

졸업논문

정유회사의 운영최적화에 적용된
선형계획모형에 관한 연구



1997년 11월

한국해양대학교 해사대학
해사수송과학부

장상욱, 우상훈, 주진석
장인권, 장진관, 서태우, 이상은

<목차>

Abstract	5. 모형의 분석 및 검토
1. 서 론	5.1 모형의 해
2. 문제의 내용(Oleum Company사례)	5.2 자원의 잠재가치
3. 선형계획모형의 개요	5.3 민감도 분석
3.1 선형계획모형의 개요	6. 결 론
3.2 선형계획모형의 해법	참 고 문 헌
3.3 사후 분석	
4. 문제의 선형계획 모형화	
4.1 의사결정 변수의 정의	
4.2 목적 함수의 정의	
4.3 제약식의 정의	

[Abstract]

We're facing with lots of optional situations in daily life and optional situations are occurred continuously. Sometimes, difficult to make a decision.

If there is something that helpful to easy to make a decision, it would be used in management.

Under these situations, so we call, the problem of decision making is getting difficult, at the same time, has become most main factor of organization management.

Therefore, modern manager has needed systematic and rational decision making method, based on proper information and scientific analysis.

Now we're going to optimize the operation of Major Oil company, using L.P.

1. 서론

경영과학(Management science)이란 경영에 있어서 합리적인 의사 결정을 내기 위해 O.R과 같은 기법을 사용하는 것을 말한다. 우선 경영과학의 필요성 인식에 대해 알아보자. 의사 결정자는 현실상황을 파악하고 이에 만족하지 못하게 될 때 문제가 있음을 인식하게 된다. 이에 대한 대책방안을 여러 가지 생각해보게 되는데 이때 각 대안들 중 선택의 상황이 발생하게 된다. 이때 의사결정자(Decision maker)는 수집된 정보들에 의거하여 각 대안을 어떤 기준에 의해 평가하여서 최선의 대안을 결정한다. 이때 쓰이는 것이 경영과학이며, Operations Research, Decision Making, Systems Analysis, Industrial Engineering, Decision Science, 와 같은 이름으로 불리어지기도 한다.

경영과학의 정의를 살펴보면 경영과학자가 최적한 (Optimal)의사 결정을 내리도록 과학적이고 경제적인 도움을 주는 것이다.

경영과학의 특성을 6가지 정도로 대별해보면 다음과 같다.

1. Managerial Decision Problem - 경영의 발생문제를 취급한다.
2. Systems Approach - 광의의 관점에서 의사결정문제에 접근한다.
3. Scientific Methodology - 과학적 연구방법을 사용한다.
4. Synthetic Approach - 여러학문분야의 지식을 종합해 이용한다.
5. Mathematical technology - 정식화된 수리적 기법을 이용한다.
6. Computer technology

또한, 경영과학의 응용분야 및 여기서 쓰이는 기법들의 사용빈도는 다음과 같다.

[표1-1]

응용분야	경영과학을 이용하는 회사의 비율(%)
생산계획	70
재고관리	70
자금관리	56
수송계획	51
공장위치선정	42
품질관리	40
광고 및 판매연구	35
설비대체	33
유지보수계획	28
회계관리	27
포장	9

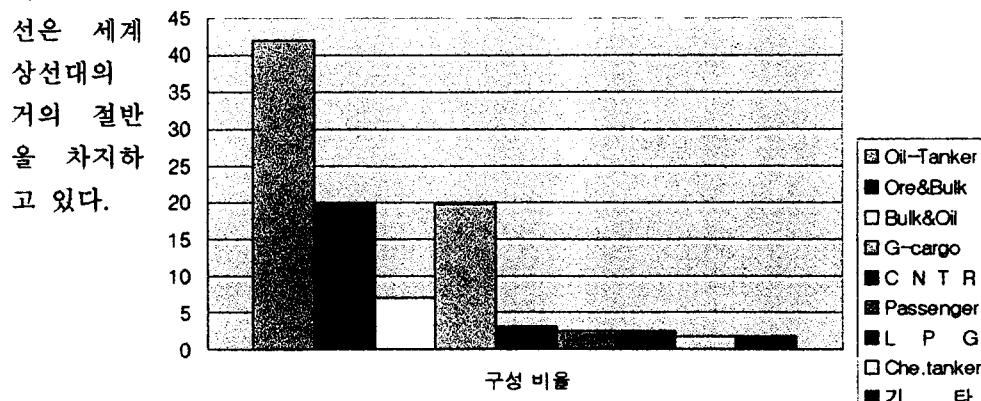
[표1-2] 경영과학기법의 사용빈도

경영과학기법	사용빈도(%)
선형계획법	83.8
모의실험	80.3
네트워크분석	58.1
대기행렬분석	54.7
의사결정분석	54.7
정수계획법	38.5
동적계획법	32.5
비선형계획법	30.7
마아코프과정	31.6
설비대체분석	38.5
게임이론	13.7
목표계획법	20.5

이상에서 경영과학의 대략적인 내용을 살펴보았다. 이러한 경영과학은 문제점 인식과정에서 그 문제의 유형에 따라 적용기법이 달라지는데 그중 한가지가 L.P.이다. 우리는 바로 이 기법을 이용하여 제기된 문제의 경영분석을 이루어 낼 것이다. 정유회사의 운영에 경영과학적인 접근을 통해 최적의 해를 도출하기 위해서 우선 세계 유조선대의 운영이 어떻게 이루어지는지 살펴보자.

세계상선대는 일반적으로 정기선 해운과 부정기선 해운으로 구분할 수 있으며, 이 글에서 살펴보고자 하는 Tanker선 해운은 특수 해운의 주된 요소로서, 운송의 지속적인 성격은 정기선 해운과 유사하며, 운송되는 화물의 성격은 부정기선 해운과 유사하다. 다시 말하면, 특수해운은 이 두 해운의 사이에 위치한다고 볼 수 있다.

Tanker선 해운은 특수해운에서 우선적인 역할을 수행하여 왔다. 이러한 역할은 세계 해상 무역에서 원유와 오일제품이 얼마나 중요한 요소인지를 말해준다. 표1-3에서 보듯이 Tanker 선은 세계 상선대의 거의 절반을 차지하고 있다.



[표1-3] 세계 상선대 구성 비율.

Tanker선 해운은 세계 운송 시장의 불황기에는 가장 취약한 형태를 가진다. 그런 만큼 이를 둘러싼 제반 요소들의 변화에 민감하며, 최적의 이익을 보기 위한 경영 전략 역시, 치밀하지 않을 수 없다.

Tanker선의 경제적 측면을 살펴보면, Tanker선의 용선 시장은 완전한 자유 경쟁의 대표적인 형태이다. 세계 Tanker선대는 Liberia, Norway, Greece, Great Britain 등의 국가 순으로 집중되어져 있다. 반면에, 유제품 관련 수요는 전세계적이며, 이는 수요와 공급의 법칙을 따르는 경제 활동이다.

그러나, Tanker선 해운의 운임 시장은 제한된 경쟁으로 특정 지워진다. 운송 수요에 관한 한, 엑손, 애소, 쉘 등과 같은 몇몇 Major Oil company로 집중된다. 이들의 운송 수요는 자사의 Tanker선대와 독립 Tanker선주들로부터 용선 되는 선박으로 충당되어진다.

독립 선주들 가운데는 격렬한 경쟁이 있고, 이들은 대부분 운임을 변동에 있어서 취약하다. 현재는, *'World Scale'을 사용하여, 운임을 결정의 기본 요율로 삼고 있다.

유제품의 수요가 증가하고 있는 상황 하에서, 자사 Tanker선대를 보유하고 있는 회사들의 경영 층의 문제점은 Tanker선 운영의 경제성 향상과 운영 이익의 극대화에 그 초점이 맞추어 질 것이다.

이러한, 정류 회사의 운영의 최적화는 경영 분석을 통하여 문제점을 찾아내고, 주변 여건을 엄밀히 분석한다.

이것은 현재 적용되어지고 있는 경영 System을 혁신하여, 최고 경영 층의 요구를 충족시키면서, 실제 업무 담당 영역에서도 최대의 효율을 가져올 수 있도록 **'Reengineering'을 이루어 내는 것이다.

이 논문에서는 Major Oil company의 운영 최적화를 위해 적용된 경영 분석의 기법인 선형 계획 모형에 관해서 논하고자 한다.

*World Scale-

World scale rate 이것은 Worldwide Tanker Nominal Freight Scale의 약칭으로 각종 Tanker 운임율의 세계적 통일을 확립하기 위하여 1969년 9월 15일 제정되었으며, 가장 합리적인 것으로 평가되고 있다. World Scale rate는 미국 달러화와 영국 파운드화를 화폐 단위로 사용하고 있으며, 기준치는 W100이며, 운임율이 10% 상승하면 W110, 10% 하락하면 W90으로 표시된다.

**Reengineering-

기술 혁신을 통해 정보의 전산화가 이루어지면서, business reengineering(업무 재설계)에 관한 관심이 증가하고 있으며, 이는 경영 혁신 효과의 향상 때문이다. 재설계란 기존의 서류(paper) 위주의 업무 처리 방식을 정보 기술에 맞도록 첨단 장비를 사용하는 것을 말한다. 이런 점에서 업무 재설계는 정보 기술을 활용하여 업무 처리 과정을 재구축하는 것을 말한다.

2. 문제의 내용

우리가 이 논문에서 경영과학적 접근을 통해서 밝히고자하는 최적해 산출과 모형의 분석 및 검토는 다음의 예를 토대로 하여 이루어지며, 그 내용은 아래와 같다.

Major Oil Company인 Oleum Company는 전세계에 걸쳐서 여러 나라에 산재해 있으며, 원유의 산출, 수송, 정제 및 판매를 하는 회사이다. 자치적인 운영권을 지니고 있는 이들 지사는 차기계획에 대해서는 올럼의 최고 경영층에 의해서 감독되어진다. 이 최고경영층은 그들의 지사에 연중 지침 및 그들의 총이익을 최대화하기 위한 일반적인 운영 및 경영 방안을 하달한다. 이 계획은 지사들의 총체적인 지침안으로써 제공되고 그들의 세밀한 단기 운영결정은 자치적으로 맡겨진다. 1964년 8월 런던의 Oleum 본사의 경영계획 담당자인 Charles White의 극동지역 발전계획문제에 관해 기존의 의사결정방식에서 회사전체의 이익을 위한 방식들중 여려 사안들의 문제를 시스템분석가의 입장에서 분석 정리하는 것이다. 이 회사는 균형적인 지사들의 계획안을 실행할 때 항상 문제점이 대두되는 것이다. 그 문제는 올럼본사의 계획안이 지사들에 있어서 실제 운영에 부적합한 것이며, 지사들은 그들의 입장을 대변할 분명한 근거를 제시해온다. 대부분의 문제점은 전반적인 계획의 균형을 달성하기 위해서 필요한 세부적인 정보의 통합이 불가능한 것에서 나타난다. 이러한 이유로 인해서 각 지사들에게 있어서의 문제를 본사의 시스템 분석가인 화이트가 협력하여 계획모형을 이루도록 결론을 내리게 되었다. 이 문제의 해결을 위해서 회사운영의 여러 제약조건들을 정리하여 보면 다음과 같다.

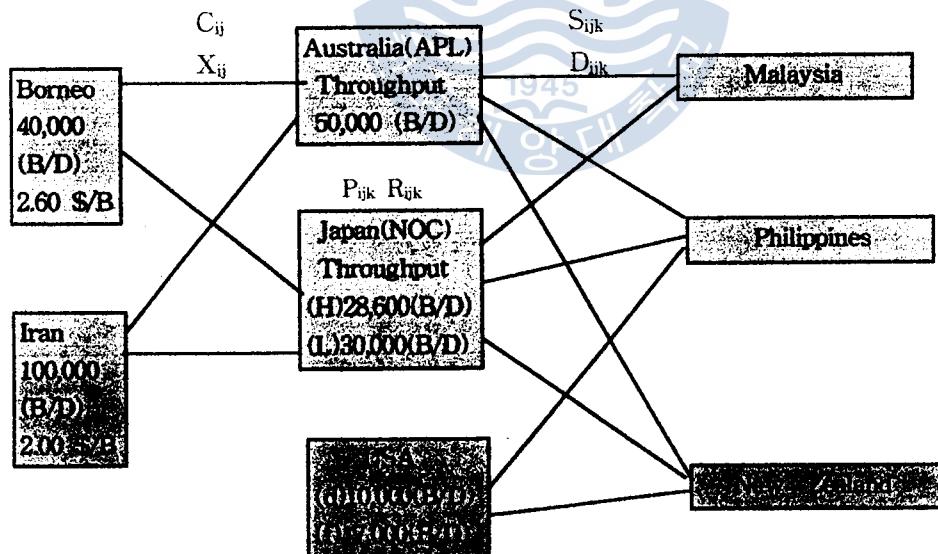


그림 2

이 문제는 그림 2에서 예시하고 있는 것처럼, 두 곳의 원유 산지로부터 원유를 구입, 호주의 APL 및 일본의 NOC 두 정유사로 원유를 수송하고, 이들을 정유하여 생산한 세 종류의 제품을 일본 및 호주의 국내시장 뿐만 아니라, 말레이시아, 필리핀, 뉴질랜드 등으로도 수출함으로써 각 판매시장의 수요를 충족시키려는 OLEUM Company의 Overall Operations를 최적화 하고자 하는 선형계획법 문제이다.

(1) 원유 산지에서의 원유적재 계약 및 원유수송

보르네오에서 적재할 수 있는 원유의 양은 40,000(B/D)으로 고정되어 있고, 이란에서는 최대한 100,000(B/D)까지 원유를 적재할 수 있다. 각 원유산지에서의 원유가격과 APL 및 NOC 두 정유사로 수송할 때의 수송비용 등을 정리하면 표2-1과 같다.

(표2-1)

Sources	Available	Crude	Transportation Cost	
			To APL	To NOC
Iranian	(up to) 100,000 B/D	2.0 \$/B	0.62(\$/B)	0.59(\$/B)
Brunei	(fixed) 40,000 B/D	2.6 \$/B	0.26(\$/B)	0.24(\$B)

(2) 정유사의 제품생산에 관한 내용

APL 및 NOC 두 정유사에서 생산하는 제품에 대하여, 사용하는 원유의 산지 및 Process intensity type의 차이에 따른 제품생산량 및 공정 비용에 관한 내용을 정리하면 표2-2와 같다.

(표2-2)

Prod.	APL				NOC			
	Iranian Crude		Brunei Crude		Iranian Crude		Brunei Crude	
	Process	Intens.	Process	Intens.	Process	Intens.	Process	Intens.
Mogas	.168	.312	.259	.365	.186	.300	.259	.350
Dist	.229	.230	.371	.379	.229	.230	.371	.378
Fuel	.503	.378	.317	.194	.503	.390	.317	.210
공정비용(\$/B)	0.12	0.30	0.12	0.28	0.20	0.39	0.16	0.34

*APL정유사의 생산 능력 ; 50,000 B/D

*APL정유사의 고정비; \$ 10,038,000/year (1965)

*NOC정유사의 생산 능력 ;High process intensity 28,600 B/D

Low process intensity 30,000 B/D

*NOC 정유사의 고정비 ; \$ 6,570,000/year (1965)

(3) 생산제품에 대한 수요에 관한 내용

APL 및 NOC 두 정유사에서 생산된 제품에 대하여, 각 정유사의 현지시장 및 해외시장에서의 예측되는 수요 예측에 대한 정확도에 관한 내용을 정리하면 표2-3과 같다.

(표2-3)

Market	Demand Forecast(Q'ty in B/D)			Accuracy of Forecasting
	Mogas	Dist	Fuel	
Australia	9000	10000	11000	± 10%
Japan	3000	5250	6750	-10% +20%
Malaysia	4500	4500	6000	± 50%
Philippines	2500	3500	4000	15 or 20%
New Zealand	3360	4200	4440	10 or 15%

(4) 각 시장에 대한 제품 수송비용

APL 및 NOC 두 정유사에서 생산된 제품을 해외시장으로 수송할 경우 그 수송비용을 정리하면 표2-4와 같다.

(표2-4)

Product	Distribution Cost from Australia to			Distribution Cost from Japan		
	Mal.	Phil.	N.Z.	Mal.	Phil.	N.Z.
Mogas	.40	.15	.10	.20	.20	.10
Dist.	.40	.15	.10	.20	.20	.10
Fuel	.60	.20	.15	.40	.25	.10

(5) 미국의 Oleum계열사 제품 공급

미국의 Oleum 계열사로부터 완제품을 수입하여 Philippines과 New Zealand로 공급할 경우, 각 제품의 수입가격 및 수송비용에 관한 내용을 정리하면 표2-5와 같다.

(표2-5)

	Price in U.S.A. \$/B	Availability in U.S.A. \$/B	Cost of Import From U.S.A. To \$/B	
			Philippines	New Zealand
Distillate	2.10	10,000	0.75	0.60
Fuel Oil	1.25	7,000	0.80	0.65

3. 선형계획모형의 개요

최고의 선택을 위한 분석에 있어서는 일반적으로 두 가지를 알아야 한다. 첫째는 선택 가능한 대안(alternatives)들이 무엇인가 알아야 하며, 둘째로는 여러 가지 대안들 중에서 어느 대안이 더욱 바람직한가를 결정짓는 선호도(preferences)를 알아야 한다. 반일 선택

가능한 대안들을 선형(linear)의 등식 또는 부등식으로 나타낼 수 있고 선호도 역시 선형의 식으로 표현될 수 있다면 이 문제는 선형계획모형(linear programming model)으로 정식화 될 수 있다. 이러한 선형계획모형을 수립하고 분석함으로써 최적의 선택을 하는 방법을 선형계획법(linear programming)이라고 부른다.

예문을 통해 선형계획모형의 구축과 해법의 산출 및 사후분석을 한다.

(예문3-1)

송수신겸용 휴대용 라디오를 생산하고 있는 E전자는 송수신범위가 40km가 되는 새 제품을 생산하여 판매원관리, 출장수리인력관리 및 연안선박관리 등을 주된 대상분야로 마케팅을 꾀나갈 계획에 있다. 판매는 주로 통신장비도매상을 통하고 있지만 개인적 아마추어 통신가나 연안선박 소유자 등에 대한 시장확보를 위하여 전국적 연쇄점을 갖고 있는 할인판매점망과 해상장비판매망을 통한 판매도 고려하고 있다.

그러나 각 판매망의 유통구조가 다르기 때문에 단위당 광고비, 판매소요시간 및 수익률 등은 현저한 차이를 보이고 있다. 표3.1은 E전자가 과거에 생산한 유사한 제품에 대하여 경험한 자료에 근거하여 작성한 자료로서 단위당 이익, 광고비, 판매소요시간 등을 보여주고 있다. 이 회사는 철저한 주분생산을 하고 있기 때문에 재고는 발생하지 않고 있다.

E전자의 경영진은 향후 3개월간의 판매전략을 수립하려 하고 있으며 이 기간동안 정책상 이유로 최소한 100개를 할인판매망으로 공급할 생각으로 있다. 이 기간동안 광고비로 지출할 수 있는 총금액은 5,000,000원, 판매인력은 1,200시간이 동원가능하고 생산능력은 600개이다.

(표3.1)

판매망	단위이익(만원)	단위당 광고비 (만원)	단위당 판매 소요 시간(시간)
통신장비제도	9.0	1.0	2.5
할인판매망	7.0	1.8	3.0
해상장비판매망	8.4	0.8	3.0

3.1 선형계획모형의 구축.

선형계획모형은 다음의 순서로 구축된다.

- ① 의사결정 변수의 정의
- ② 목적 함수의 정의
- ③ 제약식의 정의

(1) 의사결정 변수의 정의

X_1 =통신장비 도매상으로서의 공급물량.

X_2 = 할인 판매망으로서의 공급물량.

X_3 =해상장비판매망으로서의 공급물량.

이 선형계획모형에서 결정하고자 한 것은 변수 X_n 의 값이므로 이 변수들을

의사결정 변수라 한다.

(2) 목적 함수의 정의

목적식: 3개월간의 최대이익.

$$\text{Max } 9X_1 + 7X_2 + 8.4X_3 \quad (1-1)$$

이 식의 값을 최대(또는 최소)로 하는 변수 X_n 의 값을 선택하는 것이 이 선형계획모형의 목적임을 말해주고 있으므로 이 식을 목적함수(objective function)라 한다.

(3) 제약식의 정의.(1-2)

$$X_1 + 1.8X_2 + 0.8X_3 \leq 500 \quad (\text{광고비 제약, 단위: 만원})$$

$$2.5X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leq 1,200 \quad (\text{판매인력제약, 단위: 시간})$$

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 600 \quad (\text{생산 능력})$$

$$X_2 \geq 100 \quad (\text{할인판매망최소공급량})$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0 \quad (\text{비음조건})$$

변수 X 를 아무 값이나 가질 수 있는 것이 아니고 이 식들을 만족하는 값 중에서 선택되어야함을 의미하므로 이 식들을 제약식(constraints)이라 한다.

따라서, 이 문제의 선형계획모델은 다음과 같다. (1-3)

$$\text{Max } 9X_1 + 7X_2 + 8.4X_3$$

$$\text{s.t. } X_1 + 1.8X_2 + 0.8X_3 \leq 500$$

$$2.5X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leq 1,200$$

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 600$$

$$X_2 \geq 100$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0 \quad (\text{비음조건})$$

일반적인 선형계획모형은 다음과 같다.

$$\text{Max } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

$$\text{s.t. } a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n \leq b_2$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n \leq b_m$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \dots, X_n \geq 0$$

3.2 선형계획모형의 해법

선형계획모형의 해법은 그래프를 이용하여 분석하는 방법과 심플렉스(simplex)방법이 있다. 그래프에 의한 분석은 3차원 이상에서는 불가능하기 때문에 일반적인 해법이 될 수 없으며, 변수가 많은 실제적인 선형계획모형을 풀기 위해서는 심플렉스방법을 이용한다. 심플렉스방법을 매우 강력한 해법으로서 컴퓨터를 이용하는 경우 수천 개의 변수와 수천 개의 제약식을 갖는 선형계획모형으로 무리 없이 해를 구할 수 있다. 심플렉스방법을

1947년에 단찌(George Dantzig)에 의해 발표되어 현재 LINDO/PC,QSB 등의 컴퓨터 패키지로 개발 되었다.

이 논문에서는 QSB를 이용하여 최적해를 구한다. 아울러 심플렉스 해법의 상세한 것은 이 논문에서는 다루지 아니한다.

(예제1)의 해

$$X_1=240, X_2=100, X_3=100$$

Maximum value of the OBJ= 3700

3.3사후분석

앞에서 우리는 선형계획모형을 세우는 방법과 이의 최적해를 구하는 방법을 알아보았다. 그러나 최적해만을 가지고는 의사결정에 만족하지 못할 때가 자주 있다. 예를 들어 생산관리의 문제에 있어서 가용노동력을 좀더 투입한다면 이익이 얼마나 늘어날 것인가? 또는 생산시설을 확장한다면 어떻게 될 것인가 하는 사후적 분석(post-optimal analysis)을 하고 싶을 때가 많이 있다. 즉, 제약조건 등의 변화에 따라 현재의 최적해가 어떻게 변하는지를 민감도 분석을 통해 분석함으로써 좀더 적절한 의사결정을 내릴 수 있다. 이러한 최적해의 민감도는 잠재가격(shadow price) 또는 쌍대변수(dual variable)로써 나타내게 되며 이 쌍대변수는 쌍대문제를 형성 한다.

쌍대변수와 쌍대문제의 성격을 규명하는 이론이 쌍대이론으로써, 쌍대이론을 심플렉스 방법과 함께 선형계획이론의 가장 중요한 분야이며 이를 통하여 선형계획법에 대한 경제학적 의미에 대한 이해를 같이 도모할 수 있다. 뿐만 아니라 새로운 효과적인 최적화기법을 개발하는 데에도 중요한 역할을 한다. 이 논문에서는 사후 분석의 구체적인 방법에 대해서는 다루지 아니한다.

(1)잠재가격(shadow price)

일반적으로 자원의 공급능력이 한 단위 추가됨으로써 발생하는 목적함수의 증가량을 이 자원공급능력의 잠재가격이라 한다. 식 (1-2)의 광고비 제약식을 살펴보면

$$X_1+1.8X_2+0.8X_3 \leq 500$$

이다. 이 식의 우변항인 500을 501로 1만원 증가시키면

$$X_1+1.8X_2+0.8X_3 \leq 501$$

즉, 광고비가 1만원 추가됨으로써 이익은 $3706 - 3700 = 6$ 만원이 증가하게 된다. 또한, 이 광고비의 공급능력의 가치, 즉 잠재가격은 6만원이다.

만일 광고비가 얼마든지 공급 가능하다면 광고비 공급량은 더 이상 제약조건이 되지 않으며, 따라서 광고비 공급능력의 잠재가격은 0이 된다. 이 때의 제약식은 비속박적인 제약식이라 한다.

(예제1)에서 각 자원(제약식)의 공급능력의 잠재가격은 다음(표 3-2)의 S1,S2,S3,A4와 같다.

(표3-2) QSB로 알아본 민감도 분석

Maximum value of the OBJ=3700

Variables	Solution	기회 또는 비용, 여유 변수
1 X1	240.0000	0.---
2 X2	100.0000	0.---
3 X3	100.0000	0.---
4 S1	0.0000	0.---
5 S2	0.0000	1.2000
6 S3	160.0000	0.0000
7 S4	0.0000	7.0000
8 A4	0.0000	-7.0000

이 잠재 가격을 이용하면 여러 가지 사후적 분석을 할 수 있다.

- ①각 종 원료 확보의 가치평가
- ②원료의 구입여부 판단
- ③신제품의 생산여부 결정

(2)수정비용(reduced cost)

현재 경제성이 없어서 생산하지 않는 생산활동을 무리하게 생산을 시작할 경우 발생하는 이익의 감소를 나타낸다. 즉, 무리하게 생산활동을 시작하여 여기에 투입되는 자원이 다른 생산활동에 쓰이지 못함에 따라 발생하는 기회비용(opportunity cost)을 의미한다. 일반적으로 최적해에서 양의 값을 갖는 변수의 경우 수정비용은 항상 0이 된다.

(3)민감도분석

만일 신형계획모형화에 있는 모든 계수들의 값이 완벽히 정확하고 또한 시간이 흐름에 따라 변하지도 않는다면 심플렉스해법을 적용하여 얻어낸 최적해만으로 만족하겠지만 실제로는 이 계수들의 값을 대부분 추정에 의한 것들이기 때문에 약간의 오차가 있을 수 있다. 또는 이 계수들이 정확히 측정되었다 하더라도 의사 결정자의 의지에 따라 사용 가능한 자원의 양들을 약간씩 조정할 수도 있다. 이럴 때 최적해가 어떻게 변하는가를 분석하는 것은 최적해에 뭇지 않게 의사 결정자에게 도움이 된다. 이러한 분석을 민감도 분석이라 한다.

*민감도 분석의 종류들은 다음과 같다.

①목적함수의 변화

-목적함수의 계수들은 시간에 따라 바뀔 수 있으며 또한 그 값의 추정에 오차가 발생할 수 있으므로 이 오차 범위 내에서 최적해가 어떻게 변할 것인가를 알아볼 수 있다.

②우변항의 변화

-우변항의 변화에 따른 목적식의 값의 변화는 잠재가격으로 나타난다.

③새로운 변수의 추가 도입

-현재의 선형계획모형에 새로운 변수를 추가할 필요도 때때로 발생.

④새로운 제약식의 도입

-현재의 선형계획모형에 새로운 제약식을 추가할 필요도 때때로 발생.

⑤제약식의 계수의 변화

(표 3-3)

(C _j)	Min(C _j)	Original	Max(C _j)
C(1)	7.0000	9.0000	10.5000
C(2)	-Infinity	7.0000	14.4000
C(3)	7.2000	8.4000	10.8000

(표 3-4)

B(i)	Min.B(i)	Original	Max.B(i)
B(1)	420.0000	500.0000	540.0000
B(2)	1100.0000	1200.0000	1500.0000
B(3)	440.0000	600.0000	+Infinity
B(4)	33.3333	100.0000	180.0000

4.문제의 선형계획 모형화

4.1 의사결정 변수(Decision Variables)의 정의

FSC::Fleet capacity of spot chartered tankers(47,000 DWT EQ./D)

X_{ij} : Q'ty of crude i supplied to the refinery j by using type company's tanker fleet(B/D)

i=1 (Iranian crude), j=1 (APL)

i=2 (Brunei crude), j=2 (NOC)

R_{ijk} : Q'ty of crude i refined through j type process intensity at refinery k (B/D)

i=1 (Iranian crude), j=1 (low intensity process), k=1(APL)

i=2 (Brunei crude), j=2 (high intensity process), k=2 (NOC)

D_{ijk} : Q'ty of product i produced at the refinery j and distributed to the market area i (B/D)

P_{ij} : Q'ty of product i imported from USA and distributed to the market area j (B/D), i=1,2, j=1,2

i=1 (Distil), j=1 (Malaysia)

i=2 (Fuel), j=2 (Philippines)

4.2 목적 함수의 정의 (Objective Function)

$$\text{Minimize } Z = 3200FSC + \sum_i \sum_j C_{ij} + X_{IJ} + \sum_i \sum_j \sum_k P_{ijk} R_{ijk} + \sum_i \sum_k \sum_{j,k} S_{ijk} D_{ijk} + \sum_i \sum_j W_{ij} P_{ij}$$

C_{ij} : The cost for crude i to be supplied to the refinery k in the company's tanker fleet (\$/B), (원유의 구입가격에다 자사선에 의한 수송비를 더하여 구할 수 있다.)

$i=1$ (Iranian crude), $j=1$ (APL)

$i=2$ (Brunei crude), $j=2$ (NOC)

P_{ijk} :The cost for crude i to be refined through j type process intensity at refinery k (\$/B),

$i=1$ (Iranian crude), $j=1$ (low intensity process), $k=1$ (APL)

$i=2$ (Brunei crude), $j=2$ (high intensity process), $k=2$ (NOC)

S_{ijk} : The cost for product i to be produced at the refinery j and to be distributed to the market area k (\$/B), $i=1,2,3$, $j=1,3$, $k=1,2$

$i=1$ (Mogas), $j=1$ (APL), $k=1$ (Malaysia)

$i=2$ (Dist.), $j=2$ (NOC), $k=2$ (Philippines)

$i=3$ (Fuel) $k=3$ (New Zealand)

W_{ij} : The cost for product i to be imported from USA and to be distributed to the market area j (\$/B), $i=1,2$, $j=1,2$

$i=1$ (Dist.) $j=1$ (Philippines)

$i=2$ (Fuel) $j=2$ (New Zealand)

4.3제약식(Constraints)의 정의

1)Fleet capacity constraint

이란 및 보르네오의 두 원유산지로부터 원유를 적재하여 APL 및 NOC 두 정유사로 수송할 때, 그 수송량을 47,000 (DWT) Tanker equivalent로 환산하고, 자사보유 선대의 capacity가 부족할 경우 Fsc최수만큼 용선을 한다고 하면, 다음과 같은 제약식으로 정리할 수 있다.

$$0.00005 X_{11} + 0.000045 X_{21} + 0.00011 X_{22} - F_{sc} \leq 6.3$$

2)Agreement of crude loading constraints

$$X_{11} + X_{12} \leq 100.000 \text{ (Iranian crude)}$$

$$X_{21} + X_{22} = 40.000 \text{ (Brunei crude)}$$

3)Throughput constraints

APL 정유사의 생산 능력은 50,000 B/D로 주어져 있으나 NOC정유사의 생산 능력은 Low process intensity의 경우 30,000 B/D, High process intensity의 경우 28,600 B/D라 하였으므로,High process intensity의 경우를 Low process intensity의 경우로 환산하여 제약식을 정리하면 다음과 같다.

$$R_{111} + R_{121} + R_{211} + R_{221} \leq 50,000 \text{ (APL)}$$

$$R_{112} + 1.05R_{122} + R_{212} + 1.05R_{222} \leq 30,000 \text{ (NOC)}$$

4) NOC Equipment constraint

$$R_{112} + R_{122} - 0.5(R_{212} + R_{222}) < 0$$

5) Overseas demand constraints

$$D_{111} + D_{121} = 4,500$$

$$D_{211} + D_{221} = 4,500$$

$$D_{121} + D_{321} = 6,000$$

$$D_{112} + D_{122} = 2,500$$

$$D_{212} + D_{222} + P_{11} = 3,500$$

$$D_{312} + D_{322} + P_{21} = 4,000$$

$$D_{113} + D_{123} = 3,360$$

$$D_{213} + D_{223} + P_{12} = 4,200$$

$$D_{313} + D_{323} + P_{22} = 4,440$$

6) Domestic demand constraints

$$0.186R_{111} + 0.312R_{121} + 0.259R_{211} + 0.365R_{221} - (D_{111} + D_{112} + D_{113}) = 9,000$$

$$0.229R_{111} + 0.230R_{121} + 0.371R_{211} + 0.379R_{221} - (D_{211} + D_{212} + D_{213}) = 10,000$$

$$0.503R_{111} + 0.378R_{121} + 0.317R_{211} + 0.194R_{221} - (D_{311} + D_{312} + D_{313}) = 11,000$$

$$0.186R_{112} + 0.3 R_{122} + 0.259R_{212} + 0.350R_{222} - (D_{121} + D_{122} + D_{123}) = 3,000$$

$$0.229R_{112} + 0.230R_{122} + 0.371R_{212} + 0.378R_{222} - (D_{221} + D_{222} + D_{223}) = 5,250$$

$$0.503R_{112} + 0.390R_{122} + 0.317R_{212} + 0.210R_{222} - (D_{321} + D_{322} + D_{323}) = 6,750$$

7) Input and output constraints

$$X_{11} - R_{111} - R_{121} = 0$$

$$X_{12} - R_{112} - R_{122} = 0$$

$$X_{21} - R_{211} - R_{221} = 0$$

$$X_{22} - R_{212} - R_{222} = 0$$

8) Import product quantity constraints

$$P_{11} + P_{12} \leq 10,000$$

$$P_{21} + P_{22} \leq 7,000$$

5. 모형의 분석 및 검토.

5.1. 모형의 해 - 최적해는 QSB 출력 자료를 참조한다.

5.2. 자원의 잠재가치

(1) 잠재 가격 분석

Si : 이익 발생
Ai : 손실 발생
i = 제약식 순번

- ① S1 : 비속박적 제약식, 전량 자사선에 의해 수송되어 지며, $0.014 * 47,000 \text{DWT}$ 의 선불량이 남는다.
- ② S3 : Brunei원유 1B/D를 더 추가하면 0.0616\$의 손실 발생, Brunei원유를 38042.9B/D 만 수입하고 모자라는 양은 Iranian 원유로 대체 하는 것이 바람직하다.
- ③ S5 : NOC의 정유능력이 1B/D 증가하면 0.0248\$ 발생 (단, $28957.5 < \text{NOC의 정유능력} < 31932$ by 민감도 분석)
- ④ A7-A15 : MALAYSIA, PHILIPPINES, NEW ZEALAND에 공급해야 할 량인데, 각각의 공급량 1B/D증가에 따라 잠재가격만큼 손실 발생.
반대로 공급량을 1B/D만큼 줄이면 잠재 가격 만큼 이익 발생. 그러나 공급량은 수요를 반드시 만족해야 하므로 모든제약을 다 변경 할 수는 없고, 그중 비교적 잠재가격의 절대치가 높은 A7(말레이시아의 Mogas 수요), A10(필리핀의 Mogas수요), A13(New zealand의 Mogas 수요)의 경우 공급량을 줄이는 방안을 찾아야 한다.
- ⑤ A16-A21 : Australia와 Japan의 국내 수요량이며, 위의 국외 수요와 만찬가지로 잠재 가격 만큼 손실이 발생하고, 비교적 |Π|가 큰 A16 (Australia의 Mogas수요), 과 A19(Japan의 Mogas수요)는 공급량을 줄이는 방안을 찾아야 한다.
- ⑥ A22,A23,A24,A25 : 수입한 Crude양에서 1B/D 정유되지 않으면 잠재가격만큼 -즉, 정유되지 않은 원유의 수입비와 운송비 만큼 손실이 발생.
그러므로, 수입한 원유는 모두 정유 시켜야 한다. 이것은 너무나도 당연하다.
- ⑦ A27 : 미국의 올림 계열사로부터 완제품을 Fuel에 1B/D 더 수입할 경우, 0.7061\$만큼 이익 발생
(단, $6793 < \text{Fuel Oil 수입량} < 7485$ 단위 B/D)

(2) 수정 비용 분석

- ① FSC : (47,000 DWT)급 유조선을 용선하여 1000 B/D 수송하면 3,200\$의 추가비용이 듈다.
- ② R111 : APL에서 Iranian Crude를 Low intensity process로 1B/D 더 정유하면 0.0714\$ 추가 비용 발생
- ③ R112 : NOC에서 Iranian Crude를 Low-intensity process로 1B/D 더 정유하면 0.0271\$ 추가비용 발생
- ④ R122 : NOC에서 Iranian Crude를 High-intensity process로 1B/D 더 정유하면 0.0402\$ 추가비용 발생
- ⑤ R222 : NOC에서 Iranian Crude를 High-intensity process로 1B/D 더 정유하면 0.0689\$ 추가비용 발생
- ⑥ D211 : Dist. oil을 APL에서부터 Philippines으로 1B/D 추가 공급하면 0.25\$의 추가비용 발생
- ⑦ D213 : Dist. oil을 APL에서부터 New Zealand으로 1B/D 추가 공급하면 0.1\$의 추가비용 발생
- ⑧ D313 : Fuel oil을 APL에서 New Zealand로 1B/D 추가 공급하면 0.1\$ 추가비용 발생
- ⑨ D122 : Mogas oil은 Noc에서 Philippines으로 1B/D 추가 공급하면 0.05\$ 추가비용 발생
- ⑩ D223 : Dist. oil을 NOC에서부터 New Zealand으로 1B/D 추가 공급하면 0.05\$의 추가비용 발생
- ⑪ D322 : Fuel oil은 Noc에서 Philippines으로 1B/D 추가 공급하면 0.25\$ 추가비용 발생
- ⑫ D323 : Fuel oil은 Noc에서 New Zealand로 1B/D 추가 공급하면 0.25\$ 추가비용 발생

5.3 민감도 분석

민감도 분석에는 목적함수의 변화, 우변항의 변화, 새로운 변수의 추가도입, 새로운 제약식의 도입 그리고 제약식의 계수의 변화 등과 같이 여러 종류가 있지만 여기서는 Australia, Japan 의 국내수요와 Malaysia, Philippines, New Zealand의 국외 수요의 오차 범위에 대하여 분석을 한다.

- ① B7 : Malaysia 의 Mogas 수요(4500B/D)오차는 $\pm 50\%$ 로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하지 않는다.
- ② B8 : Malaysia의 Dist. oil 수요(4500B/D)오차는 $\pm 50\%$ 로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하지 않는다.
- ③ B9 : Malaysia의 Fuel. oil 수요(6000B/D)오차는 $\pm 50\%$ 로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하지 않는다.
- ④ B10 : Philippines의 Mogas 수요(2500B/D)오차는 15,20%로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하지 않는다.
- ⑤ B11 : Philippines의 Dist. oil 수요(3500B/D)오차는 15,20%로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하지 않는다.
- ⑥ B12 : Philippines의 fuel oil 수요(4000B/D)오차는 15,20%로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하지 않는다.
- ⑦ B13 : New Zealand의 Mogas 수요(3360B/D)오차는 10,15%로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하지 않는다.
- ⑧ B14 : New Zealand의 Dist. oil 수요(4200B/D)오차는 10,15%로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하고 있다.
- ⑨ B15 : New Zealand의 Fuel oil 수요(4200B/D)오차는 10,15%로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하지 않는다.
- ⑩ B16 : Australia의 Mogas 수요(9000B/D)오차는 $\pm 10\%$ 로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하지 않는다.
- ⑪ B17 : Australia의 Dist. oil 수요(10000B/D)오차는 $+10\%$ 로 예상되었으며, 최적해의 오차는 수요의 증가에 대해서는 수용하지만 감소에 대해서는 수용하지 않는다.

- ⑫ B18 : Australia의 Fuel Oil의 수요(11000B/D)오차는 ±10%로 예상되었으나, 최적해의 오차 범위는 예상오차를 수용하지 않는다.
- ⑬ B19 : Japan의 Mogas의 수요(3000B/D)오차는 -10%,+20%로 예상되었으며, 최적해의 오차는 예상오차를 수요의 감소에 대해서는 수용하지만 증가에 대해서는 수용하지 않는다.
- ⑭ B20 : Japan의 Dist. oil의 수요(5250B/D)오차는 -10%,+20%로 예상되었으며, 최적해의 오차는 예상오차를 수요의 감소에 대해서는 수용하지만 증가에 대해서는 수용하지 않는다.
- ⑮ B21 : Japan의 Fuel oil의 수요(6750B/D)오차는 -10%,+20%로 예상되었으며, 최적해의 오차는 예상오차를 수용하지 않는다.

6. 결론

정유회사의 최적화 문제는 하부구조의 제약변수가 많고, 수요 예측에 다변성을 가지고 있지만, 확실한 수요 예측정보와 자료들을 토대로 경영 과학적 접근을 시도하여 최적해를 이끌어낼 수 있다.

이 정유회사는 경영이익을 보기 위해서 운영, 판매, 수송, 정제등의 다양한 요소를 감안해야 한다. 복합구조를 지닌 이 회사의 운영은 그 만큼 제어가 어렵고, 각 부문에서 고유의 특질을 지닌 문제점이 발생한다. 따라서 이들 문제의 분석은 사람의 힘으로는 감당하기에 힘이든다. 실제 Oleum의 경우에 있어서도 초기에는 각 영역의 자료를 컴퓨터를 이용하여 정리되었지만, 그 통합화에 있어서는 상당히 진부한 방식이었다. 결국 시스템분석가에 의해 모든 영역을 유기적으로 통합해, 각 자료들을 엄밀히 분석, 정리하여 최적해를 이루도록 해 놓았다.

최적해는 QSB program(의사결정지원 프로그램)을 통해 그 제약조건들의 입력이 완료되면 계산소요시간이 2~3초에 불과하다. 이는 사람의 의사결정이 갖는 불필요한 소요시간이나 오류를 제어하는데 크게 기여한다. 의사결정자의 판단에 결정적인 도움을 주는 이러한 프로그램의 사용은 점차로 확대되어졌고 현재는 대부분의 경영층에서 이러한 프로그램을 도입하고 있는 실정이며, 보다 간편하고 정확한 의사결정지원 시스템의 개발이 이루어지고 있다. 이 연구를 통해 얻은 성과는 다음과 같이 요약된다.

- ① 산재해 있는 경영 정보를 수집, 수리적 L.P모델로 정리하였다.
- ② QSB program을 통해 최적해 산출의 소요시간을 대폭 줄였다.
- ③ 의사결정시 판단에서 생긴 오류를 도출된 최적해의 민감도 분석을 통해 끝으로 정확한 의사 결정을 내릴 수 있게 되었다.

끝으로, 경영과학기법은 문제의 자료를 분석, 수식화하여 계산하고 의사결정자의 판단력을 높는 자원 시스템으로써 그 효용은 이상에서 증명된 바와 같다.

Summarized Results for Oleum Page : 1

Variables No. Names	Solution	Opportunity Cost	Variables No. Names	Solution	Opportunity Cost
1 Fsc	0.0000	3200.0000	16 D113	3089.9999	0.0000
2 X11	35720.5136	0.0000	17 D211	0.0000	0.2500
3 X12	0.0000	0.0000	18 D212	1990.2617	0.0000
4 X21	10000.0000	0.0000	19 D213	0.0000	0.1000
5 X22	30000.0000	0.0000	20 D311	3239.9999	0.0000
6 R111	0.0000	0.0714	21 D312	1440.0000	0.0000
7 R121	35720.5136	0.0000	22 D313	0.0000	0.1000
8 R211	1932.0818	0.0000	23 D121	4500.0000	0.0000
9 R221	8067.9182	0.0000	24 D122	0.0000	0.0500
10 R112	0.0000	0.0271	25 D123	270.0001	0.0000
11 R122	0.0000	0.0402	26 D221	4500.0000	0.0000
12 R212	30000.0000	0.0000	27 D222	1379.9998	0.0000
13 R222	0.0000	0.0689	28 D223	0.0000	0.0500
14 D111	0.0000	0.2000	29 D321	2760.0001	0.0000
15 D112	2500.0000	0.0000	30 D322	0.0000	0.2500
Minimum value of the OBJ = 257210.1			Iters. = 47		

Summarized Results for Oleum Page : 2

Variables No. Names	Solution	Opportunity Cost	Variables No. Names	Solution	Opportunity Cost
31 D323	0.0000	0.2500	46 A11	0.0000	-2.8500
32 P11	129.7386	0.0000	47 A12	0.0000	-2.7561
33 P12	4200.0000	0.0000	48 A13	0.0000	-4.3717
34 P21	2560.0000	0.0000	49 A14	0.0000	-2.7000
35 P22	4440.0000	0.0000	50 A15	0.0000	-2.6061
36 S1	0.0140	0.0000	51 A16	0.0000	-4.2717
37 S2	64279.4864	0.0000	52 A17	0.0000	-2.7000
38 A3	0.0000	-0.0616	53 A18	0.0000	-2.5561
39 S4	4279.4864	0.0000	54 A19	0.0000	-4.2717
40 S5	0.0000	0.0248	55 A20	0.0000	-2.6500
41 S6	15000.0000	0.0000	56 A21	0.0000	-2.7561
42 A7	0.0000	-4.4717	57 A22	0.0000	-2.6200
43 A8	0.0000	-2.8500	58 A23	0.0000	-2.5900
44 A9	0.0000	-3.1561	59 A24	0.0000	-2.7984
45 A10	0.0000	-4.4217	60 A25	0.0000	-2.7784
Minimum value of the OBJ = 257210.1			Iters. = 47		

Summarized Results for Oleum Page : 3

Variables No. Names	Solution	Opportunity Cost	Variables No. Names	Solution	Opportunity Cost
61 S26	5670.2614	0.0000	62 S27	0.0000	0.7061
Minimum value of the OBJ = 257210.1			Iters. = 47		

Sensitivity Analysis for OBJ Coefficients Page : 1

C(j)	Min. C(j)	Original	Max. C(j)	C(j)	Min. C(j)	Original	Max. C(j)
C(1)	0.0000	3200.0000	+ Infinity	C(19)	0.0000	0.1000	+ Infinity
C(2)	2.0974	2.6200	2.6479	C(20)	0.5216	0.6000	0.7458
C(3)	2.5629	2.5900	+ Infinity	C(21)	-0.5061	0.2000	0.3000
C(4)	2.8352	2.8600	+ Infinity	C(22)	0.0500	0.1500	+ Infinity
C(5)	- Infinity	2.8400	2.8648	C(23)	- Infinity	0.2000	0.4000
C(6)	0.0786	0.1500	+ Infinity	C(24)	0.1500	0.2000	+ Infinity
C(7)	-0.2226	0.3000	0.3279	C(25)	-0.1000	0.1000	0.1500
C(8)	0.0952	0.1200	0.1847	C(26)	- Infinity	0.2000	0.4500
C(9)	0.2554	0.2800	0.3597	C(27)	-0.0500	0.2000	0.2500
C(10)	0.1729	0.2000	+ Infinity	C(28)	0.0500	0.1000	+ Infinity
C(11)	0.3498	0.3900	+ Infinity	C(29)	0.2542	0.4000	0.4784
C(12)	- Infinity	0.1600	0.1848	C(30)	-0.0000	0.2500	+ Infinity
C(13)	0.2711	0.3400	+ Infinity	C(31)	-0.1500	0.1000	+ Infinity
C(14)	0.2000	0.4000	+ Infinity	C(32)	2.8000	2.8500	4.7301
C(15)	- Infinity	0.1500	0.2000	C(33)	- Infinity	2.7000	2.7500
C(16)	0.0500	0.1000	0.3000	C(34)	1.9500	2.0500	2.7561
C(17)	0.1500	0.4000	+ Infinity	C(35)	- Infinity	1.9000	2.0000
C(18)	0.0830	0.1500	0.2500				

Sensitivity Analysis for RHS Page : 1

B(i)	Min. B(i)	Original	Max. B(i)	B(i)	Min. B(i)	Original	Max. B(i)
B(1)	6.2860	6.3000	+ Infinity	B(15)	3954.2300	4440.0000	4646.8340
B(2)	35720.5117	%100000.000	+ Infinity	B(16)	7325.7148	9000.0000	9178.2471
B(3)	38042.9180	40000.0000	40178.5273	B(17)	9870.2617	10000.0000	11990.2617
B(4)	45720.5156	50000.0000	+ Infinity	B(18)	10514.2305	11000.0000	11206.8340
B(5)	28957.5293	30000.0000	31932.0820	B(19)	1325.7148	3000.0000	3178.2473
B(6)	%-15000.000	0.0000	+ Infinity	B(20)	5120.2612	5250.0000	6630.0000
B(7)	2825.7148	4500.0000	4678.2471	B(21)	6264.2300	6750.0000	6956.8340
B(8)	4370.2612	4500.0000	5880.0000	B(22)	%-35720.511	0.0000	279.4912
B(9)	5514.2300	6000.0000	6206.8340	B(23)	0.0000	0.0000	310.5457
B(10)	825.7148	2500.0000	2678.2473	B(24)	-724.0903	0.0000	334.9334
B(11)	3370.2615	3500.0000	9170.2617	B(25)	-724.0903	0.0000	440.5127
B(12)	3514.2300	4000.0000	4206.8340	B(26)	4329.7388	10000.0000	+ Infinity
B(13)	1685.7148	3360.0000	3538.2473	B(27)	6793.1660	7000.0000	7485.7700
B(14)	0.0000	4200.0000	9870.2617				

[참고 문헌]

서명	저자	출판사	발행년
現代 經營 科學論 [OR]	이상문	법문사	1987
經營 科學 : MS/OR	형성우	형설	1987
現代 經營科學 : 計算의 意思決定論	김세현	무역경영사	1994
線型 計劃法과 그 應用	백영기	동명사	1968
CHEMICAL TANKER	공저	해기연수원	1990
유조선과 LNG선	양시권 공저		1985
OIL TANKER	공저	해기연수원	1988
LIQUEFIED GAS TANKER	공저	해기연수원	1988
現代 經營科學(計量意思決定論)	김세현	무역경영사	1995
OR·計量經營 事例問題集	박순달	민영사	1991
OR·計量經營 事例問題集 II	박순달	민영사	1991
정보시스템(분석·설계 및 구현)	이영환	법영사	1997

