

位置制御시스템用 時間遲延 狀態피이드백 制御器 設計

朴進吉* · 鄭柱濶** · 朴在植**

Design of a Delayed State Feedback Controller for Position Control System

Jin-Gil Park, Ju-Yoon Chung, Jae-Sik Park

Abstract

For the state feedback controller which measures only partial state variables, a state observer can be used to give the estimates of unmeasurable states. In this paper, the delayed state feedback method instead of the state observer for designing a tracking controller of electro-hydraulic control system is presented. The controller design is based on augmenting the original system by one additional integral and proportional element which compensates for the effect of the integral control and on feeding back the measurable state variables and their delayed values. The performance of the proposed position control system is compared with that of the full state feedback control system. And then robustness against unmeasurable constant disturbance and parameter variations during operations is also checked.

1. 序 論

최근 산업의 高度化로 인하여 고속이면서도 정밀한 制御性能을 갖는 位置制御用 制御器 設計가 요구되어짐에 따라 電氣油壓式 位置制御시스템의 응답특성을 개선하기 위하여 많은 연구가 진행되어져 왔으며¹⁻⁶⁾, 특히 徐²⁾는 電氣油壓式 位置制御시스템의 비선형 모델로부터 制御法則을 얻고 狀態 피이드백시스템을 구성한 후 記述函數法으로 이득을 재조정하여 응답특성을 개선하는 방법을 제안하였다.

일반적으로 狀態피이드백 制御시스템을 구성하기 위하여서는 모든 狀態變數들이 피이드백되어야 하는데 실제적으로는 측정불가능한 경우도 있을 수 있으며 또한 측정할 수 있다하더라도 測定裝置가 高價이거나 신뢰성이 낮을 경우에는 測定變數로부터 추정하여 사용하여야 할 필요가 있다. 최근 Kim³⁾은 測定變數와 그것의 時間遲延된 推定變數를 피이드백하는 時間遲延 狀態피이드백 制御器를 제안하였고, 본 연구에서는 이러한 時間遲延 狀態推定方法을 이용하여 電氣式 油壓모터에 대한 位置制御시스템의 設計에 있어서 신뢰성이 높고 저렴한 위치센서로 측정된 回轉角變位만을 測定變數로 하고 回轉角速度와 負荷壓力 變數는 이 測定變數의 時間遲延된 推定變數를 사용하여 경제성과 신뢰성이 확보되면서 실시간제어가 가능한 디지털 時間遲延 狀態피이드백 制御器 設計에 관하여

* 韓國海洋大學校

** 韓國海洋大學校 大學院

논하였다. 시스템의 모델링 誤差, 운전중 시스템의 파라미터 변동 뿐만 아니라 外亂에 대응할 수 있는 강인성을 가지며 경제적이고 신뢰성이 있는 制御器 設計를 위하여 전향경로에 적분요소와 비례요소의 합으로 표시되는 하나의 狀態變數를 추가한 후 재구성된 시스템에 最適制御 理論을 적용하여 피드백 이득을 구하였다.^{2,9)}

제안된 방법으로 位置制御시스템을 구성하였을 때 이 시스템은 설계사양에 부합되는 應答特性을 가지며 운전중 시스템 파라미터의 변동이나 일정한 外亂이 작용하여도 定常偏差가 발생되지 않는 강인성이 있음을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 밝힌다. 그리고 모든 狀態變數를 測定하여 피드백하는 制御시스템의 應答를 구하여 본 연구에서 제안한 방법과 비교 검토함으로써 본 방법의 유효성을 밝힌다.

2. 시스템 動的方程式

본 연구에서 位置制御를 위한 電氣油壓式 서어보시스템은 그림 2.1의 블럭선도와 같다. 位置센서로부터 測定된 回轉角變位 信號와 이 신호의 時間遲延된 추정신호를 사용하여 피드백하는 閉回路制御시스템을 구성하였다.

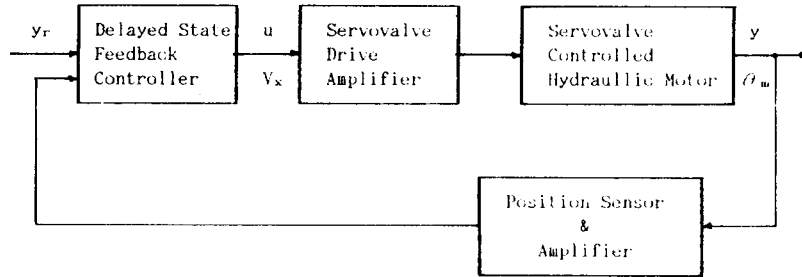


Fig. 2.1 Electro-hydraulic Position Control System.

制御對象으로 부터 수학적 모델을 얻기 위하여 位置制御시스템은 다음과 같은 조건을 만족하는 것으로 가정한다.

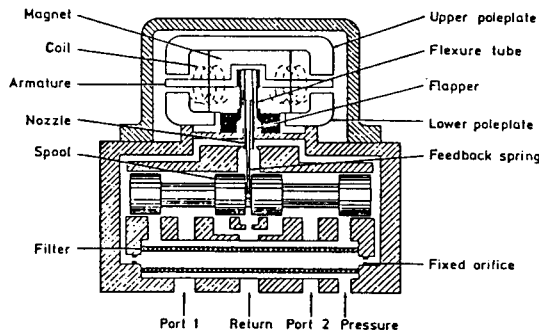


Fig. 2.2 Electro-hydraulic Servovalve.

- ① 供給油壓(P_s)은 일정하고 排出壓力(P_r)은 무시할 정도로 적다.
- ② 서어보밸브 오리피스의 開口面積은 밸브 스톱변위(X_v)에 비례한다.
- ③ 실린더 各室의 압력분포는 균일하다.
- ④ 管路의 마찰손실은 없고 作動油의 온도와 밀도는 일정하다.
- ⑤ 空洞現象(cavitation)은 일어나지 않는다.

그림 2.2는 서어보밸브의 구조를 나타내고 있다.

서어보밸브 구동용 전류증폭기의 入力電壓(V_x)에서 서어보밸브의 스톨 變位(X_v)까지의 動的舉動은 식 (2.1)과 같이 일차계로 표시될 수 있으나 본 연구에서는 時定數 τ 가 매우 작아 近似的으로 비례하는 것으로 간주한다.

$$\frac{X_v}{V_x} = \frac{K_v}{1 + \tau s} \cong K_v \quad (2.1)$$

여기서 X_v : 서어보밸브의 스톨變位(displacement of spool)

V_x : 서어보밸브의 구동용 전류증폭기의 入力電壓(input voltage)

K_v : 서어보밸브의 이득(gain)

τ : 時定數(time constant)

입력전류의 크기와 極性에 따라 서어보밸브의 스톨變位가 변하고 이로 인하여 油壓모터를 구동하는 負荷油壓의 크기와 흐름의 방향이 달라지며 負荷流量方程式은 식 (2.2)와 같이 표시될 수 있다.^{2,3,9)}

$$Q_L(X_v, P_L) = C_d \omega X_v \sqrt{[P_s - \text{sgn}(X_v)P_L] / \rho} \quad (2.2)$$

여기서 Q_L : 負荷流量(load flow)

P_L : 負荷壓力(load pressure)

C_d : 流量係數(discharge coefficient)

ω : 오리피스 단면적의 변화율(area gradient of the valve)

P_s : 供給油壓(supply pressure)

ρ : 作動油의 密度(density of working fluid)

$$\text{sgn}(X_v) = \begin{cases} 1, & X_v > 0 \\ -1, & X_v < 0 \end{cases}$$

식 (2.2)의 負荷流量方程式은 스톨의 變位(X_v)와 負荷壓力(P_L)의 함수이며 非線形임을 알 수 있다. 油壓서어보 시스템에 있어서 位置를 制御할 경우에는 압력-유량 곡선의 原點이 되는 動作點($X_v = P_L = 0$) 부근에서 시스템의 동작이 대부분 이루어진다. 따라서 스톨의 變位와 負荷壓力에 따라 非線形的으로 변하는 負荷流量을 動作點 부근에서 線形化시키면

$$Q_L \cong K_q X_v - K_c P_L \quad (2.3)$$

여기서

$$K_q = C_d \omega \sqrt{(P_s - P_L) / \rho} \quad : \text{流量利得(flow gain)}$$

$$K_c = \frac{C_d \omega X_v \sqrt{(P_s - P_L) / \rho}}{2(P_s - P_L)} \quad : \text{流量壓力係數(flow-pressure coefficient)}$$

油壓모터에서 連續方程式을 적용하면^{2,3,7,9)}

$$Q_L = D_m \dot{\theta}_m + C_t P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \dot{P}_L \quad (2.4)$$

여기서 D_m : 모터의 單位 回轉角當 排除容積(volumetric displacement of motor)

θ_m : 모터축의 角變位(angular position of motor shaft)

C_t : 모터 内部에서의 總漏泄係數(total leakage coefficient of motor)

V_t : 總壓縮容積(total compressed volume)

β_e : 作動油의 體積彈性係數(effective bulk modulus of working fluid)

非線形摩擦을 무시한 유압모터와 부하의 運動方程式을 구하면 식 (2.5)와 같다.

$$T_m = D_m P_L = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + d_T \quad (2.5)$$

여기서 T_m : 回轉 토크(torque)

J_m : 等價 慣性모우먼트(equivalent moment of inertia)

B_m : 等價 粘性摩擦係數(equivalent viscous friction coefficient)

d_T : 負荷 外亂(disturbance)

식 (2.1) - (2.5)의 방정식에서

$$K_b = \frac{V_t}{4\beta_e}$$

$$K_e = K_c + C_t$$

$$K_s = K_v K_q$$

라고 두면 制御對象은 그림 2.3과 같은 블록선도로 모델링 된다.

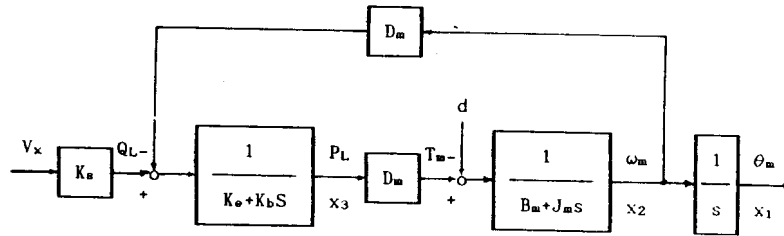


Fig. 2.3 Block Diagram of the Plant.

그림 2.3의 블록선도에서 狀態變數를 $x_1 = \theta_m$, $x_2 = \omega_m$, $x_3 = P_L$ 로 정의하고 입력을 $V_x = u$ 로 정의하여 動的方程式을 구하면 식 (2.6)과 같다.

$$(\Sigma) \begin{cases} \dot{x} = A x + B u + E d \\ z = D x \\ y = C z \end{cases} \quad (2.6)$$

여기서 $x = [\theta_m \ \omega_m \ P_L]^T$: 狀態벡터

u : 制御入力

d : 外亂벡터

$z = [z_1]$: 測定벡터

y : 出力

이고 係數行列 A , B , E , D , C 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-B_m}{J_m} & \frac{D_m}{J_m} \\ 0 & -\frac{D_m}{K_b} & -\frac{K_e}{K_b} \end{bmatrix} & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_s}{K_b} \end{bmatrix} & \mathbf{E} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{D} &= [1 \ 0 \ 0] & \mathbf{C} &= [1]
 \end{aligned}$$

그림 2.3에서 플랜트에 가해지는 負荷外亂 d 는 測定하여 制御情報로 사용할 수는 없으나 制御時間동안 一定한 것으로 간주한다.

3. 制御器 設計

식 (2.6)의 시스템(Σ)에서 外亂벡터를 고려하지 않은 状態方程式은 아래와 같은 可制御性 行列의 계수가

$$\rho [\mathbf{B} \ \mathbf{AB} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B}] = 3$$

이 되어 可制御이므로 状態피드백制御가 가능하다.¹⁰⁻¹²⁾ 制御시스템에서 制御器는 요구되어지는 過渡應答 特性을 만족하면서 운전중 파라미터의 변화와 모델링 誤差에도 불구하고 目標値에 定常 偏差없이 잘 추종하고 파라미터의 변화에 민감하지 않도록 설계되어져야 한다. 또한 制御對象에 일정한 外亂이 부과될 수 있는 여건에서도 출력이 계단형의 目標値 변화에 定常偏差없이 잘 추종할 수 있어야 한다. 이러한 制御性能을 가지는 制御器를 설계하기 위하여 식 (3.1)과 같은 새로운 状態變數를 도입한다.

$$\mathbf{z}_2 = \int (\mathbf{y} - \mathbf{y}_r) dt + \alpha (\mathbf{y} - \mathbf{y}_r) \quad (3.1)$$

여기서 \mathbf{z}_2 는 설계자에 의하여 도입된 状態變數로서 하드웨어나 소프트웨어적으로 피드백이 가능한 변수이며, 는 制御目的에 따라 설계자가 적절히 선정할 수 있는 荷重係數이다.

식 (3.1)의 양변을 각각 한 번 미분하고 식 (2.6)과의 관계로 부터 식(3.2)를 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{y} - \mathbf{y}_r + \alpha \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \mathbf{D} (\mathbf{I} + \alpha \mathbf{A}) \mathbf{x} + \alpha \mathbf{C} \mathbf{D} \mathbf{B}_u - \dot{\mathbf{y}}_r \quad (3.2)$$

식 (2.6), (3.1), (3.2)로 부터 擴張線形시스템(Σ_a)은 식 (3.3)과 같다.

$$(\Sigma_a) \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{B}_a \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \mathbf{y}_r + \mathbf{E}_a \mathbf{d}_a \\ \mathbf{Z}_a = \mathbf{D}_a \mathbf{x}_a \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}_a \mathbf{z}_a \end{cases} \quad (3.3)$$

여기서

$$\mathbf{x}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} : 4 \times 1 \text{ 벡터} \quad \mathbf{z}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} : 2 \times 1 \text{ 벡터} \quad \mathbf{d}_a : 4 \times 1 \text{ 벡터}$$

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ CD(I+\alpha A) & 0 \end{bmatrix} \quad B_a = \begin{bmatrix} B \\ \alpha CDB \end{bmatrix} \quad E_a = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_a = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C_a = [C \quad 0]$$

식 (3.3)의 擴張시스템(Σ_a) 역시 行列의 쌍 (A_a, B_a)로 부터

$$\rho [B_a \ A_a B_a \ A_a^2 B_a \ A_a^3 B_a] = 4$$

인 관계가 성립되므로 可制御임을 알 수 있으며, 따라서 線形피드백시스템의 極이 복소평면의 임의의 위치에 배치되게 制御器를 설계할 수 있다.¹⁰⁻¹²⁾ 식 (3.3)의 피드백시스템을 漸近的으로 안정하게 하면서 다음과 같은 2차 형식의 評價函數를 최소로 하는 制御入力を 구하면 식 (3.6)과 같다.

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}_a^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_a + \mathbf{r} \mathbf{u}^2) dt \quad (3.6)$$

여기서 \mathbf{Q} 와 \mathbf{r} 은 각각 陽半限定 荷重行列(positive semidefinite weighting matrix)과 陽限定 荷重係數(positive definite weighting coefficient)이다.

여기서 피드백 이득행렬 $\mathbf{K}_a = \mathbf{r}^{-1} \mathbf{B}_a^T \mathbf{P}$ 이며 행렬 \mathbf{P} 는 대칭행렬로서 식 (3.7)과 같은 Riccati 行列方程式으로 부터 구하여진다.

$$\mathbf{A}_a^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B}_a \mathbf{r}^{-1} \mathbf{B}_a^T \mathbf{P} = 0 \quad (3.7)$$

식 (3.6)의 제어입력을 다시 표시하면 식 (3.8)과 같게 된다.

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{x} - k_4 \left[\int (y - y_r) dt + \alpha (y - y_r) \right] \quad (3.8)$$

단, $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ k_3]$ 이다.

피드백 이득행렬은 $\mathbf{K}_a = [\mathbf{K} \ k_4]$ 관계가 있으며 \mathbf{K}_a 는 피드백시스템이 주어진 설계사양을 만족하도록 \mathbf{Q} , \mathbf{r} 및 α 를 적절히 선정함으로써 구해진다.

4. 時間遲延 狀態피드백 制御器

狀態피드백 制御시스템을 구성하기 위해서는 모든 狀態變數는 測定裝置를 통하여 측정되어 피드백되어야 하지만 실제 制御器를 구성하는 문제에 있어서 경제성과 신뢰성을 고려해야 할 경우가 있으며, 이러한 점을 중시한다면 측정 가능한 狀態變數일지라도 그 測定裝置가 高價이거나 신뢰성이 낮을 경우는 다른 측정정보로부터 추정된 推定値를 이용할 필요가 있다. 이러한 推定値를 얻기 위하여 狀態觀測器(state observer)를 이용하는 방법이 고려될 수 있으나 일반적으로 高階微分方程式으로 표시되는 수학적 모델을 아날로그 하드웨어 장치로 실현하는 경우에는 복잡하고 신뢰성이 떨어지며, 디지털컴퓨터를 이용할 경우에는 數値解를 구하는 데 상당한 시간이 소요되므로 샘플링시간을 길게 하여 실시간 제어를 어렵게 하는 주 요인이 된다.

따라서 본 연구에서는 경제성과 신뢰성이 확보되면서 디지털장치를 이용하여 실시간제어가 가능한 制御器를 구성하도록 피드백에 요구되어지는 回轉角速度(ω_m)와 負荷壓力(P_L)은 직접 측정하

여 사용하지 않고, 위치센서로부터 측정된 回轉角變位(θ_m)와 그것의 時間遲延된 推定變數를 사용하도록 한다. 식 (3.6)의 狀態벡터 \mathbf{x}_a 는 測定變數만의 함수로 식 (4.1)과 같이 표시할 수 있다.¹⁾

$$\mathbf{x}_a = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=0}^q \mathbf{E}_{ij} \mathbf{z}_i^{(j)} \quad (4.1)$$

여기서 $\mathbf{z}_i^{(j)} = d^j \mathbf{z}_i / dt^j$ 이며 q 는 $j > q$ 인 모든 j 에 대하여 $\mathbf{E}_{ij} = 0$ 이 되는 가장 작은 정수이고 $\mathbf{E}_{ij} \neq 0$ 인 4×1 係數行列은 다음과 같다.

$$\mathbf{E}_{10} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ B_m / D_m \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_m / D_m \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_{20} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

식 (4.1)을 다시 測定벡터의 時間遲延 函數로 표시하면 다음과 같이 된다.¹⁾

$$\mathbf{x}_a = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=0}^q \mathbf{E}_{ij} \left[\frac{1}{h} (1 - \Delta) \right]^j \mathbf{z}_i \quad (4.2)$$

$$= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=0}^q \mathbf{E}_{ij} \frac{1}{h^j} \sum_{k=0}^j (-1)^k \frac{j!}{k!(j-k)!} \mathbf{z}_i(t - kh) \quad (4.3)$$

$$= \sum_{j=0}^2 \mathbf{M}_j \mathbf{z}_a(t - jh) \quad (4.4)$$

여기서 미분연산자 $\Delta^j \mathbf{z}_i(t) = \mathbf{z}_i(t - jh)$ 이고 h 는 任意的 양의 時間遲延 값이며 係數行列 $\mathbf{M}_0, \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$ 는 각각 다음과 같게 된다.

$$\mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{h} & 0 \\ \frac{hB_m + J_m}{h^2 D_m} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{h} & 0 \\ \frac{-hB_m - 2J_m}{h^2 D_m} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ \frac{J_m}{h^2 D_m} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

식 (4.4)를 식 (3.6)에 대입하고 정리하면 時間遲延 制御入力は 식 (4.5)와 같게 된다.

$$\mathbf{u} = - \sum_{j=0}^2 \mathbf{G}_j \mathbf{z}_a(t - jh) \quad (4.5)$$

단, $\mathbf{G}_j = \mathbf{K}_a \mathbf{M}_j = [g_{j0} \ g_{j1}]$ 이므로

$$\text{따라서} \quad \mathbf{G}_0 = \mathbf{K}_a \mathbf{M}_0 = [g_{00} \ g_{01}] = [k_1 + k_2/h + k_3(hB_m + J_m)/(h^2 D_m) \ k_4]$$

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{K}_a \mathbf{M}_1 = [g_{10} \ g_{11}] = [-k_2/h - k_3(hB_m + 2J_m)/(h^2 D_m) \ 0]$$

$$\mathbf{G}_2 = \mathbf{K}_a \mathbf{M}_2 = [g_{20} \ g_{21}] = [k_2 + k_3 J_m/(h^2 D_m) \ 0]$$

과 같이 표현된다.

식 (4.5)를 다시 쓰면 식 (4.6)으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{u} = -g_{00} y(t) - g_{10} y(t - h) - g_{20} y(t - 2h) - g_{01} \left[\int (y - y_r) dt + \alpha (y - y_r) \right] \quad (4.6)$$

식 (4.5)를 라플라스 변환하면 식 (4.7)과 같게 되고

$$U(s) = - \sum_{j=0}^2 G_j e^{-jhs} z_a(s) \quad (4.7)$$

식 (4.7)으로 주어지는 時間遲延 狀態피드백으로 位置制御시스템의 블럭선도를 표시하면 그림 4.1과 같게 된다.

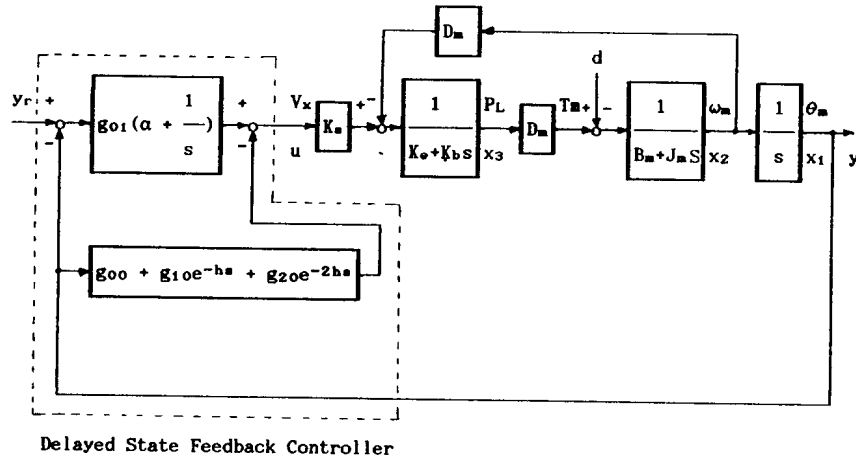


Fig. 4.1 Delayed State Feedback Control System.

그림 4.1의 피드백 制御시스템은 目標値에 대한 피드포워드 제어를 갖지 않으므로 파라미터의 변화에 덜 민감하게 되고 특히 制御 알고리즘은 디지털장치를 이용하면 쉽게 실현할 수 있다.

5. 시뮬레이션 및 결과 검토

제안한 制御方法의 유효성을 검토하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 계단형의 目標値변화에 대한 출력신호의 추종특성을 검토하고, 운전중 시스템의 파라미터 변동이나 외부에서 가해지는 負荷外亂에 대한 영향을 고찰하며, 또한 기존의 PID 制御方法과 모든 狀態變數를 피드백하였을 경우의 응답과 비교하였다. 制御對象으로는 電氣油壓 서어보裝置 EHS-160을 선정하고¹³⁾ 동작점 부근에서 線形化한 動的方程式을 구한 결과는 식 (5.1)과 같다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2.21 & 5.51 \\ 0 & -264.24 & -65.79 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1709.92 \end{bmatrix} u \quad (5.1)$$

$$z = [1 \ 0 \ 0]x$$

$$y = z$$

5.1 계단상 응답실험 및 검토

閉回路制御시스템의 動特性은 特性方程式의 極의 位置에 따라 영향을 받게 되는데 일반적으로 피드백 이득을 증가시키면 應答速度는 빠르게 되지만 오버슈트와 制御入力이 크게 되고 시스

템에 들어오는 잡음을 증폭하게 된다. 따라서 이러한 피드백 이득은 설계하고자 하는 제어시스템에 따라 요구되는 應答特性을 만족하도록 적절히 선정되어야 한다. 컴퓨터 시뮬레이션을 위하여 식 (5.1)로 표시되는 制御對象에 식 (4.6)의 제어입력을 가한 확장선형피드백 시스템의 동적방정식은 식 (5.2)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_a &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2.21 & 5.51 & 0 \\ 0 & -264.24 & -65.79 & 0 \\ 1 & \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_a + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1709.92 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \mathbf{y}_r + \begin{bmatrix} 0 \\ -75.47 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{d}_a \\ \mathbf{z}_a &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_a \\ \mathbf{y} &= [1 \ 0] \mathbf{z}_a \end{aligned} \tag{5.2}$$

이 때 식 (5.2)로 표현되는 확장피드백시스템이 만족시켜야 하는 설계사양은 다음과 같으며 제어기의 피드백 이득이 결정되어야 한다.

- 오버슈트 (M_p) : $M_p \leq 5$ (%)
- 도달시간 (t_r) : $t_r \leq 0.1$ (sec)
- 정정시간 (t_s) : $t_s \leq 0.2$ (sec)
- 최대제어입력 (u_{max}) : $|u_{max}| \leq 5$

時間遅延 h 의 선정에 있어서 h 를 짧게 할 수록 推定變數는 실제변수에 가깝게 되지만 측정장치나 시스템을 통해 들어올 수 있는 잡음을 증폭시키게 된다. 반대로 길게 하면 測定變數로 부터 정확한 推定變數를 얻을 수 없으므로 응답특성이 좋지 못하고 경우에 따라서는 시스템이 불안정하게 된다. 따라서 時間遅延 h 는 시스템의 설계사양에 따라 적절히 선정되어야 하며 본 연구에서는 $h = 4$ (msec)으로 선정하였고 $\alpha = 0.5$ 로 하였다. 주어진 h 와 값에 대하여 荷重行列 \mathbf{Q} 와 荷重係數 r 의 값을 변화시켜 가면서 반복적으로 시뮬레이션을 실시한 결과 설계사양을 만족하는 \mathbf{Q} 와 r 은 다음과 같았다.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \text{diag} (15, 0.1, 0, 1500) \\ r &= 10 \end{aligned}$$

이 때 식 (4.5)의 피드백 이득은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_0 &= [g_{00} \ g_{01}] = [441.4677, 12.2475] \\ \mathbf{G}_1 &= [g_{10} \ g_{11}] = [-776.1991, 0] \\ \mathbf{G}_2 &= [g_{20} \ g_{21}] = [335.9005, 0] \end{aligned}$$

피드백 이득 $\mathbf{G}_0, \mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$ 를 식 (4.6)에 대입하면 制御入力는 식 (5.3)와 같게 된다.

$$\mathbf{u} = -441.4677 y(t) + 776.1991 y(t-h) - 335.9005 y(t-2h)$$

$$- 12.2475 \left[\int (y - y_r) dt + 0.5(y - y_r) \right] \quad (5.3)$$

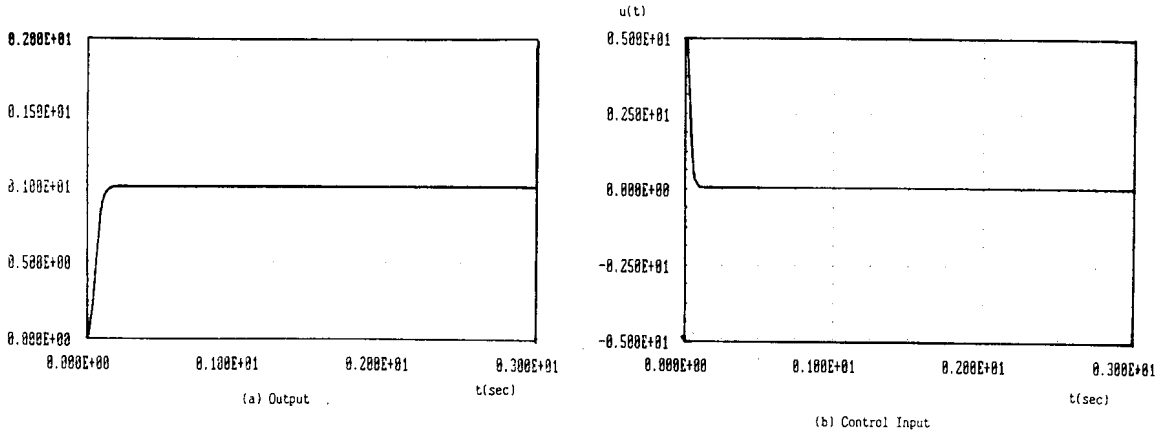


Fig. 5.1 Step Response of the Delayed State Feedback Control System.

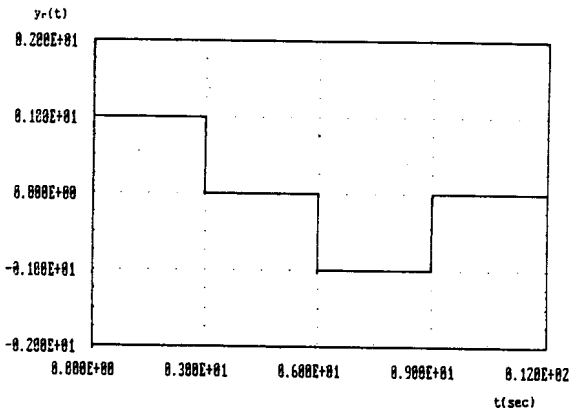


Fig. 5.2 Set-point curve of Reference Input for Simulation.

그림 5.1은 본 방법으로 구성된 위치제어시스템이 동작점에 있을 때 단위 계단상의 목표値에 대하여 出力應答을 나타낸 결과이며 오우버슈트 (M_p) = 0.00(%), 도달시간(t_r) = 0.08(sec), 정정시간(t_s) = 0.16(sec), 최대제어입력($|U_{max}|$) = 5.0 이므로 설계사양에 부합됨을 알 수 있다.

그림 5.3은 위치제어시스템의 追從性能을 확인하기 위하여 그림 5.2와 같은 연속적으로 변하는 목표値를 시스템에 가했을 때 應答을 그린 것이다. 마찬가지로 위치제어시스템은 설계사양을 만족하면서 定常偏差없이 목표値에 잘 추종함을 확

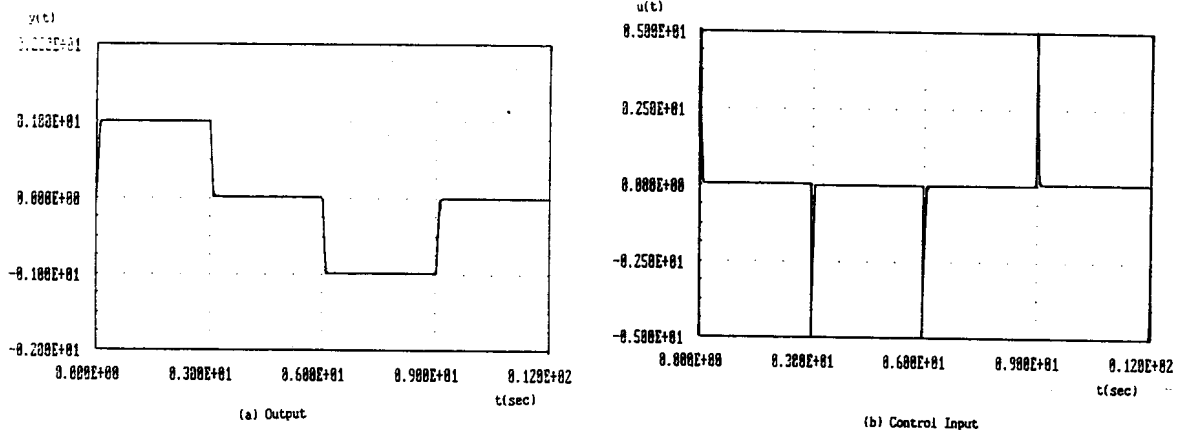


Fig. 5.3 Response to the Set-point Change of the Delayed State Feedback Control System.

인할 수 있다.

한편 본 방법으로 구성된 位置制御시스템의 응답을 그림 5.4와 같이 모든 状態變數를 피드백하여 구성되는 制御시스템의 응답과 비교하여 본 방법의 유효성을 확인하기 위하여 같은 Q, r 에 대하여 식 (3.8)의 制御入力を 구한 결과 식 (5.4)와 같았다.

$$u = -K_a x_a \quad (5.4)$$

$$= -1.1691 x_1 - 0.4152 x_2 - 0.0134 x_3 - 12.2475 \left[\int (y - y_r) dt + 0.5(y - y_r) \right]$$

여기서 $K_a = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]$

그림 5.5 및 그림 5.6은 모든 状態變數를 직접 피드백하였을 경우의 응답을 그린 것이다. 본 연구에서 채택한 방법으로 얻은 응답 그림 5.1, 그림 5.3을 각각 그림 5.5, 그림 5.6과 비교해 보면 應答特性이 거의 일치하여 부분적인 측정정보를 이용함에도 불구하고 目標値에 대한 追從性能이 우수하고 경제성과 신뢰성이 확보됨을 확인할 수 있다.

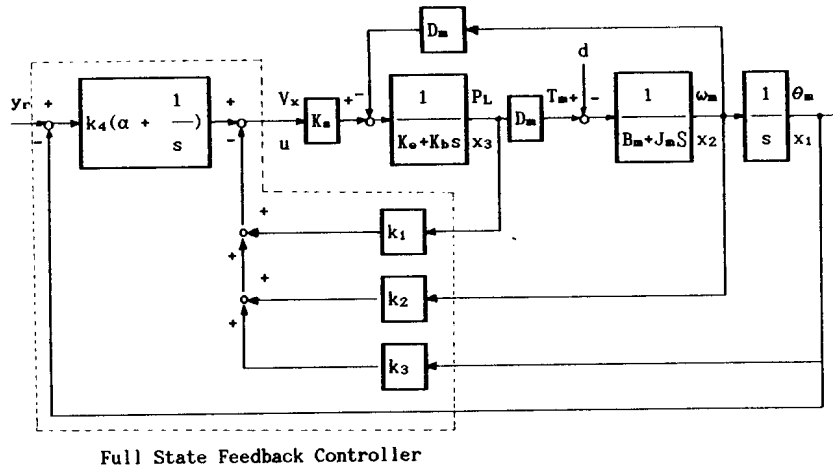


Fig. 5.4 Full State Feedback Control System.

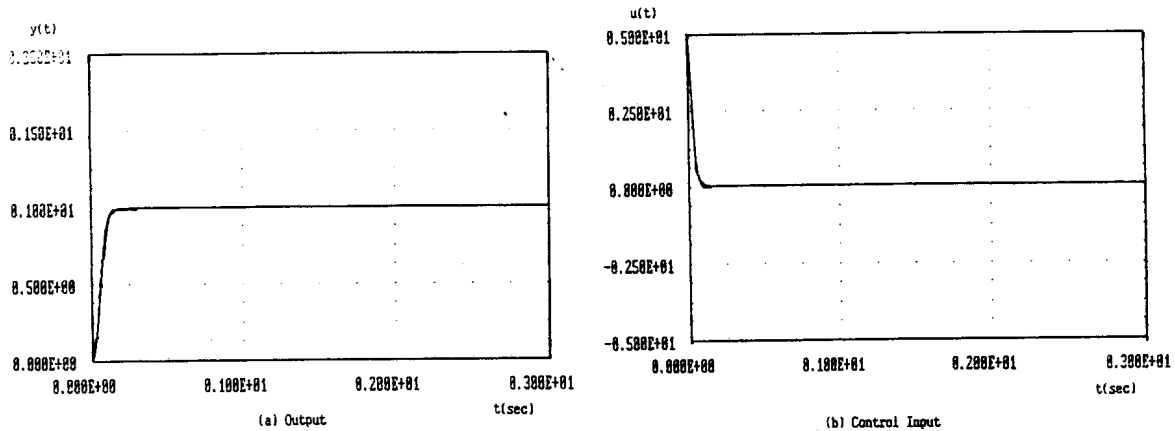


Fig. 5.5 Step Response of the Full State Feedback Control System.

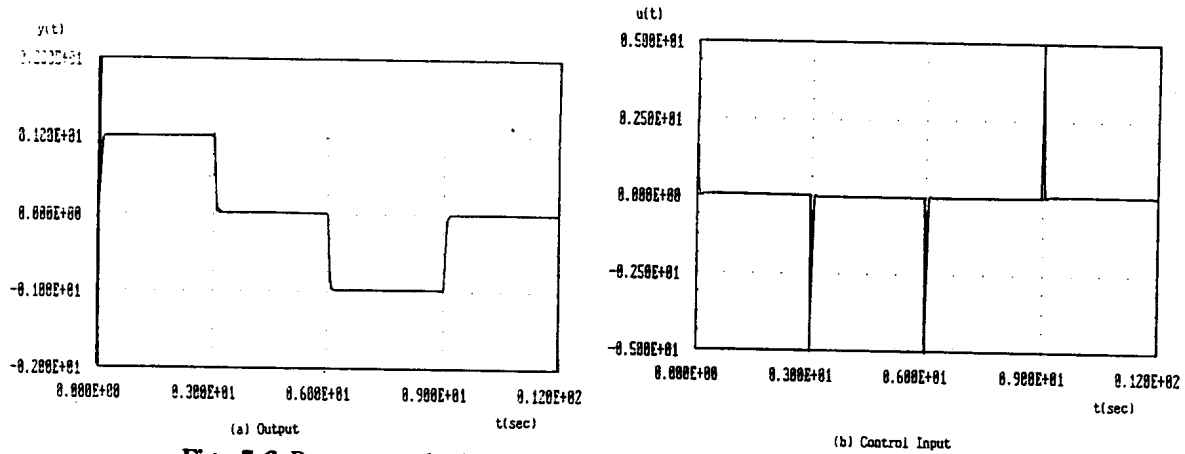


Fig. 5.6 Response to the Set-point Change of the Full State Feedback System.

5.2 外亂에 대한 검토

制御시스템은 운전중 여러 요인에 의하여 발생하는 外亂의 영향을 받게 되는데 본 연구에서 제안한 制御器는 제어시간 동안 일정한 外亂이 制御시스템에 가해지더라도 그 영향을 흡수하여 定常狀態에서 誤差를 발생하지 않는 강인함이 요구된다.

그림 5.7(a)는 본 연구에서 제안된 방법으로 구성된 位置制御시스템의 출력응답이 定常狀態에 도달된 후인 $t = 1.0(\text{sec})$ 에서 外亂($d = +0.3$)이 가해졌을 때의 그림이다. 外亂이 가해진 시점으로 부터 약 $0.9(\text{sec})$ 동안 過渡狀態를 보이지만 곧 목표치와 일치하는 定常狀態로 추종하는 시스템의 강인성을 나타내고 있다. 이때 外亂에 대하여 定常偏差가 없도록 制御入力이 증가함을 그림 5.7(b)에서 알 수 있다.

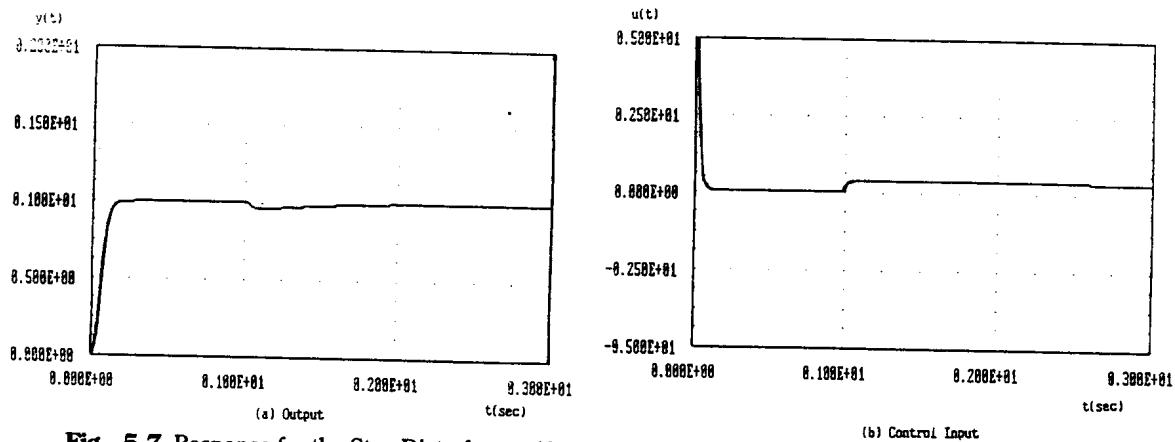


Fig. 5.7 Response for the Step Disturbance ($d = +0.3, t = 1.0 \text{ sec}$) after Settling for the Reference Input.

그림 5.8은 계단상의 목표치와 外亂이 동시에 초기부터 位置制御시스템에 가해졌을 때의 應答特性을 보여주고 있다. 外亂의 영향으로 인하여 정정시간이 조금 길어지나 곧 定常狀態에 도달함을 확인할 수 있다. 따라서 본 연구에서 제안된 방법은 外亂이 가해져도 그 영향을 흡수하여 定常狀態

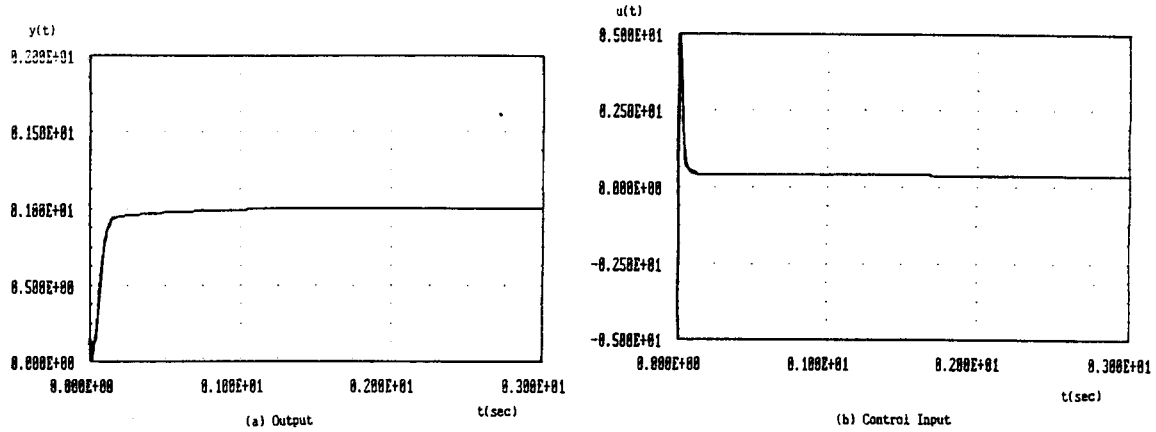


Fig. 5.8 Response for the Step Disturbance ($d = +0.3, t = 0.0$ sec) Added with Step Input.

에서 誤差를 발생시키지 않는 강인성이 있음을 알 수 있다.

5.3 파라미터 변화에 대한 검토

制御器를 설계하는데 있어서 플랜트에 대한 정보를 정확히 알 수 없는 경우가 많으며 이론적인 모델과 실제 플랜트 특성과의 차이가 있을 수 있다. 이러한 모델링 誤差, 운전중 시스템의 파라미터 변화는 결국 制御特性의 변화를 가져올 수도 있어서 원하는 制御器를 설계하는데 어려움을 주게 된다. 따라서 制御器의 설계시 발생할 수 있는 모델링 誤差나 운전중에 변화할 수 있는 파라미터에 대해서 出力應答의 민감성을 줄이고 또한 定常偏差가 발생하지 않는 강인성을 갖는 설계가 되어야 한다. 따라서 본 연구에서 제안한 방법이 파라미터(慣性모우먼트(J_m), 모타의 單位 回轉角當 排除容積(D_m), 粘性摩擦係數(B_m)) 변화에 대하여 어떤 영향을 받는지 검토한다.

(1) 慣性모우먼트(J_m)에 대한 검토

그림 5.9는 慣性모우먼트(J_m)가 20% ($\Delta J_m = +0.0012$) 증가되었을 때의 階段應答를 나타내고 있다. 그림 5.1과 비교하여 보면 慣性모우먼트의 증가에 따라 時定數가 커져 過渡應答이 늦어지고 오우버

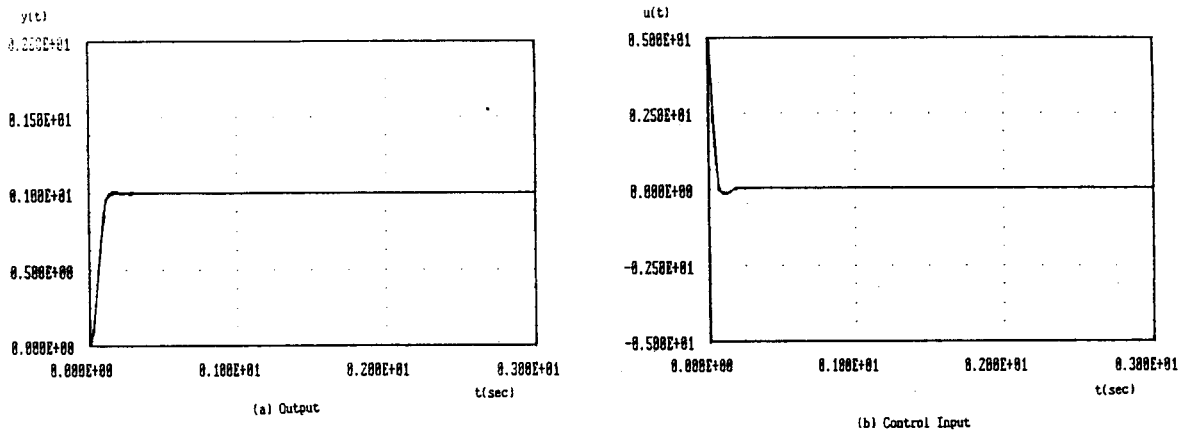


Fig. 5.9 Response for the Parameter Change ($\Delta J_m = +0.0012$)

슈트가 발생하지만 定常狀態에서는 誤差가 발생하지 않음을 알 수 있다.

(2) 모타의 單位 回轉角當 排除容積(D_m)에 대한 검토

그림 5.10은 모타의 單位 回轉角當 排除容積(D_m)이 20%($\Delta D_m = + 0.0066$) 증가되었을 때의 階段應答를 나타내고 있다. 그림 5.1과 비교하여 基準入力까지의 도달시간이 조금 길어지나 定常狀態에서는 基準入力에 일치함을 확인할 수 있다.

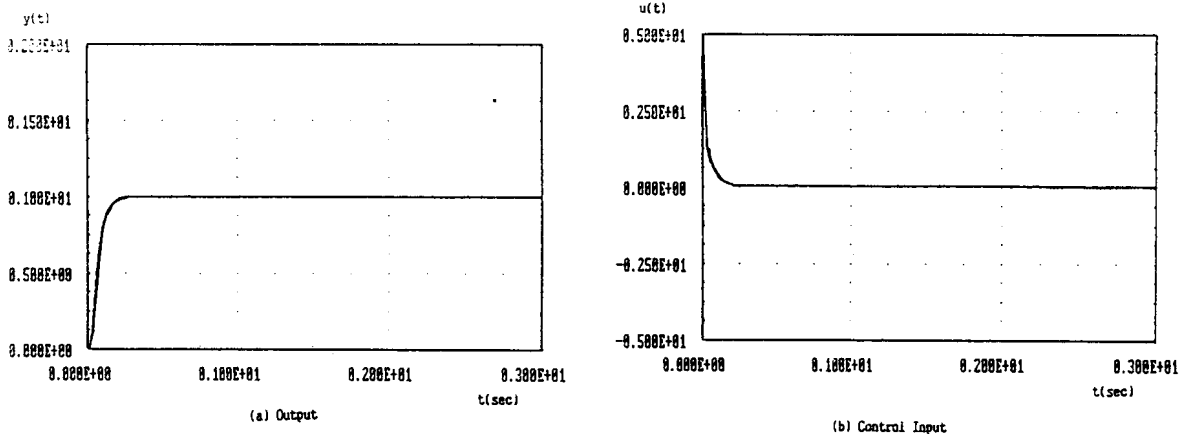


Fig. 5.11 Response for the Parameter Change ($AB_m = + 0.0027$)

(3) 粘性摩擦係數(B_m)에 대한 검토

그림 5.11은 粘性摩擦係數(B_m)가 20%($\Delta B_m = + 0.0027$) 증가되었을 때의 階段應答으로 $y_r = 1$ 일 때의 應答特性(그림 5.1)과 비교하여 過渡應答 및 定常應答이 거의 일치하므로 시스템의 파라미터 변동에도 定常偏差가 발생하지 않는 강인성을 나타내고 있다.

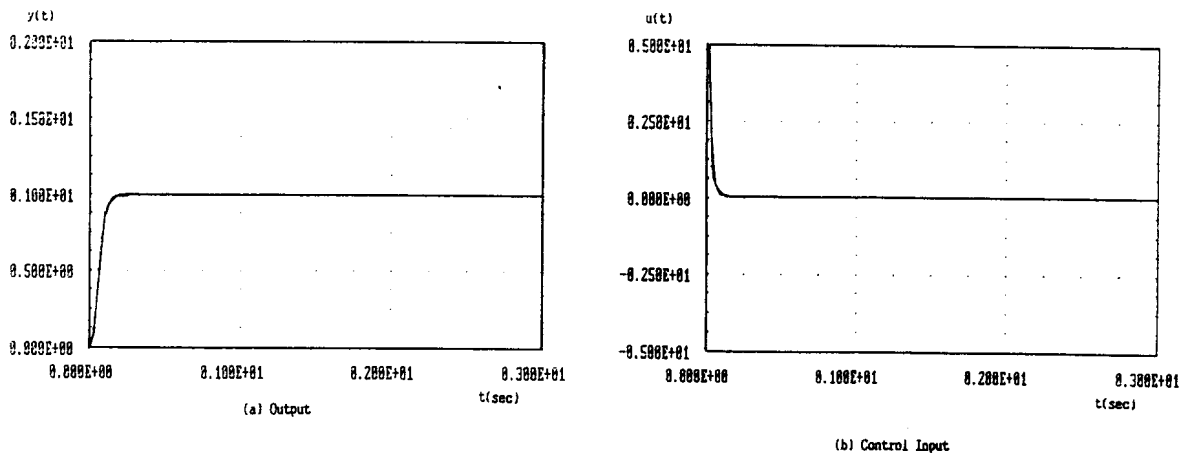


Fig. 5.10 Response for the Parameter Change ($AD_m = + 0.0066$)

6. 結 論

본 연구에서는 電氣油壓式 位置制御시스템을 설계함에 있어서 신뢰성이 높고 저렴한 위치센서로부터 회전각변수만을 측정하여 이 測定變數의 時間遲延된 推定變數를 사용하여 계단형의 목표치 변동에 정상편차없이 잘 추종하도록 전향경로에 적분기와 병렬로 비례요소를 삽입하고 最適制御理論을 적용하여 오우버슈트를 줄이면서 동시에 응답속도를 높일 수 있는 時間遲延 狀態피드백 最適制御器를 설계하였으며 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 모든 狀態變數를 측정하여 피드백하는 制御시스템의 응답특성과 비교하여 유사한 응답특성을 얻음으로써 경제적이고 신뢰성이 확보되는 제어기를 설계할 수 있음을 확인하였다.
2. 시스템의 모델링 誤差, 운전중 시스템의 파라미터의 변동뿐만 아니라 負荷外亂이 가해져도 定常偏差가 발생되지 않는 강인성을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- 1) J.H.Kim and D.H.Chung, *Delayed Feedback Tracking Controller*, Journal of KIEE, Vol. 1, No. 7, pp. 13 - 20, 1988.
- 2) 서원모, 진강규, 박진길, 하주식, "非線形 電氣油壓 位置制御시스템用 制御器 設計", 한국박용기관학회지, Vol. 15, No. 2, 1991.
- 3) 이동권, "油壓 서보 시스템의 位置制御를 위한 觀測-制御器의 실현화 연구", 서울대학교 공학석사학위 논문집, 1987.
- 4) T.R. Welch, *The Use of Derivative Pressure Feedback in High Performance Hydraulic Servomechanisms*, Journal of Engineering for Industry, 1962.
- 5) H.Seragi, *Design of Proportional Plus Integral Controller for Multivariable Systems*, Int. J. Control, Vol. 29, No. 1, pp. 13 - 20, 1988.
- 6) S.C.Won, *Tracking Feedback Controller Design for Systems with Stiff Nonlinearities*, Ph.D. Thesis, Electrical and Computer Engineering, University of Iowa, 1985.
- 7) 김영준, 장효환, "非線形 油壓 서보 시스템의 非線形 변환 및 이에 대한 線形制御에 관한 연구", '89년 한국자동제어학술회의 논문집, 1984.
- 8) B.Porter and A.Bradshaw, *Design of Linear Multivariable Continuous-time Tracking Systems*, Int.J.Systems Science Vol. 5, No. 12, pp. 1155 - 1164, 1974.
- 9) H.E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1986.
- 10) A.Frank D'Souza, *Design of Control System*, Prentice-Hall International, Inc., 1988.
- 11) Karl J.Astrom and Bjorn Wittenmark, *Computer Controlled Systems*, Prentice-Hall International, Inc., 1990.
- 12) G.F.Franklin, J.David Powell & A.Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, Addison-Welsley Pub. Co., 1986.
- 13) *Electro-hydraulic Servomechanism Type EHS-160*, Feedback Instruments Ltd., 1981.

