1. 직렬-병렬 시스템의 중복 설계 문제에 관한 연구

응용수학과 유 동 훈
지도교수 김 재 환

본 논문에서 다루고자 하는 중복 설계 문제는 선박, 비행기, 통신시스템 등의 신뢰도를 높이기 위해 비용, 무게 등을 고려한 다양한 제약 하에서 하부 시스템의 중복 설계를 최적화 하는 것이다. 특히 이 문제는 만족스러운 서비스 제공, 경제적 효율성뿐만 아니라 인간의 생명, 안전과도 밀접한 관계가 있을 만큼 중요한 문제이다.

중복 설계 문제는 크게 다음과 같은 5가지의 구조로 분류된다.

1) 직렬 시스템 (Series System)
2) 병렬 시스템 (Parallel System)
3) 직렬-병렬 시스템 (Series-Parallel System)
4) 병렬-직렬 시스템 (Parallel-Series System)
5) 콤플렉스 시스템 (nonseries, nonparallel)

본 논문에서는 위의 5가지 모형 중 3번 직렬-병렬 시스템에 대한 중복 설계 문제를 다루고자 한다.

본 논문에서 다루고자 하는 직렬-병렬 시스템에 대한 이해를 돕기 위해, 기본적인 구조인 직렬 시스템에 대해 먼저 살펴 보고자 한다.

직렬 시스템 모형은 Bellman, Bellman/Dreyfus 등이 처음으로 제시 하였으며, 동적 프로그램(dynamic programming)을 사용하여 최적해를 구하였다. Ghare/Taylor는 0/1 변수 변환을 이용하여 위의 모형을 풀기 쉬운 0/1 정수계획 문제로 변환한 다음, 분지 한계법(branch-and-bound method)을 이용하여 최적해를 구하였다. 또한, Nakagawa/Nakashima는 효율적인 분지 한계법을 개발하여 Ghare/Taylor의 방법과의 성능을 비교하였고, Bulfin은 보다 큰 규모의 문제에 대해 0/1 정수계획 문제로 변환한 후, 분지 한계법을 이용하여 최적해를 구하였다.

본 논문에서 다루고자 하는 직렬-병렬 시스템의 중복 설계 문제는 직렬 시스템의 구조에 병렬 시스템을 복합시킨 형태이며, Fyffe는 다음과 같은 직렬-병렬 시스템의 모형을 제시하였고, 동적 프로그램(dynamic programming)을 이용하여 최적해를 구하였다.

또한 Nakagawa/Miyazaki는 surrogate 제약식을 이용하여 최적해를 개선시켰다.

이에 반해, Smith는 Fyffe의 모형에서 서로 다른 하부시스템을 중복 설계하여 신뢰도를 증가시키는 다음과 같은 모형을 제시하였고, 발견적 해법인 GA(Genetic Algorithm)을 이용하여 최적해를 구하였다.

그러나, Smith가 GA을 이용하여 구한 해는 global 최적해가 아니므로, 본 논문에서는 이 문제에 대해 0/1 변수 변환을 이용하여 global 최적해를 구하고자 한다.

본 논문에서의 연구범위에 대해 살펴보기로 하자.

직렬-병렬 시스템의 중복설계 문제에 대한 global 최적해를 구하기 위해, 먼저 0/1 변수 변환을 이용하여 풀기 쉬운 0/1 정수계획 문제로 변환한 다음 GAMS(General Algebraic Modeling System)을 이용하여 최적해를 구하였다. 2장에서는 널리 알려진 Fyffe의 33개의 문제에 대해 global 최적해를 구하여 Nakagawa/ Miyazaki, Smith 등의 해와 비교 분석하였다.

본 장에서는 Smith가 제시한 다루기 힘든 비선형 정수계획 문제인 직렬-병렬 시스템의 중복설계 문제를 풀기 위해, 이와 유사한 직렬 시스템의 0/1 변수 변환에 의한 해법을 살펴보고, 이에 기초를 둔 직렬-병렬 시스템에 대한 0/1 변수 변환을 이용한 해법을 제시하고자 한다.

서론에서 언급한 직렬-병렬 시스템의 다음과 같은 모형은 목적함수 R_s가 직렬 시스템에서와는 달리 복잡한 형태이므로, 직렬 시스템에서 언급한 Ghare /Taylor의 0/1 변수 변환은 가능하지 않다. 따라서, 비선형 정수계획 문제인 (P_1)을 풀기 쉬운 0/1 정수계획 문제로 변환하기 위해 Ghare/Taylor에서와는 달리, $0 \le X_{ij} \ge U$의 모든 경우의 정수해를 0/1 변수를 이용하여 나열하였고, 변환한 모형은 다음과 같다.

비선형 정수계획 문제는 2.2절에서 언급한 0/1 변수 변환의 모형에 대입하면, 다음과 같은 0/1 정수계획 문제로 표현된다.

위의 문제는 풀기 쉬운 0/1 정수계획 문제이므로, GAMS를 이용하여 최적해를 구할 수 있다.

이 GAMS 프로그램은 IBM RS/6000P 기종으로 수행되었으며, 수행시간은 0.32초이다.

이 문제에 대한 0/1 변수의 총 개수는 9490개이며, 최적해 $R_s^* = 0.955$이다. 구체적인 출력결과는 <부록>에 수록되어 있다.

Smith가 분석한 33개의 문제에 대해 본 연구에서 GAMS를 이용하여 구한 global 최적해는 <표 3.1>과 <표 3.2>에 나타나 있다.

<표 3.1>의 17문제(175~191)에 대해서 N&M과 GA는 global 최적해를 한 번도 얻지 못했음을 알 수 있고, <표 3.2>의 16문제(159~174)에 대해서는 N&M과 GA는 각각 1번, 11번의 global 최적해를 구하는 것을 알 수 있었다.

위의 결과로부터 현재 가장 좋은 해를 찾아준다고 알려진 Smith의 GA는 <표 3.1>에서 처럼 가능해의 영역이 점점 확대됨에 따라 global 최적해를 한 번도 찾지 못함을 본 연구를 통해 알 수 있었다.

결론적으로 본 논문에서는 Smith가 제시한 다루기 힘든 비선형 정수계획 문제인 직렬-병렬 시스템의 중복 설계 문제의 global 최적해를 구하기 위해, 먼저 0/1 변수 변환을 이용하여 풀기 쉬운 0/1 정수계획 문제로 변환한 다음, GAMS (Genetic Algebraic Modeling System)을 이용하여 최적해를 구하였다.

2.3절의 예제에서 총 9490개의 0/1 변수가 사용된 문제를 IBM RS/6000P 기종에 의해 GAMS 프로그램을 수행한 결과, 0.32초가 소요됨을 알 수 있었다. 또한, Fyffe의 33개 문제에 대해 전산 실험한 결과, 현재까지 가장 좋은해를 구할 수 있다고 알려진 Smith의 GA는 가능해의 영역이 점점 확대됨에 따라 global 최적해를 한 번도 찾지 못함을 본 연구를 통해 알 수 있었다.