工學碩士 學位論文

3차 PLL 주파수합성기의 1/f 잡음 모델링에 관한 연구

A Study on and 1/f Noise Modeling of the Frequency Synthesizer Using the Third-Order PLL

指導敎授　趙 炯 來

2001年 2月

韓國海洋大學校 大學院

電波工學科

金 炯 道

本 論文을 金炯道의 工學碩士 學位論文으로 認准함.

委員長 : 工學博士　金 基 萬　印

委　員 : 工學博士　姜 仁 鎬　印

委　員 : 工學博士　趙 炯 來　印

2001年 2月

韓國海洋大學校 大學院

電波工學科

金 炯 道

차　　례

Abstract

The phase noise of PLL frequency synthesizer brings about a distortion of the signal in communication systems.

In this thesis, the frequency synthesizer using the third-order PLL was designed in order to predict the phase noise.

With Lascari's method, a variation of phase noise was analyzed in accordance with offest frequency, and the aspect of the 1/f-noise which give rise to troubles in the low frequency band specially was analyzed.

Since it is difficult to analyze mathematically 1/f-noise in the third-order PLL, the concept of pseudo-damping factor was introduced to access easily the 1/f-noise variance.

A numerical formula of 1/f-noise variance was shown in the third-order PLL, which was compared with that of 1/f-noise variance in the second-order PLL.

From the simmulation result, it was known that 1/f-noise variance in the third-order PLL exhibited inferior to suppression characteristics of that in the second-order PLL because of its noise bandwidth and 1/f noise variance factor over the damping factor in the range of 0.707 and 1

Nomenclature

$\varepsilon(t)$	: Amplitude fluctuations
$\Delta\Phi(t)$	: Phase noise (Phase Fluctuations)
B_L	: Loop noise bandwidth
$\sigma_{\phi}{}^{2}$	: Phase Noise variance
$\widehat{\theta_p}$	: Random angular perturbation
TI	: Time interval
Δf	: Oscillator frequency settability
$\dot{\Delta} f$	: Drift rate
$\Psi(t)$	: Oscillator random phase noise process
TIS	: Time interval stability
$S_{n}\text{-}(w)$	: Phase noise power spectral density
$D_T{}^{(1)}(t\ ;\tau)$	: First structure function
$D_T{}^{(2)}(t\ ;\tau)$	: Second structure function
$\Delta^1\Psi(t\ ;\tau)$	: The first increment phase noise process
$\Delta^2\Psi(t\ ;\tau)$	: The second increment phase noise process
ω_n	: Natural angular frequency
δ	: Damping factor

제 1 장 서 론

다양한 목적으로 이용되는 무선 통신 시스템에서 발생되어진 신호를 왜곡시키는 요소는 채널 환경과 시스템 내에서 발생되어 신호에 중첩되는 위상잡음으로 크게 나눌 수 있다. 이러한 위상잡음이란 어떤 신호가 전기적인 특성을 지닌 시스템을 통과할 때 그 시스템 자체에서 발생하여 원하는 출력신호에 부가하여 생기는 잡음으로 위상잡음은 보내고자 하는 정보 대역에 직접적인 침범을 할수 있으며 또 전체 시스템의 감도에 영향을 주므로 이에 대한 고려는 매우 중요하다. 디지털 통신 시스템에서는 시스템 BER(Bit Error Rate)에 영향을 주며 아날로그 통신 시스템에서는 시스템 SNR (Signal to Noise Ratio)에 영향을 준다.

통상 불완전 제어를 하는 통신 시스템에서는 전기회로에서 전류나 전압이 순간적으로 흔들려 필연적으로 시스템은 이러한 전기적 잡음의 영향을 받게 된다. 이러한 위상 잡음은 1/f noise, white noise, random walk 등이 중첩된 형태로 주파수 영역에서 표현된다.

본 논문에서는 이러한 위상잡음이 주파수 합성기의 각 단에서 발생되는 형태를 보이고 그 결과 최대 잡음원인 VCO에서 발생되는 각 위상잡음 요소 중 저주파대역에서 문제가 되는 1/f 잡음이 PLL(Phase Locked Loop)을 이용한 주파수 합성기의 차수가 3차일 때 그 variance를 예측해 보고자 한다.

1/f 잡음은 현대 물리학에서 있어서 가장 풀리지 않는 문제 가운데 하나인데 1925년에 Johnson에 의해 electron tubes의 전류에서 처음 발견된 이래로 신호의 변동과 물리적 변수가 상관되지 않은 시스템의 다이버시티에서 $\frac{1}{f^{\delta}}$ $(\delta \simeq 1)$와 같이 저주파에서 집중되는 PSD(Power Spectral Density)에 의해 특징지어져 왔다. 그 스펙트럼이 1/f의 형태를 가지므로 1/f 잡음이라고 불리기도 하는 이 잡

음은 대부분의 물리적 시스템에 존재하는 것으로 알려져 있다. 또한 1/f 잡음에 대한 분석적 해석이 어렵기 때문에 물리적인 시스템에서 일어나는 원인 불명의 오동작이 1/f 잡음에 기인한 것으로 해석된다[1].

일반적으로 1/f 잡음은 능동 디바이스에서 발생되는데 본 논문에서 고려되는 시스템 역시 능동 필터를 채용하여 시스템의 차수를 2차에서 3차로 확장하여 2차 시스템의 잡음이 나타내는 variance와 잡음 대역폭과의 관계를 이용하여 3차에서의 1/f 잡음 variance에 대하여 유추하였다. 2차에서 적용된 일반적인 방법으로는 시스템의 오버슈트나 settling time에 관계하는 damping factor를 연관해서 3차 시스템의 1/f 잡음을 파악할 수 없으므로 J.B Encinas에 의해 표현되는 pseudo-damping factor를 이용한 시스템의 전달함수를 이용하여 3차 시스템에서의 1/f 잡음의 variance를 해석하였다.

본 논문의 전체구성을 살펴보면 서론을 제외한 4개의 장으로 구분할 수 있다. 먼저 2장에서는 PLL의 잡음원을 해석하기 위해서 VCO로부터 발생되는 위상 잡음 해석 및 VCO의 시변 deterministic 위상 잡음원을 선형화하기 위하여 구조 함수의 개념을 도입하여 랜덤 잡음으로 알려진 1/f 잡음만을 고려할 수 있도록 하였고 스퓨리어스와 PLL의 부가잡음을 해석하였다. 3장에서는 offset 주파수에 따른 최대 잡음원을 파악하기 위해 주파수합성기를 설계하고 Lascari의 방법을 이용하여 주파수 합성기의 각 단에서 발생되는 위상잡음을 예측해 보았다. 4장과 5장에서는 3장에서 파악된 최대 잡음원인 VCO로부터 발생되는 중첩된 여러 위상잡음 성분 중 1/f 잡음만을 통과시켜 PLL 시스템에서 나타나는 양상을 2차와 3차 시스템을 비교 분석하였다.

이를 위하여 시스템 전달함수가 앞서 언급한 settling 시간과 오버슈트에 관계하는 파라미터인 damping factor로 표현되지 않는 3차 시스템의 1/f 잡음을 분석하기 위하여 pseudo-damping factor의 개념을 도입하여 이를 해결하고 2차 시스템과 3차 시스템이 나타내는 1/f 잡음의 양상을 비교 분석하였다.

제 2 장 PLL에서의 잡음원 해석

제2-1절 VCO의 위상잡음

위상잡음이란 어떤 신호가 전기적인 특성을 지닌 시스템을 통과할 때 그 시스템 자체에서 발생하여 원하는 출력 신호에 생기는 잡음을 말하며 스퓨리어스는 어떤 시스템을 통하여 그로 인해 발생되어지는 원하지 않는 신호 즉 다른 신호를 말한다. 즉 위상잡음은 원하는 신호의 출력 스펙트럼을 관찰함으로서 볼 수 있으며 스퓨리어스는 원하는 출력신호와 함께 여러 가지 주파수로 나타난다[2].

어떤 신호가 전기적인 특성을 지닌 시스템을 통과할 때 그 시스템 자체에서 발생하여 원하는 출력신호에 부가하여 생기는 잡음으로 출력 신호의 스펙트럼을 통하여 확인 할 수 있다. 이상적인 정현파는 다음과 같다.

$$V(t) = V_0 \sin 2\pi f_0 t \tag{2.1}$$

여기서 V_0는 신호의 정상 진폭이며 f_0는 정상적인 발진주파수이다. 그러나 실제로 나타나는 신호는 식 2.2로 나타난다.

$$V(t) = |V_0 + \varepsilon(t)| \sin[2\pi f_0 t + \Delta\Phi(t)] \tag{2.2}$$

$$\varepsilon(t) = Amplitude \quad Fluctuations$$

$$\Delta\Phi(t) = Phase \quad Noise\,(Phase \quad Fluctuations)$$

위의 식 2.2에서 $\Delta\Phi(t)$와 같은 phase fluctuations는 두 가지 형태가 있다. 하나는 스퓨리어스라고 말하며 또 다른 하나는 시스템에서 자연스럽게 생기는 위상잡음을 말한다. 이러한 위상잡음을 표현하는 방법은 hertz당 phase fluctuation의 양을 표시하는 one-sided spectral density이다.

$$S\Delta\Phi(f) = \frac{\Delta\Phi^2{}_{RMS}}{\Delta\Phi_{RMS}\text{를 측정하는데 사용한 } bandwidth} \quad [rad^2/Hz]$$

또 위상잡음을 표현하는 다른 방법은 offset 주파수에서 스펙트럼 밀도의 비로서 표현하는 방법이다.

$$L(f) = \frac{\text{전력밀도}}{\text{전체신호전력}} = \frac{P_{ssb}}{P_s} \tag{2.3}$$

여기서 단측파 대역 위상잡음 대 반송파비인 $L(f)$는 dBc/Hz로 나타낼 수 있다. 이러한 위상잡음은 보내고자 하는 정보대역을 침범할 수 있으며 또 전체 시스템의 민감도에 영향을 주므로 매우 중요하다. 즉 디지털 통신 시스템에서는 시스템 BER(Bit Error Rate)에 영향을 주며 아날로그 통신 시스템에서는 시스템 SNR(Signal to Noise Ratio)에 영향을 준다. 이러한 전압제어 발진기에 의해 발생하는 위상잡음은 다음의 요소에 의해 결정된다.

(1) 공진기의 Q factor
(2) 바랙터 다이오드의 Q factor
(3) 발진회로에 사용되는 능동소자
(4) 전원잡음
(5) 외부 동조 전압으로부터의 잡음

PLL의 VCO의 위상잡음은 Q factor에 의해서 결정되는데 높은 Q factor 값을 가지는 회로를 설계하기 위해서는 튜닝폭이 작아야한다. 따라서 낮은 위상잡음을 위해 설계된 VCO는 더 적은 튜닝 범위를 가질 것이다.

VCO에서 발생되는 위상 잡음은 여러 잡음이 중첩의 형태를 가지며 주파수 축에서 표현된다. 가장 저주파대에 위치하며 long term 잡음으로 알려져 있는 1/f 잡음은 그 스펙트럼이 그림 2.1과 같이

1/f의 형태를 띄며 Flicker 잡음, Pink 잡음으로 불리기도 한다[3].

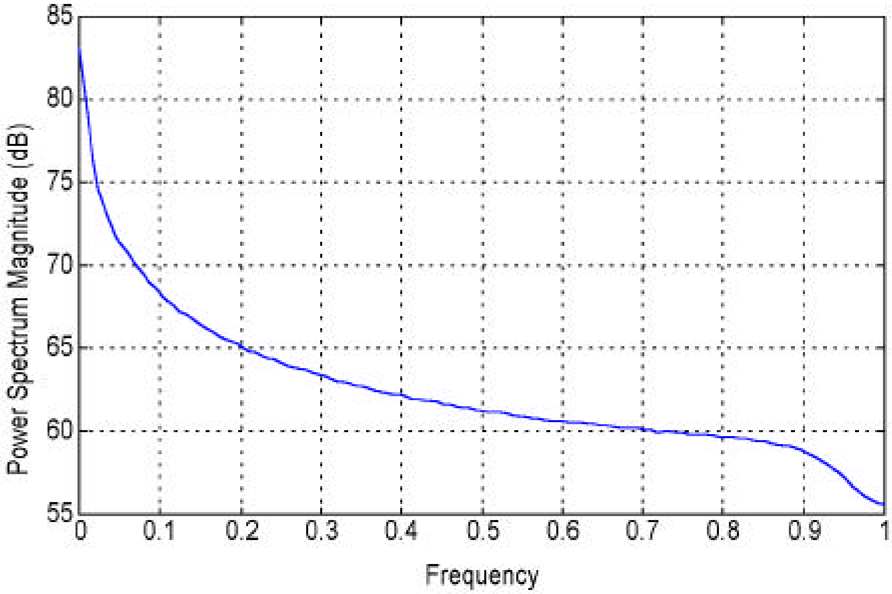

그림 2.1 정규화된 1/f Noise의 PSD

Fig. 2.1. The Normalized PSD of 1/f Noise.

실제 시스템의 VCO는 제작 시 우리가 예상하지 못했던 잡음요소를 포함하기 때문에 정규화 된 VCO 출력을 식 2.4로 표현하면

$$\cos[w_0 t + \widehat{\theta_p} + \Phi(t)] \tag{2.4}$$

$\widehat{\theta_p}$는 완전 오실레이터의 phase $\Phi(t)$는 내부 노이즈 소스에 기인한 random angular perturbation을 표현한다[4]. 그림 2.2는 VCO의 동작 특성이 위상잡음요소를 가지므로 비 이상적이기 때문에 발생하는 내부잡음을 모델링하고 있다. 잡음 스펙트럼 밀도는 그림 2.3와 같이 구성된다.

$$\frac{S_{\Phi\,osc,n}(f)}{f_0^{\,2}} = \frac{h_{-1}}{f^3} + \frac{h_0}{f^2} + \frac{h_1}{f} + h_2 \tag{2.5}$$

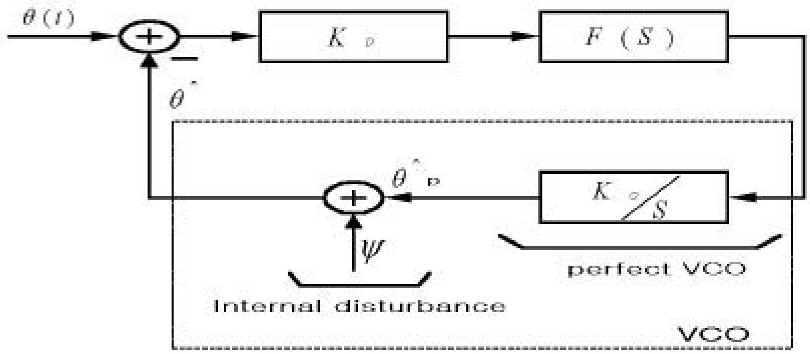

그림 2.2 VCO가 내부 잡음 source $\Psi(t)$를 가졌을 때 PLL 선형 모델

Fig. 2.2. linearized model of the PLL when the VCO has an interal disturbance source $\Psi(t)$.

K_D :phase detecter gain F(s):Loop fliter**전달함수** K_o : VCO gain

발생된 잡음의 PSD(Power Spectral Density)**는 식** 2.5**과 같이 표현 된다**[5].

식 2.5**에서** h_{-1}, h_0, h_1, h_2**는 각각 다음과 같다**.

$$\begin{cases} h_{-1} = a_{-1}/4Q_L^{\ 2} ; \quad h_0 = a_0/4Q_L^{\ 2}; \\ h_1 = a_{-1}/f_0^{\ 2} ; \quad h_2 = a_0/f_0^{\ 2} ; \end{cases} \tag{2.6}$$

h_α**-계수는 발진기 형태에 의존하며 일반적으로 출력 위상잡음의 전력이 최소화되도록 최적화되어 설계된다**[4].

$$S_{\dot{\Psi}}(\omega) = \omega^2 S_{\Psi}(\omega) \tag{2.7a}$$

$$S_{\dot{y}}(w) = \frac{1}{(2\pi f_0)^2} S_{\dot{\Psi}}(w) = h_{-2}|w|^{-2} + h_{-1}|w|^{-1} + h_0$$

$$+ h_1 |w| + h_2 |w|^2)$$

(2.7b)

이와 같이 위상잡음 과정의 스펙트럼 밀도로 나타내면

$$S_{\Psi}(w) \frac{1}{(2\pi f_0)^2} = \frac{1}{(2\pi f_0)^2} \frac{S_{\dot{\Psi}}(w)}{w^2}$$

$$= \frac{1}{w^2} (h_{-2} |w|^{-2} + h_{-1} |w|^{-1} + h_0 + h_1 |w| + h_2 |\omega|^2) \qquad (2.7c)$$

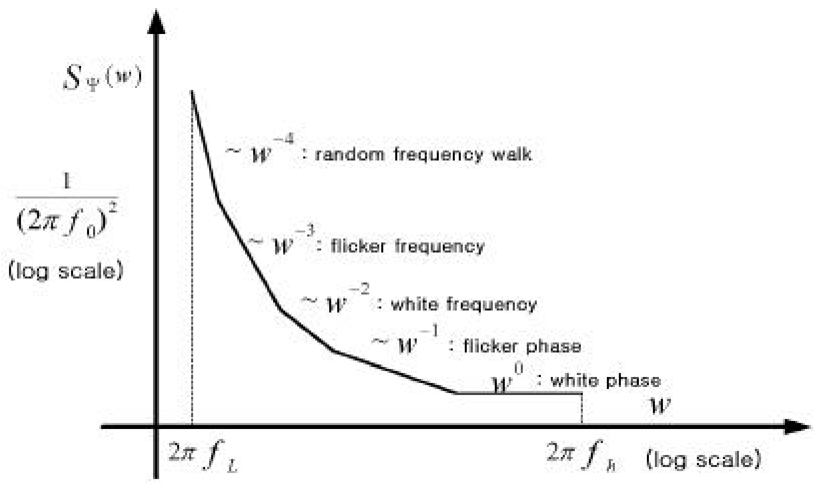

그림 2.3 Phase noise process의 PSD
Fig. 2.3. PSD of Phase noise process.

여기서, $0 < 2\pi f_L \le |w| \le 2\pi f_h < \infty$

$$\widehat{\theta_{\Phi}}(s) = k_D k_O \frac{F(s)}{s} \Phi(s)$$

위상 오차 $\Phi(s)$ **는 항상** $\theta(s)$**와 그것의 추정치** $\hat{\theta}(s)$**의 차로서 정의되므로 식** 2.8a, 2.8b, 2.8c**로 표현된다**.

$$\phi(s) = \theta(s) - \hat{\theta}(s) = \theta(s) - [\hat{\theta}(s) + \psi(s)] \tag{2.8a}$$

$$\phi(s) = \theta(s) - [\frac{K_D K_O F(s)}{s}\phi(s) + \psi(s)] \tag{2.8b}$$

$$\phi(s) = \frac{1}{1 + [K_O K_D F(s)/s]}[\theta(s) - \psi(s)] \tag{2.8c}$$

그러므로 발진기의 불안정도에 기인한 위상 오차 variance는 식 2.9와 같다.

$$\sigma_\phi^2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty |1 - H(s)|^2 S_\phi(\omega)d\omega \tag{2.9}$$

제2-2절 시변 deterministic 위상잡음의 선형 모델링

실제 quartz 발진기나 maser, atomic frequency standard와 같은 정밀한 주파수원 조차도 랜덤하기 때문에 deterministic component로 인해 위상과 주파수 불안정도에 영향을 받으므로 이러한 phase process에 대해 제거하는 방법으로 구조함수가 이용된다[4][6]. 먼저 이러한 불안정도의 요인은 열 또는 shot, 1/ f 잡음과 같은 잡음원에 기인한 random fluctuation 등이 있는데 이는 디바이스의 내부적 요인으로 발생된다. 이때, 발진기의 두 가지 유형인 perfect oscillator와 보다 실제적인 imperfect oscillator의 경우에 대해 시간함수는 다음과 같다.

$$\text{perfect} \rightarrow T(t) = t - t_0 \tag{2.10a}$$

$$\text{imperfect} \rightarrow T(t) = t - t_0 + \frac{\Delta f}{f_0} t + \frac{\dot{\Delta f}}{f_0} \frac{t^2}{2} + \frac{\Psi(t) - \Psi(t_0)}{2\pi f_0} \tag{2.10b}$$

이때 정의에 의해 TI(Time Interval)는

$$\Delta^1 T(t;\tau) = T(t+\tau) - T(t) \tag{2.11a}$$

$$\Delta_P{}^1 T(t;\tau) = (t+\tau - t_0) - (t - t_0) = \tau \tag{2.11b}$$

$$\Delta_I{}^1 T(t;\tau) = \tau + \frac{\Delta f}{f_0}\tau + \frac{\dot{\Delta f}}{2f_0}(2\tau t + \tau^2) + \frac{\Delta^1 \Psi(t;\tau)}{2\pi f_0} \tag{2.11c}$$

여기서 imperfect $T(t)$에 있어서 잡음을 구성하는 두 요소는 deterministic term인 Δf, $\dot{\Delta f}$와 random term인 $\Psi(t)$로 표현된다.
여기서 Δf는 oscillator frequency settability이고 $\dot{\Delta f}$는 drift rate, $\Psi(t)$는 oscillator 랜덤 위상 잡음 과정을 나타낸다.
$\Delta^1\Psi(t;\tau)$는 위상 잡음 과정의 첫 번째 증가치를 표현한다.
식 2.11c에서 표현되는 imperfect oscillator의 시간 평균은 식 2.12와 같이 표현 할 수 있다.

$$E[\Delta^1 T(t;\tau)] = \tau + \frac{\Delta f}{f_0}\tau + \frac{\dot{\Delta f}}{2f_0}(2\tau t + \tau^2) \quad (2.12)$$

위의 imperfect oscillator의 식 3.3에서 나타나는 τ는 이상적인 zero crossing에 관계한다.

다른 term들은 시간 경로 상에서 발생되어진 TI의 평균 확장 또는 수축을 특징짓는다.

여기서 첫 번째 TI의 자승에 대한 기대치를 구조함수라 정의하면 다음과 식 2.13과 같다[6].

$$D_T^{(1)}(t;\tau) = E\{[\Delta^1 T(t;\tau)]^2\}$$

$$D_T^{(1)}(t;\tau) = \frac{D_\Psi^{(1)}(\tau)}{(2\pi f_0)^2} + E\{[\Delta^1 T(t;\tau)]\}^2 \quad (2.13)$$

∴ TI의 variance는 식 2.14와 같고 $D_\Psi^{(1)}(\tau)$는 위상 잡음 과정에서 첫 번째 구조 함수이다.

$$Var[\Delta^1(t;\tau)] = \frac{D_\Psi^{(1)}(\tau)}{(2\pi f_0)^2} \quad (2.14)$$

여기서 TIS(Time Interval Stability)를 고려하기 위해 $\Delta^1 T(t;\tau)$와 $\Delta^1 T(t+\tau;\tau)$에 대응하는 연속적인 interval $[t, t+\tau]$, $[t+\tau, t+2\tau]$에 대하여 시간에 대한 함수 T(t)의 2차 증가를 나타내기 위하여 식 2.15 및 식 2.16을 이용한다.

$$\begin{aligned}\Delta^2 T(t;\tau) &= \Delta^1 T(t+\tau;\tau) - \Delta^1 T(t;\tau) \\ &= T(t+2\tau) - 2T(t+\tau) + T(t)\end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned}&\lim_{\tau\to 0}\frac{\Delta^2 T(t;\tau)}{\tau^2} \\ &= \lim_{\tau\to 0}\left[\frac{T(t+2) - 2T(t+2) + t(t)}{\tau^2}\right]\end{aligned} \quad (2.16)$$

위의 식과 같이 limit가 존재할 때 TIS와 순시 정규화 주파수 drift는 식 2.17과 같이 정의된다.

$$\frac{1}{2\pi f_0}\frac{d^2\Phi(t)}{dt^2} = \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = u(t) \tag{2.17}$$

perfect oscillator의 T(t)의 2차 증가를 나타내기 위해 식 2.15를 이용하면 식 2.18과 같다.

$$\Delta^2 T(t;\tau) = \tau - \tau = 0 \tag{2.18}$$

이는 시간이 경과함에 따라서 perfect oscillator의 주파수는 drift 되지 않음을 의미한다. 그리고 발생된 시간 간격은 안정함을 의미한다.

식 2.11c을 식 2.15에 대입하면 식 2.19과 같다.

$$\Delta^2 T(t;\tau) = \frac{\dot{\Delta f}\,\tau^2}{f_0} + \frac{\Delta^2\Psi(t;\tau)}{2\pi} \tag{2.19}$$

여기서 $\Delta^2\Psi(t;\tau)$는 위상잡음 process의 2차 증가도를 나타낸다. 식 2.20과 식 2.21을 이용하여 TIS의 variance를 식 2.22와 같이 구해 낼 수 있다

$$E[\Delta^2 T(t;\tau)] = \frac{\dot{\Delta f}\,\tau^2}{f_0} \tag{2.20}$$

$$D_T^{(2)}(t;\tau) = \frac{D_\Psi^{(2)}(\tau)}{(2\pi f_0)^2} + (E[\Delta^2 T(t;\tau)])^2 \tag{2.21}$$

$$Var[\Delta^2 T(t;\tau)] = \frac{D_\Psi^{(2)}(\tau)}{(2\pi f_0)^2} \tag{2.22}$$

여기서 imperfect oscillator에 있어서 TIS의 평균과 variance가 시간 t 에 의존하지 않으므로 이와 같은 전개상에서 고차 구조 함수를

time process상에서 이용하면 잡음원인 oscillator로부터 deterministic 잡음 요소들을 제거할 수 있으므로 random process로 알려진 1/f 잡음만을 고려할 수 있게 된다.

제2-3절 스퓨리어스

주파수 합성기에서 스퓨리어스를 발생시키는 요인은 다음과 같이 네 가지로 볼 수 있다[2].

1. Mixer에서의 Inter-modulation Products
2. Frequency Multipliers
3. Frequency Dividers
4. 전력선

* Mixer에서의 Inter-modulation Products

Mixer란 그림 2.2에서와 같이 특정한 주파수를 발생시키기 위하여 두 개의 신호를 더하거나 빼는 연산기이다. 그러나 이것은 원하는 주파수만 발생시키는 것이 아니라 다른 여러 주파수 즉 고조파 성분들을 발생시키게 되는데 필터를 거쳐 원하는 특정 주파수의 신호만을 분리해 낼 수 있다.

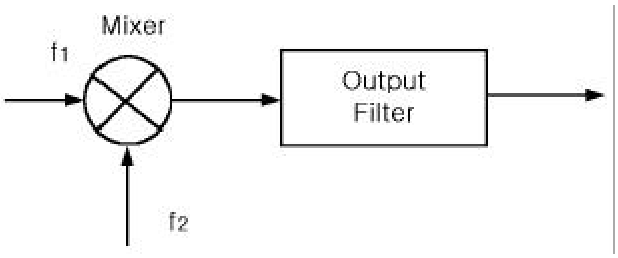

그림 2.4 Mixer와 출력 필터

Fig. 2.4. Mixer and output filter.

Mixer와 같은 비선형 소자의 입출력관계는 다음과 같은 power series로 표현된다.

$$e_{out} = K_1 e_{1N} + K_2 e^2_{1N} + \cdots + K_n e^2_{1N} + \cdots \qquad (2.23)$$

여기서 K_i $(i = 1, 2, 3, ...)$는 Mixer의 비선형 함수의 특성이며 e_{1N}는 dc항 및 두 입력 신호의 합이다.

$$e_{1N} = E_0 + A \sin w_1 t + B \sin w_2 t \qquad (2.24)$$

그러므로 Mixer의 출력 e_{out}는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} e_{out} = &\ dc\ Term + a_{11} \sin w_1 t - a_{12} \cos 2w_1 t + a_{13} \sin 3w_1 t \\ &+ (w_1 \text{의 } harmonics) \\ &\pm a_{21} \sin w_2 t - a_{22} \cos 2w_2 \pm a_{23} \sin 3w_2 t \\ &\pm a_3 [\cos (w_2 - w_1) t - \cos (w_2 + w_1) t] \\ &+ a_4 [\sin (2w_2 - w_1) t - \sin (2w_2 + w_1) t] \\ &+ a_5 [\cos (2w_2 - w_1) t - \cos (2w_2 + w_1) t] + \cdots \end{aligned} \qquad (2.25)$$

즉 이러한 여러 주파수 성분 중에 출력 필터를 거쳐 원하는 주파수를 얻게 된다. 출력 필터는 시스템 특성상 주어지는 대역폭을 갖게 되므로 이 필터의 출력은 실제로 원하는 주파수뿐만 아니라 in-band inter-modulation의 출력을 같이 얻게 된다. 이것이 in-band 스퓨리어스이다. 이것은 Mixer에서 불가피한 것이므로 이를 최소화 하는 것은 필터의 대역폭뿐만 아니라 IF주파수를 잘 선택함으로 얻을 수 있다. 예를 들어 슈퍼헤테로다인 수신기의 모의 실험을 이용하여 IF 주파수를 설계할 수 있다.

* Frequency Multiplier

이 Multiplier 출력의 일반적인 방정식은 무한 급수로 전개 될 수 있다.

$$e_o(t) = K_1 e_{1N}(t) + K_2 e^2_{1N}(t) + \cdots + K_n e^2_{1N}(t) + \cdots \qquad (2.26)$$

여기서 원하는 신호와 스퓨리어스 신호를 $E_1 \sin w_1 t$, $E_2 \sin w_2 t$ 라 하면

$$e'_0(t) = K_1(E_1 \sin w_1 t + E_2 \sin w_2 t) + K_2[\frac{E_1^2 + E_2^2}{2} - \frac{E_1^2}{2}\cos 2w_1$$
$$- \frac{E_2^2}{2}\cos 2w_2 t + E_1 E_2 \cos(w_1 + w_2)t + E_1 E_2 \cos(w_1 - w_2)t]$$
$$+ higher - order\ terms \tag{2.27}$$

이다. 그리고 체배기 입력에서 신호대 잡음비는 $20\log(E_1/E_2)$이고 출력에서의 신호대 잡음비는 $20\log_{10}(\frac{K_2 E_1^2/2}{K_2 E_1 E_2}) = 20\log_{10}(\frac{E_1}{2E_2})$ 로 표현할 수 있다.

* Frequency Divider

일반적으로 FM파가 주파수 디바이더에 인가되었을 때 원하는 신호에 대하여 FM 측파대의 레벨은 division비 N에 대하여 $20\log(1/N)$ dB만큼 감쇄된다.

* 전력선

전력선에서의 스퓨리어스 출력은 60Hz 또는 그의 고조파 성분에 의한 주파수 변조를 말한다. 다시 말해서 주파수 합성기에 전력을 공급하는 전력원에서 AC 리플들이 주파수 합성기 출력에서 나타나는데 주파수 합성기의 특성에서 이러한 현상은 이론적으로 규명하기 매우 어렵다. 전력선에 의한 스퓨리어스 현상을 줄이기 위해서 주파수 합성기를 구성할 때 부품의 배열 및 ground pattern, metal-can을 이용할 수 있고 또 최대한 설계자의 하드웨어 설계 능력을 발휘 해야한다 할 수 있다.

제2-4절 부가잡음

먼저 입력 단의 부가 잡음에 대해 고려하면, 만일 위상 오차를 대부분의 시간 영역에서 조금만 발생한다 가정하면 위상검출기 모델을 선형화 할 수 있다[4].

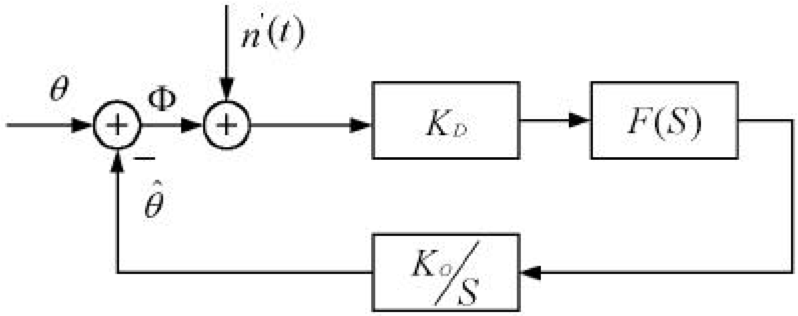

그림 2.5 부가 잡음이 있을 때의 PLL 선형모델
Fig. 2.5. linearized model of PLL with additive noise.

그림 2.5에서는 잡음이 부가될 때의 선형화 된 PLL 모델을 보여준다. $\dot{n}(t)$는 PLL에 의해 추적되어지는 양인 위상 오차 $\theta(t)$ 만큼 발생되어지는 부가 disturbance이다. 앞에서 언급한 바와 같이 본 시스템을 선형시스템으로 취급하는 동안 중첩의 원리를 수용할 수 있는데 잡음과 유용한 신호를 각각 분리해서 결정할 수 있으므로 위상 오차 $\theta = 0$로 가정했을 때 θ 대신에 $\dot{n}$ 을 사용하여 다음 식 2.28로 표현 할 수 있다. 여기서 $S_{\hat{\theta}}(w)$는 위상 오차가 시스템 전달함수를 통과하면서 발생되는 PSD(power spectral density)이고 $S_{\dot{n}}(w)$는 $\theta = 0$ 일때 σ_{ϕ}^{2} 는 이 PSD가 전달함수 $|H(w)|$를 통과한 후의 잡음 variance이다.

$$\begin{cases} S_{\hat{\theta}}(w) = |H(w)|^2 \; S_{\theta}(w) \\ S_{\hat{\theta}}(w) = |H(w)|^2 \; S_{\dot{n}}(w) \end{cases} \tag{2.28}$$

$$\sigma_\phi{}^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}|H(w)|^2\ S_n(w)\ dw \qquad (2.29)$$

실제적인 대다수의 경우에 $S_n(w)$**는 모든 주파수대에서 거의 일정한 것으로 알려져 있으므로 식** 2.30**과 같다**.

$$S_n(w) \simeq \frac{S_{n_0}(0)}{A^2} = \frac{N_0}{2A^2} \qquad (2.30)$$

식 2.29 **및** 2.30**을 사용하면 식** 2.31b**를 구할 수 있다**.

$$S_\phi(w) = \frac{N_0}{2A^2}|H(w)|^2 \qquad (2.31a)$$

$$\sigma_\phi{}^2 = \frac{N_0}{2A^2}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|H(w)|^2\,dw \qquad (2.31b)$$

식 2.31a, 2.31b**를 사용하여 잡음 대역폭** B_{IF}**에 대하여 표현하면 시스템 내의 루프 잡음 대역폭** B_L **은**

$$B_L = \frac{1}{2\pi}\frac{\int_0^{\infty}|H(w)|^2\,dw}{|H(0)|^2}\ [\mathrm{Hz}] \qquad (2.32)$$

식 2.32**와 같이 표현되므로 위상 오차** variance**는 식** 2.33**과 같이 나타낸다**.

$$\sigma_\phi{}^2 = \frac{N_0 B_L}{A^2} \qquad (2.33)$$

제 3 장 시스템 모델링과 분석

제3-1절 주파수 합성기 설계

PLL주파수 합성기 동작

PLL은 입력신호에 대하여 위상과 주파수가 동일한 동기신호를 발생하는 궤환 제어 회로로서 본 논문에서 고려한 PLL 칩 사양은 듀얼 모듈러스 프리스케일러와 차지 펌프가 내장된 National Semiconductor사의 LMX2325와 Minicircuit사의 JTOS-3000P의 Specification을 이용하여 시스템의 모델링을 수행하였다[7][8].

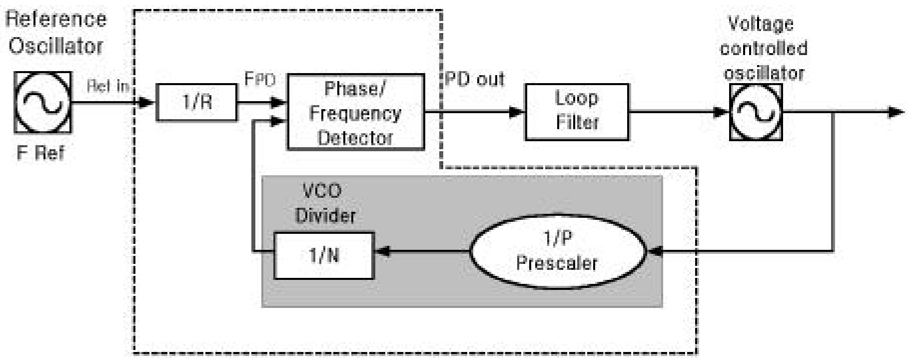

그림3.1 프리스케일러가 포함된 주파수합성기 구조

Fig. 3.1. Frequency synthersizer structure with prescaler.

주파수합성기의 기본적인 구성은 그림 3.1에 나타낸 바와 같이 위상검출기, 루프 필터 및 전압제어 발진기의 3가지 기본회로로 구성되어 있으며, 이러한 기본형 PLL 주파수 합성기의 기준신호는 채널 간격 $F_{pd}=F_{ref}/R$에 의해 결정되고, 수십 MHz정도의 주파수 범위내에서 사용된다. 그리고 전압제어 발진기는 제어전압에 의해 발진 주파수가 변화하는 발진기로서 발진신호가 F_{vco}로 출력됨과 동시에 프로그래머블 분주기에 의해 1/N으로 분주 되어 F_{vco}/N의 신호가 위상검출기에 입력된다. 위상검출기는 F_{pd}와 F_{vco}/N과의 위상차를 비

교해서 위상차에 해당하는 오차 펄스를 출력하고 이 오차 펄스는 루프필터에 의해 적분되어 제어전압으로서 전압조정 발진기에 인가된다. PLL주파수 합성기는 F_{pd}와 F_{vco}/N이 같도록 동작함으로 $Fvco=N*F_{pd}$가 된다. 즉 F_{pd}와 프로그래머블 분주기의 분주비 N을 결정하면 F_{pd}의 정수배의 F_{vco}를 만들 수 있다. 따라서 이러한 PLL 주파수 합성기의 기본 구조는 전압제어 발진기의 발진 주파수의 최대값까지 프로그래머블 분주기가 동작할 필요가 있으며 특히 고주파용 PLL 주파수 합성기에 있어서 주파수의 가용범위는 프로그래머블 분주기의 동작 속도의 상한에 따라서 크게 좌우되며 넓은 주파수 범위에 대하여 분주할 수 있는 N 분주회로는 구현이 불가능하다. 이러한 기본 구조의 PLL 주파수 합성기의 단점으로 인하여 전압제어 발진기와 프로그래머블 분주기 사이에 고속으로 동작하는 분주기인 프리스케일러를 삽입하는 그림 4.1과 같은 구조를 사용한다. 이러한 고정된 분주비를 갖는 프리스케일러를 이용한 PLL 주파수 합성기에서는 F_{vco}는 $N*F_{pd}*P$로 되고 N이 1씩 변화하면 F_{vco}는 $F_{pd}*P$만큼 변화하므로 기본구조의 PLL 주파수 합성기에 비하여 가변 N 분주기가 분주해야할 주파수 범위가 $1/P$로 좁아지고 동시에 고정 분주기인 프리스케일러는 가변 분주기인 N 분주기에 비하여 일반적인 가용 주파수 범위가 훨씬 넓으므로 넓은 주파수 범위에 대하여 동작하는 PLL 주파수 합성기의 구현이 용이해진다. 반면에 F_{pd}를 $1/p$로 낮추어 주어야 하는데 F_{pd}를 너무 낮추게 되면 고유 주파수 ω_n(natural angular frequency)도 낮아지므로 PLL 주파수 합성기의 응답속도가 길어지는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완한 구조로서 그림 3.2과 같은 펄스 스왈로우 카운터를 사용한 듀얼 모듈러스 프리스케일 PLL 주파수합성기를 사용한다. 듀얼 모듈러스 프리스케일러 PLL 주파수 합성기는 전압제어 발진기의 분주수가 P와 P+1로 전환이 가능한 펄스 스왈로우 카운터로 분주되어 프로그래머블 카운터에 입력되고 이와 같이 구성된 분주 회로가 마치 하나의 프로그래머블 분주기로서 동작한다. PLL 주파수 합성기의 출력 Fvco는 스왈로우 분주기의 분주값을 A, 프로그래머블 카운터의 분주값을 N이라 하면 식 3.1로 나타낼 수 있다.

$$F_{vco}=(A+P*N)*F_{pd} \tag{3.1}$$

$$Nt=A+P*N \tag{3.2}$$

이것은 스왈로우 카운터의 분주비값 A에 펄스 스왈로우 카운터의 분주비값 P의 계수가 곱해지고 있지 않으므로 A의 값을 변화시키면 F_{pd}의 step으로 Fvco의 주파수를 변화시킬 수 있다는 것을 알 수 있다. 이러한 펄스 스왈로우 카운터를 사용한 듀얼모듈러스 프리스케일러 PLL 주파수 합성기의 방식은 F_{pd}를 많이 낮추지 않고 저속으로 동작하는 프로그래머블 분주기와 고속으로 동작하는 분주하는 프리스케일러를 분리할 수 있으므로 무선 통신이나 이동 통신과 같은 시스템에 고주파용 PLL 주파수 합성기로 널리 사용된다.

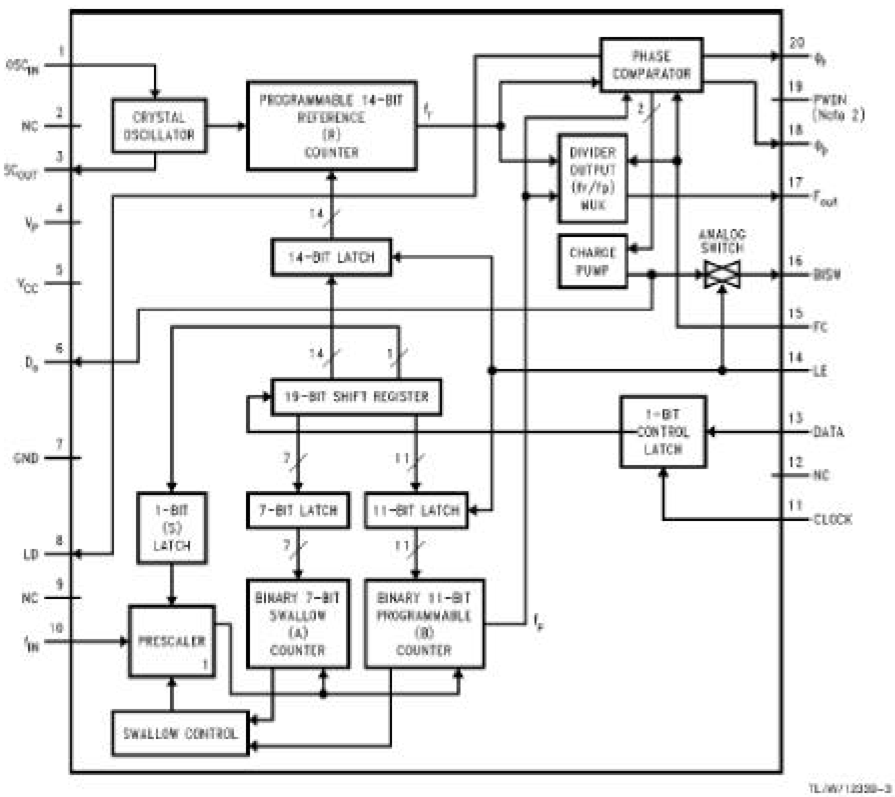

그림 3.2 LMX2325의 function block diagram

Fig. 3.2. Function block diagram of LMX2325.

LMX2325는 기본적으로 2.5 GHz의 RF출력을 가지며 듀얼 모듈러스 프리스케일러(32/ 33, 64/ 65)를 가지는 차지펌프(charge pump)PLL의 형태를 지닌다. 다음 그림은 LMX 2325의 function 블록 다이어그램이다. 프리스케일러의 출력은 A 카운터와 B 카운터에 입력된다. A 카운터에 A개의 입력이 들어오면 A 카운터는 0으로 변하고 이때 프리스케일러 분주비는 P로 전환된다. 이 시점에서 $A \times (P + 1)$을 카운트한다. 그 후 B 카운터는 $(B - A) \times P$개의 입력이 들어온 후 0으로 되고 프리스케일러의 분주값을 다시 $(P + 1)$로 변화시키며 A, B 카운터도 초기 값으로 설정된다. 따라서 총 분주비를 계산해 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} N &= (B - A) \times P + A \times (P + 1) \\ &= B \times P + A \qquad (P > A,\ B \geq A) \end{aligned} \tag{3.3}$$

그러므로 출력 주파수는 식(4.4)와 같다.

$$f_{out} = [\,(P \times B) + A\,] \times \frac{f_{ref}}{R} \tag{3.4}$$

기준발진기의 주파수는 19.2 MHz, 기준 주파수를 50 kHz로 하면 R 카운터 19.2 MHz/ 50 kHz=384가 된다.

RF 주 카운터의 동작 : 주파수 합성기의 target 주파수는 2.30315 GHz, 기준 주파수를 50 kHz, 프리스케일러=64로 하면 VCO 출력 주파수는 2.30315 GHz와 같다.

VCO출력 주파수 =[(Prescaler * Ncounter)+ A Counter] * 50 kHz
=[(64 * 719) + 47] * 50 kHz= 2.30315 GHz

제3-2절 Phase Noise 예측

표 3.1과 표 3.2에서는 Minicircuit사의 JTOS-3000P와 ROS-535의 데이터 시트에 기재된 offset 주파수에 따른 위상잡음의 측정치와 Lascari의 방법을 이용하여 설계한 2.30315 GHz(표 3.1)와 445 MHz(표 3.2)의 발진 주파수를 target으로 하는 주파수합성기의 offset 주파수에 따른 위상잡음의 예상치를 비교해 본 것이다[9][10].

각 표의 첫 행은 데이터 시트의 측정치이고, 두 번째 행은 VCO의 offset 주파수에 따른 것이고 세 번째 행은 예상되는 VCO의 발생 예상 위상 잡음치가 loop를 통과한 후의 값을 비교해 본 것이다. 각 표로부터 확인 할 수 있듯이 offset 주파수가 커질수록 주파수 합성기는 free running 상태로 동작하므로 VCO의 위상잡음이 그대로 출력에 영향을 미치게 되고 offset 주파수가 커질수록 실제 위상 잡음치와 예상치가 일치함을 알 수 있다. 표 3.3에서는 National사의 PLL 칩셋의 위상 검출기에서 발생되는 정규화된 고유 위상 잡음치를 나타낸 것이다.

표 3.1 실제 VCO(2.3~2.6 GHz)와 모델링된 VCO의 루프통과 전·후의 Phase Noise Value

Table 3.1 The measured phase noise value of VCO(2.3~2.6 GHz) and The predicted VCO phase noise value before and after loop

Offset freq / Phase noise (dBc/Hz)	1kHz	10kHz	100kHz	1MHz
JTOS-3000P	-65	-92	-112	-132
Before Loop	-72	-92	-112	-132
After Loop	-69.494	-91.953	-112	-132

표 3.2 실제 VCO(300~525 MHz)와 모델링된 VCO의 루프통과 전·후의 Phase Noise Value

Table 3.2 The measured phase noise value of VCO(300~535 MHz) and The predicted VCO phase noise value before and after loop

Offset freq / Phase noise (dBc/Hz)	1kHz	10kHz	100kHz	1MHz
ROS-535	-75	-98	-118	-138
Before Loop	-78	-98	-118	-138
After Loop	-75.7529	-97.9631	-118	-138

표 3.3 National사의 PLL chip들에 대한 Phase Detector부의 정규화된 Phase Noise floor

Table 3.3 Normalized phase noise floor for Phase Detectors of National PLLs

PLL	1Hz에서 정규화된 Phase Detector noise Floor (dBc/Hz)
LMX233x LMX233xL	-211
LMX23x6 single	-210
LMX15x1,23x5	-206
LMX2350/52	-201
LMX1600 family	-199

그림 3.3과 그림 3.4의 비교에서 알 수 있듯이 VCO의 위상 잡음은 TCXO의 위상잡음이 루프를 거치면서 급격하게 감소하는 반면에

VCO에서는 offset 주파수가 3 kHz부터는 거의 루프의 영향을 받지 않고 free running 상태로 발진함을 알 수 있다.. 그림 3.5에서는 2303.15 MHz의 발진 주파수를 갖는 주파수합성기의 각단에서 발생되는 위상잡음이 루프를 통과한 후의 offset 주파수에 따른 위상잡음의 변화량을 보이고 있다. 결과 최대 잡음원은 VCO임을 쉽게 확인 할 수 있다.

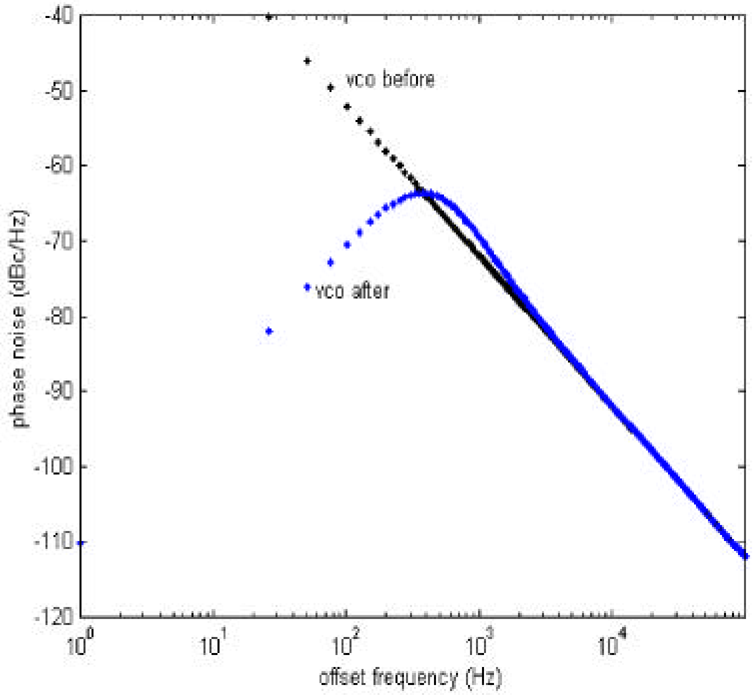

그림 3.3 Loop통과 전 · 후의 VCO 위상 잡음
Fig. 3.3 VCO Phase Noise before and after loop

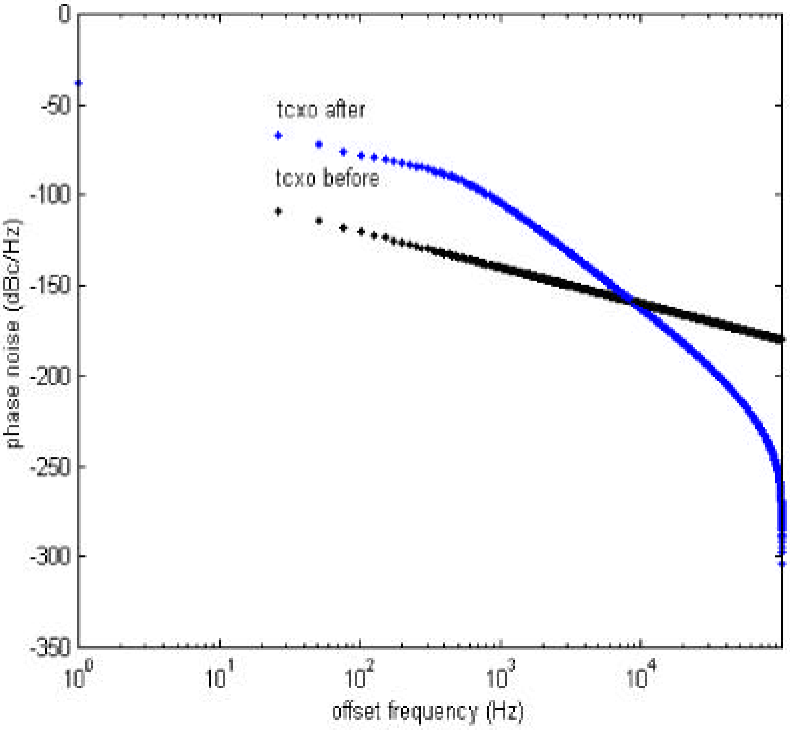

그림 3.4 Loop통과 전과 후의 TCXO 위상 잡음
Fig. 3.4. TCXO Phase Noise before and after loop.

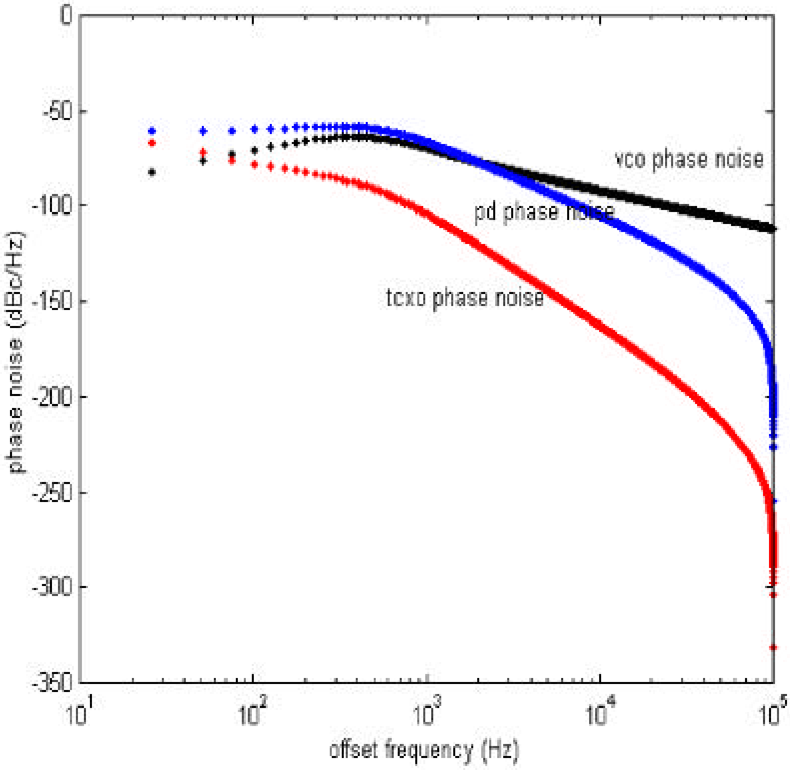

그림 3.5.루프 통과후 Offset frequency에 따른 위상 잡음
Fig. 3.5. Phase noise according to offset frequency after Loop.

제 4 장 PLL 시스템에서의 1/f 잡음 모델링 및 분석

제4-1절 2차 PLL시스템에서의 1/f 잡음 모델링

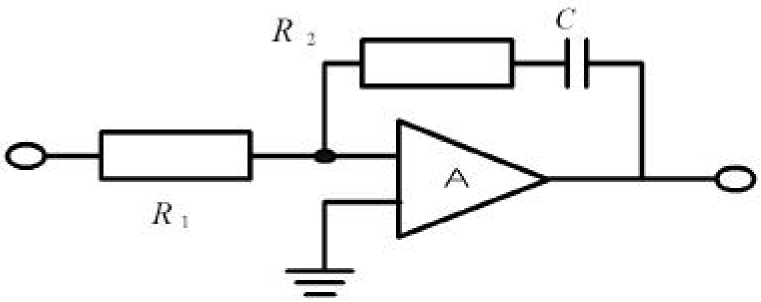

그림 4.1 2차 PLL의 Active Filter

Fig. 4.1. Active filter of the second-order PLL.

본 논문에서 고려한 시스템의 루프 필터는 1차 능동 필터이다. 실제 시스템에서 그 이득과 관계하여 흔히 사용되는 형태이다. 2차 시스템의 전달함수 $H(s)$는 식 4.1과 같이 주어진다[11].

$$H(s) = \frac{2\delta w_n s + w_n^2}{s^2 + 2\delta w_n s + w_n^2} \tag{4.1}$$

시스템의 잡음 대역폭 B_n은 식 4.2와 같다.

$$B_n = \frac{w_n}{8\delta}(1 + 4\delta^2) \tag{4.2}$$

시스템의 전달함수를 이용하여 본 논문에서 고려하는 $1/f$ 잡음 스펙트럼을 시스템의 에러 전달함수에 통과시키면 $1/f$ 잡음 variance를 구할 수 있게 된다[4][10].

$$\sigma_{\Phi}{}^{2} = \frac{w_0{}^{2}\ h_{-1}}{4\pi(2B_n)^2}\, r(\delta) = \frac{w_0{}^{2}\ h_{-1}}{4\pi w_n^2}\, f(\delta) \qquad (4.3)$$

$$r(\delta) = (\delta + 1/4\delta)^2 f(\delta) \qquad (4.4)$$

$$f(\delta) = \begin{cases} \dfrac{1}{4\delta\sqrt{\delta^2 - 1}} \ln \dfrac{2\delta^2 - 1 + 2\delta\sqrt{\delta^2 - 1}}{2\delta^2 - 1 - 2\delta\sqrt{\delta^2 - 1}} & (\delta > 1) \\ \dfrac{1}{2\delta\sqrt{1 - \delta^2}} \left[\dfrac{\pi}{2} - \tan^{-1} \dfrac{2\delta^2 - 1}{2\delta\sqrt{(1 - \delta^2)}} \right] & (\delta < 1) \\ 1 & (\delta = 1) \end{cases} \qquad (4.5)$$

2차 시스템의 잡음 대역폭을 도시하면 그림 4.2와 같다.
도시된 그래프에서 알 수 있듯이 damping factor가 0.5로부터 잡음 대역폭은 선형적인 증가를 보인다. 결국 실제 시스템 제작시 고려되는 damping factor 0.707로부터 1근방까지의 값을 고려 할 때 식 4.3의 좌측의 두 번째 항으로부터 1/ f 잡음 variance는 잡음 대역의 제곱에 역 비례함을 알 수 있다.

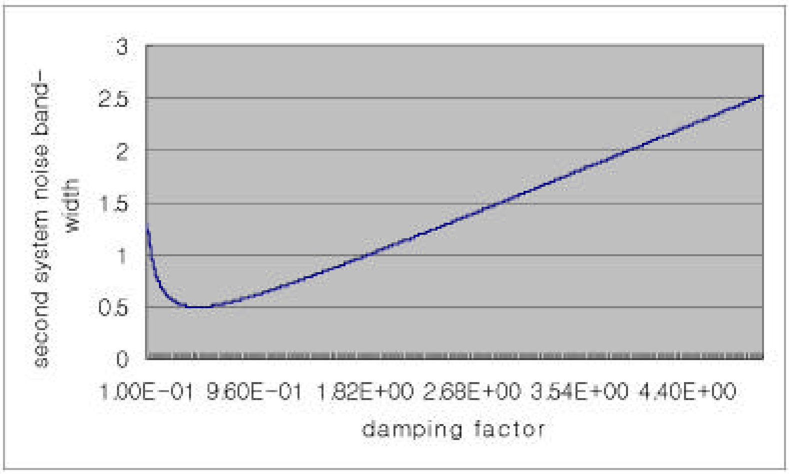

그림 4.2 2차 PLL의 잡음 대역폭
Fig. 4.2. The Noise bandwidth of the second-order PLL.

제4-2절 3차 PLL의 1/f 잡음 모델링

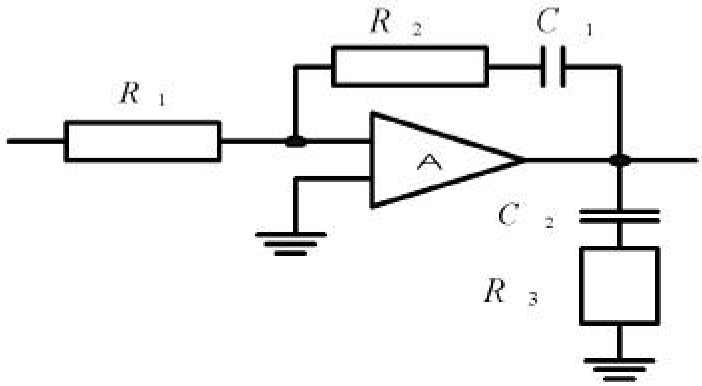

그림 4.3 3차 PLL의 Active Filter
Fig. 4.3. Active filter of the third-order PLL.

시스템의 특성 함수가 물리적 의미를 가지는 w_n 과 δ 에 대해서 표현되어지지 않는다. 3차 PLL에서의 1/ f 잡음 variance를 w_n과 δ 로 표현하기 위하여 pseudo-damping factor와 pseudo-natural 각 주파수를 도입한다. 본 논문에서 고려하는 시스템의 루프 필터는 [12] 에서 제공하는 최적화된 2차 능동 필터이다. 시스템의 전달함수는 다음과 같이 표현된다.

$$H(s) = \frac{(K_v \frac{\tau_2}{\tau_1\tau_3})(s + 1/\tau_2)}{s^3 + (1/\tau_3)s^2 + (K_v\tau_2/\tau_1\tau_3)s + K_v/\tau_1\tau_3} \quad (4.6)$$

이때 시스템의 특성함수는 다음과 같다.

$$s^3 + \frac{1}{\tau_3}s^2 + \frac{K_v\tau_2}{\tau_1\tau_3}s + \frac{K_v}{\tau_1\tau_3} = 0 \quad (4.7)$$

시스템의 특성 함수로부터 라플라스 평면상의 pole 성분을 구하기 위하여 근을 구하면 다음 식과 같다

$$s_1 = c \qquad c < 0$$
$$s_2 = a + jb \qquad a < 0$$
$$s_3 = a - jb \qquad b > 0 \tag{4.8}$$

이차 시스템으로부터 유추하여 pseudo-damping factor**와** pseudo-natural angular frequency**를 도입하면**

$$\delta = \cos\psi = \cos\left(\arctan\frac{b}{a}\right) = \frac{a}{(a^2+b^2)^{1/2}} \tag{4.9a}$$

$$a = -\omega_n\delta \tag{4.9b}$$

$$\omega^2{}_n = a^2 + b^2 \tag{4.9c}$$

이때 시스템의 특성함수는 식 4.10a**와 같이 표현될 수 있다**.

$$(s-c)[s-(a+jb)][s-(a-jb)] = 0 \tag{4.10a}$$

$$s_3 - (2a+c)s^2 + (a^2+b^2+2ac)s - c(a^2+b^2) = 0 \tag{4.10b}$$

$$s_3 + (2\delta\omega_n - c)s^2 + (\omega_n{}^2 - 2\delta\omega_n c)s - c\,\omega_n{}^2 = 0 \tag{4.10c}$$

앞선 특성함수와의 관계를 비교해 보면 식 4.11**과 같다**.

$$2\delta\omega_n - c = \frac{1}{\tau_3}$$
$$\omega_n{}^2 - 2\delta\omega_n c = K_v\frac{\tau_2}{\tau_1\tau_3} = -c\,\omega_n{}^2\tau_2 \tag{4.11}$$
$$-c\,\omega_n{}^2 = \frac{K_v}{\tau_1\tau_3}$$

앞선 식 4.10c**를 시스템의** damping factor**와** natural angular frequency로 표현하기 위하여 시스템의 개방 루프 이득이 1인 지점에서의 위상 마진이 최대가 되는 관계를 이용한다.

$$\Phi_M = \arctan \omega\tau_2 - \arctan \omega\tau_3 = 0 \quad (4.12a)$$

$$\frac{d\Phi_M}{d\omega} = \frac{\tau_2}{1 + \omega_M{}^2 \tau_2{}^2} - \frac{\tau_3}{1 + \omega_M{}^2 \tau_3{}^2} = 0 \quad (4.12b)$$

이때 식 4.12b는 다음 식 4.13a와 같이 정리된다.

$$\tau_2 + \omega_M{}^2 \tau_3{}^2 \tau_2 - \tau_3 - \omega_M{}^2 \tau_2{}^2 \tau_3 = 0 \quad (4.13a)$$

$$\omega_M{}^2 = \frac{1}{\tau_2 \tau_3} \quad (4.13b)$$

식 4.12a로부터 $\tan \Phi_M$을 구할 수 있다.

$$\tan \Phi_M = \frac{\omega\tau_2 - \omega\tau_3}{1 + \omega^2 \tau_2 \tau_3} \quad (4.14a)$$

$$2\tan \Phi_M = \frac{\tau_2 - \tau_3}{(\tau_2 \tau_3)^{1/2}} = \frac{1}{\omega_M \tau_3} - \omega_M \tau_3 \quad (4.14b)$$

위의 식 4.13b의 관계로부터 τ_3에 관한 식으로 정리할 수 있다.

$$\omega_M{}^2 \tau_3{}^2 + 2\omega_M \tan(\Phi_M \tau_3) - 1 = 0 \quad (4.14c)$$

$$\tau_3 = -\frac{\tan \Phi_M}{\omega_M} + \frac{1}{w_M{}^2}(w_M{}^2 \tan^2 \Phi_M + \omega_M{}^2)^{1/2}$$

$$= \frac{1}{\omega_M}\left(-\tan \Phi_M + \frac{1}{\cos \Phi_M}\right)$$

$$= \frac{1}{\omega_M} \frac{1 - \sin \Phi_M}{\cos \Phi_M} \tag{4.14d}$$

여기서 Φ_M이 $\pi/2$인 경우 τ_3의 값은 0이 되므로 결국 3차 시스템의 위상 마진은 90。 가 넘을 수 없다. 이는 τ_3가 0을 만족하는 시스템은 2차 시스템이기 때문이다. 식 4.11과 식 4.15를 이용하여 식 4.16의 도출이 가능하다.

$$\frac{1}{\omega_M} = \left[\frac{\omega_n - 2\delta c}{-c\, w_n (2\delta\omega_n - c)}\right]^{1/2} \tag{4.15}$$

$$\frac{1}{(2\delta\omega_n - c)} = \left[\frac{\omega_n - 2\delta c}{-c\, w_n (2\delta\omega_n - c)}\right]^{1/2} \frac{1 - \sin \Phi_M}{\cos \Phi_M} \tag{4.16}$$

위의 식을 c에 관하여 정리하면 식 4.17a와 같다.

$$c^2 - c\frac{w_n}{2\delta}\left[1 + 4\delta^2 - \left(\frac{\cos \Phi_M}{1 - \sin \Phi_M}\right)^2 + \omega_n^2 = 0\right. \tag{4.17a}$$

$$c = \frac{w_n}{4\delta}\left[1 + 4\delta^2 - \left(\frac{\cos \Phi_M}{1 - \sin \Phi_M}\right)^2 \pm \left(\left(1 + 4\delta^2 - \left(\frac{\cos \Phi_M}{1 - \sin \Phi_M}\right)^2\right)^2 - 16\delta^2\right)^{1/2}\right] \tag{4.17b}$$

위상 마진이 최대가 되는 지점에서 K_v가 하나의 값만을 가지므로 식 4.17이 유일한 해를 가지기 위한 조건은 식 4.18a, 식 4.18b와 같다.

$$\left(\frac{\cos \Phi_M}{1 - \sin \Phi_M}\right)^2 = 4\delta^2 \pm 4\delta + 1 = (1 \pm 2\delta)^2 \tag{4.18a}$$

$$\frac{\cos \Phi_M}{1 - \sin \Phi_M} = 1 + 2\delta \tag{4.18b}$$

식 4.18b를 $\tan \Phi_M$ 으로 표현하면 식 4.19와 같다.

$$\tan \Phi_M = \frac{2\delta(\delta + 1)}{1 + 2\delta} \quad (4.19)$$

시스템의 최대 개방 루프 이득은 식 4.20a와 같다.

$$|T(j\omega_M)| = 1 \quad (4.20a)$$

$$|T(j\omega_M)| = \frac{K_v}{\tau_1 \omega^2}\left(\frac{1 + \tau_2^2 \omega^2}{1 + \tau_3^2 \omega^2}\right)^{1/2} \quad (4.20b)$$

$$\frac{K_v}{\tau_1 \omega^2}\left(\frac{1 + \tau_2^2 \omega^2}{1 + \tau_3^2 \omega^2}\right)^{1/2} = 1 \quad (4.20c)$$

$$K_v = \frac{\tau_1}{\tau_2}\left(\frac{1}{\tau_2 \tau_3}\right)^{1/2} \quad (4.21)$$

앞선 식들을 이용하면 시상수를 표현하면 식 4.22a, 식 4.22b, 식 4.22c와 같다.

$$\tau_3 = \frac{1}{2\delta\omega_n - c} \quad (4.22a)$$

$$\tau_2 = \frac{\omega_n - 2\delta c}{-c\,\omega_n} \quad (4.22b)$$

$$\tau_1 = -\frac{K_v}{c\,\omega_n^2}(2\delta\omega_n - c) \quad (4.22c)$$

$$\frac{\tau_1}{\tau_3} = \frac{\omega_n}{K_v}\,\frac{(\omega_n - 2\delta c)}{(2\delta\omega_n - c)} \quad (4.22d)$$

$$\omega_M = \omega_n \frac{\omega_n - 2\delta c}{2\delta\omega_n - c} \quad (4.23)$$

$\omega_M = \omega_n$라면 식 4.13b를 이용하여 식 4.24를 구할 수 있다.

$$- c = \omega_n = \omega_M \tag{4.24}$$

이를 이용하여 시상수를 다시 표현하면

$$\tau_3 = \frac{1}{\omega_n(1 + 2\delta)} \tag{4.25a}$$

$$\tau_2 = \frac{1 + 2\delta}{\omega_n} \tag{4.26b}$$

$$\tau_1 = - \frac{K_v}{\omega_n^2}(2\delta + 1) \tag{4.26c}$$

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{\omega_n}{K_v} \tag{4.26d}$$

$$\frac{\tau_3}{\tau_2} = \frac{1}{(1 + 2\delta)^2} \tag{4.26e}$$

그러므로 시스템의 특성 함수는 다음 식 4.27**과 같이 쓸 수 있다**

$$s^3 + w_n(1 + 2\delta)s^2 + w_n^2(1 + 2\delta)s + w_n^3 = 0 \tag{4.27}$$

만일 시스템의 특성함수가 $s^3 + 20s^2 + 166s + 572 = 0$**으로 파악되는 경우** pseudo-damping factor **이론을 이용하여**

$$c = \omega_n = -8.3$$

$$a = -\delta\omega_n = -5.85$$

$$b = (1 - \delta^2)^{1/2}\omega_n = 5.89$$

$$\delta = \cos(\arctan\frac{b}{a}) = 0.7$$

$$\omega_n = (a^2 + b^2)^{1/2} = 8.3$$

$$\Phi_M = \arctan 8.3 * 0.29 - \arctan 8.3 * 0.05 = 44.9^\circ$$

damping factor와 위상 이득을 파악 할 수 있다.
위의 3차 시스템에 1/ f 잡음만을 통과 시켰을 때 잡음 variance는 식 4.28a와 같다.

$$\sigma_{\Phi}{}^{2} = \frac{h_{-1} w_0^2}{4\pi w_n^2} f(\delta) \tag{4.28a}$$

$$f(\delta) =$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2(1-\delta^2)^{1/2}}\left(\frac{1}{\delta} + 2 + 2\delta\right)\left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{2\delta^2 - 1}{2\delta(1-\delta^2)^{1/2}}\right)\right], & \delta < 1\text{일때} \\ 5\ , & \delta = 1\text{일때} \\ \left|\frac{1}{4\delta(\delta^2-1)^{1/2}}\right. \left[\left(\frac{\delta(2\delta^2-1)}{(\delta-1)}\right)\cdot \ln\left|\frac{(2\delta^2-1)+2\delta(\delta^2-1)^{1/2}}{(2\delta^2-1)-2\delta(\delta^2-1)^{1/2}}\right| \right. & \\ \left. + \left((1+2\delta)^2 + \frac{\delta}{\delta-1}\right)\cdot \ln\left|\frac{(2\delta^2-1)-2\delta(\delta^2-1)^{1/2}}{(2\delta^2-1)+2\delta(\delta^2-1)^{1/2}}\right|\right]\Bigg|, & \delta > 1\text{일때} \end{cases} \tag{4.28b}$$

이때 3차 시스템의 잡음 대역폭은 식 4.29와 같이 표현된다[12].

$$B_n = \frac{w_n}{2\pi}\int_0^{\infty} \frac{1+(1+2\delta)^2 x^2}{(1+x^2)[(1-x^2)^2 + 4\delta^2 x^2]}\, dx \tag{4.29}$$

이제 3차 시스템에서의 잡음 대역폭을 도시해 보면 다음 그림 4.4와 같다. 도시된 그림 4.4에서 알 수 있듯이 damping factor 0.707부근에서부터 선형적인 감소를 보이고 있음을 알 수 있다.

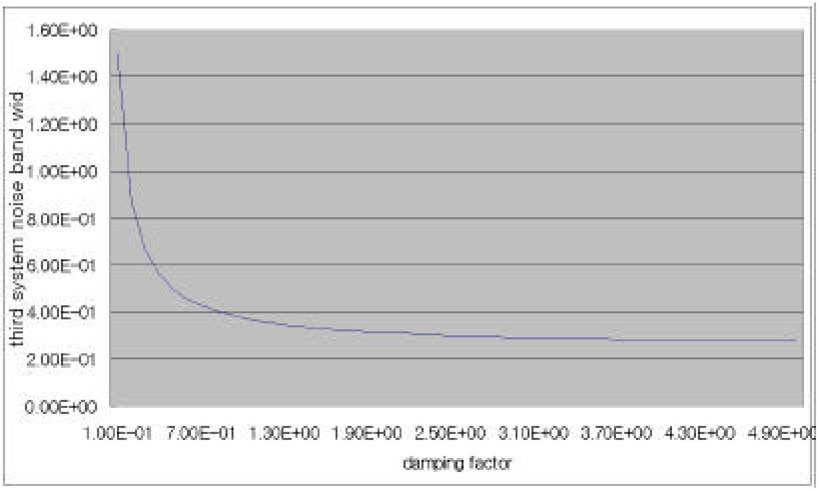

그림 4.4 3차 PLL 시스템의 잡음 대역폭
Fig. 4.4. The Noise bandwidth of the third-order PLL.

4-3 2차와 3차 PLL의 1/f 잡음 variance의 비교 및 분석

그림 4.5는 식 4.3과 J.B.Encinas에 의해 표현된 pseudo-damping factor를 이용하여 본 논문에서 유도해낸 식 4.28a의 1/f 잡음 variance를 도시하여 비교한 것이다[12]. 유도된 결과를 보면 2차에서 3차로 시스템의 차수가 증가할수록 1/f 잡음 variance factor는 증가함을 알 수 있다. 이러한 차수에 따른 1/f 잡음 variance factor간의 관계와 잡음 대역폭간의 관계를 이용하여 시스템 전체의 variance를 비교하기 위하여 2차 시스템의 전체 잡음 variance 즉 입력단의 부가 잡음과 imperfect oscillator의 위상잡음에 의한 전체 식을 도입하면 식 2.33과 식 4.3을 합한 형태로 다음 식 4.30과 같이 표현된다.

$$\sigma_{\phi}^{2}(\omega_n,\delta) = \frac{N_0}{2A}\left(\frac{1+4\delta^2}{4\delta}\right) + \frac{\omega_0^2 h}{4\pi(2B_n)^2}\, r(\delta) \qquad (4.30)$$

시스템 전체 잡음 variance의 식에서 입력 부가 잡음은 잡음 대역폭에 비례하며 imperfect oscillator의 위상잡음에 의해서 시스템 내에서 발생되는 잡음 variance는 잡음 대역폭의 제곱에 역비례하고 1/f 잡음 variance factor에 비례한다. 따라서 2차 시스템에 보상회로가 추가된 3차 PLL은 도시된 그림 4.4에서 알 수 있듯이 2차 시스템에서의 잡음 대역폭보다 대역폭이 작으므로 입력 부가 잡음은 줄어들지만 1/f 잡음 variance factor가 증가하므로 imperfect oscillator의 위상잡음에 의해서 시스템 내에서 발생하는 잡음 variance는 2차 시스템에 비해 더 증가하게 된다. 식 4.31은 2차와 3차의 variance factor의 관계식을 최소 자승법을 통하여 구한 근사식은 다음과 같다.

$$T \simeq (-0.008791)\, S^3 + (0.196334)\, S^2 + (-0.213857)\, S + (5.27416) \qquad (4.31)$$

T: 3차 1/f noise variance factor

S: 2차 1/ f noise variance factor

근사식 4.31은 981개의 샘플 데이터를 이용하여 근사화시켰고 damping factor 0.001에서 5사이의 구간범위에서 2.3×10^{-3}%의 평균 오차를 가진다. 따라서 위의 근사식 4.31을 이용하여 2차 1/ f 잡음 variance factor에 관한 정보를 알고 있다면 시스템을 동일한 필터 형태(Active Type)와 damping factor를 가지는 3차 PLL으로 확장했을 때의 발생하는 1/ f 잡음 variance factor를 추산할 수 있다.

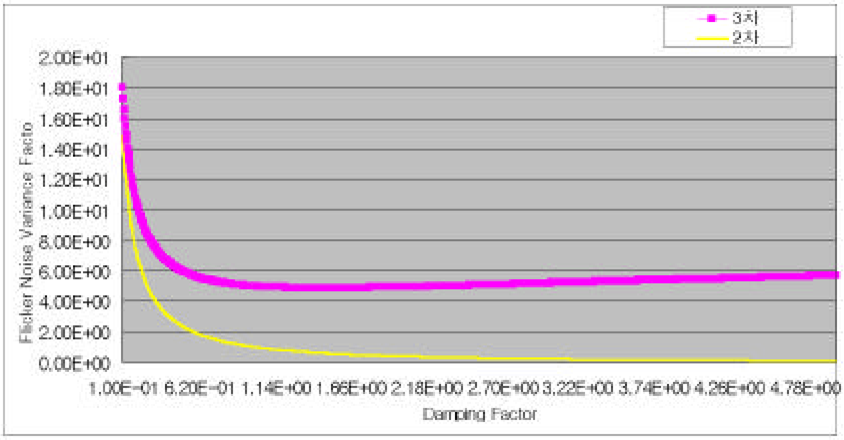

그림 4.5 2차와 3차 시스템에서의 1/f 잡음 Variance Factor

Fig 4.5. 1/f noise variance factor in the second-order PLL and in the third-order PLL.

제 5 장 결 론

1/f 잡음은 그 스펙트럼의 모양으로써 규정지어지는 1/f의 형태이 외에는 분석적 접근이 어렵고 long term 잡음으로 알려져 있기 때문에 물리적 시스템에서 분석되지 않는 오 동작이나 에러에 대하여 짐작으로만 예측되는 경우가 많다. 이러한 물리 시스템을 주파수 합성기로 확장하여 보다 실제적 시스템인 3차로 접근하여 해석하였다. 먼저 2303.15 MHz에서 발진하는 주파수합성기를 설계하고 발진 주파수의 조건을 만족하도록 VCO의 위상잡음을 Lascari의 예측법을 이용하여 모델링하였다. 주파수 합성기에서 발생되는 위상잡음이 TCXO의 경우 루프 통과 전 10 kHz offset 주파수에서 -160dBc/Hz, 통과후 -162.6705dBc/Hz, 100 kHz offset에서 통과 전 -180dBc/Hz,통과 후 -560dBc/Hz로 VCO의 위상 잡음에 비해 offset 주파수에 따라 루프 통과 후 급격히 감쇄되어짐을 볼 수 있다. 따라서 주파수 합성기에서 발생하는 잡음원들 중 VCO를 주파수 합성기의 지배적인 잡음원으로 파악할 수 있다. 이러한 VCO의 위상잡음을 구성하는 여러 위상 잡음들 중 3차 시스템에서 1/f 잡음 해석을 위해서는 2차 시스템에서 적용된 방법과 같은 일반적인 방법으로는 3차 시스템에서 발생되는 1/f 잡음 variance를 damping factor와 natural 각 주파수로는 해석 할 수 없다. 이를 해결하기 위해서 pseudo-damping factor와 pseudo-natural angular frequency를 적용하여 시스템에서 발생되는 1/f 잡음 variance에 대해 시스템 설계시 가장 중요한 파라미터들 중의 하나인 damping factor와 natural angular frequency를 이용한 수학적 모델링을 가능하도록 하였다. 분석 결과 2차 시스템에 1차의 LPF가 부가된 3차 PLL의 에러 전달함수에 중첩의 형태로 표현된 잡음 중 1/f 잡음만을 통과 시켰을 그 variance는 도시된 그림 4.5에서 알 수 있듯이 damping factor의 증가에 따라 잡음 variance가 증가하여 나타남을 알 수 있었다. 3차 시스템의 variance가 2차 시스템의 variance 보다 크게 발생하는 것은 2차와 3차에서의 잡음 대역폭과 그 variance factor와 연관하여 생각할 수

있다. 그 결과 2차에 비해 3차에서의 잡음 대역폭이 상대적으로 작음을 알 수 있다. 유도되어진 수식을 근거로 모의 실험을 하였을 때 실제 시스템의 설계시 관심의 대상이 되는 damping factor 1근방에서 2차에 비해 3차에서 5배정도 variance factor가 크게 발생함을 알 수 있었다. 결국 정밀한 시스템 설계시 시스템 내에서 발생되어지는 잡음과 입력단에서 부가되어지는 잡음의 variance가 역 비례 관계에 있으므로 적절한 절충이 필요할 것이다. 이러한 접근을 통해 고차 PLL에 있어서 1/ f 잡음에 대한 해석과 보다 진보되어서 제안되어지고 있는 fractional-PLL 내에서도 보다 체계적인 잡음의 분석이 병행되어져야 할 것으로 생각한다.

참고문헌

[1] B.Kaulakys and T. Meskaukas, "Modeling 1/ f noise", *Physical Review E,* vol. 58, pp. 7013-7014,Dec. 1998.

[2] http:/ / spib.rice.edu/ spib/ select_noise.html

[3] **금성전기주식회사**, **스펙트럼확산통신방식**, pp. 166~170, 1986

[4] Heinrich Meyr and Gerd Ascheid, *Synchronization in Digital Communication*, John Wiley & Sons, vol.1, pp. 100-150, 1990.

[5] Venceslav F.Kpoupa, "Noise Properties of PLL Systems", *IEEE Trans. Comm*. 30, NO.10, pp. 22-48, Oct. 1982.

[6] William C. Lindsey, "Theory of Oscillator Instability Based Upon Structure Functions", *Proc. IEEE*, vol.64 no.12, pp. 1652 1654, 1976.

[7] National Semiconductor Inc., LMX 2325 Data sheet", 1996.

[8] Mini-Circuits Inc., RF/ IF Designer's Guide, pp. 184, 2000.

[9] Lance Lascari, "Accurate Phase Noise Prediction in PLL Synthesizers", *Applied, Microwave & Wireless,* vol.12, pp. 30 38, April 2000

[10] **한국전자통신연구원**, CDMA**단말기 경쟁력 강화 인력양성 기술교육**, 1999

[11] Floayd M. Gardner, *Phaselock Techniques*, Wiley interscience 2nd Ed, pp. 32-106, 1979.

[12] J.B Encinas, *Phase Locked Loops*, Chapman & Hall, pp. 35-100, 1993.

감사의 글

본 논문이 완성되기까지 많은 관심과 질타로 저를 지켜봐 주신 모든 분들에게 마음 깊이 감사드립니다.

부족한 제자를 말없이 걱정하시며 마지막까지 세심한 보살핌을 주신 지도교수 조형래 교수님께 머리 숙여 감사드립니다.

논문심사를 위해 바쁘신 와중에도 많은 조언과 수정을 해주신 김기만 교수님, 강인호 교수님과 한 인간으로 살아가야 할 지혜와 많은 가르침을 주신 김동일 교수님, 정지원 교수님, 민경식 교수님께도 감사드립니다.

이동 통신 실험실이라는 큰 인연으로 모여 기쁨과 슬픔을 함께 했던 나의 선 후배 동기들, 이제야 그 시간들이 얼마나 소중하고 아름다운 시간인지 조금은 알 수 있을 것 같은데 다시는 돌아 올 수 없는 시간임을 알기에 더욱 아쉽기만 합니다. 논문 준비과정 동안 아낌없는 충고와 많은 시간 같이 고민 해주셨던 태경형, 대환형, 석사 과정을 함께 했던 용진형, 경복형, 진성, 정수, 철성, 문성, 민지, 성도, 성진 모두에게 감사의 뜻을 전합니다. 대학원 생활을 같이한 마이크로파 실험실, DSP 실험실, 위성통신 실험실, 안테나 실험실, 회로 및 시스템 실험실의 대학원생 모두와 전파공학이라는 배움의 길을 같이한 나의 동기들, 논문 마무리 작업을 하는데 많은 도움을 준 규완과 종성에게 이 마음을 전합니다.

언제나 못난 자식을 걱정하시던, 한번도 사랑한다고 말해 보지 못한 내 아버지, 오늘의 기쁨이 있기까지 희생으로 자식의 길을 열어 주신 내 어머니와 늘 동생을 위해 기도하는 누님, 매형께 이 작은 논문을 바칩니다.