	000° 06.'6E

t_0	0	0	109° 52.7'W
t_1	0	0	069° 52.7'W
t_{10}	0	0	089° 52.7'W
t_{11}	0	0	119° 52.7'W
t_{12}	0	0	149° 52.7'W
t_i			23° 00.7'N
t_2	0	0	178° 48.7'E
t_3	0	0	148° 48.7'E
t_4	0	0	118° 48.7'E
t_5	0	0	088° 47.9'E
t_6	0	0	058° 47.4'E
t_7	0	0	028° 47.0'E
t_8	0	0	001° 13.4'W
t_9	0	0	131° 13.7'W
t_{10}	0	0	061° 14.7'W
t_{11}	0	0	091° 14.8'W
t_{12}	0	0	121° 15.2'W
			151° 15.7'W

3.3 係數의 算出

表 1, 表 2, 表 3, 表 4를 基礎로 하여 (13)式의 要素를 計算하면 (14)式과 같다.

$$\begin{aligned}
 A_0 &= 543.8623611 & A_2 &= 493.2797255 & A_4 &= 716.9626604 & A_6 &= -11.27339868 \\
 \bar{x} = & A_1 = V_p^{-1}, & A_3 &= 493.2797255 & A_5 &= 547.5495839 & A_7 &= 528.775133 & A_8 &= -28.7384048 \\
 A_0 &= 716.9626604 & A_1 &= 528.775133 & A_3 &= 1426.136963 & A_5 &= 42.38783399 \\
 A_6 &= -11.27339868 & A_7 &= -28.7384048 & A_9 &= 42.38783399 & A_{10} &= 48 \\
 & -1.483779514 \times 10^6 & & & & & \\
 & -4.43534385 \times 10^6 & & & & & \\
 & 7.55892672 \times 10^6 & & & & & \\
 & 7.771083054 \times 10^6 & & & & & \\
 \end{aligned} \tag{14}$$

위의 (14)式을 計算하면 最適 相速度 係數 A_3, A_2, A_1, A_0 가 求め진다.

$$A_3 = 0.00263035$$

$$A_2 = -0.00288058$$

$$A_1 = 0.002868565$$

$$A_0 = 0.995807573$$

結果的으로 傳播位相速度 V_p 는 (6)式에 依하여 다음과 같이 表示된다.

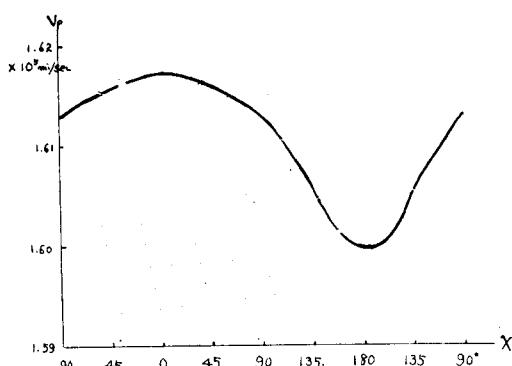


그림 3. 太陽의 天頂角(X)에 對한
傳播位相速度(V_p)

$$V_p = 161,307.9221 + 464.67043(\cos X) \\ - 466.61651(\cos X)^2 + 426.08234(\cos X)^3 \\ [\text{mi/sec}] \cdots \cdots \cdots (15)$$

즉, 傳播位相速度는 太陽의 天頂角에 對한 餘弦(cosine)의 三次函數로 表示되었으며, 上式에 依한 計算值는 그림 3과 같다.

傳播位相速度(V_p)는

$$\text{晝間} (X=0^\circ); V_p = 161,732.0584 \text{ mi/sec}$$

$$\text{夜間} (X=180^\circ); V_p = 159,950.5528$$

$$\text{日出沒時} (X=90^\circ); V_p = 161,307.9221$$

로 晝間에 가장 크고, 夜間에 가장 작으며, 日出沒時에는 그 사이의 값임을 알 수 있다.

3.4 標準誤差

表 2와 (15)式을 利用하여 各 체인 및 測定時刻에 對한 平均 傳播位相速度 및 位相差를 計算하면 表 5와 같다.

Day	Chain	中央誤差	標集誤差
6月	A-C	0.0975	0.1445

또한 表 1과 表 5에 依하여 求한, 測定 位相差의 計算值에 對한 誤差는 表 6에 表示되어 있다.

① 測定值의 計算值에 對한 各 체인別 中央誤差 및 標準

	t_3	◎	◎	129° 53.7'W
	t_6	◎	◎	059° 52.7'W
	t_{12}	◎	◎	089° 52.6'W
	t_{18}	◎	◎	119° 52.4'W
	t_{24}	◎	◎	149° 52.1'W
d_3		32°50.7'N	178° 45.2'E	
	t_3	◎	◎	148° 48.7'E
	t_6	◎	◎	118° 48.3'E
	t_{12}	◎	◎	088° 47.9'E
	t_{18}	◎	◎	058° 47.4'E
	t_{24}	◎	◎	028° 47.0'E
d_6		04° 13.7'W		
	t_3	◎	◎	131° 13.9'W
	t_6	◎	◎	061° 14.7'W
	t_{12}	◎	◎	091° 14.7'W
	t_{18}	◎	◎	121° 15.2'W
	t_{24}	◎	◎	151° 15.7'W

3.3 係數의 算出

表 1, 表 2, 表 3, 表 4는 基礎을 하여 (13)式의 要素를 計算하면 (14)式과 같다.

$$\begin{aligned}
 A_3 &= 543.8623611 & 493.2797255 & 716.9626604 & -11.27339868 \\
 x = A_2 &= 1.75^{-1}, & 493.2797255 & 547.5495839 & -28.7384048 \\
 A_1 &= 716.9626604 & 528.775133 & 1426.136963 & 42.38783399 \\
 A_0 &= -11.27339868 & -28.7384048 & 42.38783399 & 48 \\
 & -1.483779514 \times 10^6 \\
 & -4.43534385 \times 10^6 \\
 & 7.55892672 \times 10^6 \\
 & 7.771083054 \times 10^6
 \end{aligned} \tag{14}$$

由 (14)式을 計算하면 最適 相對位相速度 係數 A_3, A_2, A_1, A_0 가 求해 진다.

$$\therefore A_3 = 0.00263035$$

$$A_2 = -0.00288058$$

$$A_1 = 0.002868565$$

$$A_0 = 0.995807573$$

結果的으로 傳播位相速度 V_P 는 (6)式에 依하여 다음과 같이 表示된다.

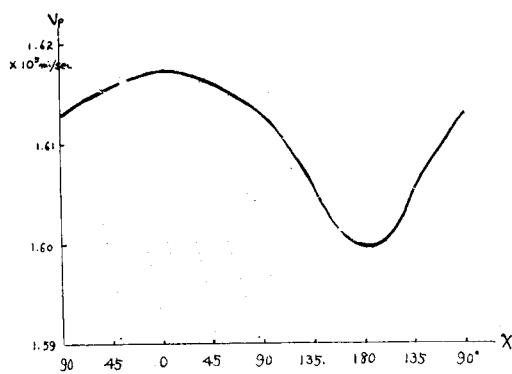


그림 3. 太陽의 天頂角(X)에 對한 傳播位相速度(V_p)

$$V_p = 161,307.9221 + 464.67043(\cos X) \\ - 466.61651(\cos X)^2 + 426.08234(\cos X)^3 \\ [\text{mi/sec}] \dots\dots\dots(15)$$

즉, 傳播位相速度는 太陽의 天頂角에 對한 餘弦(cosine)의 三次函數로 表示되었으며, 亂式에 依한 計算值는 그림 3과 같다.

傳播位相速度(V_p)는

$$\text{晝間} (X=0^\circ); V_p = 161,732.0584 \text{ mi/sec}$$

$$\text{夜間} (X=180^\circ); V_p = 159,950.5528$$

$$\text{日出沒時} (X \approx 90^\circ); V_p = 161,307.9221$$

로 晝間에 가장 크고, 夜間에 가장 작으며, 日出沒時에는 그 사이의 差임을 알 수 있다.

3.4 標準誤差

表 2와 (15)式을 利用하여 各 체인 및 測定時刻에 對한 平均 傳播位相速度 및 位相差를 計算하면 表 5와 같다.

Day	Chain	中央誤差	標集誤差
6月 (d ₁)	A-C	0.0975	0.1445
	C-D	0.1752	0.2598
9月 (d ₂)	A-D	0.2670	0.3958
	C-D	0.2211	0.3278

또한 表 1과 表 5에 依하여 求한, 測定 位相差의 計算值에 對한 誤差는 表 6에 表示되어 있다.

① 測定值의 計算值에 對한 各 체인別 中央誤差 및 標準誤差는 左쪽의 表와 같다.

② 全 測定值의 計算值에 對한 誤差는 다음과 같다.

$$\text{標準誤差 } \sigma = 0.2969 \text{ (lane)}$$

$$\text{中央誤差(確率誤差) } r = 0.6745 \quad \sigma = 0.2003 \text{ (lane)}$$

그림 4는 位相差에 對한 計算值와 測定值를 그래프로 表示한 것이다.

表 5. 平均 傳播位相速度(V_p) 및 位相差의 計算值

Time		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
Chain	位相差(cycles)						
	V_p (mi/sec)	11.75	11.61	11.39	11.19	11.03	10.78
(d_1)	$A-C$	156,601.86	158,483.73	161,639.20	164,447.52	166,931.78	170,727.93
	$C-D$	-89.69	-89.70	-89.66	-89.61	-89.47	-89.19
(d_2)	$A-D$	161,189.89	161,171.73	161,241.32	161,331.31	161,578.88	162,083.42
	V_p	-77.95	-78.13	-78.26	-78.40	-78.71	-78.69
(d_2)	$C-D$	161,847.97	161,472.36	161,201.80	160,919.31	160,285.00	160,323.70
	V_p	-89.77	-89.78	-89.82	-89.83	-89.60	-89.15
(d_2)	$A-C$	161,043.44	161,012.89	160,951.28	160,927.15	161,340.11	162,161.43

chain	time						
		t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}
$A-C$	位相差(cycles)	10.70	10.83	11.23	11.50	11.69	11.73
(d ₁)	V_p (mi/sec)	172,054.67	169,179.54	163,825.25	160,112.57	157,493.44	156,959.71
$C-D$	位 相 差	-89.65	-89.12	-89.28	-89.38	-89.47	-89.58
(d ₁)	V_p	162,335.68	162,216.82	161,922.49	161,745.37	161,587.81	161,371.53
$A-D$	位 相 差	-78.67	-78.41	-78.13	-78.82	-77.51	-77.67
(d ₁)	V_p	160,339.92	160,904.53	161,485.01	162,109.49	162,737.49	162,431.75
$C-D$	位 相 差	-88.95	-89.05	-89.32	-89.50	-89.59	-89.69
(d ₂)	V_p	162,531.27	162,338.95	161,843.11	161,523.71	161,370.78	161,181.79

表 6. 測定에 相差의 計算値에 對한 誤差(x_i) $X_i(\text{Lane}) = \text{計算値} - \text{測定値}$

chain	time						
		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
$A-C$	X_i	(-0.06)	(-0.16)	(-0.21)	(-0.34)	(-0.10)	(-0.04)
(d ₁)	x_i^2	0.0036	0.0256	0.0441	0.1156	0.01	0.0016
$C-D$	X_i	(-0.20)	(-0.23)	(-0.16)	(-0.15)	(-0.33)	(-0.39)
(d ₁)	x_i^2	0.04	0.0529	0.0256	0.0227	0.1089	0.1521
$A-D$	X_i	(-0.50)	(-0.43)	(-0.30)	(-0.43)	(-0.35)	(-0.01)
(d ₁)	x_i^2	0.25	0.1849	0.09	0.1849	0.1225	0.0001
$C-D$	X_i	(-0.41)	(-0.35)	(-0.27)	(-0.33)	(-0.35)	(+0.28)
(d ₂)	x_i^2	0.1681	0.1225	0.0729	0.1295	0.1225	0.0784

chain	time							\sum_i
		t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	
$A-C$	x_i	(-0.14)	(+0.02)	(+0.17)	(-0.15)	(-0.06)	(-0.08)	$ x_i = 1.41$
(d ₁)	x_i^2	0.0196	0.0004	0.0225	0.0225	0.0036	0.0064	$x_i^2 = 0.2511$
$C-D$	x_i	0.28	0.33	0.44	0.16	0.01	0.04	$ x_i = 2.72$
(d ₁)	x_i^2	0.0784	0.1689	0.1933	0.0256	0.0001	0.0016	$x_i^2 = 0.8102$
$A-D$	x_i	(-0.3)	(+0.54)	(-0.40)	(-0.37)	(-0.36)	(-0.49)	$ x_i = 4.48$
(d ₁)	x_i^2	0.09	0.0129	0.16	0.1369	0.1296	0.2491	$x_i^2 = 1.8806$

	time	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}
chain							
$A-C$	位相差(cycles)	10.70	10.88	11.23	11.50	11.69	11.73
(d ₁)	V_p (mi/sec)	172,054.67	169,179.54	163,825.25	160,112.57	157,490.44	156,959.71
$C-D$	位 相 差	-89.95	-89.12	-89.28	-89.38	-89.47	-89.58
(d ₁)	V_p	162,335.08	162,216.82	161,922.49	161,745.37	161,587.81	161,371.53
$A-D$	位 相 差	-78.67	-78.41	-78.13	-78.82	-77.51	-77.67
(d ₁)	V_p	160,359.92	160,064.53	161,485.01	162,109.40	161,707.46	162,431.75
$C-D$	位 相 差	-88.95	-89.05	-89.32	-89.50	-89.59	-89.69
(d ₂)	V_p	162,531.27	162,338.95	161,843.11	161,523.71	161,370.78	161,181.79

表 6. 測定에 相差의 計算值에 對한 誤差(χ_i) $X_i(\text{lane}) = \text{計算値} - \text{測定値}$

	time	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
chain		(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
$A-C$	X_i	0.06	0.16	0.21	0.34	0.10	0.04
(d ₁)	x_i	0.0036	0.0256	0.0441	0.1156	0.01	0.0016
$C-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₁)	x_i	0.20	0.23	0.16	0.15	0.33	0.39
$A-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₁)	x_i	0.04	0.0529	0.0256	0.022	0.1689	0.1521
$C-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₂)	x_i	0.50	0.43	0.39	0.43	0.35	0.01
$A-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₂)	x_i	0.25	0.1819	0.69	0.1849	0.1225	0.0001
$C-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₂)	x_i	0.41	0.35	0.27	0.35	0.35	0.28
$C-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₂)	x_i	0.3681	0.1225	0.0729	0.1293	0.1225	0.0784
	time	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}
chain		(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
$A-C$	X_i	0.04	0.02	0.17	0.15	0.06	0.08
(d ₁)	x_i^2	0.0016	0.0004	0.0025	0.0025	0.0036	0.0064
$C-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₁)	x_i	0.28	0.33	0.44	0.16	0.01	0.04
$C-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₂)	x_i	0.6784	0.1689	0.1933	0.0256	0.0001	0.0016
$A-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₂)	x_i^2	0.34	0.54	0.40	0.37	0.36	0.49
$A-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₂)	x_i^2	0.09	0.1916	0.16	0.1369	0.1296	0.2491
$C-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₂)	x_i^2	0.43	0.18	0.37	0.37	0.31	0.30
$C-D$	X_i	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
(d ₂)	x_i^2	0.1849	0.0964	0.1225	0.1225	0.0691	0.09
							$\sum_{t=1}^{12}$
							$ x_i = 1.41$
							$x_i^2 = 0.2511$
							$ x_i = 2.72$
							$x_i^2 = 0.8102$
							$ x_i = 4.48$
							$x_i^2 = 1.8806$
							$ x_i = 3.84$
							$x_i^2 = 1.2894$

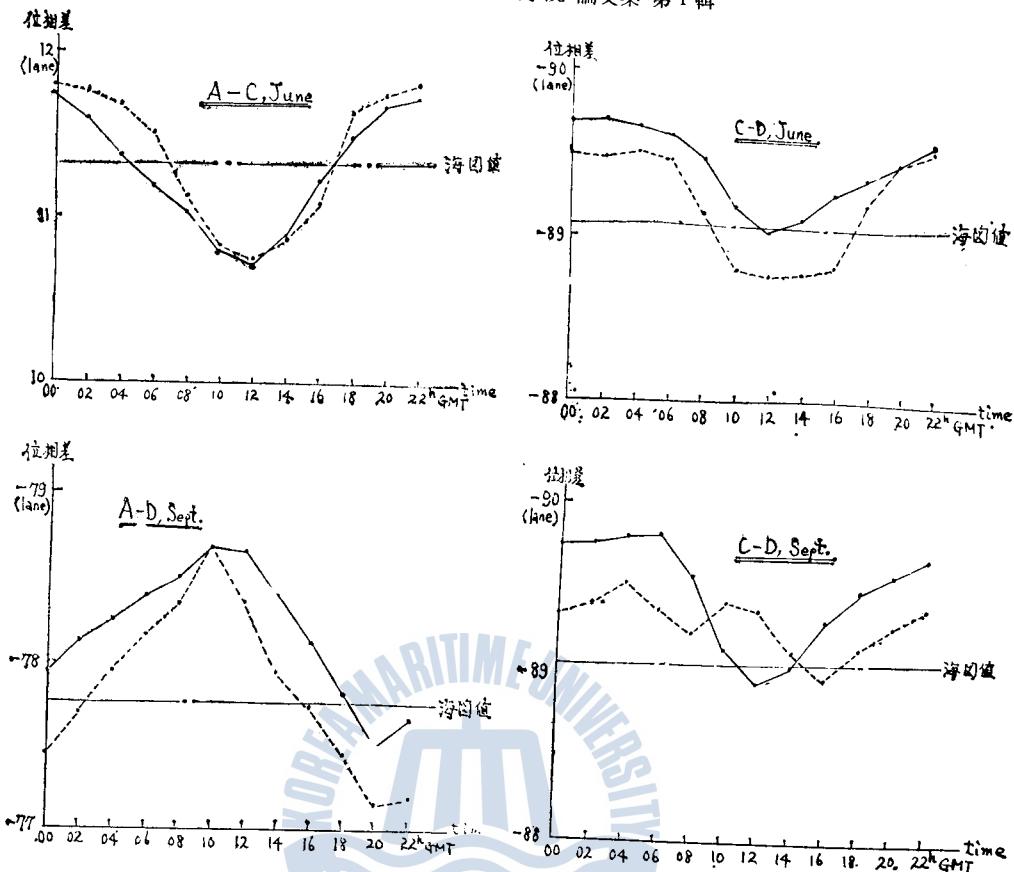


그림 4. 位相差의 計算值(實線)와 測定值(點線)

4. 結論

以上의 理論 및 實驗的 解析에 依하여 다음의 結論을 내릴 수 있다.

(1) 傳播位相速度를 簡略化된 Pierce's Model에 依하여 表示할 수 있음이 確認되었다. 즉, 相對位相速度 v_R 은

$$v_R = A_3(\cos X)^3 + A_2(\cos X)^2 + A_1(\cos X) + A_0$$

로 Model化 할 수 있다.

(2) 釜山 近海에 있어서 相對 位相速度係數의 最適值는

$$A_3 = 0.00263035$$

$$A_2 = -0.00288058$$

$$A_1 = 0.002868565$$

$$A_0 = 0.995807573$$

으로 計算되었다.

(3) 따라서傳播位相速度 V_P 는

$$V_P = 161,307.9221 + 464.67043(\cos X) \\ - 466.61651(\cos X)^2 + 426.08234(\cos X)^3$$

[mi/sec]로決定되었으며, 이式에依하여計算한位相差에對한測定 lane值의標準誤差는 다음과 같다.

1976年 6月中

Pair(A-C); 0.1446

Pair(C-D); 0.2598

1976年 9月中

Pair(A-D); 0.3958

Pair(C-D); 0.3278

(4) 本論文에서 提示한方法을導入, 测定地点·测定時期 및 체인(Chain)을增加시키 係數를 더욱適合하게决定하므로써誤差는減少된다.

(5) 测定 Data 中 計算值 또는 月中의 平均值와 크게 다른 것은 突然電離層擾亂(Sudden Ionospheric Disturbance; S. I. D.), 極冠擾亂(Polar Cap Disturbance; P. C. D.), 極光帶擾亂(Auroral Zone Disturbance; A. Z. D.) 等等의 各種擾亂効果에 依한 것으로 간주되어 이에對하여는 더욱研究되어야 할 것이다.

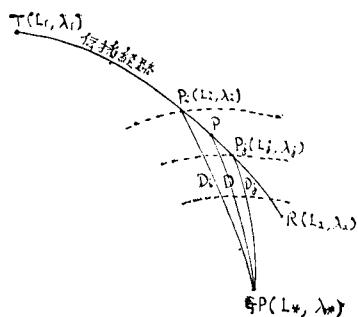
앞으로傳播位相豫測에對하여는 더욱 깊은研究를必要로 한다. 따라서測定資料를增加시키고 Swanson's Model에依한解析을並行하여 오메가使用時の船位誤差에 대하여 보다完璧을 기하고자 한다.

参考文献

- 1) 有井降廣輔・有倉幸雄・永井清二・月内長七: オメガ電波の傳搬, 日本航海學會誌, 第47號, 東京, p. 18 (1975. 10)
- 2) 田口一夫: オメガ航法 ミステム, 成山堂, 東京, pp. 8-16, p. 24, pp. 31-34, pp. 152-153, pp. 248-250. (1975)
- 3) オメガ航法編集委員会: オメガ航法, 鶴巻書房, 東京, pp. 1-4. (1958)
- 4) E. R. Swanson: OMEGA PROPAGATION, Paper prepared for the OMEGA SYMPOSIUM, Tokyo Japan, 12-13 June 1975.
- 5) 藤原雅一・啄田・鶴・砂川誠・坪田宏一: 自動化オメガにおける電波傳搬誤差補正について, 日本航海學會誌第47號, pp. 41-45. (1975. 10)
- 6) 古谷俊雄: 自動化オメガについて, 日本航海學會誌 第47號, pp. 39-40. (1975. 10)
- 7) 並川能正: 船位誤差論, 海文堂, pp. 41-44.

附錄. 傳播經路의 區間區分

傳播經路를 太陽의 天頂角에 따라 微少區間으로 區分
하기 위하여 各 測定時期에 있어서의 太陽의 地位를 決
定하고, 經路上의 太陽의 天頂角을 求한다.



本論文에서는 天頂角(X)이 5° 变할 때마다 1區間으로 하였다. 左쪽의 그림에서 P_i , P_j 및 D_i , D_j 를 計算하면 区間 $\overline{P_i P_j}$ 에 있어서의 太陽의 天頂角(X)은 다음과 같다

但, X_i 는 점 P_i 의 天頂角

X_j 는 점 P_j 의 天頂角

D , D_i , D_j 는 nautical miles로 표시한 거리

이 經路上의 一点 P_i 를 求하기 위한 方程式은 ③式이며, P_i 와 GP 間의 距離를 求하는 式은 ④式이다.

$$L_i = \tan^{-1} \left(\frac{\tan L_2 \sin(\lambda_i - \lambda_1) - \tan L_1 \sin(\lambda_i - \lambda_2)}{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

또, 구간 $P_i P_j$ 의 거리는 ④式의 L_* , λ_* 대신에 L_j , λ_j 를 대입하여 구한다.