

퍼스컴을 利用한 推進軸系 비틀림振動의 固有振動數 計算에 關한 研究

朴炳學 · 全孝重

A Study on the Natural Frequency Calculation of the Torsional Vibration for Ship's Propulsion Shafting with Personal Computer

Byung-Hack Park, Hyo-Jung Jeon

< 目 次 >	
Abstract	3.1 傳達매트릭스法에 의한 電算
1. 序 論	플로우차아트
2. 傳達매트릭스法의 基礎理論式	3.2 計算資料
2.1 狀態量벡터의 定式化	3.3 計算結果
2.2 傳達매트릭스	3.4 傳達매트릭스法과 HOLZER
2.3 固有振動數의 計算方程式	法の 比較
2.4 計算順序의 圖式化	4. 結 論
2.5 固有振動數의 檢索	5. 參考文獻
3. 電算프로그램과 計算實例	附 錄

Abstract

The calculation of natural frequency of rotating shaft is the primary and the essential work in torsional vibration problem and it is very important to calculate it accurately and concisely without difficulty.

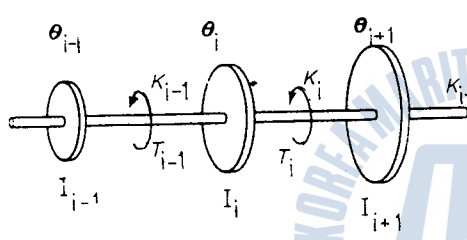
The most ordinary method that has been used in calculating the frequency of propulsion shafting is the Holzer method and that is also utilized nowadays with the electronic computer.

Recently, many kinds of cheap personal computers are distributed in every fields of

- X_i : i 點에 있어서의 變位
- F_i : i 點에 있어서의 作用力
- O_i : i 點에 있어서의 角變位
- T_i : i 點에 있어서의 토오크

2.2 傳達매트릭스

Fig. 2와 같이 數個의 質量圓板이 붙은 圓形斷面軸이 回轉토오크를 받아서 비틀림을 일으키는 狀態를 傳達매트릭스로 表示해본다. 例로서 $(i-1)$ 番째 토오크와 兩側의 角變位를 보면, 軸의 平衡關係로 부터



$$T_i^L = T_{i-1}^R \quad (2.3)$$

$$O_i - O_{i-1} = \frac{T_{i-1}^R}{K_{i-1}}$$

$$O_i = O_{i-1} + \frac{T_{i-1}^R}{K_{i-1}} \quad (2.4)$$

Fig. 2 Shaft with Multi-disk

다만 K 는 軸의 剛性係數로서 材料力學上 $1/K = l/GJ$ 이고 J 는 軸의 2次極慣性모멘트 ($\pi d^4/32cm^4$), G 는 剪斷彈性係數(kg/cm^2)이며 l 는 質量圓板間의 길이(cm)이다.

또한 上端添字 L, R 등은 各各 左側, 右側을 表示한다.

(2.3)式과 (2.4)式을 매트릭스로 表示하면

$$\begin{bmatrix} \Theta \\ T \end{bmatrix}_i^L = \begin{bmatrix} 1 & 1/K \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta \\ T \end{bmatrix}_{i-1}^R$$

또는 $Z_i^L = F Z_{i-1}^R$ (2.5)

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1/K \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

여기서 F는 界매트릭스(Field Transfer Matrix)로서 2質點(i, i-1)間的 狀態量關係를 規定해주는 傳達매트릭스이다.

또 圓板 i에 대한 兩側 狀態量벡터 Z_i^L, Z_i^R 의 關係를 보면 비틀림角은 不變이고 토오크는 圓板의 慣性모멘트 때문에 不連續으로 된다.

$$\theta_i^R = \theta_i^L \quad (2.7)$$

$$T_i^R - T_i^L + I_i \omega^2 \theta_i = 0$$

$$T_i^R = -I_i \omega^2 \theta_i^L + T_i^L \quad (2.8)$$

다만, I_i 는 i番째 圓板의 慣性質量모멘트이며 ω 는 角振動數이다.

(2.7)式과 (2.8)式을 매트릭스로 表示하면

$$\begin{bmatrix} \theta \\ T \end{bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -I_i \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ T \end{bmatrix}_i^L$$

$$\text{또는 } Z_i^R = P Z_i^L \quad (2.9)$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -I_i \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

여기서 P는 點매트릭스(Point Matrix)로서 質點 i의 兩側에 對한 狀態量을 規定하는 傳達매트릭스이다.

2.3 固有振動數의 計算方程式

비틀림을 받는 軸系에서는 어느 한 終端에서나 境界條件(Boundary Condition)인 토오크 T와 角變位 θ 의 두 개중 어느 한개는 항상 알 수 있다. 卽, 固定端에서 $\theta = 0$ 이고 T는 不明하나, 自由端에서는 θ 가 不明이고 T=0이다. 이와같은 兩終端의 境界條件을 同時に 滿足시키는 固有角振動數(ω)의 값을 求하는 過程을 傳達매트릭스法으로 풀어나가는 計算式을 만들어본다.

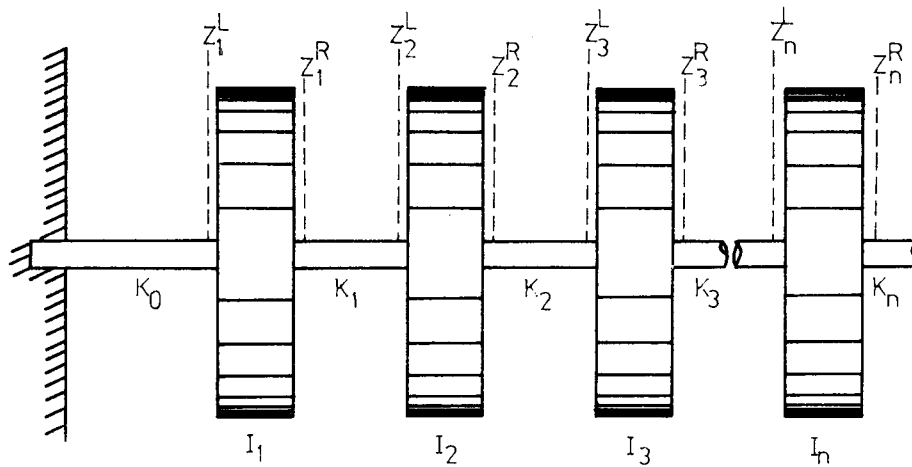


Fig. 3 State Vector in Multi-rotor System

Fig. 3에서와 같이 여러개의 圓板을 갖는 回轉軸에서 서로 隣接한 두 個의 狀態를 彼此로 規定하는 式은

$$\begin{aligned}
 Z_1^L &= F_0 Z_0 & Z_1^R &= P_1 Z_1^L \\
 Z_2^L &= F_1 Z_1^R & Z_2^R &= P_2 Z_2^L \\
 Z_3^L &= F_2 Z_2^R & Z_3^R &= P_3 Z_3^L \\
 &\vdots & &\vdots \\
 Z_n^L &= F_n Z_{n-1}^R & Z_n^R &= P_n Z_n^L
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

各 式의 左邊을 다음 式의 左邊에 各各 代入하여 整理하면

$$\begin{aligned}
 Z_n^R &= P_n F_{n-1} P_{n-1} F_{n-2} \cdots P_2 F_1 P_1 F_0 Z_0 \\
 &= AZ_0
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

(2.12)式은 (2.11)式을 簡略하게 表示한 것이다. 여기서 A는 兩端의 境界條件(Z_0 , Z_n^R)을 除外한 點매트릭스(質量모멘트)와 系매트릭스(軸剛性)들의 順次的 累積值이다.

Z_0 , F_0 는 固定端의 境遇에만 存在하고 機關의 軸系처럼 兩端이 非固定, 卽 自由端일

때는 Z_0 와 F_0 는 없으므로 Z_1^L 이 境界條件으로 되고 $T_1=0$, θ_1 은 未知數로 된다.

2.4 計算順序의 圖式化

(2.12)式的 計算을 위하여 便宜上 3個만의 質量圓板을 갖는 兩側이 自由인 軸系를 對象으로 살펴보면,

$$Z_3^R = AZ_1^L = P_3F_2P_2F_1P_1Z_1^L \quad (2.13)$$

이 式의 計算過程을 圖式化하면 아래와 같다.

$$\begin{array}{l}
 P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -I_1\omega^2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \Theta \\ T_1 \end{bmatrix} = Z_1^R \\
 F_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1/K_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} F_1P_1 \\ \Theta \\ T_1 \end{bmatrix} = Z_2^L \\
 P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -I_2\omega^2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} P_2F_1P_1 \\ \Theta \\ T_1 \end{bmatrix} = Z_2^R \\
 F_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/K_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} F_2P_2F_1P_1 \\ \Theta \\ T_1 \end{bmatrix} = Z_3^L \\
 P_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -I_3\omega^2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} P_3F_2P_2F_1P_1 \\ \Theta \\ T_1 \end{bmatrix} = Z_3^R = \begin{bmatrix} \Theta_3 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ 境界條件}
 \end{array} \quad (2.14)$$

위의 順序에 따라 매트릭스演算을 實行하면 그 結果式이 다음과 같이 求하여진다.

$$A = P_3F_2P_2F_1P_1$$

$$= \left[\begin{array}{cc} 1 + \frac{I_1 I_2}{K_1 K_2} \omega^4 - \left(\frac{I_1}{K_1} + \frac{I_1 + I_2}{K_2} \right) \omega^2 & \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} - \frac{I_2}{K_1 K_2} \omega^2 \\ \frac{I_1 I_2 I_3}{K_1 K_2} \omega^2 + \left(\frac{I_1 I_2 + I_1 I_3}{K_1} + \frac{I_1 I_2 I_3}{K_2} \right) \omega^4 - (I_1 + I_2 + I_3) \omega^2 & 1 + \frac{I_2 I_3}{K_1 K_2} \omega^4 - \left(\frac{I_2 + I_3}{K_1} + \frac{I_3}{K_2} \right) \omega^2 \end{array} \right] \quad (2.15)$$

2.5 固有振動數의 檢索

(2.13)式 $Z_3^R = AZ_1^L$ 에서 A의 (2.15)式의 形式을 바꿔 써보면

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ T_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_3 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

여기서 兩端의 境界條件은 $T_1=0, T_3=0$ 이므로

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

이 式을 풀면

$$a_{11} \Theta_1 = \Theta_3 \quad (2.17)$$

$$a_{21} \Theta_1 = 0 \quad (2.18)$$

(2.18)式은 $\theta_1 \neq 0$ 이므로 $a_{21}=0$ 이 成立되어야 한다. 여기서 a_{21} 의 값은 角振動數 ω 에 對應하는 係數로서 殘留토크의 값이다.

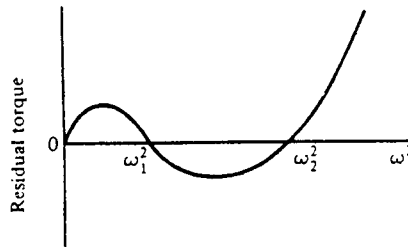


Fig. 4 Residual Torque versus ω^2

$a_{21}=0$ 인 點은 Fig. 4에서와 같이 殘留토크曲線이 ω 軸과 交叉되는 節點이며 이 計算

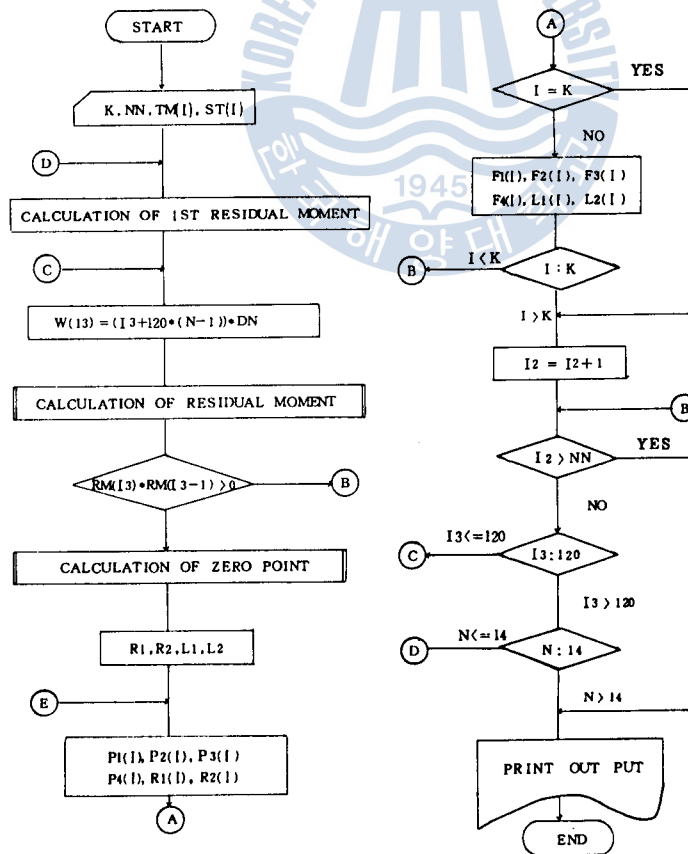
에서 求하고자 하는 固有角振動數의 값이다. 이 節點의 數는 1節振動에서 한個, 2~n 節에서는 各各 2~n個까지 그 節數만큼 있다.

이 ω_1 의 값을 求하는데는 다음의 計算順序를 따른다.

- i) ω 의 값으로서 適當한 값을 推定하고 그 값을 點매트릭스의 ω 에 代入하여 [A]의 計算을 施行한다.
- ii) 그 計算值가 0으로 되어야 하나 처음부터 그렇게 되지는 않기 때문에 遂次近似法에 따라 ω 의 값을 順次로 바꾸어가면서 計算을 反復한다.
- iii) ω 의 값이 滿足할만한 近似值에 이르면 그 값을 取하고 다음 計算을 續行한다.

3. 計算프로그램과 計算實例

3. 1 傳達매트릭스法에 의한 電算플로우차아트



3. 2 計算資料

傳達매트릭스法과 Holzer法の 比較를 위하여 다음과 같은 2雙의 實際船舶에 對한 推進 軸系의 資料를 利用하였다.

1) Sample A

		NIIGATA M6F 43CHS	
Type		6	
Number of cylinder		430	mm
Cylinder diameter		620	mm
Stroke		275	rpm
Max. continuous revolution		1,600	bhp
Max. continuous output			
Mass system			

No.	Mass name	Moment of inertia (kg cm sec ²)	Stiffness (kg cm/rad)
1	Cylinde 1	0.7570 E + 03	0.7153076 E + 09
2	Cylinde 2	0.7570 E + 03	0.7153076 E + 09
3	Cylinde 3	0.7570 E + 03	0.7153076 E + 09
4	Cylinde 4	0.7570 E + 03	0.7153076 E + 09
5	Cylinde 5	0.7570 E + 03	0.7153076 E + 09
6	Cylinde 6	0.7570 E + 03	0.6807352 E + 09
7	Flywheel	0.7650 E + 04	0.336496 4 E + 08
8	Propeller	0.4781 E + 04	

2) Sample B

		HYUNDAI B&W 6L 60MC	
Type		6	
Number of cylinder		600	mm
Cylinder diameter		1,944	mm
Stroke		110.2	rpm
Max. continuous revolution		12,060	bhp
Max. continuous output			
Mass system			

No.	Mass name	Moment of inertia (kg cm sec ²)	Stiffness (kg cm/rad)
1	Flange + comp	0.1798700 E + 05	0.1450000 E + 11
2	Cylinder 1	0.8092100 E + 05	0.1132000 E + 11
3	Cylinder 2	0.8092100 E + 05	0.1132000 E + 11
4	Cylinder 3	0.8092100 E + 05	0.1132000 E + 11
5	Cylinder 4	0.8092100 E + 05	0.1132000 E + 11
6	Cylinder 5	0.8092100 E + 05	0.1132000 E + 11
7	Cylinder 6	0.8092100 E + 05	0.1132000 E + 11
8	Ch. drive	0.3943100 E + 05	0.2098000 E + 11
9	Turning wh.	0.2686200 E + 05	0.3433900 E + 09
10	Coupling	0.3539000 E + 04	0.3954561 E + 09
11	Coupling	0.3859000 E + 04	0.7424499 E + 09
12	Propeller	0.3873610 E + 06	

3. 3 計算結果

위의 두 實船의 資料(Sample A, Sample B)에 對하여 傳達매트릭스法과 Holzer法을 가지고 固有振動數와 比振幅을 各各 計算한 結果는 다음과 같다. 또한 A船의 比振幅曲線을 Fig. 5에 나타내었다.

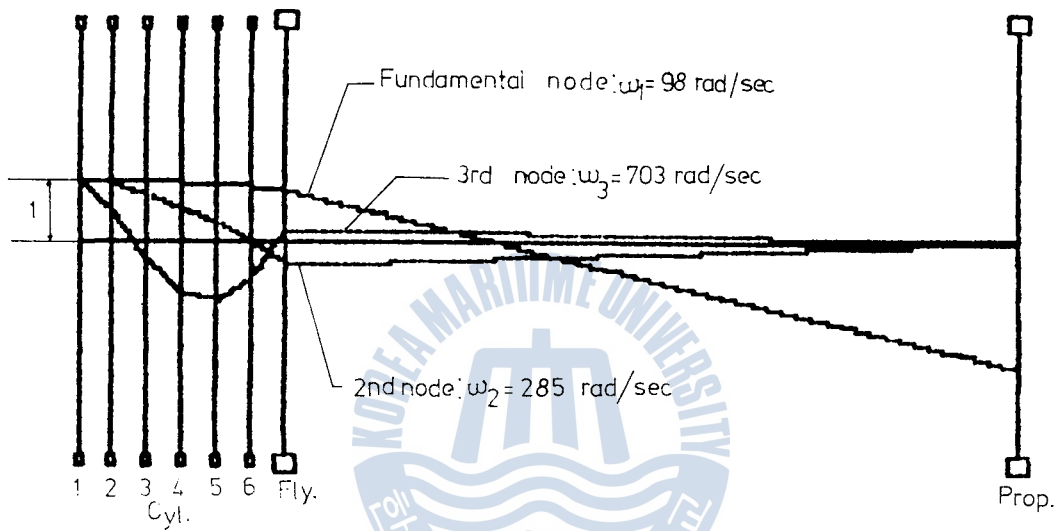


Fig. 5 Mode Shapes of Sample A

1) Sample A의 結果值

Transfer Matrix Method Natural Frequency	Holzer Method Natural Frequency
1-NODE = 98.0549317 (rad/sec) 15.6059303 (hz) 936.355819 (rpm) Relative amplitude	1-NODE = 98.0550082 (rad/sec) 15.6059425 (hz) 936.356549 (rpm) Relative amplitude
1.0 0. 989824824 0. 969578007 0. 939465563 0. 899793891 0. 850966659 0. 790561159 -2.159493730	1.0 0. 989824808 0. 969577959 0. 939465469 0. 899793737 0. 850966432 0. 790560844 -2.15949784 0
2-NODE = 285.266464 (rad/sec) 45.4015773 (Hz) 2724.09464 (rpm) Relative amplitude	2-NODE = 285.266459 (rad/sec) 45.4015765 (Hz) 2724.09459 (rpm) Relative amplitude
1.0 0. 913879909 0. 749056398 0. 519724082 0. 245633080 -0. 0496118644 -0. 3553618020 0. 0336455171	1.0 0. 913879913 0. 749056407 0. 519724098 0. 245633105 -0. 049611833 -0. 355361767 0. 033644736
3-NODE = 703.052828 (rad/sec) 111.894356 (Hz) 6713.66137 (rpm) Relative amplitude	3-NODE = 703.052828 (rad/sec) 111.894356 (Hz) 6713.66137 (rpm) Relative amplitude
1.0 0. 476096938 -0. 295652834 -0. 913558660 -1. 053588290 -0. 642493195 0. 142632495 -2. 0604386 E-03	1.0 0. 476906938 -0. 295652834 -0. 913558660 -1. 053588290 -0. 642493195 0. 142632495 -2. 06043862 E-03

2) Sample B의 結果值

Transfer Matrix Method	Holzer Method
Natural Frequency	Natural Frequency
1 - NODE = 24.8607941 (rad/sec) 3.95671909 (Hz) 237.403145 (rpm)	1 - NODE = 24.8607966 (rad/sec) 3.9567195 (Hz) 237.40317 (rpm)
Relative amplitude	Relative amplitude
1.0	1.0
0.999233308	0.999233308
0.993836432	0.993836431
0.984048593	0.984048590
0.969913036	0.969913030
0.951492215	0.951492205
0.928867517	0.928867502
0.908451327	0.908451309
0.892974325	0.892974303
-0.095793379	-0.095793596
-0.953849209	-0.953849594
-1.40781707	-1.40781755
2 - NODE = 167.067909 (rad/sec) 26.5896891 (Hz) 1595.38135 (rpm)	2 - NODE = 167.067909 (rad/sec) 26.5896891 (Hz) 1595.38135 (rpm)
Relative amplitude	Relative amplitude
1.0	1.0
0.965376034	0.965376034
0.728407312	0.728407312
0.346101926	0.346101926
-0.105260014	-0.105260014
-0.535619777	-0.535619777
-0.859109126	-0.859109126
-0.975268360	-0.975268360
-1.006160330	-1.006160330
-0.696689850	-0.696689845
-0.253941054	-0.253941045
0.018723818	0.018723827
3 - NODE = 323.840662 (rad/sec) 51.540853 (Hz) 3092.45118 (rpm)	3 - NODE = 323.840662 (rad/sec) 51.540853 (Hz) 3092.45118 (rpm)
Relative amplitude	Relative amplitude
1.0	1.0
0.869907131	0.869907131
0.0511142871	0.051114287
-0.805998061	-0.805998061
-1.058867490	-1.058867490
-0.517922129	-0.517922129
0.411300568	0.411300568
0.885547245	0.885547245
1.046004200	1.046004190
2.268218780	2.268218770
1.200739420	1.200739410
-0.022353634	-0.022353635

3. 4 傳達매트릭스法과 Holzer法의 比較

同一機關軸系의 비틀림振動 固有振動數 計算에서 위의 두가지 方法에 對한 計算結果와 그 特徵을 比較하여 보면 다음과 같다.

1) 正確度

計算結果는 두 方法이 거의 一致하였다. 1節振動만 小數點 以下 두자리에서 약간 差異가 생겼을 뿐이다.

2) 計算時間과 容量

i) 計算時間

兩方法의 計算所要時間은 다음 表와 같았다.

Table I. Required Calculating Times

Method	Calculating Time (sec)		Remarks
	Sample A	Sample B	
Transfer Matrix	415	368	
Holzer	518	572	
Time Difference	103	204	

使用電子計算機는 8bit multi 64 personal computer JK-system이며 使用 言語는 BASIC을 使用하였다.

ii) 容 量

Sample A에 對한 프로그램容量은 아래와 같다.

* 傳達매트릭스法 : 2,520bit

* Holzer法 : 1,553bit

3) 特徵과 便宜度

兩方法 모두 入力值로서 等價換算된 質量慣性모멘트와 軸의 剛性을 가지고 角振動數에 對한 殘留토크값이 零으로 되는 點을 座標上의 交點(節點)으로서 찾는 逐次近似法을 利用함은 類似하다.

傳達매트릭스法은 質量體의 點매트릭스와 軸間의 界매트릭스들을 손쉽게 만들고 이들을 (2.14)式의 圖式에 따라 計算해 나갈 뿐이다.

Holzer法은 各質點에 對한 殘留토크와 角變位를 各各 計算하고 이들을 모아서 構成하는 이른바 Holzer表를 ω 의 推定回數만큼(例를들면, 本計算에서 A船의 境遇 353回, B船에서 164回) 만들어나가는 過程이 複雜하다.

4. 結 論

지금까지 船用디젤機關의 推進軸系비틀림振動의 固有振動數計算을 傳達매트릭스法에 의해 電子計算機를 利用하여 施行하고 그 값을 現在까지 널리 利用하고 있는 Holzer法에 의한 電子計算 結果値와 比較하였고 다음과 같은 結論을 얻었다.

- 1) 兩方法에 의한 計算値는 一致를 보았고 傳達매트릭스法이 正確한 計算方法임이 立證되었다.
- 2) 兩方法은 서로 類似함이 많고 大同小異하지만 傳達매트릭스法이 計算時間에서 약간 빠르고 計算方法도 簡潔하여 質點數와 節數가 많아질수록 그 便利度가 높다. 다만 所要 計算機容量은 Holzer法이 傳達매트릭스法보다 약간 더 적게 所要되었다.
- 3) 비틀림振動計算에서 가장 初步段階인 固有振動數計算에는 本 研究에서 開發한 傳達매트릭스法의 電算프로그램이 利用價値가 있다고 본다. 그러나 보다 複雜한 聯成強制振動이나 強制減衰振動을 計算하는 問題는 앞으로의 研究課題가 될 것이다.

5. 參 考 文 獻

1. 全孝重, “機械力學”, 一中社, pp. 146~pp. 163, (1984).
2. 全孝重, “船舶動力傳達裝置”, 太和出版社, pp. 155~pp. 166, (1986).
3. D. J. Hatter, “Matrix Computer Methods of Vibration Analysis”, Butterworth & Co. Ltd, (1973).
4. William T. Thomson, “Theory of Vibration with Applications”, Prentice-Hall Book Co., Inc., (1963).
5. E. C. Pestel, F. A. Leckie, “Matrix Methods in Elastomechanics”, McGraw-Hill Book Co., Inc., (1963).

16 1988年 6月 韓國海洋大學 船舶工學研究所 論文集 第7輯

6. J. M. Prentis, F. A. Leckie, "Mechanical Vibration ; An Introduction to Matrix Methods", Longmans Green and Co. Ltd., (1963).
7. 全孝重, 金喜徹, "船舶推進軸系の 橫振動計算에 關한 研究", 韓國海洋大學論文集, 第16輯, (1981).
8. 全孝重, 金義珩, "逐次近似法에 의한 船用디젤機關軸系 비틀림振動計算의 電算프로그램開發에 關한 研究", 韓國海洋大學大學院論文集, 第3輯, (1982).
9. 金榮滿, "디젤機關 推進軸系 設計를 위한 電算프로그램開發에 關한 研究", 韓國海洋大學大學院論文集, 第6輯, (1984).



附 錄

Holzer Table (Sample A)

1 - node 13 - step calculation

P1 = 98,0550082 P1**2 = 9614,78462

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NO	J	JP ²	B	JP ² B	SUM(JP ² B)	K	SUM/K
1	757.0	7.278391 E+06	1.0000	7.27839 E+06	7.278391 E+06	7.1 E+08	0.0101
2	757.0	7.278391 E+06	0.9898	7.20433 E+06	1.448272 E+07	7.1 E+08	0.0202
3	757.0	7.278391 E+06	0.9695	7.05696 E+06	2.153969 E+07	7.1 E+08	0.0301
4	757.0	7.278391 E+06	0.9394	6.83779 E+06	2.837749 E+07	7.1 E+08	0.0396
5	757.0	7.278391 E+06	0.8997	6.54905 E+06	3.492654 E+07	7.1 E+08	0.0488
6	757.0	7.278391 E+06	0.8509	6.19366 E+06	4.112021 E+07	6.8 E+08	0.0604
7	7,650.0	7.355310 E+07	0.7905	5.84482 E+07	9.926841 E+07	3.3 E+07	2.9500
8	4,781.0	4.596828 E+07	-2.1594	-9.92684 E+07	-9.375000 E-02		

2 - node 72 - step calculation

P2 = 285.266459 P2**2 = 81376.9525

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NO	J	JP ²	B	JP ² B	SUM(JP ² B)	K	SUM/K
1	757.0	6.160235 E+07	1.0000	6.16023 E+07	6.160235 E+07	7.1 E+08	0.0861
2	757.0	6.160235 E+07	0.9138	5.62971 E+07	1.178995 E+08	7.1 E+08	0.1648
3	757.0	6.160235 E+07	0.7490	4.61436 E+07	1.640431 E+08	7.1 E+08	0.2293
4	757.0	6.160235 E+07	0.5197	3.20162 E+07	1.960593 E+08	7.1 E+08	0.2740
5	757.0	6.160235 E+07	0.2456	1.51315 E+07	2.111909 E+08	7.1 E+08	0.2952
6	757.0	6.160235 E+07	-0.0496	-3.05620 E+06	2.081347 E+08	6.8 E+08	0.3057
7	7,650.0	6.225336 E+08	-0.3553	-2.21224 E+08	-1.308992 E+07	3.3 E+07	-0.3890
8	4,781.0	3.890632 E+08	0.0336	1.30899 E+07	4.218750 E-01		

3 - node 79 - step calculation

P3 = 703.052829 P3**2 = 494283.28

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NO	J	JP ²	B	JP ² B	SUM(JP ² B)	K	SUM/K
1	757.0	3.741724 E+08	1.0000	3.74172 E+08	3.741724 E+08	7.1 E+08	0.5230
2	757.0	3.741724 E+08	0.4769	1.78445 E+08	5.526178 E+08	7.1 E+08	0.7725
3	757.0	3.741724 E+08	-0.2956	-1.10625 E+08	4.419927 E+08	7.1 E+08	0.6179
4	757.0	3.741724 E+08	-0.9135	-3.41828 E+08	1.001642 E+08	7.1 E+08	0.1400
5	757.0	3.741724 E+08	-1.0535	-3.94223 E+08	-2.940594 E+08	7.1 E+08	-0.4110
6	757.0	3.741724 E+08	-0.6424	-2.40403 E+08	-5.344626 E+08	6.8 E+08	-0.7851
7	7,650.0	3.781267 E+09	0.1426	5.39331 E+08	4.868865 E+06	3.3 E+07	0.1446
8	4,781.0	2.363168 E+09	-0.0020	-4.86916 E+06	-2.982343 E+02		

Holzer Table (Sample B)

1 - node 50 - step calculation

		P1 = 24,8607966			P1 ** 2 = 618,059209		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NO	J	JP ²	B	JP ² B	SUM(JP ² B)	K	SUM/K
1	17,987.0	1.111703 E+07	1.0000	1.11170 E+07	1.111703 E+07	1.4 E+10	0.0007
2	80,921.0	5.001396 E+07	0.9992	4.99756 E+07	6.109265 E+07	1.1 E+10	0.0053
3	80,921.0	5.001396 E+07	0.9938	4.97057 E+07	1.107983 E+08	1.1 E+10	0.0097
4	80,921.0	5.001396 E+07	0.9840	4.92161 E+07	1.600145 E+08	1.1 E+10	0.0141
5	80,921.0	5.001396 E+07	0.9699	4.85092 E+07	2.085237 E+08	1.1 E+10	0.0184
6	80,921.0	5.001396 E+07	0.9514	4.75879 E+07	2.561116 E+08	1.1 E+10	0.0226
7	80,921.0	5.001396 E+07	0.9288	4.64563 E+07	3.025679 E+08	1.4 E+10	0.0204
8	39,431.0	2.437069 E+07	0.9084	2.21395 E+07	3.247075 E+08	2.0 E+10	0.0154
9	26,862.0	1.660230 E+07	0.8929	1.48254 E+07	3.395330 E+08	3.4 E+08	0.9887
10	3,539.0	2.187311 E+06	-0.0957	-2.09530 E+05	3.393234 E+08	3.9 E+08	0.8580
11	3,859.0	2.385090 E+06	-0.9538	-2.27501 E+06	3.370484 E+08	7.4 E+08	0.4539
12	387,361.0	2.394120 E+08	-1.4078	-3.37048 E+08	-1.250000 E-01		

2 - node 94 - step calculation

		P2 = 167,067909			P2 ** 2 = 27911,6863		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NO	J	JP ²	B	JP ² B	SUM(JP ² B)	K	SUM/K
1	17,987.0	5.020475 E+08	1.0000	5.02047 E+08	5.020475 E+08	1.4 E+10	0.0346
2	80,921.0	2.258641 E+09	0.9653	2.18043 E+09	2.682485 E+09	1.1 E+10	0.2369
3	80,921.0	2.258641 E+09	0.7284	1.64521 E+09	4.327696 E+09	1.1 E+10	0.3823
4	80,921.0	2.258641 E+09	0.3461	7.81720 E+08	5.109417 E+09	1.1 E+10	0.4513
5	80,921.0	2.258641 E+09	-0.1052	-2.37744 E+08	4.871672 E+09	1.1 E+10	0.4303
6	80,921.0	2.258641 E+09	-0.5356	-1.20977 E+09	3.661899 E+09	1.1 E+10	0.3234
7	80,921.0	2.258641 E+09	-0.8591	-1.94041 E+09	1.721479 E+09	1.4 E+10	0.1161
8	39,431.0	1.100585 E+09	-0.9752	-1.07336 E+09	6.481134 E+08	2.0 E+10	0.0308
9	26,862.0	7.497637 E+08	-1.0061	-7.54382 E+08	-1.062690 E+08	3.4 E+08	-0.3094
10	3,539.0	9.877945 E+07	-0.6966	-6.88186 E+07	-1.750877 E+08	3.9 E+08	-0.4427
11	3,859.0	1.077111 E+08	-0.2539	-2.73522 E+07	-2.024400 E+08	7.4 E+08	-0.2726
12	387,361.0	1.081189 E+10	0.0187	2.02440 E+08	1.192500 E+02		

3 - node 209 - step calculation

		P3 = 323,840663			P3 ** 2 = 104872,775		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NO	J	JP ²	B	JP ² B	SUM(JP ² B)	K	SUM/K
1	17,987.0	1.886346 E+09	1.0000	1.88634 E+09	1.886346 E+09	1.4 E+10	0.1300
2	80,921.0	8.486409 E+09	0.8699	7.38238 E+09	9.268735 E+09	1.1 E+10	0.8187
3	80,921.0	8.486409 E+09	0.0511	4.33776 E+08	9.702511 E+09	1.1 E+10	0.8571
4	80,921.0	8.486409 E+09	-0.8059	-6.84002 E+09	2.862481 E+09	1.1 E+10	0.2528
5	80,921.0	8.486409 E+09	-1.0588	-8.98598 E+09	-6.123501 E+09	1.1 E+10	-0.5409
6	80,921.0	8.486409 E+09	-0.5179	-4.39529 E+09	-1.051880 E+10	1.1 E+10	-0.9292
7	80,921.0	8.486409 E+09	0.4113	3.49046 E+09	-7.028335 E+09	1.4 E+10	-0.4742
8	39,431.0	4.135238 E+09	0.8855	3.66194 E+09	-3.366386 E+09	2.0 E+10	-0.1604
9	26,862.0	2.817092 E+09	1.0460	2.94669 E+09	-4.196962 E+08	3.4 E+08	-0.2222
10	3,539.0	3.711447 E+08	2.2682	8.41837 E+08	4.221412 E+08	3.9 E+08	1.0674
11	3,859.0	4.047040 E+08	1.2007	4.85944 E+08	9.080853 E+08	7.4 E+08	1.2230
12	387,361.0	4.062362 E+10	-0.0223	-9.08085 E+08	-3.517500 E+02		