

유한차분법을 이용한 저장력 예인케이블의 비선형 동적해석

박한일·정동호
한국해양대학교 해양개발공학부

Nonlinear Dynamic Analysis on Low-Tension Towed Cable by Finite Difference Method

Han Il Park and Dong-Ho Jung

Div. of Ocean Development Engineering, Korea Maritime University

요 약

본 연구에서는 저장력 예인케이블의 비선형 동적거동을 수치적으로 해석하였다. 고장력 케이블 해석에서는 흔히 무시되는 굽힘강성의 효과가 저장력 케이블에서는 중요한 역할을 하므로 본 연구에서는 이를 고려하였다. 또한 저장력 케이블에서는 대변위가 발생하기 쉬우므로 기하학적인 비선형 및 유체 비선형 효과가 크므로 이를 고려하였다. 저장력 예인케이블에 대한 3차원 비선형 운동방정식을 수립하고 유한차분법을 적용하여 이산화시켰다. 시간적분에서 안정적인 해를 얻을 수 있는 음해법(implicit method)을 적용하였으며 비선형 해를 구하기 위하여 Newton-Raphson 반복법을 사용하였다. 케이블과 같이 양단경계조건을 갖고 대각선 주변 성분만 있는 행렬식을 계산하는 경우에는 Gauss-Jordan 방법 등과 같이 일반적인 방법 보다 블록삼중대각행렬 풀이법이 계산시간을 상당히 줄일 수 있음을 알 수 있었다. 몇 가지 예제해석을 수행하였으며 실험결과에 의해 이미 검증되어 있는 케이블 해석프로그램인 WHOI Cable 프로그램의 해석결과와 비교 검토한 결과 서로 잘 일치함을 알 수 있었다.

ABSTRACT

In this study, nonlinear dynamic behaviors of towed low-tension cables are numerically analysed. In the case of a taut cable analysis, a bending stiffness term is usually neglected due to its minor effect but it plays an important role in a low-tension cable analysis. A low-tension cable may experience large displacements due to relatively small restoring forces and thus the effects of fluid and geometric non-linearities become predominant. The bending stiffness and non-linearity effects are considered in this work. In order to obtain dynamic behaviors of a towed low-tension cable, three-dimensional nonlinear dynamic equation is described and discretized by employing a finite difference method. An implicit method and Newton-Raphson iteration are adopted for the time integration and nonlinear solutions. For the calculation of huge size of matrices, block tri-diagonal matrix method is applied, which is much faster than the well-known Gauss-Jordan method in two point boundary value problems. Some case studies are carried out and the results of numerical simulations are compared with those of a in-house program of WHOI Cable with good agreements.

1. 서론

케이블은 해양분야에서 광범위하게 이용되고 있다. 국제간의 정보통신 전송수단인 해저케이블을 비롯하여 해양구조물이나 해양관측시스템의 계류삭, ROV의 전원 및 제어신호 공급선, 해저탐사장비 예인선 등과 같이 그 적용 예가 넓고 다양하다. 특히 최근에는 능동 또는 수동 대잠수함 용과 같이 군사적 목적으로도 해양케이블이 다수 사용되고 있다.

해양케이블은 여러 가지로 분류될 수 있으나 장력의 크기에 따라 고장력 케이블과 저장력 케이블로 나눌 수 있다. 고장력 케이블은 저장력 케이블에 비해 보다 많이 사용되고 있으며 여러 가지 상황에 대해 많은 연구가 진행되어 왔다 (Irvine, 1981; Triantafyllou, 1991; Shin, 1992, Hong and Hong, 1997).

저장력 해양케이블에 대해서는 상대적으로 근래에 연구되기 시작하였는데 심해자원 개발 및 가벼운 케이블의 등장으로 인해 그 연구가 더욱 활발해 졌다. 저장력 문제는 동적 장력이 정적 장력보다 큰 경우 또는 분포하중과 끝단장력의 크기와 유사한 경우에 발생하게 된다. 저장력 해양케이블이 발생하는 경우로서는 부설중인 해저케이블의 해저면 인접 부분, 한쪽 끝단이 자유롭게 매달린 케이블의 하단 부분, TASS (Towed Array Sonar System)의 중립부력부분 등으로 그 예가 많다. 특히 예인중인 해양케이블의 경우에는 운용중인 예인선박이 일시적으로 정지하거나, 추진방향을 바꿀 때에는 전 부분에서 저장력 현상이 발생한다.

고장력 케이블 해석에서 일반적으로 무시되어온 굽힘강성이 저장력 케이블해석에서는 중요한 고려대상이 된다. 저장력 케이블에서는 복원력이 작아 대변형이 발생할 수 있으며 이 대변형은 기하학적 비선형을 유발할 뿐만 아니라 유체점성에 의한 비선형 성분도 뚜렷해지므로 이것들을 반드시 고려해야 한다. 저장력 케이블에 대한 연구는 고장력 케이블에 비해 상대적으로 소수이다. Leonard (1972)는 슬랙 케이블에 대한 문제를 해결하면서 처음으로 저장력 케이블의 동역학적인 문제를 고려했다. 그 후에 Sanders(1982), Dowing (1988), Triantafyllou and Triantafyllou (1991), Triantafyllou and Howell (1992, 1994) 등이 저장력 케이블의 문제를 보다 본격적으로 취급하기 시작했다.

본 연구의 연구대상인 예인케이블은 해저탐사용으로 많이 적용되는데 탐사장비를 예인하는 경우에는 케이블이 고장력 상태가 되나 음향모듈을 탑재한 대 잠수함용인 경우에는 저장력 상태가 되어 복잡한 동적거동을 보이게 된다. 본 연구에서는 저장력 예인케이블의 비정상 거동해석을 통하여 운용중인 예인케이블의 정확한 형상과 케이블에 작용하는 장력을 추정하고자 한다. 거동해석에서는 먼저 지배방정식을 소개한 후에 수치해석 방법을 사용하여 지배방정식의 해를 구한다. 수치해석 방법에는 여러 가지가 있으나 케이블의 해석에 가장 적합한 기법으로 알려진 유한차분법을 사용한다. 유한차분법에서 시간적분은 계산상 안정한 음해법 (implicit method) 을 적용한다. 비선형 방정식을 풀기 위해서 Newton-Raphson 방법을 적용하며, 행렬계산을 위해서는 신속한 계산이 가능한 블록삼중대각 특수 풀이법을 사용하고자 한다. 개발된 프로그램은 미국 WHOI (Woods Hole Oceanography Institute)연구소에서 자체 개발하여 실험적 결과에 의해 검증된 WHOI Cable 프로그램[9]의 계산결과와 비교 및 검토한다.

2. 지배방정식

고장력 케이블의 경우에는 장력이 케이블의 대변위를 억제하는 역할을 하나 저장력 케이블의 경우에는 장력이 미소하므로 대변위가 발생할 수 있다. 따라서 대변위로 인한 기하학적 비선형과 유체점성 비선형 효과가 크게 되므로 이를 중요하게 고려해야 한다. 또한 저장력 케이블의 경우에는 굽힘강성도 중요한 복원력의 역할을 하므로 이를 고려해야 한다. 예인중인 케이블은 예인선박의 방향선회로 인해 3차원 공간상에서 동적 거동을 하므로 3차원 동적 지배방정식을 수립하는 것이 필요하다. 아래에서는 지배방정식을 수립하는데 필요한 좌표계 및 이를 바탕으로 한 케이블 요소에 대한 3차원 동적 지배방정식을 소개한다.

2.1 좌표계의 정의

케이블의 해석에서는 케이블 요소에 성립되는 국부좌표계와 공간상에 고정된 전체좌표계로 나누고 오일러 각(Euler angles)의 정의를 이용하여 두 좌표계의 상관관계를 설정하는 것이 일반적이다. 본 연구에서는 국부좌표계(t, b, n)와 전체좌표계를 (X, Y, Z)를 Fig. 1과 같이 정의하였다. 두 좌표계간의 좌표 변환은 Euler 각의 정의에 실행하였다. 먼저 Z 축에 대하여 ϕ 만큼 회전하면 $X'nZ'$ 좌표계로 변환시키고 그 후에 n 축을 중심으로 θ 만큼 회전하여 $tb n$ 좌표계로 변환하였다. 케이블의 경우 접선방향(t 방향)의 비틀 효과를 일반적으로 무시하므로 t 축 중심으로의 회전은 고려하지 않았다.

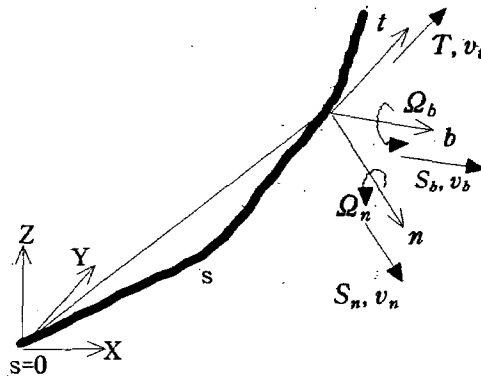


Fig. 1 Coordinate systems

두 좌표계에 대한 변환식은 (1)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \cos \phi \cos \theta & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1)$$

2.2 지배방정식

케이블의 요소에 대해 Newton의 제2법칙을 적용하면 아래 (2)식과 같이 t, n, b 세 방향에 대한 운동방정식을 얻을 수 있다 [7].

$$\begin{aligned}
 m(\dot{v}_t + v_b\dot{\theta} - v_n\dot{\phi}\cos\theta) &= T + S_b\Omega_n - S_n\Omega_b - w_0\cos\phi\cos\theta + R_t \\
 m(\dot{v}_n + \dot{\phi}(v_t\cos\theta + v_b\sin\theta)) + m_a\dot{v}_n &= S_n' + \Omega_b(T + S_b\tan\theta) + w_0\sin\phi + 0.25\pi d^2\rho_w C_M \dot{u}_n + R_n \\
 m(\dot{v}_b - v_n\dot{\phi}\sin\theta - v_t\dot{\theta}) + m_a\dot{v}_b &= S_b' - S_n\Omega_b\tan\theta - T\Omega_n - w_0\cos\phi\sin\theta + 0.25\pi d^2\rho_w C_M \dot{u}_b + R_b
 \end{aligned} \tag{2}$$

위 식에서 각 변수위의 점(·)은 시간 t 의 미분을 나타내며 각 변수의 프라임(′)은 공간 s 의 미분을 나타낸다. T 는 케이블의 장력, S_n, S_b 는 n, b 방향의 전단력, v_t, v_n, v_b 는 각각 t, n, b 방향의 케이블 속도 성분, u_n, u_b 는 n, b 방향의 유체속도 성분, Ω_n, Ω_b 는 n, b 방향의 곡률, d 는 케이블의 직경, ρ_w 는 물의 밀도를 나타낸다. 또한 θ, ϕ 는 앞에서 정의한 회전각도, m 는 케이블의 단위길이 당 질량, w_0 는 케이블의 단위길이 당 수중 무게, R_t, R_n, R_b 는 각각 케이블에 가해지는 t, n, b 방향의 외부 유체항력, m_a 는 케이블의 단위 길이당 부가질량, C_M 는 부가관성계수를 나타낸다.

또한 모멘트 평형조건을 적용하면 아래 2개의 식이 유도되는데, 앞에서 설명한 바와 같이 축방향의 비틀모멘트 평형식은 무시되었다.

$$\begin{aligned}
 EI\Omega_n' &= -EI\Omega_b^2\tan\theta + S_b(1 + T/EA)^3 \\
 EI\Omega_b' &= EI\Omega_n\Omega_b\tan\theta - S_n(1 + T/EA)^3
 \end{aligned} \tag{3}$$

위식에서 E 는 케이블의 탄성계수를 나타내며 A 는 케이블의 단면적을 나타낸다. 케이블 요소의 각 방향에 대해 적합조건을 이용하면 아래의 3개의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 v_t' + \Omega_n v_b - \Omega_b v_n &= T/EA \\
 v_n' + \Omega_b(v_t + v_b\tan\theta) &= (1 + T/EA)\dot{\phi}\cos\theta \\
 v_b' - \Omega_b v_n \tan\theta - \Omega_n v_t &= -(1 + T/EA)\dot{\theta}
 \end{aligned} \tag{4}$$

한편 곡률 조건식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \Omega_n &= \theta' \\
 \Omega_b &= \phi' \cos\theta
 \end{aligned} \tag{5}$$

따라서 총 10개의 지배방정식을 얻을 수 있으며 한 요소에 대해 미지변수는 총 10개가 된다. 위의 지배방정식에서 고려된 굽힘강성 (EI)은 수치해석의 안정을 위해 중요한 역할을 한다. 위의 (2)식에 있는 외부 유체항력 $R_{t, n, b}$ 는 모리슨 방정식에서 얻을 수 있으며 아래와 같다.

$$\begin{aligned} R_t &= -0.5\rho_w d\pi C_{dt} v_t |v_t| (1+e)^{0.5} \\ R_n &= -0.5\rho_w d C_{dn} v_{nr} |v_{nr}^2 + v_{br}^2|^{0.5} (1+e)^{0.5} \\ R_b &= -0.5\rho_w d C_{db} v_{br} |v_{nr}^2 + v_{br}^2|^{0.5} (1+e)^{0.5} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, C_{dt} , C_{dn} , C_{db} 는 각각 케이블의 접선 및 두 법선 방향의 점성항력계수, v_{nr} , v_{br} 는 각각 n , b 방향의 유체속도에 대한 케이블의 상대속도, e 는 케이블의 원래길이에 대한 늘어난 길이의 비인 변형도를 나타낸다.

한편 (2)식에 있는 부가질량, m_a 는 다음 (7)식으로 표현될 수 있다. 부가질량계수, C_m 는 ($C_M - 1$)인데, 케이블과 같이 긴 원통형의 경우 부가관성계수, C_M 이 보통 2이므로 C_m 값은 1을 취한다.

$$m_a = 0.25\pi C_m \rho_w d^2 \quad (7)$$

3. 수치해석

위에서 보여진 저장력 케이블에 대한 지배방정식은 이론적으로 해석하기가 곤란하다. 따라서 수치해석적인 방법이 필요하며 적당한 경계조건을 적용시켜서 지배방정식의 해를 구해야 한다. 본 연구에서는 저장력 예인케이블에 적합한 유한차분법을 사용하며, 시간적분에 있어서 보다 안정적인 해를 얻을 수 있는 음해법(implicit method)을 사용하였다.

3.1 지배방정식의 차분화

(2)-(5)식들을 다음과 같이 하나의 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\vec{JH}' = K\vec{H} + \vec{L} \quad (8)$$

여기서 \vec{H} 가 계산에서 구해야 할 벡터행렬이며, \vec{H} , \vec{L} 는 다음 식 (9), (10)과 같다.

$$\vec{H} = (T, S_n, S_b, v_t, v_n, v_b, \phi, \theta, \Omega_n, \Omega_b)^T \quad (9)$$

$$\vec{L} = \begin{pmatrix} S_n \Omega_b - S_b \Omega_n + w_0 \cos \phi \cos \theta - R_t \\ -\Omega_b (T + S_b \tan \theta) - w_0 \sin \phi - R_n - 0.25 \pi d^2 \rho_w C_M \dot{u}_n \\ S_n \Omega_b \tan \theta + T \Omega_n + w_0 \cos \phi \sin \theta - R_b - 0.25 \pi d^2 \rho_w C_M \dot{u}_b \\ \Omega_b v_n - \Omega_n v_b \\ -\Omega_b (v_t + v_b \tan \theta) \\ \Omega_b v_n \tan \theta + \Omega_n v_t \\ \Omega_b \\ \Omega_n \\ -EI \Omega_b^2 \tan \theta + S_b (1 + T/EA)^3 \\ EI \Omega_b \Omega_n \tan \theta - S_n (1 + T/EA)^3 \end{pmatrix} \quad (10)$$

한편 J, K 는 모두 10×10 크기의 사각행렬이 된다. J 의 경우에 대각선 성분은 다음과 같으며 그 외 성분은 모두 영이다.

$$\begin{aligned} J(1,1) &= J(2,2) = J(3,3) = J(4,4) = J(5,5) = J(6,6) = J(8,8) = 1 \\ J(7,7) &= \cos \theta, \quad J(9,9) = J(10,10) = EI \end{aligned} \quad (11)$$

K 행렬의 경우는 영이 되는 성분과 영이 되지 않는 성분이 혼재하고 있는데 영이 아닌 성분은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} K(1,4) &= m, \quad K(1,7) = -mv_n \cos \theta, \quad K(1,8) = mw, \quad K(2,7) = mv_t \cos \theta + mv_b \sin \theta \\ K(2,5) &= m + m_a, \quad K(3,6) = m + m_a, \quad K(3,7) = -mv_n \sin \theta, \quad K(3,8) = -mu \\ K(4,1) &= 1/EA, \quad K(5,7) = (1 + T/EA) \cos \theta, \quad K(6,8) = -(1 + T/EA) \end{aligned} \quad (12)$$

(8)식을 Δs 간격으로 n 개로 나눈 절점(node)에 대해 이산화 시키고, 그 후에 Δt 만큼의 시간 간격으로 나눈 식으로 만든다. (8)식을 절점 j 와 $j+1$ 사이, 그리고 시간 i 와 $i+1$ 사이의 중앙점에서 푼다. 따라서 (8)식을 중앙차분화 시키면 지배방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} [J_{j+1}^{i+1} + J_j^{i+1}] \frac{H_{j+1}^{i+1} - H_j^{i+1}}{\Delta s} + [J_{j+1}^i + J_j^i] \frac{H_{j+1}^i - H_j^i}{\Delta s} = \\ [K_{j+1}^{i+1} + K_j^{i+1}] \frac{H_{j+1}^{i+1} - H_j^{i+1}}{\Delta t} + [K_{j+1}^i + K_j^i] \frac{H_{j+1}^i - H_j^i}{\Delta t} + L_{j+1}^{i+1} + L_j^{i+1} + L_{j+1}^i + L_j^i \end{aligned} \quad (13)$$

위의 방정식은 $10(n-1)$ 개의 방정식이 된다 (n 은 절점 수). 하지만 미지수는 총 $10n$ 개이므로 10개의 또 다른 방정식이 필요하게 되는데, 이것은 경계조건을 이용하여 구할 수 있다.

예인용 케이블의 하부 끝단($s=0$)은 자유로운 상태이므로 장력과 모멘트, 그리고 전단력이 영이다. 따라서 다음의 5개 경계조건을 얻을 수 있다.

$$T(t, 0) = EI\Omega_n(t, 0) = EI\Omega_b(t, 0) = EI\Omega_n'(t, 0) = EI\Omega_b'(t, 0) = 0 \quad (14)$$

반면에 상부끝단($s=L$)은 케이블과 예인선박이 연결되는 점이므로 케이블의 속도는 예인선박의 속도와 같다. 또한 모멘트가 영이다.

$$\begin{aligned} v_A(t, L) &= U(t), \quad v_n(t, L) = V(t), \\ v_b(t, L) &= W(t), \quad EI\Omega_n(t, L) = 0, \\ EI\Omega_b(t, L) &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $v_A(t, L)$, $v_n(t, L)$, $v_b(t, L)$ 는 국부좌표계 상의 케이블 끝단의 속도성분이며 $U(t)$, $V(t)$, $W(t)$ 는 고정좌표계 상의 예인선의 속도성분을 나타낸다.

따라서, 지배방정식에 있는 $10(n-1)$ 개의 방정식과 10개의 경계조건을 이용해서 총 $10n$ 개의 미지수를 구할 수 있다.

3.2 비선형 해석을 위한 Newton-Raphson 방법

(13)식은 아래와 같이 표현할 수가 있다.

$$JH - KH - L = 0 \quad (16)$$

위 (16)식의 왼쪽 항을 하나의 행렬함수 $\Phi_{j+1/2}^{i+1/2}$ 로 표현하면 (16)식은 다음과 같다.

$$\Phi_{j+1/2}^{i+1/2} = 0, \quad j=0, \dots, n-1 \quad (17)$$

경계조건도 같은 방법으로 표현한 후 전체 요소에 대하여 표현하면 전체 지배방정식은 아래 식과 같이 간단하게 정리된다.

$$\Phi^{i+1/2}(H^{i+1}, H^i) = 0 \quad (18)$$

여기서

$$\Phi^{i+1/2} = (\Phi_0^{i+1/2}, \Phi_{1/2}^{i+1/2}, \Phi_{3/2}^{i+1/2}, \dots, \Phi_{n-3/2}^{i+1/2}, \Phi_{n-1/2}^{i+1/2}, \Phi_n^{i+1/2})$$

해를 구하는 과정은 결국 (16)식의 각 시간 단계에서 H 를 구하는 과정인데, 그 과정은 다음과 같다.

① H^{i-1}, H^i 를 외삽하여 H^{i+1} 값을 추정한다.

$$H^{i+1}(\text{initial guess}) = H^i + \Delta t_i \left[\frac{H^i - H^{i-1}}{\Delta t_{i-1}} \right] \quad (19)$$

② 선형방정식을 풀이함으로써 H^{i+1} 값에 대한 교정값(correction)을 계산한다.

$$\Phi^{i+1/2} \Delta H = -\Phi^{i+1/2} \quad (20)$$

여기서 $\Phi^{i+1/2}$ 는 (17)식의 Jacobian 행렬이며 아래와 같다.

$$\Phi^{i+1/2} = \frac{\partial \Phi^{i+1/2}}{\partial H^{i+1}} \quad (21)$$

위에서 얻어진 ΔH 을 추정한 H^{i+1} 에 더함으로써 교정값을 구한다.

③ 해의 여러 성분 중에서 최대 변화의 절대값이 지정된 한계치보다 작다면 다음 시간단계로 넘어가서 ① 스텝으로 간다. 그렇지 않으면 H^{i+1} 의 새 값을 사용하여 ② 과정을 반복한다.

이상의 과정을 계속 반복하여 각 시간증분에 따른 해를 구할 수 있다.

(17)식의 Jacobian 행렬인 (21)식을 전체시스템에 대해서 행렬을 구성하면 Fig. 2과 같이 블록삼중 대각행렬(block tri-diagonal matrix)의 형태를 나타낸다. 위의 식을 풀기 위하여 여러 가지 수치해법을 적용할 수 있다. 본 연구에서는 계산시간을 줄이기 위해서 비대각 성분인 영 값은 사용하지 않고 대각선 성분만 사용하는 행렬 풀이법을 적용하였다[14].

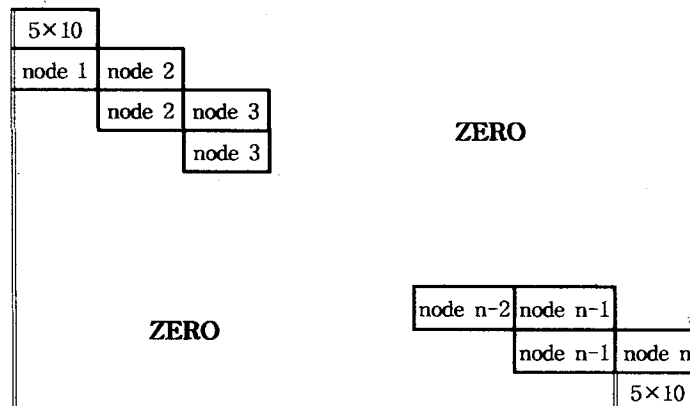


Fig. 2 Block structure of Jacobian.

4. 예제해석 및 검증

아래에서는 본 연구에서 개발된 알고리즘을 이용하여 특정한 예인케이블의 거동특성을 살펴보고자 한다. Fig. 3에서는 예제해석 대상인 예인시스템의 상태를 보여주고 있다. 본 예제해석에서 사용된 케이블은 단면 특성이 일정한 중량케이블이며 사용된 입력 데이터는 Table 1과 같다. 해류는 선박의 진행 방향과 반대방향으로 흐른다고 가정하였다.

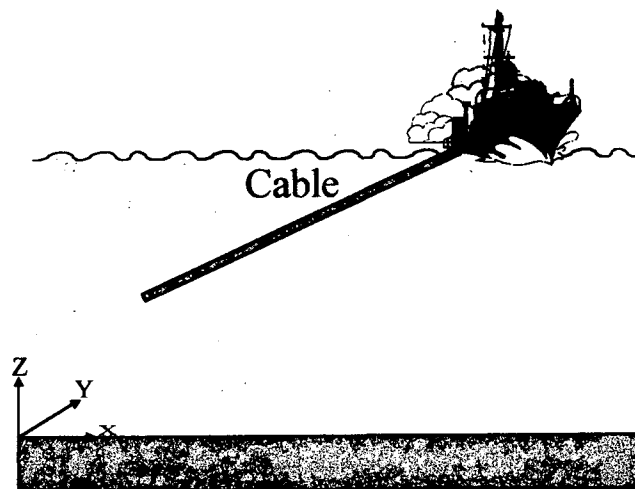


Fig. 3 General configuration of model for case study.

Table 1 Input data for case study

| | |
|---------------------------------|---------------------------------------|
| Cable Length | 170 (m) |
| Node number | 7 |
| Diameter | 0.035 (m) |
| Weight in water per unit length | 17.7 (N/m) |
| Current velocity | -1.0 (m/s) |
| Young Modulus | 4.4×10^8 (N/m ²) |
| C_{dn}, C_{db} | 1.5 |
| C_{dt} | 0.01 |
| Vessel speed | 1.0 (m/s) |

앞에서 언급한 바와 같이 한 요소에 대한 행렬의 크기는 10×10 이므로 요소수의 증가에 따라 행렬의 크기는 기하급수적으로 증가한다. 본 연구의 처음 단계에서는 일반적으로 많이 적용하는

Gauss-Jordan 방법을 이용하여 수치계산을 수행하였다. 7개의 요소로 나누어진 케이블에 대해 개인용 컴퓨터 펜티엄 150MHz를 이용하여 100초 동안 예인하는 경우를 계산한 결과 총 12시간이 소요되었다. 따라서 본 연구에서는 행렬계산시간을 개선하기 위하여 Gauss-Jordan 방법 대신에 블록 삼중대각행렬법을 적용하였는데 같은 조건에 대해 계산시간은 약 10분만이 소요되었다. 블록 삼중대각행렬법은 일반적으로 많이 적용하는 Gauss-Jordan 방법보다 이와 같은 양단경계조건을 갖는 행렬계산에 있어서는 약 72배에 달하는 계산시간을 줄일 수 있음을 알 수 있었다.

예제해석에서는 먼저 예인선박이 일정한 속도 및 방향으로 해양케이블을 예인하는 경우를 해석하였다. 선박의 6자유도 운동 등에 의해 발생하는 미소한 동적 장력변화를 무시하면 케이블에 걸리는 장력은 거의 일정한 값인 준정적 장력으로 볼 수 있다. Table 1에 주어진 조건에 대해 본 연구에서 개발된 프로그램을 이용하여 케이블에 걸리는 준정적 장력을 계산하였다.

한편 본 프로그램의 검증을 위해 해양케이블 해석 프로그램인 미국의 WHOI 연구소의 WHOI Cable 프로그램을 이용하였다[9]. WHOI Cable 프로그램은 계류시스템이나 예인케이블 수치해석 전용 프로그램으로서 본 연구와 마찬가지로 유한차분법과 음해법(implicit method)을 적용하였다. WHOI Cable 프로그램의 지배방정식에서는 케이블의 비틀효과까지 고려하였으나 유체 가속도에 의한 힘을 고려하지 않았다. 또한 본 연구에서는 지배방정식을 중앙차분법에 의해 전개한 반면에 WHOI Cable 프로그램에서는 후방차분법에 의해 전개하였다. WHOI Cable 프로그램에서는 비선형 해석을 위해 완화계수(relaxation factor, w ; $0 < w < 1$)를 이용한 반복법을 적용하여 계산시간을 줄이는 데 많은 초점을 두었으며 행렬식 계산에 있어서 분산 가우스소거법을 적용하였다.

Table 2는 Table 1에서 주어진 조건에 대해 본 연구에서 개발한 프로그램의 계산과 WHOI Cable 프로그램의 결과를 서로 비교하고 있다. Table 2에서 알 수 있듯이 요소의 절점번호 1인 자유 끝단 위치에서의 장력은 영이나 예인선 쪽의 끝단 부분(절점번호 7)으로 갈수록 장력이 점점 증가하고 있다. 본 연구의 해석 값과 WHOI Cable 결과 값이 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

Table 2 Comparison between WHOI Cable and Present results for static tension (N).

| Node No | Present Work | WHOI Cable |
|-------------|--------------|------------|
| 1(free end) | 0.0 | 0.0 |
| 2 | 195.50 | 195.42 |
| 3 | 390.38 | 390.78 |
| 4 | 585.57 | 586.19 |
| 5 | 780.76 | 780.79 |
| 6 | 975.96 | 975.87 |
| 7(top end) | 1171.15 | 1172.32 |

다음으로는 예인선박이 일정한 속도로 해양케이블을 예인하다가 왼쪽으로 $0.5(^{\circ}/\text{sec})$ 선회하는 경우를 해석하고자 한다. Fig. 4는 예인케이블의 상부 끝 점(Top Vessel)과 하부 끝 점(Bottom End)의 이동경로를 2차원 XY평면(해수면 위에서 본 평면)상에서 본 결과를 보여주고 있는데, 두 선의 왼쪽 하단부는 시작점을 나타내며 100초 동안 각 점의 이동경로를 나타내고 있다. Fig. 4에서 볼 수 있듯이 본 연구의 해석결과(Present Work)와 WHOI Cable 프로그램의 해석결과가 서로 잘 일치하고 있다. 선회하는 기동조건에 대한 예인케이블의 거동을 살펴보면 해수면의 예인선박은 100초의 시간이 지난 후에 Y 방향으로 약 40m를 이동하였는데 반하여 자유로운 끝단은 약 6m 밖에 이동하지 않았음을 알 수 있다. 상부 끝단과 하부 끝단은 상당한 위상차이를 가지면서 거동함을 파악할 수 있는데 길이가 증가함에 따라 이러한 차이는 더욱 증가할 것으로 예상된다.

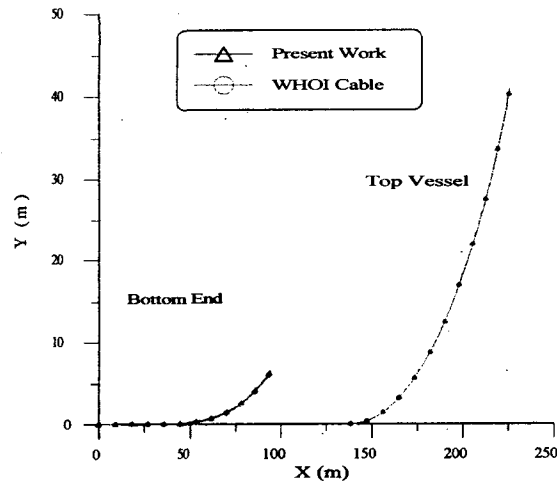


Fig. 4 Comparison between WHOI Cable and Present Work for top and bottom ends trajectories

다음에서는 예인선이 일정한 속도로 향진하다가 선회하는 경우에 상부 끝단에 걸리는 장력의 시간적인 변화를 계산하였다. Table 3은 상부 끝 절점에서의 장력값 변화를 20초 간격으로 보여주고 있다. 이 결과를 Table 2에서 얻은 준정적 장력의 상부 끝단 (절점번호 7) 값과 비교하면 예인선이 선회하는 동안에 상부 끝단에 걸리는 장력은 약간 감소함을 알 수 있다. 이러한 현상은 물리적으로 쉽게 예상할 수 있다. 두 프로그램의 해석 결과를 비교하면 위에서와 마찬가지로 서로 잘 일치함을 알 수 있다.

Table 3 Comparison between WHOI Cable and Present Work for dynamic tension at top node

| Time | WHOI (N) | Present Work (N) | Deviation(%) |
|--------|----------|------------------|--------------|
| 20(s) | 1169.72 | 1168.35 | 0.12 |
| 30(s) | 1167.86 | 1166.20 | 0.14 |
| 40(s) | 1164.02 | 1162.15 | 0.16 |
| 50(s) | 1161.46 | 1159.60 | 0.17 |
| 60(s) | 1159.82 | 1157.35 | 0.17 |
| 70(s) | 1157.75 | 1155.32 | 0.21 |
| 80(s) | 1156.82 | 1154.15 | 0.23 |
| 90(s) | 1156.45 | 1153.30 | 0.27 |
| 100(s) | 1156.32 | 1153.15 | 0.27 |

Fig. 5는 예인선박이 선회할 동안 예인케이블의 자유끝단의 수심변화를 나타내고 있다. 예인선이 선회하는 동안에 자유끝단은 해저면 아래로 처지는 현상이 발생함을 알 수 있다. 처음 30여초 동안은 수심변화가 작다가 그 후에 빠르게 증가하고 있다. 이것 또한 물리적으로 예상될 수 있는 현상으로서, 그 이유는 운동하는 케이블이 갖고 있는 관성력 때문인 것으로 사료된다.

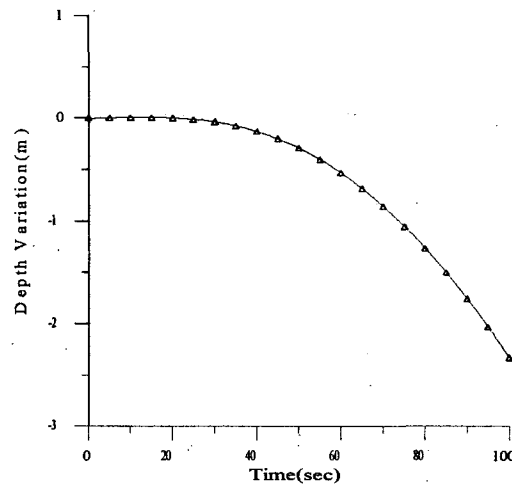


Fig. 5 Depth variation of end node while ship is turning

Fig. 6은 예인선박이 선회하는 동안에 예인케이블의 전체형상이 어떻게 거동하는 가를 X, Y 평면상에서 20초 간격으로 본 결과를 보여주고 있다. 상부 끝단은 선박과 같은 궤적으로 수면상에서 움직일 것이나 그 아래의 케이블은 상부 끝단과 다른 궤적을 보이고 있다. 이러한 현상은 Fig. 4와 5의 결과와

맥을 같이하고 있다.

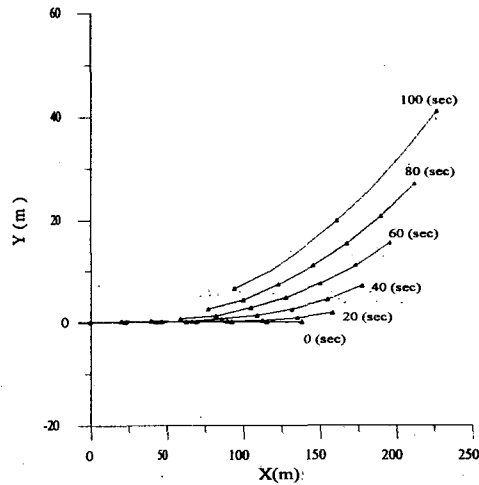


Fig. 6 Snapshots in X-Y plane

5. 결론

본 연구에서는 예인중인 저장력 케이블의 동적 거동을 수치적으로 해석하였다. 저장력 예인케이블에 대한 3차원 비선형 운동방정식을 풀기 위하여 유한차분법을 적용하였다. 비선형 해를 구하기 위하여 Newton-Raphson 반복법을 적용하였으며 만족스런 결과를 얻을 수 있었다. 행렬방정식 풀이는 Gauss-Jordan 방법과 블록 삼중대각행렬 풀이법을 적용하였는데, 대각성분만 이용하는 블록삼중대각행렬 풀이법이 계산시간에 있어서 월등히 효율적임을 알 수 있었다. 개발된 프로그램을 이용하여 몇몇 예제해석을 수행함과 동시에 본 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 미국의 WHOI의 프로그램 결과와 비교하였는데 잘 일치함을 알 수 있었다. 본 프로그램은 예인중인 저장력 케이블의 거동을 보다 정확히 예측할 수 있으므로 대 잠수함용의 군사적 목적이나 해저탐사용의 케이블 거동 해석에 유용하게 이용될 수 있을 것으로 사료된다. 본 프로그램은 예인케이블 뿐만 아니라 다른 용도의 저장력 케이블에 대해서도 적용이 가능하다. 와동유기 진동이나 충격하중을 받는 케이블의 거동을 해석할 수 있는 연구가 앞으로 필요할 것으로 사료된다.

6. 참고문헌

- [1] A.P. Dowling, "The dynamics of towed flexible cylinders: Part 1. Neutrally buoyant elements.", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.187, 1988.
- [2] C.M. Ablow and S. Schechter, "Numerical simulation of undersea cable dynamics.", *Ocean Engineering*, Vol.10, No.6, 1983.

- [3] C.T. Howell, "Numerical analysis of 2-D nonlinear cable equations with applications to low tension problems.", *J. of Offshore and Polar Engineering*, Vol.2, No.2, 1992.
- [4] H. Shin, "Analysis of extreme tensions in a snapping cable.", *Proceedings of the First International Offshore and Polar Engineering Conference*, Vol 2, 1991.
- [5] H.M. Irvine, "Cable structures", MIT Press, 1981.
- [6] J.V. Sanders, "A three-dimensional dynamic analysis of a towed system.", *Ocean Engineering*, Vol.9, No.5, 1982.
- [7] J. J. Burgess, "Equations of motion of a submerged cable with bending stiffness", *Proceedings of the Eleventh International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference*, ASME, Canada, Vol. 2, 1992.
- [8] J.W. Leonard, "Nonlinear dynamics of cables with low initial tension.", *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Vol.98, No.2, 1972.
- [9] J.I. Golt, M.A. Grosenbaugh, and M.S. Triantafyllou, "WHOI Cable: Time domain numerical simulation of moored and towed oceanographic systems.", Woods Hole Oceanographic Institution, 1997.
- [10] M.S. Triantafyllou, "Dynamics of cables: Towing cables, and mooring systems.", *The Shock and Vibration Digest*, Vol.23, No.7, 1991.
- [11] M.S. Triantafyllou and G.S. Triantafyllou, "The paradox of the hanging string : An explanation using singular perturbations.", *The Journal of Sound and Vibration*, Vol.148, No.2, 1991.
- [12] M.S. Triantafyllou and C.T. Howell, "Nonlinear impulse motions of low tension cables.", *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Vol.118, No.4, 1992.
- [13] M.S. Triantafyllou and C.T. Howell, "Dynamic response of cables under negative tension : An ill posed problem,", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.173, No.4, 1994.
- [14] W. H. Press and S.A. Teakolsky, "Numerical Recipes in Fortran 77.", Cambridge University Press, New York, 1986.
- [15] S. Hong and S. Y. Hong, "Effects of mooring line dynamics on position keeping of a floating production system.", *Proceedings of the Seventh International Offshore and Polar Engineering Conference*, Vol 2, 1997.