

平行平板入口의 層流 熱伝達에 關한 研究

金 京 根

Heat Transfer for Laminar Flow in the Entrance Region of the Straight Channel with Parallel Plates

Kim Gyoungun

目 次	次
1. 序 論	1-1 實驗裝置
2. 理論解析	2-2 實驗方法
2-1 速度場의 解析	3. 實驗結果의 討論
2-2 溫度場의 解析	5. 結 論
2-3 局部熱傳達係數 局部Nusselt數	參考文獻
3. 實驗裝置 및 實驗方法	附 錄

Abstract

Flow and heat transfer in the entrance region of the pipes of circular and non-circular cross-section are very important in both the theory and practical application, because of high heat transfer coefficient.

This paper is concerned with the laminar flow in the entrance region of the straight channel with parallel plates and it intends to obtain the fundamental data of heat transfer for the heat exchanger and the fins, and to get the better shape and the shorter passage of the tubes from the viewpoint of heat transfer.

At the beginning, the velocity distribution at the inlet section, $x=0$, is uniform. Owing to viscous friction, the velocity boundary layer will be developed in accordance with the distance from inlet section. By the principle of continuity, the flow rate must be constant for every cross-section. Therefore, the velocity at the central core will increase, as the velocity boundary layer develops.

The velocity boundary layer and its thickness are solved by applying the integral method of momentum to the flow in the boundary layer, Bernoulli's equation to the central core, and the equation of continuity to the flow, and at the same time by applying the integral method of thermal energy, the thermal boundary layer can be solved, too.

Experimental data about the velocity distribution, local heat transfer coefficients and local Nusselt number at uniform heat flux, for air, are obtained and coincided with their theoretical analysis.

記號說明

A: 常數		s : 主流的 溫度	[°C]
a : 溫度傳導率, $= \frac{k}{c_p \cdot \gamma}$	[m ² /h]	t_w : 壁溫	[°C]
B: 平行平板間 流路의 幅, (0.1m)	[m]	u : 速度境界層內 流速	[m/s]
C: 常數		u_m : 平均流速	[m/s]
c_p : 靜壓比熱	[Kcal/kg·°C]	u_s : 主流的 流速	[m/s]
D: 直徑	[m]	u_∞ : 無限遠의 流速	[m/s]
D_h : 水力直徑	[m]	V: 無次元 流速, $= \frac{u_s}{u_\infty}$	
G: 流量	[kg/s]	X: 無次元數, $= \frac{\nu \cdot x}{u_\infty \cdot h^2}$	
g: 重力加速度	[m/s ²]	x, y, z : 直角座標	
h : 平行平板間 높이의 $\frac{1}{2}$, ($=9.5 \times 10^{-3}$ m)	[m]	γ : 比重量	[kg/m ³]
h_x : 局所熱傳達率	[Kcal/m ² ·h·°C]	δ : 速度境界層의 두께	[m]
k : 熱傳導率	[Kcal/m·h·°C]	δ_t : 溫度境界層의 두께	[m]
NU_X : 局所Nusselt數, $= \frac{h_x \cdot D_h}{k}$		ξ : 無次元 速度境界層의 두께, $= \frac{\delta}{h}$	
P: 靜壓	[kg/m ²]	θ : 溫度, ($t_w - t$)	[°C]
Pr : Prandtl數, $= \frac{\nu}{a}$		θ_s : 溫度, ($= t_w - t_s$)	[°C]
Q: 熱流量	[Kcal/h]	ν : 動粘性係數, $= \frac{\mu}{\rho}$	[m ² /s]
q_x : 局所熱傳達量	[Kcal/m ² ·h]	ρ : 密度	[kg·s ² /m ⁴]
Re : Reynolds數, $= \frac{U_m \cdot D_h}{\nu}$		μ : 粘性係數	[kg·s/m ²]
t : 溫度境界層內 溫度	[°C]	τ_w : 壁面에서의 剪斷力, $= \mu \cdot \left(\frac{dt}{dy} \right)_{y=0}$	[kg/m ²]

1. 序 論

管内흐름의 入口領域에서의 傳熱은 熱傳達率이 크기 때문에 理論과 實際의 面에서 매우 重要한 關心의 對象이 되고 있다.

筆者는 流線과 平行으로 놓인 平行平板 사이의 流路에 있어 入口領域의 2次元 層流熱傳達을 考察함으로써 冷却핀의 傳熱問題, 熱交換器의 效率이 좋은 管의 形狀 및 熱交換器의 縮小化를 위한 基礎的 研究資料를 얻으려 했다.

熱傳達率은 Reynolds數, Prandtl數, 入口에서의 速度分布, 流路의 形狀, 흐름의 形態, 流路壁面의 粗度, 壁面에서의 境界條件 및 流體의 物性值 等에 依하여 影響을 받는다.

層流의 入口領域에 對해서는 Langhaar, Schiller 및 Atkison-Goldstein의 研究¹⁾와 亂流의 入口領域에 對해서는 Latzko와 R. G. Deissler의 研究²⁾가 있다. 管의 入口, 즉 $x=0$ 에서 均一한 速度分布로 流入한 流體는 粘性으로 因한 摩擽力때문에 速度境界層이 發達하게 되고, 따라서 連續의 方程式에서 알 수 있는 바와 같이 主流의 流速 u_s 는 增加하게 된다. R. G. Deissler는 圓管과 平行平板의 亂流 入口領域의 傳熱에 關한 研究에서 主流의 流速 u_s 의 增加를 無視하고서 運動量과 熱에너지의 積分法⁴⁾에 依하여 研究를 行하였고²⁾ Langhaar는 圓管의 層流 入口領域의 傳熱에 關한 研究에서 Navier-Stokes方式에 依하여 主流의 流速 u_s 의 增加를 考慮한 速度分布 및 熱傳達에 關하여 研究하였다.¹⁾

前述한 바와 같이 熱傳達은 速度分布에 關係가 크므로 溫度場의 解析에는 먼저 速度場에 對

하여 이해를 해야한다. 그런데 Navier-Stokes 방식은慣性力, 壓力差에 의한 힘, 慣性力 및 體積力 등 힘의 平衡에 의한 어떤 흐름의 運動方程式으로 正確한 理論解를 求할 수 있지만 非線形 微分方程式의 解析에 一般적으로 數學的 解法이 困難하다. 이에 反하여 運動量 및 熱에너지의 積分法에 依하면 理論的 解析이 比較的 簡單하고 Navier-Stokes 方程式에 依하여 解法이 困難할 境遇에도 도움이 된다.

本論文에서는 速度場 및 溫度場의 解析에 있어 T. von Kármán이 提案한 運動量 및 熱에너지의 積分法, 且 流에 對해서는 Bernoulli 定理 및 連續의 方程式을 適用했다. 速度境界層內 速度分布 및 溫度境界層內 溫度分布는 平行平板間 流의 方向, y 의 2次式으로 流體의 物性値는 一定하다의 假定하고 體積力는 無視하였다.

이렇게 하여 主流의 流速 u_s , 速度境界層의 厚기 δ , 溫度境界層의 厚기 δ_t , 局所熱傳達率 h_x 및 局所 Nusselt 數 Nux 에 對한 理論式을 求하고 計算에 依하여 理論値를 求했다.

實驗에서 風洞 및 實驗部는 水平으로 裝置하고 空氣를 利用하여 無限速의 流速 u_∞ 가 1 m/s ~ 5 m/s 範圍內에서 實驗의 考察을 行하였다.

2. 理論解析

2.1 速度場의 解析

Boussinesq, Schiller, Atkinson-Goldstein 및 Langhaar 등은 層流에 있어 流線과 平行으로 통인 管이나 平行平板의 入口 즉 $x=0$ 에서는 均一한 速度分布로 流入하며 $\partial P/\partial x$ 는 x 의 函數이 했다. ⁽¹⁾⁽²⁾ 또한 主流는 均一한 速度分布를 하고 있으므로 流線間에는 剪斷力이 作用하지 않기 때문에 理想流體로 간주하여 Bernoulli 定理을 適用할 수 있다.

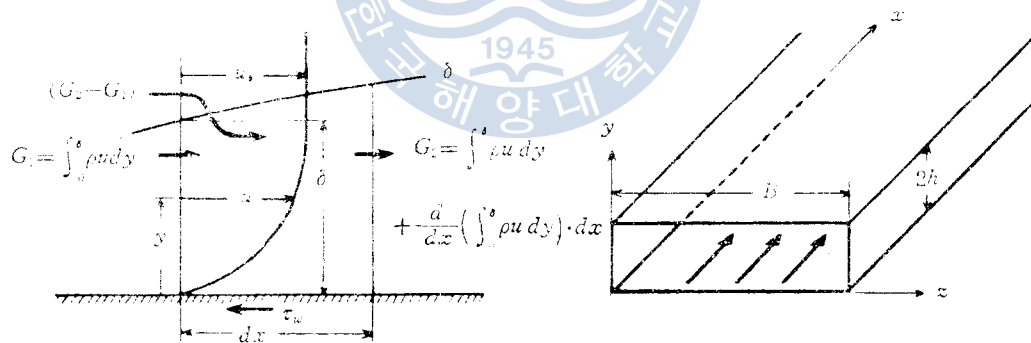


Fig. 1 Principle diagram of the integral method of momentum and a rectangular coordinate.

Fig. 1에서 流體의 物性値는 一定하다면, 微小面에 作用하는 힘은 運動量의 變化에 依한 힘과 壓力差에 依한 힘 및 壁面에서의 剪斷力만이 作用한다.

T. von Kármán이 提案한 運動量의 積分法에 依하면 微小面에서 힘의 平衡方程式은 다음과 같다.

$$\rho \left[\frac{d}{dx} \int_0^\delta (u_s - u) \cdot u \, dy \right] + \frac{du_s}{dx} \cdot \int_0^\delta (u_s - u) \, dy = \nu \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=0} \dots \dots \dots (1)$$

이다. 그러므로 (1)式에서 速度境界層內의 速度分布를 알면, (1)式을 解析함으로써 距離 x 의

(4)

變化에 따른 速度境界層의 두께 δ 및 主流의 流速 u_s 의 增加等を 알 수 있다.

速度境界層內 速度分布 u 를 y 의 2次式으로

$$u = A + C_1 y + C_2 y^2$$

이라 假定하고 境界條件으로

$$\begin{aligned} y=0 \text{에서,} & \quad u=0 & \quad \frac{du}{dy}=0 \\ y=\delta \text{에서,} & \quad u=u_s \end{aligned}$$

를 取하면 速度分布 u 는

$$\frac{u}{u_s} = 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \dots\dots\dots(2)$$

이 된다. 따라서 (1)式의 左邊 1項에서

$$\int_0^\delta (u_s - u) \cdot u \, dy = u_s^2 \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_s}\right) \cdot \frac{u}{u_s} \, dy = \frac{2}{15} u_s^2 \cdot \delta \dots\dots\dots(3)$$

가 되고 左邊 2項에서

$$\int_0^\delta (u_s - u) \, dy = u_s \cdot \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_s}\right) \, dy = \frac{1}{3} u_s \cdot \delta \dots\dots\dots(4)$$

이다. 또한 右邊은

$$v \cdot \left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0} = 2v \cdot \frac{u_s}{\delta} \dots\dots\dots(5)$$

이다. (3), (4) 및 (5)式을 (1)式에 代入하면

$$2u_s \cdot \delta \cdot \frac{d\delta}{dx} + 9\delta^2 \cdot \frac{du_s}{dx} = 30v \dots\dots\dots(6)$$

를 얻는다.

平行平板間 높이를 $2h$ 라 하고 連續의 方程式을 適用하면, 入口 處 $x=0$ 에서의 流量과 任意의 位置 x 에서의 流量은 같다. 즉

$$2\rho \cdot h \cdot u_\infty = 2\rho \cdot \left(\int_0^\delta u \, dy + \int_\delta^h u_s \, dy\right)$$

이다. 그러므로

$$V = \frac{3}{3-\xi} \dots\dots\dots(7)$$

$$\text{但, } \xi = \frac{\delta}{h}$$

$$V = \frac{u_s}{u_\infty} \text{이다.}$$

따라서, $\frac{du_s}{dx}$ 는 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$\frac{du_s}{dx} = \frac{du_s}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dx} = \frac{3u_\infty}{(3-\xi)^2} \cdot \frac{d\xi}{dx} \dots\dots\dots(8)$$

가 된다. (7)式과 (8)式을 (6)式에 代入하면

$$\left[\frac{2\xi}{(3-\xi)} + \frac{9\xi^2}{(3-\xi)^2} \right] \cdot \frac{d\xi}{dx} = \frac{10v}{u_\infty \cdot h^2} \dots\dots\dots(9)$$

가 된다. (9)式을 積分하면

$$7\xi + 48 \ln(3-\xi) + \frac{81}{(3-\xi)} = \frac{10v \cdot x}{u_\infty \cdot h^2} + C$$

Figure 10. Temperature profile.

Figure 11. Velocity profile.



Figure 10. Temperature profile of the flow, and instantaneous velocity of the flow.

이때, 유체의 온도를 대수적으로 표현할 때, $x=0$ 에서 $T=0$ 로 하고 $x=0.11$ 로 적분상수 $C=79.733$ 이다.
 즉, $T=79.733 \ln \frac{x}{0.11}$ 이다.

$$\text{따라서 } \frac{1}{m} \text{인 } \text{Sim}(\frac{1}{m}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 0.645 \dots \dots \dots (10)$$

$$\therefore \bar{K} = \frac{1}{m} \text{이다.}$$

이때, \bar{K} 은 온도차에 대한 온도 변화의 비로(비율) 위치 x 에서의 속도경계층의 두께 $\delta(x)$ 의 식을 대입 한 후의 결과로, 식(9)의 \bar{K} 을 식(10)에 대입하면, Fig. 9 중 (7)과 (10)의 결과에 의해서, 유체의 온도를 대수적으로 표현할 때 $x=0$ 에서 $T=0$ 로 하고 $x=0.11$ 로 Stewart 및 Schlichting 의 결과와도 비교하였다.

2.2. 온도장의 해석

유체장의 온도에 대한 해석은 유체의 물성치가 일정하고, 내부유동은 무시하면, $\delta > \delta_T$ 의 경우이다.

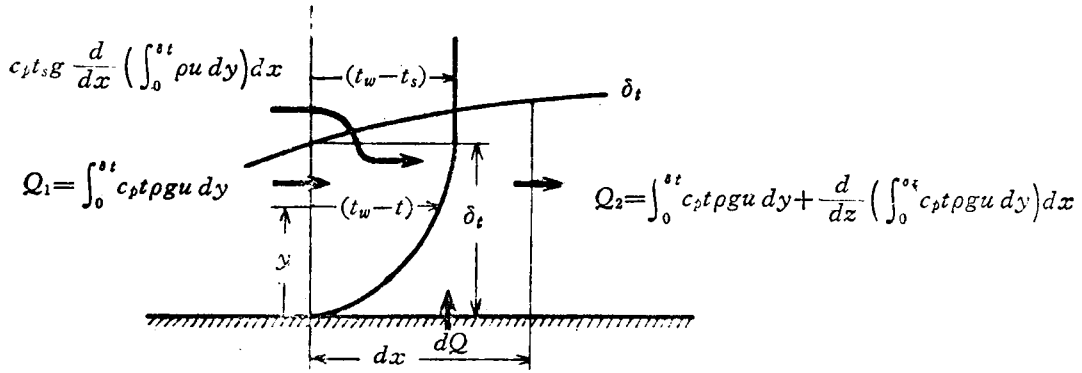


Fig. 3 Principle diagram of the integral method of thermal energy

이때 Fig. 3 과 같이 微小面에 있어 熱에너지의 積分法⁴⁾에 依한 熱에너지의 平衡方程式은

$$\frac{d}{dx} \left[\int_0^{\delta_t} (t - t_s) \cdot u dy \right] = \frac{k}{C_p \cdot \gamma} \cdot \left(\frac{dt}{dy} \right)_{y=0} \dots\dots\dots (11)$$

이다.

溫度境界層內 溫度分布 \$t\$를 速度境界層에서와 같이 \$y\$의 2次式으로

$$t = A' + C_1' y + C_2' y^2$$

이라 假定하고 境界條件으로

$$y=0 \text{에서, } t = t_w$$

$$y = \delta_t \text{에서, } t = t_s$$

$$\frac{dt}{dy} = 0$$

를 取하고, \$\theta = t_w - t\$, \$\theta_s = t_w - t_s\$라 하면 溫度境界層內 溫度分布는

$$\frac{\theta}{\theta_s} = 2 \left(\frac{y}{\delta_t} \right) - \left(\frac{y'}{\delta_t} \right)^2 \dots\dots\dots (12)$$

이다. 그러므로 溫度場의 解析은, 熱負荷一定 또는 壁溫一定의 條件에 따라 (2)式, (10)式 및 (12)式에 依하여 (11)式을 解析함으로써 溫度境界層의 두께 \$\delta_t\$를 求할 수 있다.

熱負荷一定의 境遇에는 局所熱傳達量 \$qx\$는 一定하다. 즉

$$qx = -k \cdot \left(\frac{dt}{dy} \right)_{y=0}$$

$$= 2k \cdot \frac{\theta_s}{\delta_t}$$

$$= \text{一定} \dots\dots\dots (13)$$

이다. 따라서 (11)式의 右邊은 一定이므로 (11)式을 積分하면

$$\int_0^{\delta_t} (t - t_s) \cdot u dy = \frac{k}{C_p \cdot \gamma} \left(\frac{dt}{dy} \right)_{y=0} \cdot x + C \dots\dots\dots (14)$$

이다. 上式에서 \$x=0\$일 때 \$t=t_s\$이므로 積分常數 \$C=0\$이다. 또한 (14)式의 左邊에 (2)式 및 (12)式을 代入하면,

$$\int_0^{\delta_t} (t - t_s) \cdot u dy = \int_0^{\delta_t} [(t_w - t_s) - (t_w - t)] \cdot u dy = \theta_s \cdot u_s \cdot \int_0^{\delta_t} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s} \right) \cdot \frac{u}{u_s} dy$$

$$= \frac{1}{6} \theta_s \cdot u_s \cdot \delta \cdot \left[\left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{5} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)^2 \right]$$

이러므로, (14)式에서 $\delta \gg \delta t$ 이므로 2項을 無視하면

$$\int_0^{\delta t} (t - t_s) \cdot u \, dy = \frac{1}{6} \theta_s \cdot u_s \cdot \frac{\delta t^2}{\delta} \dots \dots \dots (15)$$

이러므로, (14)式의 右邊에 (13)式을 代入하면

$$\frac{k}{C_p \cdot \gamma} \cdot \left(\frac{dt}{dy} \right)_{y=\delta t} \cdot x = 2a \cdot \frac{\theta_s}{\delta t} \cdot x \dots \dots \dots (16)$$

但, 溫度傳導率 $a = \frac{k}{C_p \cdot \gamma}$ 이다.

이러므로 (15)式 및 (16)式을 (14)式에 代入하면

$$\delta_t = h \cdot \left(\frac{12}{P_r} \cdot \frac{\xi \cdot X}{V} \right)^{1/3} \dots \dots \dots (17)$$

但, $P_r = \frac{V}{a}$ 이다.

따라서 (7)式 및 (10)式에 依하여 V, ξ 및 X 를 알 수 있으므로 (17)式에 依하여 溫度境界層의 厚에 δ_t 를 求할 수 있다.

2.3 局所熱傳達率과 局所Nusselt數

任意的 位置 x 에서 局所熱傳達量 q_x 는 (13)式과 같이 表示되었다. 또한 局所熱傳達率 h_x 는 그 定義에 依하여

$$q_x = h_x \cdot (t_w - t) = h_x \cdot \theta_s \dots \dots \dots (18)$$

이러므로 (13)式과 (18)式에 依하여

$$h_x = 2k \cdot \frac{1}{\delta_t} \dots \dots \dots (19)$$

이다. 그러므로 (19)式에 (17)式을 代入하면 局所熱傳達率 h_x 는

$$h_x = 0.8736 \cdot \frac{k}{h} \cdot P_r^{1/3} \cdot \left(\frac{V}{\xi \cdot X} \right)^{1/3} \dots \dots \dots (20)$$

이 된다. 그러므로 水力直徑 D_h 를 代表길이라고 하는 局所 Nusselt數는

$$N_{Dh} = \frac{h_x \cdot D_h}{k} = 0.8736 \cdot \frac{D_h}{h} \cdot P_r^{1/3} \cdot \left(\frac{V}{\xi \cdot X} \right)^{1/3} \dots \dots \dots (21)$$

이다.

3. 實驗裝置 및 實驗方法

3.1 實驗裝置

實驗裝置는 Fig. 4 와 같이 空氣는 送風機로써 冷却器를 흐른다. 冷却器에서 流體는 거의 窒

(8)

溫과 同溫度로 冷却되어 冷却器의 出口에 있는 流速調節用 밸브를 거쳐 고무管으로 風洞에 連結된다. 風洞은 Fig. 5, 6에서 보는 바와같이, 擴大部는 40mm×40mm×495mm이고 擴大角은 約 14.7°이며, 여기에 連結되는 整流部는 300mm×40mm×350mm이다. 整流用 格子는 길이 250mm이며 그 앞뒤에 브라스網이 設置되어 渦運動 및 亂流部分을 減少시키고 있다.⁴⁾ 이 브라스網은 60mesh, 直徑 0.15mm이며 이는 브라스網에 依하여 Kármán渦가 생기지 않도록 할려면 直徑 D 를 代表길이로 하는 Reynolds數 즉 $\frac{u_m \cdot D}{\nu}$ 가 40이하 이어야 한다는 條件에서 採用한 것이다⁵⁾ 風洞의 出口은 100mm×19mm이며 斷面比는 6.316 이다.

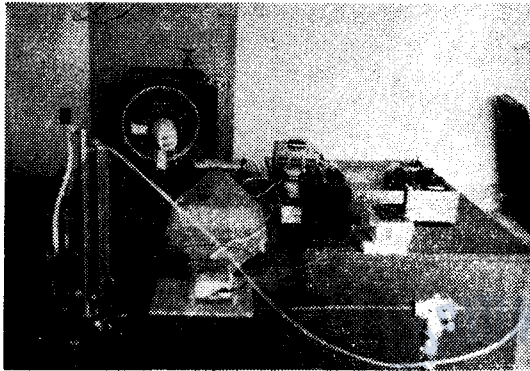


Fig. 4 Experimental equipment.

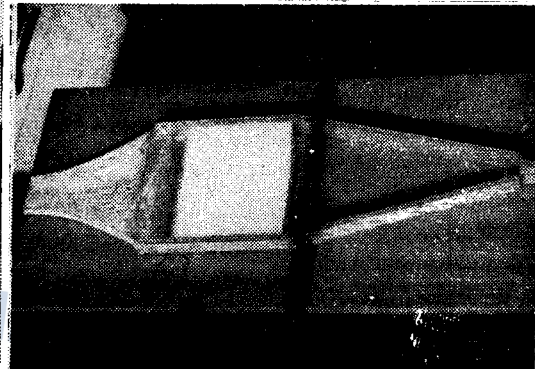


Fig. 5 Wind tunnel.

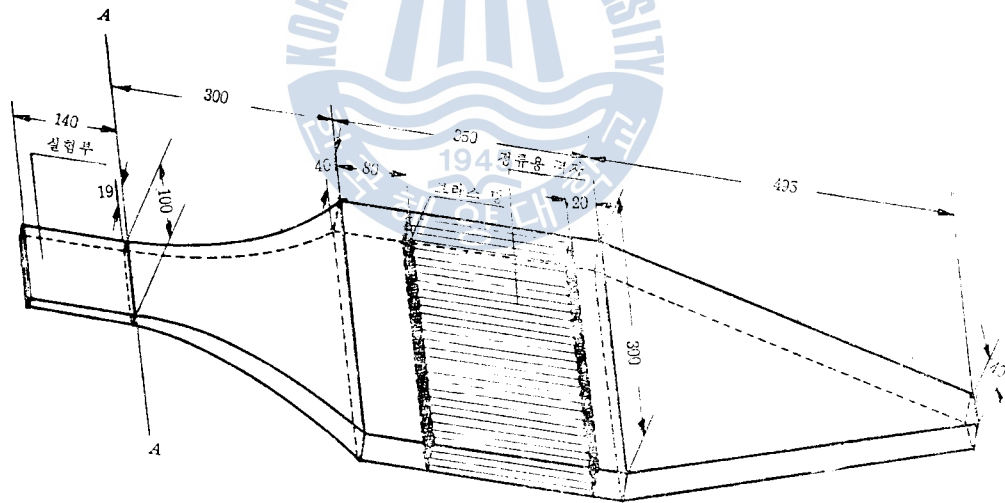


Fig. 6 Dimension of test section and wind tunnel

實驗部는 아크릴로 製作하였으며 平行平板間 흐름에 2次元性を 주기 위하여 側壁을 設置하고 上下平板 入口의 內面에는 길이 0.1mm 폭 1mm의 홈을 加工하여 風洞出口과 段이 생기지 않도록 했다. 靜壓測定孔은 Fig. 7에서 보는 바와 같이 流線과 5°의 角을 이루는 直線上에 뚫어 相互間에 影響이 없도록 했고, 入口에서부터 7mm, 27mm, 47mm, 67mm, 87mm, 107mm 및 127mm의 位置에 드릴을 利用하여 直徑 0.1mm로 加工하였다. 靜壓測定用 上板은 볼트 너트를

而得若干纖維束 (fiber bundle) 之重量。纖維束之長度為 5 吋。每吋長之纖維束之重量存在於圖 7 中之裝置中。此裝置之構造如圖 7 所示。每吋長之纖維束之重量，以可視之重量計測之。此裝置之構造如圖 7 所示。每吋長之纖維束之重量，以可視之重量計測之。

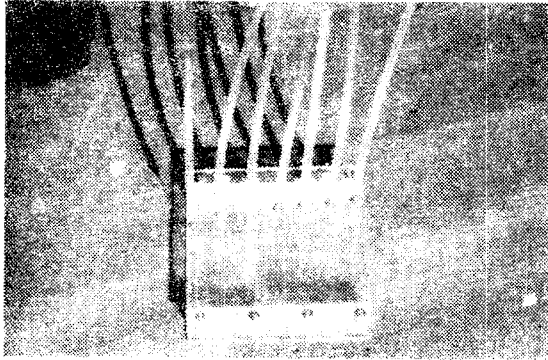


Fig. 7. Apparatus for measuring fiber weight.

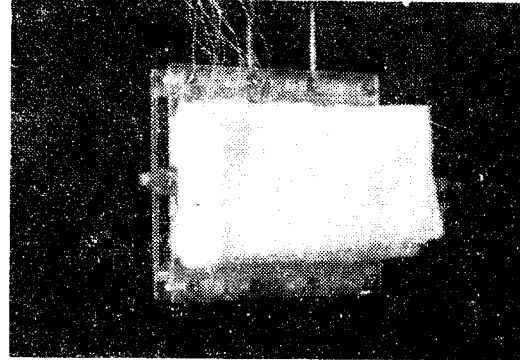


Fig. 8. Apparatus for measuring fiber length.

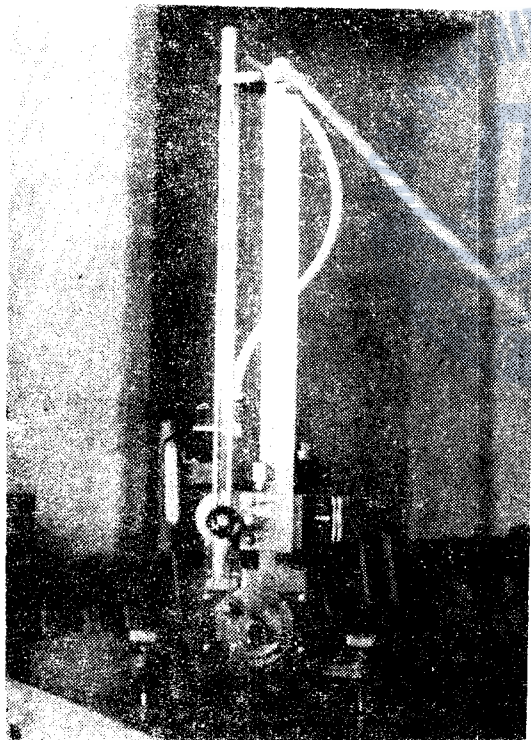


Fig. 9. Apparatus.

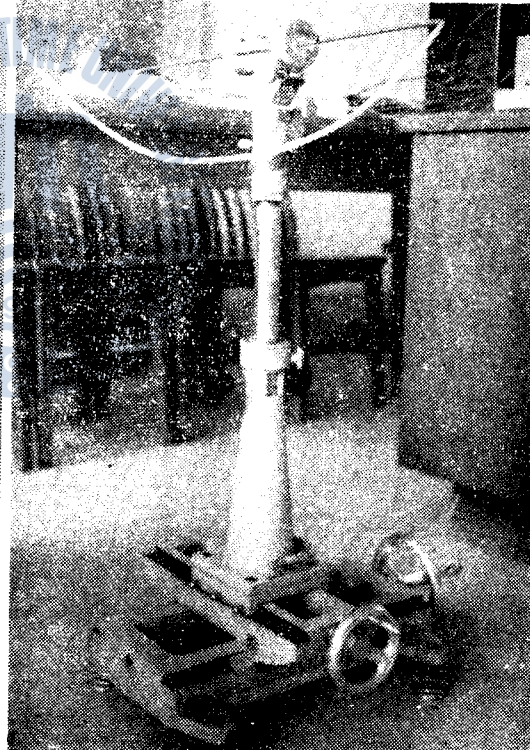


Fig. 10. Fib. cable testing equipment.

而得 20 磅。此之重量與電箱之重量 (約 10 磅) 之區別。Glass-Wool 之斷裂部之重量，熱之重量與電箱之重量 (約 10 磅) 之區別。

3.2 實驗方法

速度分布의 測定에 있어 靜壓測定孔을 通한 靜壓은 Fig. 9와 같은 Göttingen式 微壓計에 依하여 測定하고, Fig. 10과 같은 Pitot管 移動裝置로 Pitot管을 移動시키면서 全壓을 測定함으로써 速度分布를 求하였다.

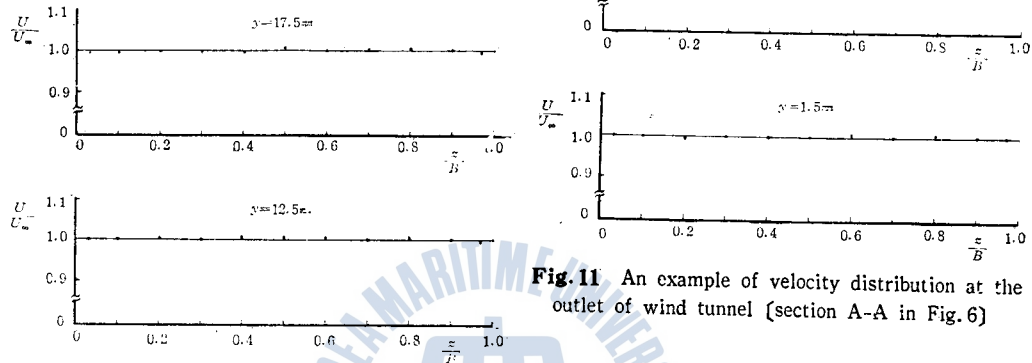


Fig. 11 An example of velocity distribution at the outlet of wind tunnel [section A-A in Fig. 6]

加熱板 表面의 溫度 t_w 는 加熱板의 두께가 50μ 이므로 加熱板의 傳熱抵抗을 無視하여, 熱電帶에 依하여 測定한 溫度와 同溫度라 假定하였으며 熱電帶는 保溫箱子로 基準接点의 溫度를 0°C 로 維持하여 發生된 熱起電力은 Potentiometer로 傳達되어 熱起電力을 測定함으로써 壁溫 t_w 를 求하였다. 加熱用 電源은 100V , 60Hz 로부터 Slidac에 依하여 減壓되어 加熱板을 흐르게 되며 電壓計와 電流計에 依하여 電壓과 電流를 測定함으로써 局所熱傳達量 q_x 를 求했다. 壁溫과 主流의 溫度와의 差, 즉 $(t_w - t_s)$ 를 10°C 미만으로 維持하여 自然對流의 影響이 없도록 했다.³⁾

4. 實驗結果 및 考察

實驗에서는 먼저 風洞出口(Fig. 6의 斷面A-A)에서 均一한 速度分布를 하고 있음은 Fig. 11에서와 같이 確認을 했다. Fig. 12는 (7)式과 (10)式에 依한 主流의 流速增加 및 速度境界層의 두께에 對한 理論値와 $Z=25\text{mm}$, 50mm 및 70mm 에서 測定한 實測値를 比較한 것인데 理論値와 잘 一致함을 알 수 있다.

Fig. 13은 無限遠의 流速 u_∞ 가 1m/s , 2m/s 및 3m/s 일 때의 局所熱傳達率 h_x 를 實測한 것이며 (20)式에 依한 理論値도 表示하고 있다.

Fig. 14는 Fig. 13에서 測定한 局所熱傳達率 h_x 에 依하여 水力直徑 D_h 를 代表길이로 하는 局所 Nusselt數를 求한 것이며 (21)式에 依한 理論値와 比較하고, 壁溫一定의 條件에서 求한 (L)式(附錄參照)에 依한 理論値도 表示하였다.

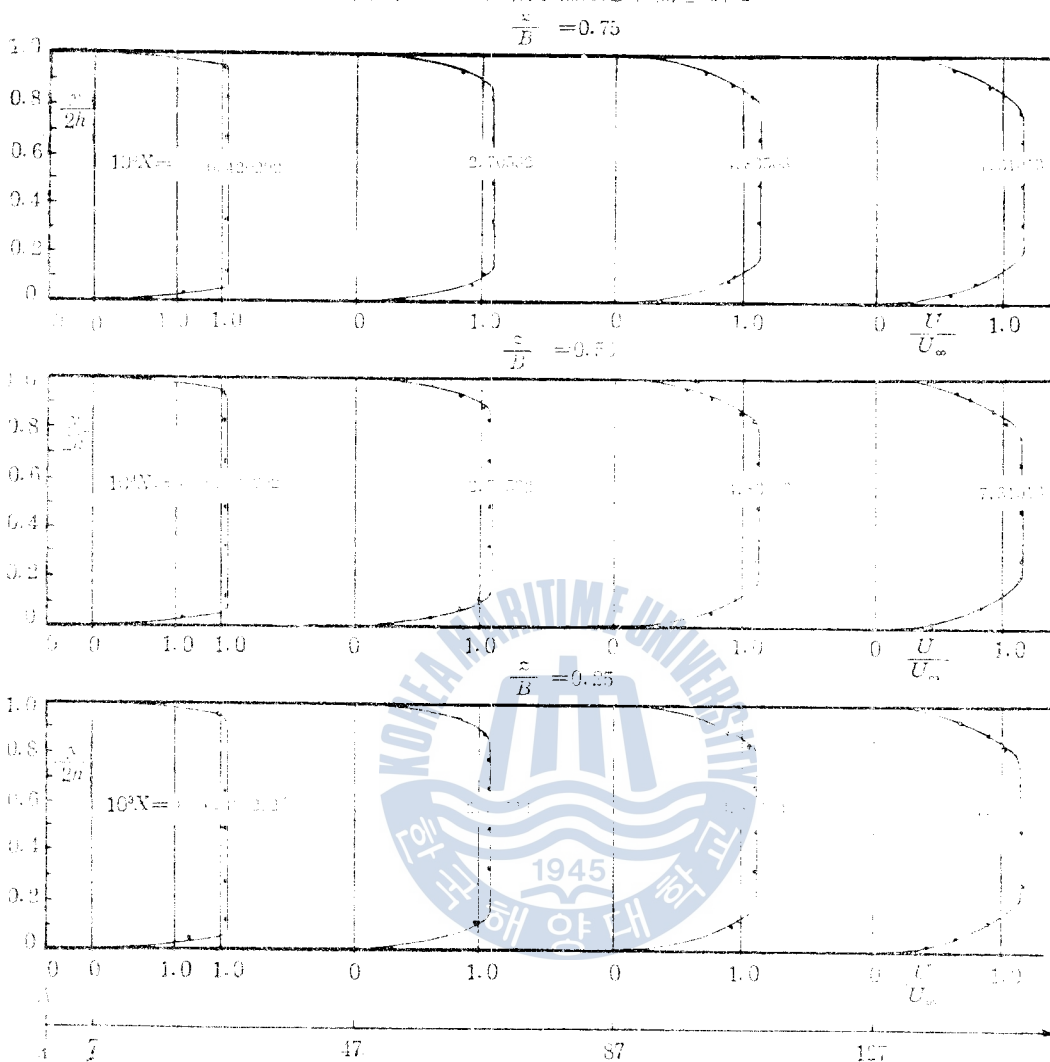


Fig. 12 Velocity distribution

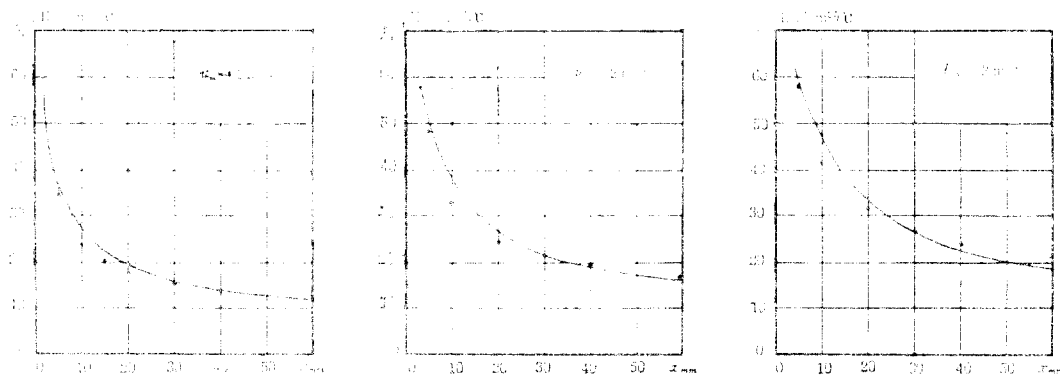


Fig. 13 Local heat transfer coefficient

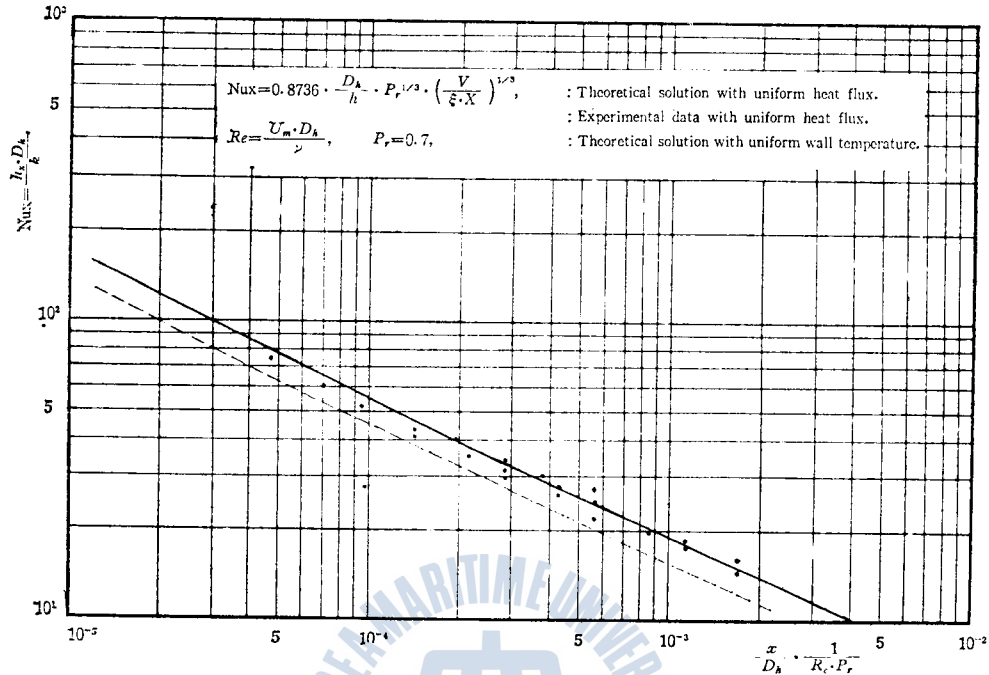


Fig. 14 Local Nusselt number

5. 結 論

平行平板間 流路의 層流에 對한 速度境界層의 두께 δ 및 主流의 流速 u_s 는 (7)式 및 (10)式에 依하여 Fig. 2와 같이 精度 높은 理論值를 求할 수 있으며 이는 또한 Fig. 12와 같이 實驗結果와도 잘 一致함을 알 수 있었다

局所熱傳達率 h_x 및 局所Nusselt數 N_{UX} 는 (20)式과 (21)式에서 求할 수 있다. (20)式과 Fig. 14에서 알 수 있는 바와 같이 入口近傍에서는 局所熱傳達率이 매우 크므로, 入口領域을 利用하면 熱交換器의 效率의 增加 또는 縮小化에 도움이 될 것이다. 또한 熱傳達率은 平行平板間의 높이와 速度境界層의 두께에 依하여 많은 영향을 받으므로, 冷却핀의 境遇 間隔의 最適值의 選定이나, 보일러 튜브에서는 어떠한 方法에 依하여 速度境界層의 두께를 調節함으로써 熱傳達率을 增加할 수 있다.

參 考 文 獻

- 1) Henry L. Langhaar, "Steady Flow in the Transition Length of a Straight Tube", Journal of Applied Mechanics, Vol. 9, pp. A55-A58(1942)
- 2) R.G. Deissler, "Turbulent Heat Transfer and Friction in the Entrance Regions of Smooth Passages", Transaction of the ASME, Vol. 77, pp. 1221-1233(1955)

3. 永田, "垂直二次元 空氣噴流에 依한 平板入口部의 熱傳達", 韓國海軍大學論文集, N. 10, pp. 41~54 (1975)
4. 高田秀雄, "熱傳達特論" 裳華房, 東京 (1965)
5. Slichter, Translated by J. Kestin, "Boundary Layer Theor.", McGraw-Hill Co., Inc., New York, 1962
6. Warren M. Rouschew, "Heat, Mass and Momentum Transfer", Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1962.

附 錄

I. 壁溫一定의 境遇 溫度場의 解析

에너지 방정식의 熱에너지의 平衡方程式인 (11)式의 右邊에 (12)式을 代入하면

$$C_p \tau \cdot \left(\frac{dt}{dy} \right)_{y=0} = 2\alpha \cdot \frac{h_s}{\delta_s} \quad \text{..... (A)}$$

이때, (5)式 및 (A)式을 (11)式에 代入하면

$$\frac{d}{dx} (u_s \cdot \delta \cdot \xi) = \frac{12\alpha}{\xi \cdot \delta} \quad \text{..... (B)}$$

여기서 $\xi = \frac{\delta_s}{\delta}$ 이다.

(B)式과 (7)式을 代入하여 左邊을 微分하면 (B)式은 다음과 같이 된다. 즉,

$$2\xi^2 \cdot \frac{d\xi}{dx} + \xi^3 \cdot \frac{d\xi}{dx} = \frac{4\alpha}{u_s \cdot h_s^2} \quad \text{..... (C)}$$

이때, 다시 (C)式에 (9)式을 代入하면

$$\frac{dY}{d\xi} + \frac{9}{2} \cdot \frac{Y}{\xi(1-\xi)} = \frac{3}{5Pr} \cdot \frac{(6+7\xi)}{\xi(1-\xi)} \quad \text{..... (D)}$$

여기서, $Y = \xi^2$ 이다.

(D)式에서 ξ 를 求하면

$$\xi = \frac{3(u_s - u_w)}{u_s} \quad \text{..... (E)}$$

이므로 (E)式을 (D)式에 代入하면

$$\frac{dY}{du_s} + \frac{3}{2} \cdot \frac{Y}{(u_s - u_w)} = \frac{3}{5Pr} \cdot \frac{(9u_s - 7u_w)}{u_s(u_s - u_w)} \quad \text{..... (F)}$$

이때, 고차항을 (F)式을 풀면

$$Y = \frac{18}{5Pr} \cdot \frac{1}{u_s} + \frac{7}{3} \cdot \frac{u_w}{(u_s - u_w)} + \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{u_w}{u_s - u_w} \right)^{3/2} \cdot \tan^{-1} \frac{\sqrt{u_s - u_w}}{u_s} + C(u_s - u_w)^{3/2} \quad \text{..... (G)}$$

이때, (G)式에서 (7)式을 (E)式에 代入하면

$$Y = \frac{18}{5Pr} \cdot \left[1 + \frac{7}{3} \cdot \frac{(3-\xi)}{\xi} + \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{3-\xi}{\xi} \right)^{3/2} \cdot \tan^{-1} \frac{\sqrt{3-\xi}}{\xi} \right]$$

$$+C \cdot \left(\frac{u_{\infty} \cdot \xi}{3-\xi} \right)^{-3/2} \dots\dots\dots(H)$$

이 된다. (H)式에서 unheated starting section을 x_0 라 하면 $x=x_0$ 에서 $\delta_t=0$ 이므로 $Y=0$, 따라서 上式의 積分常數 C 는,

$$C = -\frac{18}{5P_r} \cdot \left(\frac{u_{\infty} \cdot \xi_0}{3-\xi_0} \right)^{3/2} \cdot \left[1 - \frac{7}{3} \cdot \frac{(3-\xi_0)}{\xi_0} + \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{3-\xi_0}{\xi_0} \right)^{3/2} \cdot \tan^{-1} \sqrt{\frac{\xi_0}{3-\xi_0}} \right]$$

但, $x=x_0$ 에서 $\xi=\xi_0$ 라 한다.

또한 $x_0=0$ 라 하면 $\xi_0=0$ 이므로 $C=0$ 가 된다. 따라서 $Y=\zeta^3$ 이므로 ζ 는

$$\zeta = 1.5326 \cdot \frac{1}{P_r^{1/3}} \cdot \left[1 - \frac{7}{3} \cdot \frac{(3-\xi)}{\xi} + \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{3-\xi}{\xi} \right)^{3/2} \cdot \tan^{-1} \sqrt{\frac{\xi}{3-\xi}} \right]^{1/3} \dots\dots\dots(I)$$

이 된다.

II. 局所熱傳達率 및 局所Nusselt數

局所熱傳達率 h_x 는 (19)式에서

$$h_x = 2k \cdot \frac{1}{\delta_t} = \frac{2k}{h} \cdot \frac{1}{\zeta \cdot \xi} \dots\dots\dots(J)$$

이므로 (J)式에 (I)式을 代入하면 局所熱傳達率은

$$h_x = 1.3050 \cdot \frac{h}{h} \cdot P_r^{1/3} \cdot \frac{1}{\xi} \cdot \left[1 - \frac{7}{3} \cdot \frac{(3-\xi)}{\xi} + \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{3-\xi}{\xi} \right)^{3/2} \cdot \tan^{-1} \sqrt{\frac{\xi}{3-\xi}} \right]^{-1/3} \dots\dots\dots(K)$$

이다. 그러므로 水力直徑 D_h 를 代表길 이로 하는 局所Nusselt數 N_{UX} 는

$$N_{UX} = \frac{h_x \cdot D_h}{k} = 1.3050 \cdot \frac{D_h}{h} \cdot P_r^{1/3} \cdot \frac{1}{\xi} \cdot \left[1 - \frac{7}{3} \cdot \frac{(3-\xi)}{\xi} + \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{3-\xi}{\xi} \right)^{3/2} \cdot \tan^{-1} \sqrt{\frac{\xi}{3-\xi}} \right]^{-1/3} \dots\dots\dots(L)$$

이다.