

# 하아트벨식 遠心調速機를 가진 디젤엔 진柴油機의 速度制御特性에 關한 研究

朴 進 吉

A Study on Characteristics of the Speed Control of the Diesel Alternator equipped with the Hartnell's Governor

Park Jinsik

目 次	
要 約	1) 總論
記號說明	2) $k=0$ 인 경우
1. 序 論	3) $0 < k < 0.76$ 인 경우
2. 理論的인 考察	4) $k=0.76$ 인 경우
2-1. 內閣回轉數 制御系統	5) $k > 0.76$ 인 경우
a) 速度機의 傳函數	6) 安定性
b) 機閥의 傳函數	7) 穩定偏差
c) 回轉系統의 傳函數	8. 實驗裝置 및 實驗方法
d) 機閥回轉數 制御系統의 傳函數	9. 實驗結果에 對한 分析檢討
2-2. 變閥回轉數 制御系統의 穩定特性에 關한 考察	10. 1. 實驗結果에 對한 考察
a) 根軌跡	10. 2. 1/4사분면에서 計算機에 의한 穩定誤차 補正 效果에 對한 檢討
	11. 結 論
	12. 參考文獻

## Abstract

The Hartnell's centrifugal governor is often used for the speed control of the Diesel engine of small and medium size because it is simple in structure, of small trouble and quickly responsive compared with other governor such as hydraulic or pneumatic governor, but it has an essential defect causing the offset when load changes.

When the Diesel engine is used as the prime mover of alternator, the offset is extremely desirable to become small as far as possible since it is directly concerned with the quality of electric power such as the frequency and voltage of the alternator.

Though the adjustment of the governor gain has been known theoretically as one of the most effective methods to solve the above problem, it is difficult to find the papers which dealt with the actual experiments of governor gain adjustment.

In this paper, the stability criterion and off-set of the speed control system investigated and the optimum value of governor gain is calculated theoretically and experimentally, and the results obtained from the above works are reconfirmed through the simulation by means of the analogue computer.

### 記號說明

$m$ ; 調速機의 스피들系統의 質量

$X_{(s)}$ ,  $x$ ; 定常狀態에서 調速機 스피들들의 變位

$\Omega_{r(s)}$ ,  $\omega_r$ ; 機關回轉數의 設定值의 變化量

$\Omega(s)$ ,  $\omega$ ; 定常狀態에서 回轉數 變化量

$k_1$ ; 스피이더 스프링 (speeder spring)의 常數

$k_1'$ ; 遠心力의 常數

$k$ ; 調速機의 利得 (gain)

$k_2$ ; 機關의 利得

$k_i$ ; 粘性摩擦抵抗係數 (回轉系統)

$k_3$ ; 回轉系統의 利得

$f_1$ ; 乾性摩擦抵抗

$\zeta = c/2\sqrt{k_1 m}$ ; 減衰率

$c$ ; 粘性摩擦抵抗係數 (調速機)

$\omega_n = \sqrt{k_1/m}$ ; 調速機의 固有角振動數

$\omega_o$ ; 制御系統의 減衰角振動數

$T_{E(s)}$ ,  $T_e$ ,  $\tau_e$ ; 機關의 토크

$T_{L(s)}$ ,  $T_l$ ,  $\tau_l$ ; 負荷의 토크

$T(s)$ ,  $\tau$ ; 定常狀態에서 토크 變化量

$J$ ; 回轉系統의 極慣性 모우멘트

$t_f$ ; 機關의 時定數

$t_R$ ; 回轉系統의 時定數

$\sigma_1, \sigma_2$ ; 制御系統의 減衰指數

$\gamma_o$ ; 減衰度

## 1. 序 論

中小型 디젤機關의 調速機로 하야트형식 遠心力型의 것이 널리 使用되고 있다. 이의 油壓 調速機나 空氣壓調速機에 比하여 構造가 簡單하고 故障率이 적으며, 他 調速機의 必要로 必要로 油壓 및 空氣壓發生裝置과 여기에 所要되는 補助動力 등이 要求되지 않음 뿐더러 不感係數가 작아서 應答가 빠른 利點이 있다.

그러나, 이 調速機는 動力增幅이 不可能하고, 大型機關에 使用하기 위하여서는 轉차율 轉차率을 轉차率 轉차率에 要求되기 때문에 實際적으로 設計가 困難하며, 또한 定値制御에 殘留偏差가 大수 및 轉차率 轉차率으로 發生이 된다.

특히 船舶에서는 小型發電機를 2臺 혹은 3臺 併列運轉하는 境遇도 있으나 航海中에는 1臺의 發電機로 單獨 發電하기 使用하는 境遇가 많다.

이 境遇 하야트형식 遠心調速機는 負荷變動에 따라 殘留偏差가 생기고 이로 인한 回轉數의 誤差는 發電機의 電壓과 周波數 電動機의 回轉力과 回轉數 등에 큰 影響을 미치므로 可能한 限 이 殘留偏差를 減소 減少하는 것이 切要切要하다.

그러나, 遠心調速機는 比例動作에 依하여서만 速度를 制御하므로 殘留偏差가 發生 發生이 不可避하다. 이를 減少시키는 方法方法을 理論적으로 調速機의 利得(gain)을 增加시키는 方法方法의 效果의 大小 大小로 說明 說明이 있다. 그러나, 遠心調速機의 動特性, 靜特性 特性에 對하여서서 切實切實 從從發發表 發表한 結果結果가 說明 說明이 있으나, 實際로 調速機의 利得을 어느 程度 程度로 增加 增加시키면, 이 程度로 操作할 境遇 制御系統의 動特性에 미치는 具體的인 影響에 對하여서는 이 程度로 從從發發表 發表한 結果結果가 說明 說明이 없다.

筆者는 본 論文에서 實際 디젤機關의 傳達函數를 求하고 이를 基礎로 調速機의 過渡應答, 殘留偏差 등의 制御特性에 關하여 切實切實 理論적으로 檢討한 後, 實際 디젤發電機의 實驗 實驗結果에서 얻은 資料를 基礎로 이나보우電子計算機를 利用하여 利得調整에 隨伴하는 調速機의 穩定性, 應答特性 등이 如何의 程度로 檢討하고자 한다.

## 2. 理論的인 考察

### 2-1. 機關回轉數 制御系統의 블록線圖

#### a) 調速機의 傳達函數

그림·1에서 平衡狀態의 調速機의 回轉數의 變化가 주어졌다면 轉차率의 轉차率의 遠心力을 增減하고, 이에 따라 轉차率(spindle)이 一定常狀態로부터  $x$  만큼 直線運動을 하게 되며, 이 轉차率의 運動方程式은 (1)式과 같다.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_1x = k_2(\omega \pm f_1) \dots \dots \dots (1)$$

(1)式에서 實際로 乾性摩擦抵抗  $f_1$ 은

(4)

微少하므로 無視하고, 이를 다시 整理하면

(3)式을 얻게 된다.

$$\ddot{x} + 2\frac{C}{2\sqrt{k_1 m}} \sqrt{\frac{k_1}{m}} \dot{x} + \frac{k_1}{m} x = -\frac{k'_1}{m} \omega \dots\dots(2)$$

$$\ddot{x} + 2\zeta \omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = k \omega_n^2 \omega \dots\dots(3)$$

(3)式을 라플라스(Laplace)變換하면 (4)式

과 같은 調速機의 傳達函數를 求할 수 있다.

$$\frac{X(s)}{\Omega(s)} = \frac{k \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \dots\dots(4)$$

b) 機關의 傳達函數

그림.1 하이트넬式 遠心調速機의 原理圖

機關이 定常狀態로 運轉中 負荷를 增減하거나 調速機의 回轉數設定值를 變更하면 調速機가 作動하여 燃料 펌프의 래크(rack)가 움직이게 되고 래크의 變位에 相當하는 燃料油量이 增減한다.

실린더內에 壓入된 燃料油는 空氣와 混合하여 壓縮爆發하고 이때 發生한 壓力이 크랭크軸을 回轉시켜 回轉力을 얻게 된다. 이때 調速機의 動作으로부터 機關의 回轉力이 變化할 때까지의 全過程을 正確히 모두 數式으로 表現하기는 困難하다.

그러나, 定常狀態에서 래크의 變位와 토오크(혹은 負荷) 사이에는 動作點 近傍에서 近似的으로 線形關係가 成立하며, 機關의 傳達函數는 近似的으로 一次系統으로 볼 수 있으므로 (5)式과 같이 된다.

$$\frac{T(s)}{X(s)} = \frac{[\partial T_e / \partial x]_{t=0}}{t_f s + 1} = \frac{k_2}{t_f s + 1} \dots\dots(5)$$

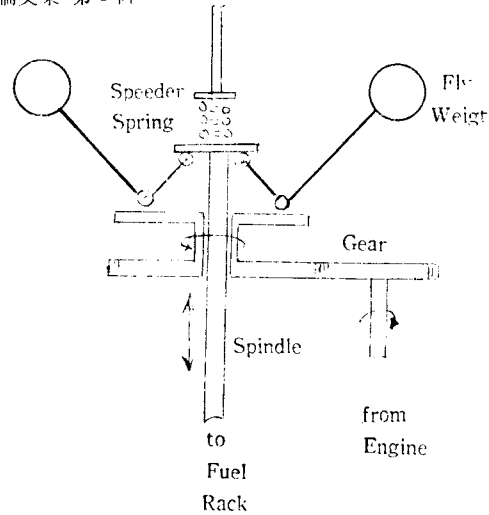
(5)式에서 機關의 時定數  $t_f$ 는 래크의 變位  $x$ 의 變化로부터 실린더의 有效壓力이 增減하여 回轉力이 增減할 때까지의 時間遲延을 表示하며, 多氣筒의 경우 有效壓力의 變化는 래크의  $\mu$  動과 同時에 나타나는 것이 아니고 燃燒順位에 따라 變化가 일어나므로 2사이클 機關에서는 1回轉, 4사이클 機關에서는 2回轉한 뒤에 래크의 變位  $x$ 에 相當하는 多氣筒機關의 全回轉力이 나오게 되는데, 이러한 時間늦음도 모두 包含된 時定數이다.

c) 回轉系統의 傳達函數

平衡狀態로 運轉中인 回轉系統에  $\tau N \cdot m$  크기의 回轉力의 變化가 系統에 주어졌다면, 이때의 運動方程式은 (6)式과 같이 된다.

$$J \frac{d\omega}{dt} + k_t \omega = \tau_e - \tau_l = \tau \dots\dots(6)$$

初期條件이  $t=0$  에서  $\omega=0$ ,  $\dot{\omega}=0$  일 때 (6)式을 라플라스變換하면 (7)式의 回轉系統의 傳達函數를 求할 수 있다.



하위 3차식 (遠心減速機) 模型 (1)의發電機側 速度制御特異性 分析 結果 (a)

$$\frac{\Omega(s)}{T_1 s} = \frac{1}{J s + k_t} = \frac{1/k_t}{J/k_t s + 1} = \frac{k_t}{t_\beta s + 1} \quad \dots \dots \dots (7)$$

(b)  $t_\beta = J/k_t$

(d) 速度回轉數 制御系統의 傳達函數

(a) 發電機側 速度 調節機, 機械, 旋轉系統의 傳達函數는 整體的인 速度 調節機의 速度回轉數 制御系統의 傳達函數는 圖 2와 같이 된다.

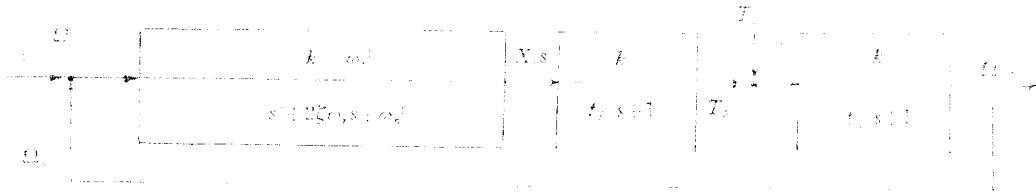


그림 2 速度回轉數 制御系統의 블록圖

圖 2(2)의 閉路(loop)의 辛可立 等價變換後의 目標值, 外亂, 制御量 等의 相互關係를 表示한 基本方程式表示式은(8)式과 같다.

$$\Omega_1(s) = \frac{\left( \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right) \left( \frac{k}{t_\beta s + 1} \right) \left( \frac{k_t}{t_\beta s + 1} \right) \Omega_1(s) + \left( \frac{k_t}{t_\beta s + 1} \right) T_{1(s)} \dots (8)$$

$$1 + \left( \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right) \left( \frac{k}{t_\beta s + 1} \right) \left( \frac{k_t}{t_\beta s + 1} \right)$$

定值制御時 目標值의 外亂의 同時的 變數는 調節器의 閉路 傳達函數를 利用하여 式(8)의  $\Omega_1(s)$ 에 대입하면, 이로부터 基本方程式(9)式과 같다. 參考圖圖 3과 같다.

$$\frac{\Omega_1}{T_1} = \frac{k}{t_\beta s + 1} \dots \dots \dots (9)$$

$$1 + \left( \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right) \left( \frac{k}{t_\beta s + 1} \right) \left( \frac{k}{t_\beta s + 1} \right)$$

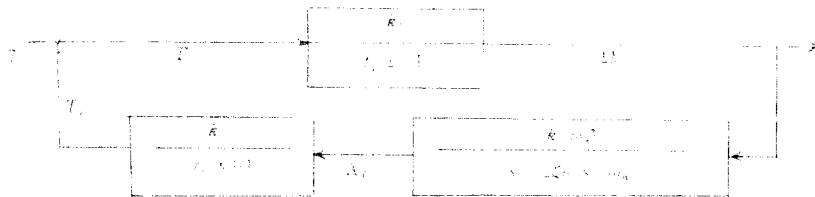


그림 3 定值制御時의 블록圖

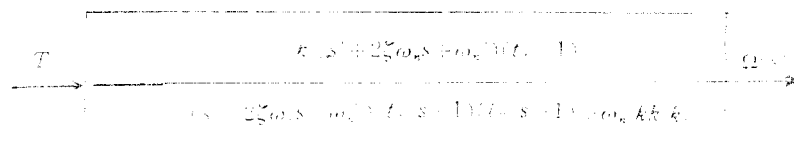


그림 4 定值制御時의 等價變換後 블록圖

그림·3의 블록線圖의 루우프를 없애고 等價變換한 後 簡略化하면 그림·4와 같이 된다.

위의 그림·4의 블록線圖를 利用하여 디이젤機關의 回轉數制御系統의 特性을 考察하려면 먼저 傳達函數의 各 定數 및 係數의 값을 알아야 한다. 이들 定數나 係數들을 理論的으로는 算出하기는 困難하고 實驗을 通하여서만 求할 수 있다.

2.2. 機關回轉數 制御系統의 應答特性과 安定性

負荷에는 階段狀負荷, 定速度負荷 및 加速度負荷의 세 種類가 있으나, 發電機의 負荷는 모두 近似的으로 階段狀負荷이므로 여기에서는 모두 階段狀負荷에 對하여 调速機의 利得(gain)  $k$ 의 調整에 隨伴하는 過渡應答, 殘留偏差, 安定性 등을 理論的으로 考察해 보기로 한다.

本論文中에서는 모델機關으로 本學에 設置되어 있는 28 kw 容量의 디이젤發電機의 實驗資料를 引用하기로 하며, 實驗機關의 데타는 다음과 같다\*.

$$\begin{aligned} \omega_n &= 5.62 \text{ rad/sec} & \zeta &= 0.45 \\ k_2 &= 25.45 \text{ N}\cdot\text{m/mm} & k_3 &= 1.67 \text{ rad/sec}\cdot\text{N}\cdot\text{m} \\ t_R &= 6.08 \text{ seconds} & t_f &= 0.1 \text{ second} \end{aligned}$$

위 結果를 (9)式에 代入하고, 또 機關의 時定數  $t_f=0.1$ 秒는 回轉系統의 時定性  $t_R=6.08$ 秒에 比較하여 매우 적으므로 無視하고 다시 整理하면 (10)式과 같은 實際 機關回轉數 制御系統의 傳達函數를 求할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\Omega(s)}{T(s)} &= \frac{1.67(s^2 + 5.06s + 31.58)}{6.08s^3 + 31.7s^2 + 197s + 31.58(1 + 42.5k)} \\ &= \frac{0.275(s^2 + 5.06s + 31.58)}{s^3 + 5.28s^2 + 32.2s + 5.2(1 + 42.5k)} \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

a) 根軌跡(root locus)

(10)式의 特性方程式은 (11), (12)式과 같이 된다.

$$s^3 + 5.28s^2 + 32.2s + 5.2(1 + 42.5k) = 0 \dots\dots\dots(11)$$

但  $k > 0$

$$s + 0.16 = 0 \dots\dots\dots(12)$$

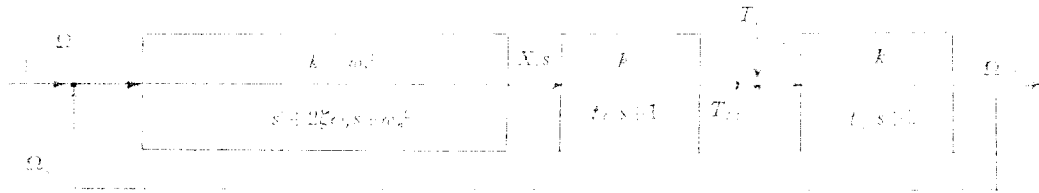
式(7)의 식 逆心調速機의 定值制御發電機의 速度制御時의 轉移函數 (S) (8)

$$\frac{\Omega(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js + k_r} = \frac{1/k_r}{J/k_r s + 1} = \frac{k_r}{t_r s + 1} \quad \dots \dots \dots (7)$$

但  $t_r = J/k_r$

d) 空間回轉數 制御系統의 傳達函數

a) 圖 2의 定值 調速機, 機軸, 回轉系統의 傳達函數의 整體轉移函數(式(8))와 空間回轉數 制御系統의 轉移函數(式(9))의 乘積을 求한다.



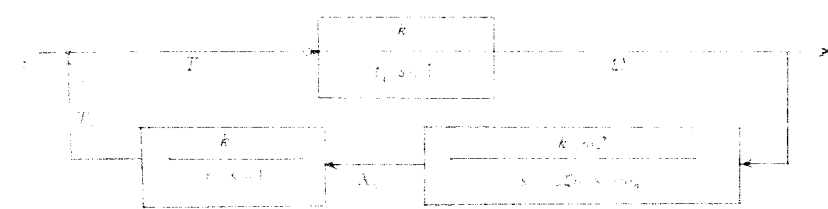
그림·2 機軸回轉數 制御系統의 轉移函數

이 그림 2의 閉路(loop)의 等價變換을 目標值, 外亂, 制御量 等의 相互關係를 表示하는 基本方程式을 示하면 (S式(1)의 乘積)

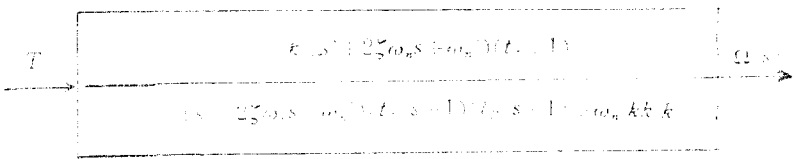
$$\Omega_0(s) = \frac{\left( \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right) \left( \frac{k_r}{t_r s + 1} \right) \left( \frac{k_r}{t_r s + 1} \right) \Omega_0 + \left( \frac{k_r}{t_r s + 1} \right) T_{L(s)}}{1 + \left( \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right) \left( \frac{k_r}{t_r s + 1} \right) \left( \frac{k_r}{t_r s + 1} \right)} \quad \dots (8)$$

定值制御時 目標值S, 外亂의 同時에 轉動의 速度 調速機의 轉移函數를 乘積을 求하면 式(8)의 乘積을 求하면, 式(9)의 乘積을 求한다. 이로부터 基本方程式(9)式의 分母의 乘積을 圖 3의 乘積을

$$\frac{\Omega_0}{T_{L(s)}} = \frac{k}{t_r s + 1} \quad \dots \dots \dots (9)$$



그림·3 定值制御時의 乘積線圖



그림·4 定值制御時의 乘積變換後의 乘積線圖



그림·3의 블록線圖의 루우프를 없애고 等價變換한 後 簡略化하면 그림·4와 같이 된다.

위의 그림·4의 블록線圖를 利用하여 디젤機關의 回轉數制御系統의 特性을 考察하려면 먼저 傳達函數의 各 定數 및 係數의 값을 알아야 한다. 이들 定數나 係數들을 理論的으로는 算出하기는 困難하고 實驗을 通하여서만 求할 수 있다.

## 2.2. 機關回轉數 制御系統의 應答特性과 安定性

負荷에는 階段狀負荷, 定速度負荷 및 加速度負荷의 세 種類가 있으나, 發電機의 負荷는 모두 近似的으로 階段狀負荷이므로 여기에서는 모두 階段狀負荷에 對하여 调速機의 利得(gain)  $k$ 의 調整에 隨伴하는 過渡應答, 殘留偏差, 安定性 등을 理論的으로 考察해 보기로 한다.

本論文에서는 모델機關으로 本學에 設置되어 있는 28 kw 容量의 디젤發電機의 實驗資料를 引用하기로 하며, 實驗機關의 데이터는 다음과 같다\*.

$$\omega_n = 5.62 \text{ rad/sec}$$

$$\zeta = 0.45$$

$$k_2 = 25.45 \text{ N}\cdot\text{m/mm}$$

$$k_3 = 1.67 \text{ rad/sec}\cdot\text{N}\cdot\text{m}$$

$$t_R = 6.08 \text{ seconds}$$

$$t_f = 0.1 \text{ second}$$

위 結果를 (9)式에 代入하고, 또 機關의 時定數  $t_f = 0.1$ 秒는 回轉系統의 時定性  $t_R = 6.08$ 秒에 比較하여 매우 적으므로 無視하고 다시 整理하면 (10)式과 같은 實際 機關回轉數 制御系統의 傳達函數를 求할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\Omega(s)}{T(s)} &= \frac{1.67(s^2 + 5.06s + 31.58)}{6.08s^3 + 31.7s^2 + 197s + 31.58(1 + 42.5k)} \\ &= \frac{0.275(s^2 + 5.06s + 31.58)}{s^3 + 5.28s^2 + 32.2s + 5.2(1 + 42.5k)} \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

a) 根軌跡(root locus)

(10)式의 特性方程式은 (11), (12)式과 같이 된다.

$$s^3 + 5.28s^2 + 32.2s + 5.2(1 + 42.5k) = 0 \dots\dots\dots(11)$$

$$\text{但 } k > 0$$

$$s + 0.16 = 0 \dots\dots\dots(12)$$

$$\text{但 } k = 0$$

(11)式은 다음과 같이 因數分解할 수 있다.

$$s^3 + 5.28s^2 + 32.2s + 5.2(1 + 42.5k) = (s + \sigma_1)(s + \sigma_2 + \omega_0j)(s + \sigma_2 - \omega_0j) = 0 \dots\dots(13)$$

$\omega_{(i)}$ 의 過渡應答特性, 安定性 등은 모두 (11)式의 根, 즉 (10)式의 極(pole)과 깊은 關係가 있으므로, 먼저 代表的인  $k$  값에 대한  $\sigma_1, \sigma_2, \omega_0$ 의 값을 求해 보면 表·1과 같다.

\*本學에 設置되어 있는 28kw 容量의 디젤發電機의 傳達函數와 傳達函數의 係數 및 定數에 대하여서는 今年(1975) 海大論文集에 게재할 盧彰注教授의 研究結果를 引用한 것입니다.



表·1 各 k 值에 對한 根

k	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\omega_0$
0.0	0.16		
0.05	0.531	2.344	5.413
0.10	0.948	2.141	4.872
0.44	3.741	0.741	5.128
0.60	4.586	0.231	5.421
0.76	5.224	0	5.691
0.85	5.541	0.16	5.84
1.5	7.210	0.10	6.74

表·1에 依하여 (11)式의 根軌跡를 그리면 그림·5와 같이 된다.

b) 過渡應答(transient response)

各 k 值에 對한 (10)式의 過渡誤差應答의 波形을 理論적으로 算出해보고 있다.

1) k=0 인 境遇

負荷가 變更되어도 調速機는 動作하지 않으므로 이때의  $\omega_{ss}$ 의 過渡誤差應答의 波形은 負荷가 階段狀인 경우 (14)式과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \omega_{ss} &= L^{-1} \left[ \frac{k_0}{s(Ls+1)} \right] \\ &= L^{-1} \left[ \frac{1.67}{s(6.08s+1)} \right] = L^{-1} \left[ \frac{0.27}{s \cdot s+0.16} \right] \\ &= L^{-1} \left[ \frac{c_0}{s} + \frac{c_1}{s+0.16} \right] = c_0 + c_1 e^{-0.16t} \\ &= 1.67 - 1.97e^{-0.16t} \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

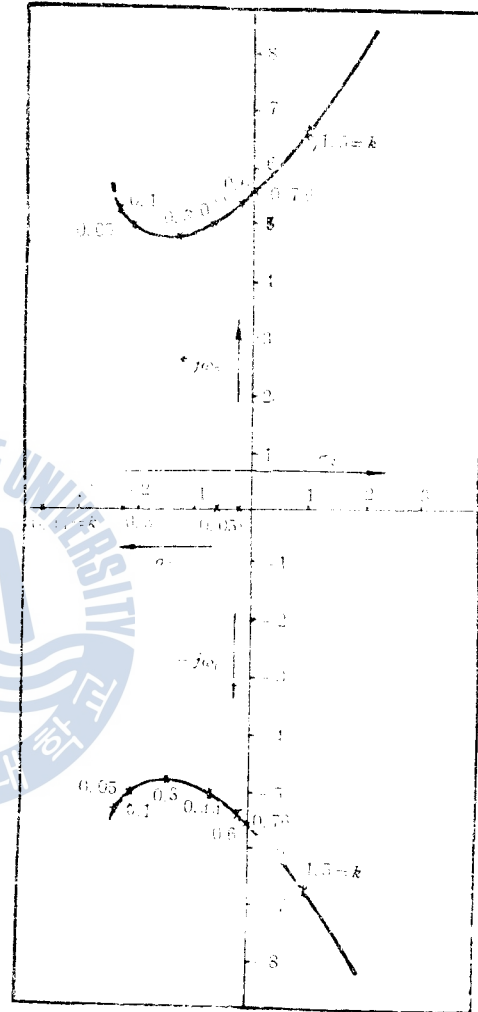
여기서

$$c_0 = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \Omega_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.27}{s+0.16} = 1.67$$

$$c_1 = \lim_{s \rightarrow -0.16} (s+0.16) \cdot \Omega_{ss} = \frac{0.27}{-0.16} = -1.67$$

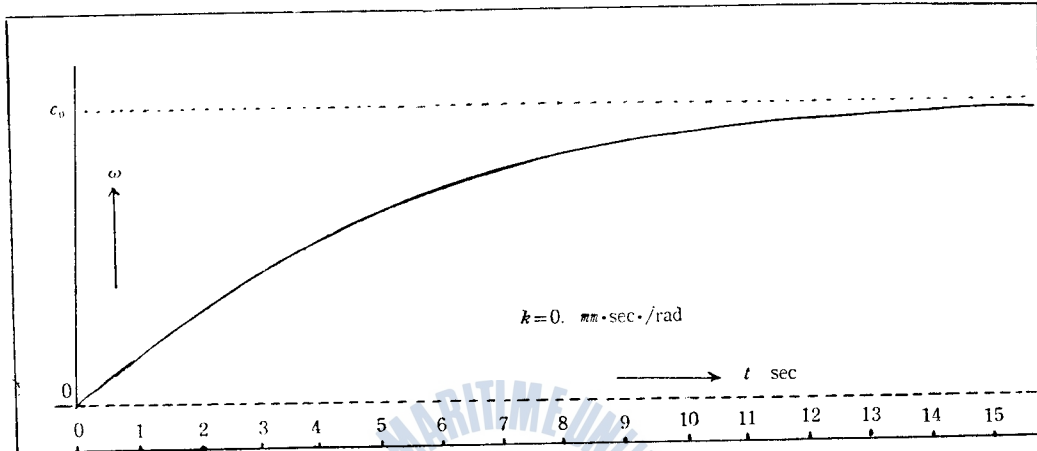
k=0 인 때 過渡誤差應答은 (13)式에서 알 수 있는 바와 같이  $\omega_{ss}$ 는 非振動的이고, 時間이 經過함에 따라 減少하여 1 N·m의 單位 토크의 變動이 생겼을 경우  $t \rightarrow \infty$ 에서 殘留偏差는  $c_0 = 1.67$  rad/sec 가 됨을 알 수 있다.

이와 同轉系統에서 轉과 同인 單位階段狀인 負荷變動이 생겼을 경우, 調速機는 動作하지 않



그림·5 (11)式에 對한 根軌跡

으면 機關은 慣性모우멘트로 因하여 回轉數가 階段狀으로 變하지 않고 指數函數의으로 變하며, 이를 圖示하면 그림·6과 같이 되고, 1 N·m의 單位 토크의 變動이 系統에 생겼을 때,  $t = \infty$ 에서 角速度는 殘留偏差  $c_0 = 1.67 \text{ rad/sec}$ 만큼 變한 후 負荷와 回轉力이 새로운 平衡狀態로 돌아가는 것을 알 수 있다.



그림·6  $k=0$ 일 때 過渡誤差應答

2)  $0 < k < 0.76$ 인 境遇

調速機의 利得  $k$ 가 零에서 점점 커져갈수록 一次系의 實根  $\sigma_1$ 은 原点에서 左側으로 移動하고, 二次系의 複素根의 負의 實數  $\sigma_2$ 는 적어져서 原点에 接近한다. 이는  $k$ 가 增大할수록 制御系統의 一次要素, 즉 回轉系統의 實根에 依한 影響이 減少하고 複素根이 代表根이 되어 二次要素의 振動性分, 즉 調速機의 影響이 增大됨을 알 수 있다.

$0 < k < 0.76$ 인 경우 制御系統에 階段狀의 負荷變動이 주어졌다면 이때의  $\Omega(s)$ 는 다음 (15)式과 같이 된다.

$$\Omega(s) = \frac{0.275(s^2 + 5.06s + 31.58)}{s(s + \sigma_1)(s + \sigma_2 + j\omega_0)(s + \sigma_2 - j\omega_0)} \dots\dots\dots(15)$$

(15)式을 라플라스 逆變換하면 (16)式을 얻는다.

$$\begin{aligned} \omega(t) &= L^{-1} \left[ \frac{0.275(s^2 + 5.06s + 31.58)}{s(s + \sigma_1)(s + \sigma_2 + j\omega_0)(s + \sigma_2 - j\omega_0)} \right] = L^{-1} \left[ \frac{c_0}{s} \right] + L^{-1} \left[ \frac{c_1}{s + \sigma_1} \right] \\ &+ L^{-1} \left[ \frac{c_2}{s + \sigma_2 + j\omega_0} \right] + L^{-1} \left[ \frac{c_3}{s + \sigma_2 - j\omega_0} \right] \\ &= c_0 + c_1 e^{-\sigma_1 t} + (A_1 - A_2 j) e^{(-\sigma_2 - j\omega_0)t} + (A_1 + A_2 j) e^{(-\sigma_2 + j\omega_0)t} \\ &= c_0 + c_1 e^{-\sigma_1 t} + 2A_1 e^{-\sigma_2 t} \cos \omega_0 t - 2A_2 j e^{-\sigma_2 t} \sin \omega_0 t \\ &= c_0 + c_1 e^{-\sigma_1 t} + 2\sqrt{A_1^2 + A_2^2} \cdot e^{-\sigma_2 t} \cdot \cos(\omega t + \theta) \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

但  $\theta = \tan^{-1} \frac{A_2}{A_1}$



따라서,  $k$ 가 增大할수록 둘째 項의 指數減衰性分은 減少되고 세째 項의 振動性分이 커져서 振動狀態의 過渡現象이 오래 持續된다는 것을 알 수 있다.

3)  $k=0.76$ 일 境遇

調速機의 利得이  $0.76 \text{ mm} \cdot \text{sec} / \text{rad}$  때에는 虛根이 複素數 平面上的 虛軸에 오게 되는 臨界 點으로 單位階段狀의 負荷가 걸렸을 때의 過渡誤差應答은 (17)式과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \omega_{(t)} &= L^{-1} \left[ \frac{0.275(s^2 + 5.06s + 31.58)}{s(s + \sigma_1)(s + j\omega_0)(s - j\omega_0)} \right] \\ &= L^{-1} \left[ \frac{c_0}{s} + \frac{c_1'}{s + \sigma_1} + \frac{c_2'}{s + j\omega_0} + \frac{c_3'}{s - j\omega_0} \right] \\ &= C_0 + C_1' e^{-\sigma_1 t} + L^{-1} \left[ \frac{A_1' - A_2' j}{s + j\omega_0} \right] + L^{-1} \left[ \frac{A_1' + A_2' j}{s - j\omega_0} \right] \\ &= C_0 + C_1' e^{-\sigma_1 t} + 2A_1' \cos \omega_0 t - 2A_2' \sin \omega_0 t \\ &= C_0 + C_1' e^{-\sigma_1 t} + 2\sqrt{A_1'^2 + A_2'^2} \cdot \cos(\omega_0 t + \theta_1) \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

但  $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{A_2'}{A_1'}$

여기에서

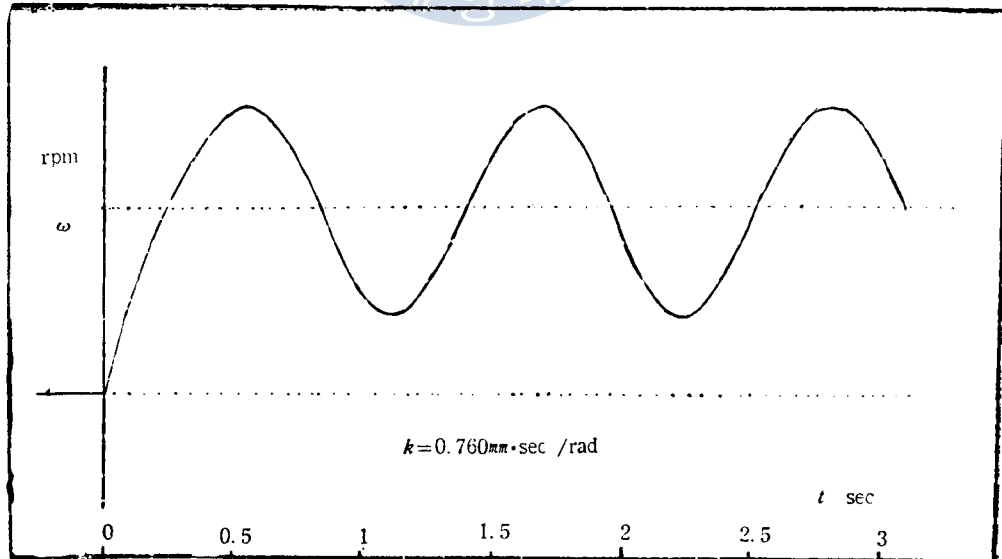
$$c_1' = \lim_{s \rightarrow -\sigma_1} (s + \sigma_1) \cdot \Omega(s) = \frac{-0.275(\sigma_1^2 - 5.06\sigma_1 + 31.58)}{\sigma_1^2(\sigma_1^2 + \omega_0^2)}$$

$$c_2' = \lim_{s \rightarrow -j\omega_0} (s + j\omega_0) \cdot \Omega(s) = A_1' - A_2' j$$

$$c_3' = \lim_{s \rightarrow +j\omega_0} (s - j\omega_0) \cdot \Omega(s) = A_1' + A_2' j$$

但  $A_1' = \frac{0.275[\sigma_1(\omega_0^2 - 31.58) - 5.06\omega_0^2]}{2\omega_0^2(\sigma_1^2 + \omega_0^2)}$

$$A_2' = \frac{0.275(31.58 - \omega_0^2 - 5.06\sigma_1)}{2\omega_0(\sigma_1^2 + \omega_0^2)}$$



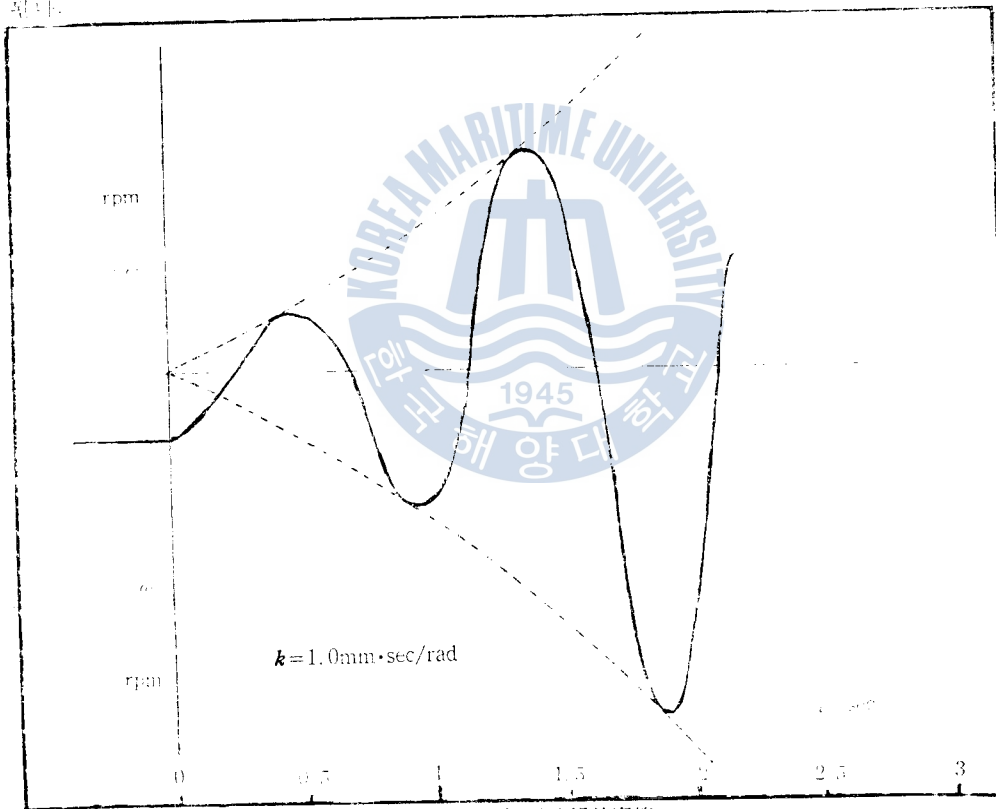
그림·8  $k=0.760$ 일 때 過渡誤差應答

(17)式을 圖示하면 그림·8과 같이 된다.

그림·8의 曲線은 零을 越한 後와 같이 時間이 經過하면 (17)式의 둘째項을 急激히 減少하여 零이 되나, 제1項을 振動項으로 그 振幅을 時間이 지나도 變함이 없으므로 繼續 振動하게 되고,  $t \rightarrow \infty$ 에서  $\omega_0$ 는 어떤 값에도 收斂하지 않는다.

4)  $k < 0.76$ 일 境遇

調速機의 利得  $k$ 가 0.76 mm·sec/rad보다 클 경우에는 實根은 계속 複素數 平面의 左側에 存在하나 複素根의 實數  $\sigma_1$ 은 陽(+ )이 되어 複素根을 右側에 오게 된다. 系統에 階段狀의 負荷變化가 생겼을 때 過渡誤差應答은 (16)式과 같이 된다. (16)式의 둘째項을 時間이 經過하면 急激히 零에 收斂하나 제1項을  $\sigma_1$ 가 陽(+ )의 符號를 가지므로 振動의 振幅을 時間에 따라 指數函數의 形式으로 增大하여 그림·9와 같이  $\omega_0$ 는  $t \rightarrow \infty$ 에서 發散하고 振動은 점점 增大하여 運轉不能狀態가 된다.



그림·9  $k=1.0$ 일 때 過渡誤差應答

c) 安定性(stability)

그림·5의 根軌跡과 b)에서 論한 過渡誤差應答波形을 基礎로  $k$  값의 增加로 因한 安定性 問題를 檢討해 보기로 한다.

$k=0$ 에서는 非振動으로 絶對 安定하며  $0 < k < 0.76$  範圍內에서  $k$ 가 커지면 複素根에 依한 振動性은 增大하는데, 이 때 (11)式의 根中 實根은 原点에서 멀어지고 複素根은 原點에 接近하

므로 代表根(dominant root)이 된다. 代表根은 虛根으로 振動形이며 代表根의 減衰度  $\gamma_0 = \sigma_2/\omega_0$  는 表·1에서 알 수 있는 바와 같이  $k$ 가 增大하면 減少하여 振動이 오래 繼續된다.

그러나,  $t = \infty$ 에서 (16)式의 둘째항과 셋째항은 모두 零에 收斂하여 安定狀態의 첫째項만 남게 되므로 安定狀態가 된다.  $k = 0.76$  mm·sec./rad은 調節可能한 最大利得으로 減衰度  $\gamma_0 = \sigma_2/\omega_0 = 0$  이어서 振動은 減衰하지 않고 同一振幅으로 繼續 振動하는 臨界狀態가 된다.

$k > 0.76$ 에서의 過渡誤差 應答波形은 그림·9와 같이 發散하여 不安定狀態가 되어 계속 運轉할 수 없게 된다.

各  $k$  값에 대한 安定성을 그림·5의 複素數平面上的 根軌跡에서 檢討해 보면  $\Omega(s)$ 의 根들이  $0 \leq k < 0.76$ 에서는 虛軸의 左側에 오게 되어 安定狀態가 되나,  $k > 0.76$ 에서는 實根은 繼續 左側에 있게 되나 代表根인 複素根은 右側에 오게 되어 不安定한 狀態가 된다.

$k = 0.76$ 은 代表根인 虛根이 虛軸上에 오게 되어 臨界狀態가 된다.

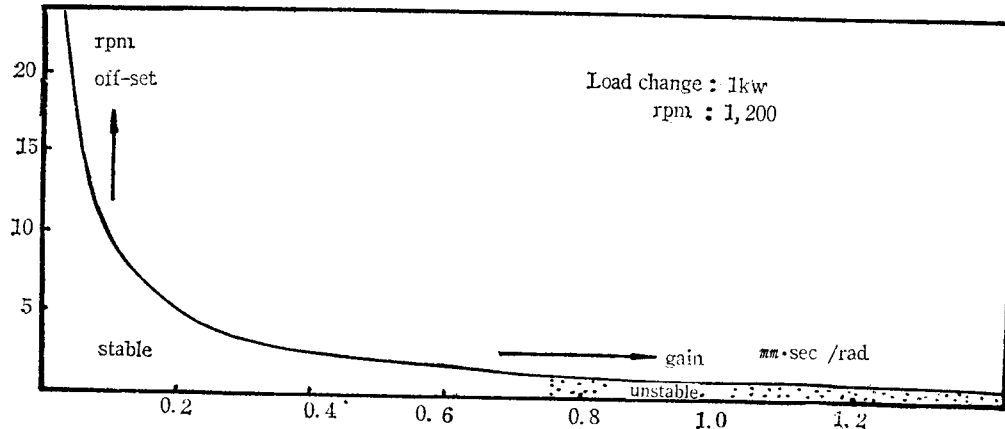
d) 殘留偏差(off-set)

安定限界內에서 殘留偏差는  $k = 0$  일 때 最大가 되고,  $0 < k < 0.76$ 에서는  $k$ 가 클수록 偏差는 줄어든다. 라플라스變換의 最終值의 定理를 利用하면 振幅이  $a$ 인 階段狀의 토크(혹은 負荷)에 對한 殘留偏差는 (18)式과 같다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_{(t)} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \Omega(s)$$

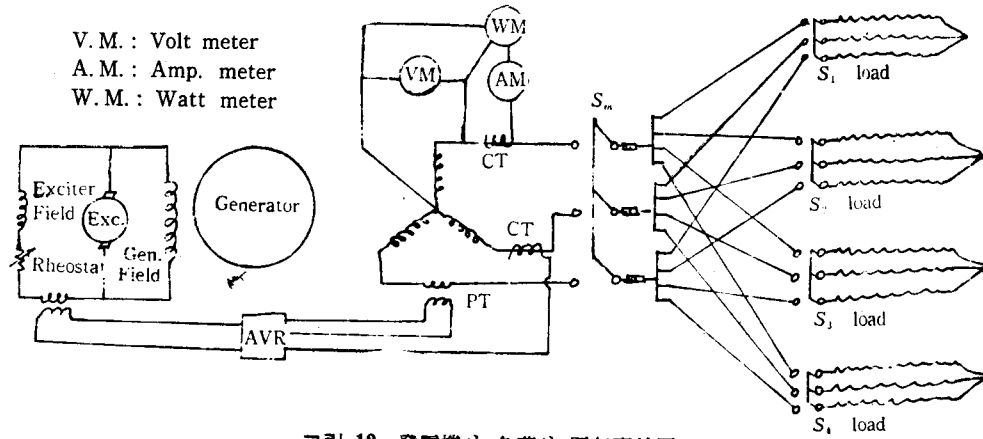
$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.275 \cdot a \cdot s(s^2 + 5.06s + 31.58)}{s[s^3 + 5.28s + 32.2s + 5.2(1 + 42.5k)]} = \frac{0.275 \times 31.58 \cdot a}{5.2(1 + 42.5k)} \dots (18)$$

(18)式에서 殘留偏差는 負荷의 크기  $a$ 에 比例하고 調速機의 利得  $k$ 에 反比例한다. 따라서 殘留偏差(off-set)는  $k = \infty$ 에서 零에 收斂하지만 實際로는  $k \geq 0.76$  mm·sec/rad에서  $\omega_{(t)}$ 의 過渡誤差應答波形은 振動 혹은 發散하여 殘留偏差는 存在하지 않는다. 이는 (18)式의 特性方程式이 複素數 平面上的 虛軸 혹은 虛軸의 右側에 根을 가질 경우에는 라플라스變換의 最終值의 定理가 成立하지 않기 때문이다<sup>6)</sup>. 單位負荷(1 KW)에 對한 殘留偏差의 크기를 圖示하면 그림·10과 같다.



그림·10 利得調節에 對한 殘留偏差量





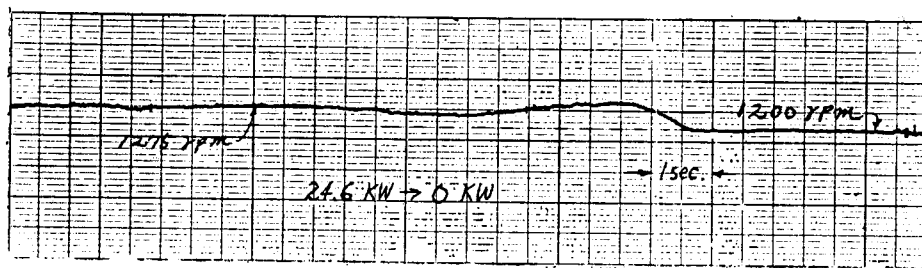
그림·12 發電機와 負荷의 電氣配線圖

殘留偏差의 測定은 機關의 回轉數를 1200 rpm으로 調整한 후 여러 크기의 負荷를 投入 혹은 遮斷하며 機關이 定常狀態로 돌아간후 回轉數를 스트로보스코프(stroboscope)로 直接 測定하여 誤差回轉數를 求하였다.

#### 4. 實驗結果에 대한 分析檢討

##### 4.1. 實驗結果 및 考察

그림·13은 試驗發電機를 定格電壓에서  $s_m, s_1, s_2, s_3, s_4$  스위치를 차례로 모두 投入한 후 主 스위치  $s_m$ 을 갑자기 遮斷하여 發電機의 出力을 24.6 kw에서 無負荷로 負荷를 急變시켰을 때 디젤發電機의 過渡應答波形이다.



그림·13 24.6 kw負荷 突變時의 디젤發電機의 過渡應答

이 波形은 調速機의 利得이 0.14 mm·sec/rad 일 때의 것으로 그림·5의 根軌跡에서 살펴보면 11)式的 特性方程式의 實根과 複素根은 모두 原点에서 비슷한 位置에 있으나, 實根이 좀더 가깝게 있으므로 二次系統의 振動現象이 아주 弱하게 나타난 것으로 判斷된다. 그러나,  $k=0.14$  mm·sec/rad 이 實驗機關의 最適利得인가의 여부는 全制御系統의 精度와 質에 關한 問題로 한



時，評價係以一因數計算。

荷重上增加時之適應特性，多會以不同之殘留偏差之數值而表現出來，如圖 11 所示。報告上之數值，依下列之規則而定。當容許之範圍係在 0 與 100 之間時，則容許之數值在 0.10~0.25 之間。適當之容許數值，在 0.10~0.25 之間時，則容許之數值在 0.10~0.25 mm·sec/rad 之間。在 0.10~0.25 rpm 之間時，則容許之數值在 0.10~0.25 mm 之間。

實際之調整與調整機之調整係以 11 mm·sec/rad 之數值為標準。當容許之數值在 0.10~0.25 之間時，則容許之數值在 0.10~0.25 rpm 之間。容許之數值在 0.10~0.25 mm 之間。

圖 11 之負荷上增加時之殘留偏差之數值，係以容許之數值而表現出來。當容許之數值在 0.10~0.25 之間時，則容許之數值在 0.10~0.25 rpm 之間。容許之數值在 0.10~0.25 mm 之間。當容許之數值在 0.10~0.25 之間時，則容許之數值在 0.10~0.25 rpm 之間。容許之數值在 0.10~0.25 mm 之間。



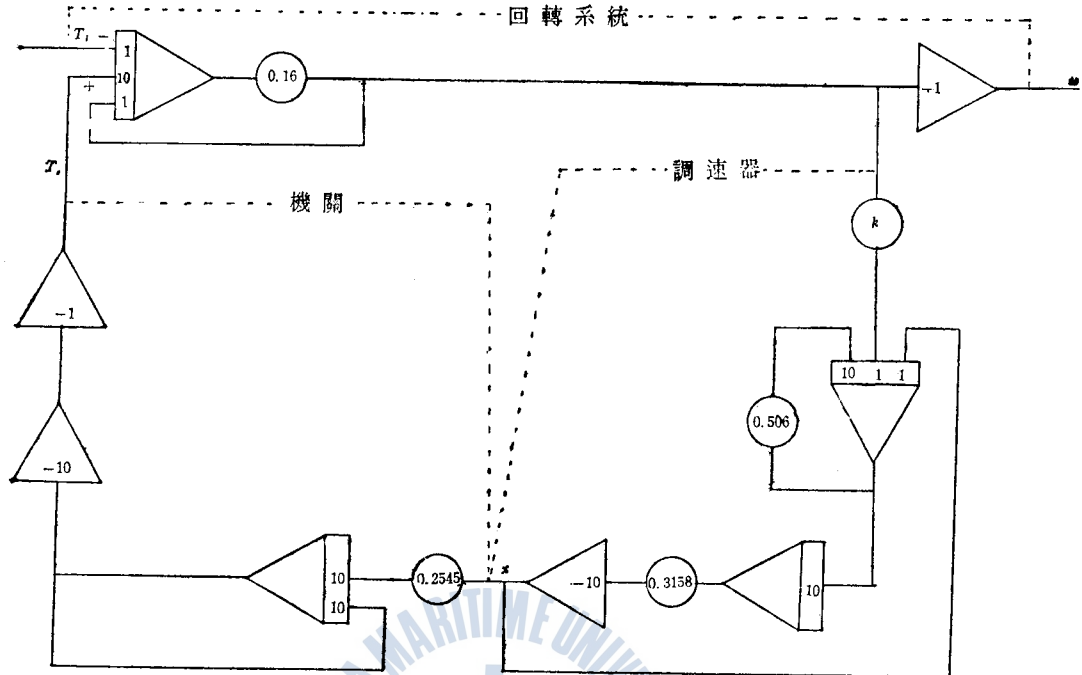
圖 11 負荷上增加時之適應特性

#### 4.2. 아나로그電子計算機에 依한 穩定數值의 測定試驗

穩定數值之測定試驗，係以容許之數值而表現出來。當容許之數值在 0.10~0.25 之間時，則容許之數值在 0.10~0.25 rpm 之間。容許之數值在 0.10~0.25 mm 之間。

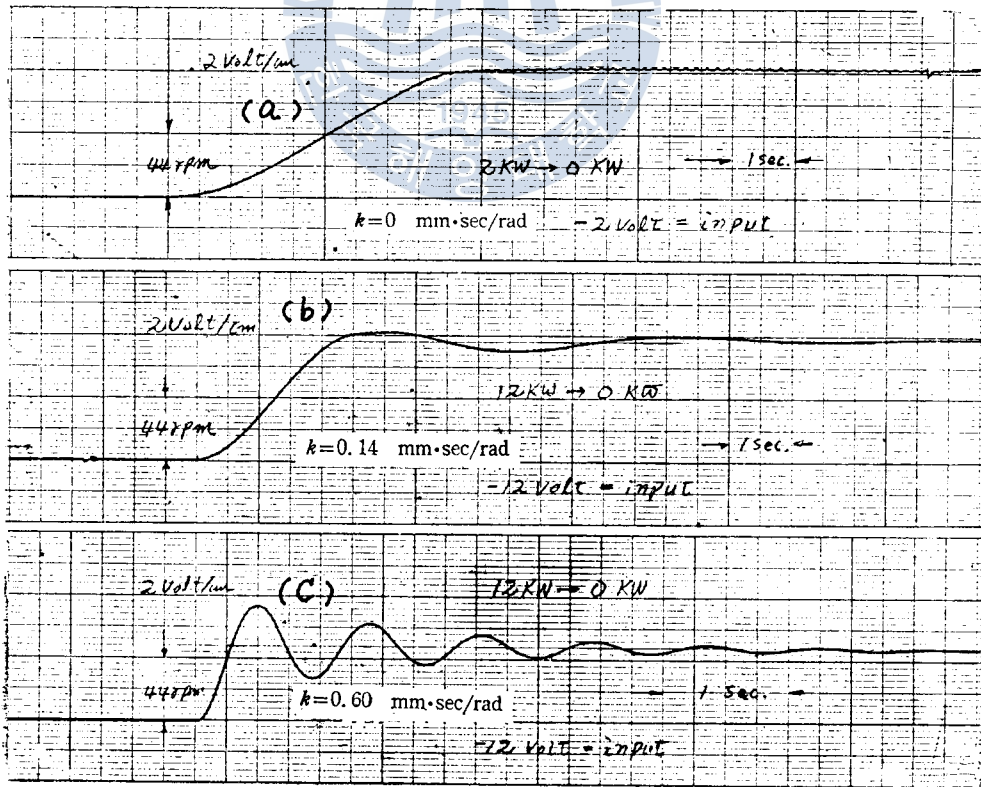
負荷在一定之範圍內之增加時，則容許之數值在 0.10~0.25 rpm 之間。容許之數值在 0.10~0.25 mm 之間。

(16)



그림·15 아나로그電子機計算機의 結線圖

하여 綜合하면 그림·16과 같다.



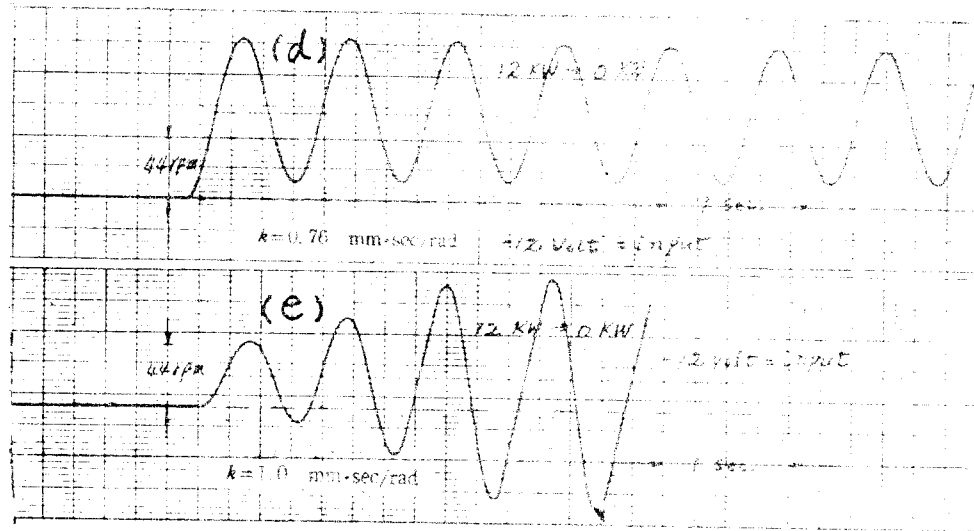


그림-16 利得調整時 各 k 值中 電子計算機의 速度響應波形

各  $k$  값에 대한 波形을 檢討해 보면 二節의 理論式에 致해서, 圖 16의 a, b, c에서 알 수 있는 바와 같이  $0 \leq k < 0.76$ 의 範圍에서 系統의 安定狀態에 達하는 剩餘偏差는 減少하며 그 過渡誤差 應答波形은 振動의 振幅減衰에 從해서 安定狀態에 達하는 時間의 所要量을 나타내고 있다. 圖 16 d는  $k = 0.76$ 의 場合에 系統의 速度響應波形으로 繼續 振動하는 時間이 經過해도 定常狀態에 達하지는 않는 狀態에 達한다. 이 狀態는 一定의 時間에 達해서 不安定狀態 사이의 臨界狀態이다. 이 臨界狀態에 達하면 系統의 速度響應 波形은 振動의 振幅이 時間과 더불어 指數收斂的의 狀態에 達해서 連續不能狀態에 達한다. 이 事實을 計算機에 依하여 再確認하면, 圖 16 e의 結果와 같이 過渡誤差 應答波形은 實際의 可變電機의 過渡應答波形과 比較하여 多少의 差를 나타내며, 이 差는 系統의 速度響應 時間의 誤차를 나타낸다. 圖 17의 實驗에 使用된 可變電機의 速度響應 時間은 0.133초이다.

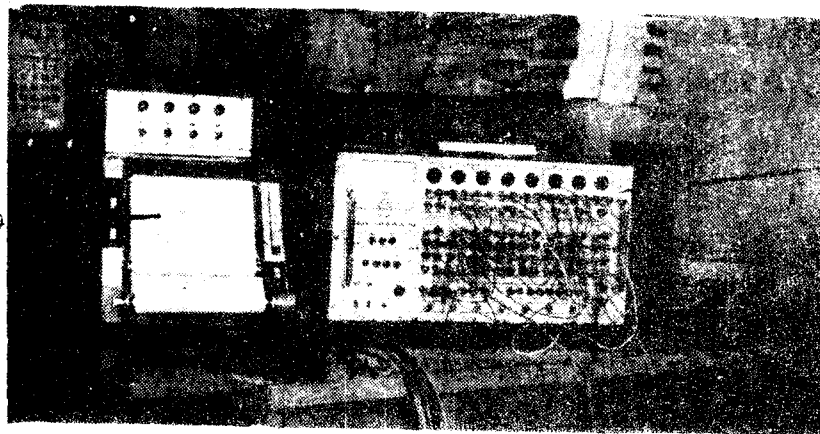


그림-17 實驗에 使用된 可變電機의 速度響應 時間

## 5. 結 論

하아트넬식 遠心調速機를 가진 實驗機關에서 調速機의 利得은 最大 0.76 mm·sec/rad까지 調整 可能하며, 安定限界內에서 利得을 增大시키면 殘留偏差는 減少하나 振動狀態의 過渡現象이 점점 더 오래 持續된다. 또한 殘留偏差의 크기는 토오크(혹은 負荷)의 크기에 比例하고 利得에 反比例하므로 利得  $k$ 를 無限大로 크게 하면 理論上 殘留偏差는 零에 收斂하나 實際로는 0.76 mm·sec/rad 以上 調整할 수 없고, 이 以上 調整하면 機關의 回轉數가 헌팅(hunting)하여 運轉 不能狀態가 된다는 것이 判明되었다.

이 디젤發電機의 現在의 調速機의 利得 0.14 mm·sec/rad은 最大最適利得 0.35 mm·sec/rad으로 再調整하면 1200 rpm에서 1kw 當 殘留偏差量을 現在의 7.1 rpm에서 2.9 rpm으로 크게 減少시킬 수 있음을 알아냈다.

위의 實驗結果로 보아 一般的으로 하아트넬식 調速機의 利得은 殘留偏差를 減少시키기 위하여 어느 限界值 以上 增大시킬 수 없으며, 이 臨界值 以上 크게 하면 헌팅現象이 일어나 機關을 繼續 運轉할 수 없는 不安定한 狀態가 된다. 安定限界內에서도 利得이 增大하면 殘留偏差는 크게 減少하나 振動狀態의 過渡現象이 오래 繼續하므로, 調速機의 利得調整만으로는 制御系統의 精度와 質이 同時에 滿足시킬 수 없음이 判明되었다. 또한 殘留偏差는 토오크(혹은 負荷)의 크기에 比例하므로 디젤 發電機가 單獨運轉될 境遇에는 큰 負荷가 變動함에 따라 供給電力의 質도 크게 低下된다.

따라서, 하아트넬식 調速機를 가진 디젤發電機는 그 應答波形을 檢討하여 最大最適利得까지 利得을 再調整하여 制御系統의 精度를 높여 주는 것이 좋을 것이며, 그렇게 하더라도 振動狀態의 過渡現象은 不過 數秒밖에 되지 않으므로 實際 運轉上에는 별 支障이 없을 것으로 생각된다.

本論文에서는 實驗機關의 調速機가 外部에서 調整할 수 없는 構造에서 主로 아나로구電子計算機와 理論式만으로 디젤發電機의 速度制御特性을 檢討하였으나, 다음 機會에는 實際로 調速機의 利得을 操作할 수 있는 機關을 實驗하여 研究結果를 發表하고자 한다.

## 參 考 文 獻

- 1) 高橋利衛: 「內燃機關의 調速機について (その2)」 日本機械學會誌, Volume 62, No. 848, 1959.
- 2) 森下 隆: 「小型單筒ディーゼル 機關의 速度制御實驗について」 東京商船大學 研究報告, 第16號, 1965.
- 3) 森下 隆: 「ハトネル式 スピータ의 톨크 平衡特性線圖」 內燃機關, Volume 8, No. 80, 1969.
- 4) 河注植: 「自動制御工學」 海大 海事圖書出版部, '974. p'p. 88.
- 5) 河注植: 上記 文獻의 p p. 109.
- 6) Benjamin, c, Kuo: 「Automatic Control Systems」 2nd editor, 1967, Prentice-Hall, Inc, p'p. 20.