공학석사 학위청구논문

DNS에 의한 원주 후류의 유동 특성에 관한 연구

A Study on Flow Characteristics in the Wake of a Circular Cylinder by Direct Numerical Simulation (DNS)

지도교수 이 영 호

2002 년 2 월

한국해양대학교 대학원

기 계 공 학 과

강 신 정

목 차

A Study on Flow Characteristics in the Wake of a Circular Cylinder by Direct Numerical Simulation (DNS)

Shin-Jeong Kang

Department of Mechanical Engineering

Graduate School, Korea Maritime University

Abstract

Flow characteristics in the wake of a circular cylinder and those of the flow past an oscillating circular cylinder are computed numerically using Direct Numerical Simulation(DNS) with a higher-order finite-difference scheme. The higher-order finite difference scheme is employed for the spatial distributions along with the second order Adams-Bashforth and the first order Backward-Euler time integration. In x-y plane, the convection term is applied by the fifth or the seventh order upwind scheme, and the pressure and

viscosity terms are applied by the fourth order central difference. In spanwise, Navier-Stokes equation is applied using Spectral Method with a period boundary condition. The grid system makes use of the regular grid system and the lattice is generated by an elliptic equation.

Laminar two-dimensional, time-dependent flow past a circular cylinder is numerically investigated using DNS for the low Reynolds number (Re=45～280). And two-dimensional flow past a circular cylinder is also numerically investigated for the comparative high Reynolds number (Re=2000). The calculated results of drag coefficients, lift coefficients, pressure distributions, vorticity contours and other informations are compared with experimental and numerical ones. These results obtained by the present DNS show good agreement with the previous studies.

Three-dimensional time-dependent flow past a circular cylinder is examined using direct numerical simulation for Reynolds number 220, 250, 280 and 300. The secondary instability leads to three-dimensionality with a spanwise wavelength about 4 cylinder diameters at onset (A-mode). At Reynolds number 259, the two-dimensional wake becomes linearly unstable to a second branch of modes with wavelength about 1.0 diameters at onset (B-mode). Results of three-dimensional effect in the wake of a circular cylinder are represented with spanwise and streamwise vorticity contours in terms of Reynolds numbers.

The flow past a circular cylinder forced to vibrate transversely is numerically simulated by solving the two-dimensional Navier-Stokes equation modified by the vibration velocity of a circular cylinder at a Reynolds number, 164. The calculated cylinder vibration frequency is between 0.60 and 1.30 times of the natural vortex-shedding frequency. The calculated oscillation amplitude extends to 25% of the cylinder diameter and in the case of the lock-in region, it reaches to 60%. It is made clear that the cylinder oscillation gives influence on the wake pattern, the time histories of the drag and lift forces, power spectral density and phase diagrams and so on. It is found that these results include both the periodic (lock-in) and the quasi-periodic (non-lock-in) state. The vortex shedding frequency equals the driving frequency in the lock-in region but it is independent in the non-lock-in region. The mean drag and the maximum lift coefficient increase with the increase of the forcing amplitude in the lock-in state. The lock-in boundaries are also established from the present direct numerical simulation.

Nomenclature

A	:	Oscillation Amplitude
a_y	:	Oscillating Acceleration
C_D	:	Drag Coefficient
C_{Davg}	:	Mean Drag Coefficient
C_{Df}	:	Drag Coefficient by Friction
C_{Dp}	:	Drag Coefficient by Pressure
C_L	:	Lift Coefficient
$<C_L>$	:	Maximum Amplitude of the Lift Coefficient
C_{Lf}	:	Lift Coefficient by Friction
C_{Lp}	:	Lift Coefficient by Pressure
D	:	Diameter of a Circular Cylinder
f_e	:	Forced Oscillation Frequency
f_{ns}	:	Natural Vortex-Shedding Frequency
f_r	:	The Ratio of Forced Oscillation Frequency and Natural Vortex-Shedding Frequency
Gr	:	Grashof Number
H	:	Spanwise Length
J	:	Jacobian Determinant

Pe	:	Peclet Number
Pr	:	Prandtl Number
R	:	Radius of a Circular Cylinder
Ra	:	Rayleigh Number
Re	:	Reynolds Number
St	:	Strouhal Number
U	:	Representative Velocity
u_i	:	Velocity
V	:	Oscillating Velocity

Greek Letters

Θ	:	Temperature
ζ_x	:	X-Vorticity
ζ_y	:	Y-Vorticity
ζ_z	:	Z-Vorticity
Θ_1	:	High Temperature
Θ_0	:	Low Temperature

제1장 서 론

원주주위의 유동장은 오랫동안 실험적, 이론적으로 그리고 최근에는 수치적으로 많은 연구자들에 의하여 연구되어 왔다. 그러나, 이에 관한 유동의 메카니즘의 완전한 규명은 아직 부족한 상태이다. 여기에서 유동을 특징짓는 가장 중요한 무차원 수는 *Re* 수이나, 유동장 자체가 실험 조건에 대하여 민감하기 때문에 항력계수, 양력계수 그리고 St 수 등이 일정의 *Re* 수에 관한 다른 실험 사이에서 크게 변화하는 것도 보고되어 있다. 또한, 원주 후류에서 와의 방출과 생성은 복잡한 유동현상을 나타내기 때문에 많은 관심을 가지고 폭넓게 연구되어 왔다.

Jackson 등[1]과 *Mathis* 등[2]는 원주를 지나는 흐름에 의하여 생성된 *Karman* 와열은 저 *Re* 수와 이상적인 상태 하에서 완전히 시간에 주기적이며 2차원적 흐름이 1차적 후류의 불안정성에서 정상 흐름으로부터 발달함을 밝혔다.

Zhing 등[3]은 원주 전방과 원주 측방의 길이에 따른 원주의 양·항력의 영향에 관하여 수치적 연구를 행하였다. 원주 후류의 2차원의 주기적 흐름은 *Re* 수가 약 160정도까지 유지되며, *Re* 수가 160이상에서 3차원적 천이 영역이 존재하게 된다.

Karniadakis 등[4]와 *Tomboulides* 등[5]는 *Re* 수 200에서 2차원적 후류가 3차원적 교란으로 불안정하다는 사실을 밝히기 위하여 가장 먼저 3차원 원주 후류에 대하여 수치적 연구를 행하였다.

Barkley & Henderson[6]은 *Re* 수가 140에서 300사이의 천이점에 대하여 원주 후류의 Floquet 안정성 계산에 관한 연구를 하였다.

원주 후방의 와의 세기를 확실히 예측하는 것은 연립 케이블의 wake gallopping, 다리의 교각, 고층의 건물, 열교환기 등에 관련하여 공학적으로 상당히 흥미 있고 중요한 문제라 할 수 있다.

한편, 강제진동하는 원주와 와방출의 상호작용에 관한 연구는 유체기계에 대하여 기본적인 문제일 뿐만 아니라 공학적인 응용에 관한 유동제어의 문제 등에 있어서 상당히 중요하다. 저 Re 수에서 와의 생성과 방출은 주기적 성질을 가지며, 이러한 주기적 성질은 원주에 횡단력을 발생시킨다. 이때 원주를 흐름에 대하여 직각방향으로 강제진동을 시키면, 와방출은 극적으로 변화되고, 강제진동은 어떤 진동주파수의 범위에서 이와 같은 와방출의 메카니즘을 제어할 수 있다. 이러한 물체의 진동에 관한 문제 중에서 가장 특징적인 것은 로크인(lock-*in*) 현상이다. 로크인 영역은 와방출 주파수와 강제진동 주파수가 일치하는 상태를 말하며, 이러한 현상의 발생원인을 밝히기 위하여 과거부터 많은 연구가 행하여져 왔다.

예를 들면, *Koopman*[7]은 강제진동하는 원주에 대한 실험적 연구를 통하여 로크인 영역에 관한 연구를 하였다. 처음으로 로크인 현상에 관하여 수치적 시도를 한 사람은 Hurblut[8]이며, *Jing* 등[9]은 2차정도 DNS을 이용하여 병렬로 놓여있는 2개의 원주에 대한 계산을 행하였다. 그러나 앞의 연구들에서는 와방출에 대한 유동구조의 해석은 행하지 못하였다.

Anagnostopoulos[10][11]은 강제진동 하는 원주주위의 유동에 대하여 유한 요소법을 이용하여 해석하고, 로크인 영역의 특성 및 유동의 구조 등에 있어서 다양한 연구를 하였지만, 유동구조에 있어서 비 로크인(*non* lock-*in*) 영역에 대한 해석은 행하지 못하였다. 강제진동하는 원주주위의 유동을 정확하게 분석하는 것은 진동하는 실린더, 원

형 타워의 진동 등과 관련하여 공학적으로 중요한 의미를 갖는다. 최근 컴퓨터 기술의 발달과 수치계산 방법의 개량에 의하여 수치 유체역학적 방법에 의한 유동해석이 많이 행하여지고 있으며, 직접수치계산 (Direct Numerical Simulation : DNS)에 의한 난류의 구조해석과 난류 모델의 개발·평가가 이루어지고 있다. 실험을 수행하기에 곤란하거나, 실험에 의하여 정확한 분석이 어려운 경우에 대하여도 많이 적용되고 있다. 그러나, 계산기의 성능은 한계가 있기 때문에 기억용량과 계산 시간 등에 있어서 제한이 있으며, 해석방법도 충분히 확립되어 있지 않기 때문에 현재에 있어서도 DNS를 적용할 수 있는 것은 극히 제한된 범위이다. 이 때문에 공학상의 응용과 난류구조의 해명을 위해서라도 복잡한 유동에서의 고차정도를 갖는 수치해석법의 개발이 요구되고 있다. 여기서, 이러한 유동 중의 하나가 원주주위의 흐름이라고 할 수 있다. 원주주위의 유동은 경계층의 박리, *Karman* 와의 방출 등 복잡한 현상이 포함되어 있고, 현재에도 이와 같은 유동장에서 고차정도를 갖는 수치해석에는 많은 어려운 점을 포함하고 있다. 특히, *Karman* 와의 방출에 의하여 원주가 받는 항력과 양력이 변동하며, 이 변동은 소음, 진동 등의 원인이 된다. 따라서, 본 연구의 목적은 다음과 같이 크게 3가지로 분류할 수 있다.

첫째, 원주 후류의 1차적 불안정 영역에 대한 유동특성 및 임계점을 제시하고 3차원 천이 Re 수의 영역 내에서의 양력 및 항력계수, 주파수 분석, 원주표면의 압력분포, 와도 등고선 등을 이용하여 2차원적 유동특성을 분석하고자 한다. 또한, 어느 정도 높은 Re 수에 대한 2차원적 유동특성을 분석한다.

둘째, 원주 후류의 3차원 직접수치계산을 통하여 스팬 방향에 따른 유동특성과 파장의 상세한 해명을 통하여, 3차원 천이영역의 메카니

즘을 분석한다.

마지막으로, 진동하는 원주에 대하여 주파수와 진폭에 따른 항력 및 양력, 로크인과 비 로크인 영역의 유동 구조 등에 대한 분석을 통하여 강제진동하는 물체의 진동특성을 파악하고, 강제진동과 와방출과의 관계를 밝히는 것을 목적으로 한다.

본 연구에서는 이와 같은 유동 특성을 분석하기 위하여 고차정도를 갖는 직접수치계산(Direct Numerical Simulaton : DNS)을 행하였다. 직접수치계산을 위한 지배방정식은 3차원의 Navier-Stokes 방정식과 연속의 식이며, 차분 방법으로는 대류항에 대하여 5차 및 7차 정도의 풍상차분법을, 점성항 및 압력항에 대하여는 4차 정도의 중심차분법을 이용하였으며, 스팬 방향에 대하여는 Fourier 급수전개를 한 후 스펙트럴법을 이용하여 계산을 행하였다.

제2장 지배방정식 및 수치해석 방법

2.1 지배방정식

본 연구에서는 2차원 및 3차원 원주주위의 유동장을 대상으로 하여 직접수치해석을 행하였다. 유동장은 비압축성 점성류로 가정하고, 기초방정식은 비정상 3차원 Navier-Stokes 방정식, 연속의 식 및 에너지 방정식이다.

Navier-Stokes 방정식

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \tag{2.1}$$

연속방정식

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.2}$$

여기서, u_i, p, Re는 각각 속도, 압력, Reynolds 수이고, 원주직경 R, 유입속도 U에 의하여 무차원화 하였다.

한편, 격자를 원주주위에 효율적으로 배치하기 위하여 타원형 편미분방정식의 해를 이용한 격자생성법을 이용하기 때문에 물리공간 (x, y, z)과 계산공간 (ξ, η, z) 간의 좌표변환을 해야만 한다. 이 좌표

변환은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다[3][13].

$$\xi = \xi[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)] \tag{2.3}$$

$$\eta = \eta[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)] \tag{2.4}$$

$$z = z \tag{2.5}$$

임의의 계산공간에서 함수 $f(x, y, z)$에 대한 1계 미분은 행렬로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} f_\xi \\ f_\eta \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_\xi & y_\xi & 0 \\ x_\eta & y_\eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

식 (2.6)의 우변 행렬의 역행렬을 양변에 곱하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} y_\eta & -y_\xi & 0 \\ -x_\eta & x_\xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\xi \\ f_\eta \\ f_z \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

$$J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \tag{2.8}$$

따라서, 물리공간에서의 함수 $f(x, y, z)$에 대한 1계 및 2계 미분의 역변환은 다음과 같이 된다.

$$f_x = \frac{(y_\eta f_\xi - y_\xi f_\eta)}{J} \tag{2.9}$$

$$f_y = \frac{x_\xi f_\eta - x_\eta f_\xi}{J} \tag{2.10}$$

$$f_z = f_z \tag{2.11}$$

$$f_{xx} = \frac{y_\eta^2 f_{\xi\xi} - 2 y_\xi y_\eta f_{\xi\eta} + y_\xi^2}{J^2}$$

$$+ \frac{\{(y_\eta^2 y_{\xi\xi} - y_\xi y_\eta y_{\xi\eta} + y_\xi^2 y_{\eta\eta}) \cdot (x_\eta f_\xi - x_\xi f_\eta)\}}{J^3}$$

$$+ \frac{\{(y_\eta^2 x_{\xi\xi} - 2 y_\xi y_\eta x_{\xi\eta} + y_\xi^2 x_{\eta\eta}) \cdot (y_\eta f_\eta - y_\eta f_\xi)\}}{J^3} \qquad (2.12)$$

$$f_{yy} = \frac{x_\eta^2 f_{\xi\xi} - 2 x_\xi x_\eta f_{\xi\eta} + x_\xi^2}{J^2}$$

$$+ \frac{\{(x_\eta^2 y_{\xi\xi} - x_\xi x_\eta y_{\xi\eta} + x_\xi^2 y_{\eta\eta}) \cdot (x_\eta f_\xi - x_\xi f_\eta)\}}{J^3}$$

$$+ \frac{\{(x_\eta^2 x_{\xi\xi} - 2 x_\xi x_\eta x_{\xi\eta} + x_\xi^2 x_{\eta\eta}) \cdot (y_\eta f_\eta - y_\eta f_\xi)\}}{J^3} \qquad (2.13)$$

식 (2.9)~식 (2.13)를 이용하여, (x, y, z) 좌표계에서 정의된 연속의 식, Navier-Stokes 방정식 및 에너지 방정식을 (ξ, η, z) 좌표계 상으로 변환하면 다음과 같이 된다.

연속방정식

$$\frac{y_\eta u_\xi - y_\xi u_\eta}{J} + \frac{x_\xi v_\eta - x_\eta v_\xi}{J} + w_z = 0 \qquad (2.14)$$

Navier-Stokes 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{y_\eta p_\xi - y_\xi p_\eta}{J} - (C_1 u_\xi + C_2 u_\eta + w u_z)$$

$$+ \frac{1}{Re}(a u_{\xi\xi} + b u_{\xi\eta} + c u_{\eta\eta} + d u_\xi + e u_\eta + u_{zz}) \qquad (2.15)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{x_\xi p_\eta - x_\eta p_\xi}{J} - (C_1 v_\xi + C_2 v_\eta + w v_z)$$

$$+ \frac{1}{Re}(a u_{\xi\xi} + b u_{\xi\eta} + c u_{\eta\eta} + d u_\xi + e u_\eta + u_{zz}) \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - p_z - (C_1 v_\xi + C_2 v_\eta + w v_z)$$

$$+ \frac{1}{Re}(a u_{\xi\xi} + b u_{\xi\eta} + c u_{\eta\eta} + d u_\xi + e u_\eta + u_{zz}) \tag{2.17}$$

$$C_1 = \frac{u y_\eta - v x_\eta}{J} \tag{2.18}$$

$$C_2 = \frac{v x_\xi - u y_\eta}{J} \tag{2.19}$$

$$a = \frac{\alpha}{J} \tag{2.20}$$

$$b = -\frac{2\beta}{J^2} \tag{2.21}$$

$$c = \frac{\gamma}{J^2} \tag{2.22}$$

$$d = \frac{-y_\eta(\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta}) + x_\eta(\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta})}{J^3} \tag{2.23}$$

$$e = \frac{y_\xi(\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta}) - x_\xi(\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta})}{J^3} \tag{2.24}$$

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2 \tag{2.25}$$

$$\beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \tag{2.26}$$

$$\gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2 \tag{2.27}$$

2.2 계산방법

2.2.1 FSM (Fractional Step Method)

본 연구에서는 기초방정식을 시간 발전시키는 방법으로서 2단계 시간분할법[14]을 이용하였다. 대류항 및 점성항에 대하여는 다음과 같은 2차정도 Adams-Bashforth 법을 이용하였다.

$$\frac{\boldsymbol{u}^* - \boldsymbol{u}^n}{\Delta t} = \frac{1}{2}\left(3\boldsymbol{Q}^n - \boldsymbol{Q}^{n-1}\right) \tag{2.28}$$

여기서, $\boldsymbol{Q}^n$는 다음 식과 같다.

$$3\boldsymbol{Q}^n = -\left(\boldsymbol{u}^n \cdot \nabla \right) \boldsymbol{u}^n) + \frac{1}{Re} \nabla^2 \boldsymbol{u}^n \tag{2.29}$$

압력항에 관하여는 다음과 같이 1차정도 Backward-Euler 법을 이용하여 차분화를 행하였다.

$$\frac{\boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{u}^{*}}{\Delta t} = \nabla p^{n+1} \tag{2.30}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u}^{n+1} = 0 \tag{2.31}$$

식 (2.30)의 양변에 발산을 취하고 식 (2.31)을 이용하면 다음과 같은 압력 P*oi*ss*on* 방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\nabla \cdot \boldsymbol{u}^{*}}{\Delta t} \tag{2.32}$$

이와 같은 압력에 관한 P*oi*ss*on* 방정식은 다음과 같은 행렬로 나타낼 수 있고, 초대형의 연립방정식을 이용하여 해석할 수 있다.

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{p} = \boldsymbol{b} \tag{2.33}$$

여기서 p는 각 격자점에서 정의된 압력으로부터 구성되어 지고, 행렬 $\boldsymbol{A}$는 $N \times N$의 대규모 소행렬이며, N은 계산에 이용한 $x-y$ 평면의 총격자점 수이다. 본 연구에서는 전처리에 따른 불완전 LU 분해를 이용한 B*i*-CGSTAB 법[15][16]을 이용하여 식 (2.33)을 해석하였다.

2.2.2 고차정도 차분법

본 연구에서는 계산격자는 F*ig*. 2.1과 같은 등간폭의 R*eg*ul*a*r 격자계를 이용하였다. $x-y$ 방향의 공간의 이산화에 관하여는 대류항에

5차정도 및 7차정도의 풍상차분법을 적용하였다.

7차정도 풍상차분식

$$\left(u\frac{\partial f}{\partial x}\right)_j = \frac{u_j}{840\Delta x}\{2(f_{j+5}-f_{j-5})-25(f_{j+4}-f_{j-4})$$

$$-168(f_{j+2}-f_{j-2})+672(f_{j+1}-f_{j-1})\}$$

$$+\alpha\frac{|u_j|}{840\Delta x}\{3(f_{j+4}+f_{j-4})-24(f_{j+3}+f_{j-3})$$

$$+84(f_{j+2}-f_{j-2})-168(f_{j+1}+f_{j-1})+210f_j\}$$

(2.34)

5차정도 풍상차분식

$$\left(u\frac{\partial f}{\partial x}\right)_j = u_j\frac{(f_{j+3}-f_{j-3})-9(f_{j+2}-f_{j-1})+45(f_{j+1}-f_{j-1})}{60\Delta x}$$

$$+\alpha|u_j|\frac{-(f_{j+3}+f_{j-3})+6(f_{j+2}+f_{j-2})-15(f_{j+1}+f_{j-1})+20f_j}{60\Delta x}$$

(2.35)

여기서 α는 수치점성을 결정하는 파라메타 이고, 본 연구에서는 1/3로 하였다.

대류항 이외의 항에는 다음과 같은 4차 정도 중심분법을 이용하였다.

1계 미분항

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{-(f_{i+2}-f_{i-2})+8(f_{i+1}-f_{i-1})}{12\Delta x} \quad (2.36)$$

2계 미분항

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right) = \left(\frac{-(f_{i+2}+f_{i-2})+16(f_{i+1}+f_{i-1})-30f_i}{12\Delta x}\right) \tag{2.37}$$

또한, 경계부근에서는 식 (2.34)~ 식(2.37)과 같은 차분형을 이용하는 것이 불가능하기 때문에 4차 정도 중심차분과 5차 정도 풍상차분은 4차 정도 편측차분[17]을, 7차 정도 풍상차분은 6차 정도 편측차분[17]을 각각 이용하였다.

1계 미분항

- 2차 정도 편측차분

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{-3f_i+4f_{i+1}-f_{i+2}}{2\Delta x} \tag{2.38}$$

- 4차 정도 편측차분 (벽면 경계점 ; i=1)

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{-25f_i+48f_{i+1}-36f_{i+2}+16f_{i+3}-3f_{i+4}}{12\Delta x} \tag{2.39}$$

- 4차 정도 편측차분 (벽면경계로부터 1점 째 ; i=2)

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{-3f_{i-1}-10f_i+18f_{i+1}-6f_{i+2}+f_{i+3}}{12\Delta x} \tag{2.40}$$

- 6차 정도 편측차분 (벽면 경계점 ; i=1)

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{1}{\Delta x}\left(-\frac{49}{20}f_i+6f_{i+1}-\frac{15}{2}f_{i+2}\right.$$

$$+\frac{20}{3}f_{i+3}-\frac{15}{4}f_{i+4}+\frac{6}{5}f_{i+5}-\frac{1}{6}f_{i+6}\Big) \tag{2.41}$$

<u>**2계 미분항**</u>

- 1차 정도 편측차분

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i=\frac{f_i-2f_{i+1}+f_{i+2}}{\Delta x^2} \tag{2.42}$$

- 4차 정도 편측차분 (벽면 경계점 ; i=1)

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i=\frac{45f_i-154f_{i+1}+214f_{i+2}-156f_{i+3}+61f_{i+4}-10f_{i+5}}{12\Delta x^2} \tag{2.43}$$

- 4차 정도 편측차분 (벽면경계로부터 1점 째 ; i=2)

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i=\frac{10f_{i-1}-154f_i-4f_{i+1}+14f_{i+2}-6f_{i+3}+f_{i+4}}{12\Delta x^2} \tag{2.44}$$

2.2.3 경계조건

본 연구에 이용한 물리공간 및 계산공간은 F*ig*. 2.3의 (*a*), (b)에 나타내고 있다. B_1이 물리공간에 있어서 원주표면에 대응하고, B_2, B_8은 원주전방의 절단을 나타내며, B_3, B_7은 상류경계, B_4, B_6은 측방경계, B_5는 유출경계에 대응한다.

원주표면 (B_1)

원주표면의 경계조건으로서 속도벡터 $\boldsymbol{u}$에 대하여 *no*-sl*i*p 조건을, 압력 p는 원주에 대하여 수직방향의 압력 구배를 0으로 하는 경계조건을 부여하였다.

$$u = v = w = 0 \tag{2.45}$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \tag{2.46}$$

여기서, n은 원주에 수직인 방향의 좌표를 나타내고 있다.

원주전방 유입조건 (B_3, B_7)

속도와 압력은 다음과 같이 설정하였다.

$$u = U + u'_{in} \tag{2.47}$$

$$v = v'_{in} \tag{2.48}$$

$$w = w'_{in} \tag{2.49}$$

$$p = 0 \tag{2.50}$$

여기서, u_{in}, v_{in}, w_{in}은 대역(帶域) 백색 노이즈를 포함한 3차원 미소 난동 성분이고, 대표속도 U의 1%의 변동강도를 갖는다.

측방경계 (B_4, B_6)

속도성분 u, w와 압력 p가 유동과 수직방향의 1계 미분을 0으로

하고, 속도 성분 v를 0으로 하는 free-slip 경계조건을 이용하였다.

$$\frac{\partial u}{\partial y} = v = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{2.51}$$

유출경계조건 (B_5)

일반적으로 이용되는 유출경계조건으로서 속도, 압력 등이 유동방향의 구배를 한정하는 것이 있고, 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \tag{2.52}$$

구배 규정형 유출경계조건은 유출경계상에서 반드시 Navier-Stokes 방정식과 일치하는 조건은 아니다. 그 때문에 유출경계를 일정의 구조가 흘러갈 때에 압력의 비 물리적인 변동이 나타나는 것도 보고되고 있다[18]. 본 연구에서는, 이와 같은 문제에 대처하기 위하여 개발된 유출경계조건으로서 압력의 수송방정식을 이용하였다. 이 유출경계조건은 宮內 등[18]에 의하여 제안되었으며, 공간발전 혼합층의 DNS를 대상으로서 높은 적용성을 검정 받은 경계조건이다. 속도의 유출경계조건은 다음과 같은 대류・점성경계조건을 이용하였다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_c \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \tag{2.53}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U_c \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \tag{2.54}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U_c \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \tag{2.55}$$

여기서, 속도 및 압력장의 대류 수송속도를 나타내는 U_c에 관하여는 $U_c = 0.85U$로 하였다.

압력의 유출경계조건으로서는 Navier-Stokes 방정식으로부터 구한 유동방향의 압력구배를 이용하는 방법을 사용하였다. 경계상에서 식 (2.53)~식 (2.55)이 성립한다고 가정하고, Naveir-Stokes 방정식에 경계조건 식 (2.53)~식 (2.55)을 대입하면, 유동방향의 압력구배는 다음 식과 같이 된다.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -(u - U_c)\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial u}{\partial y} - w\frac{\partial u}{\partial z} \tag{2.56}$$

경계상에서의 압력은 다음과 같이 부여된다.

$$p_i^{n+1} = \frac{12}{25}\left[4p_{i-1}^{n+1} - 3p_{i-2}^{n+1} + \frac{4}{3}p_{i-3}^{n+1} - \frac{1}{4}p_{i-4}^{n+1} + \Delta\eta\left(\frac{\partial p}{\partial \eta}\right)_i^{n+1}\right] \tag{2.57}$$

여기서, p^{n+1}은 미지의 양이기 때문에 이들의 식을 직접 이용하는 것은 불가능하다. 따라서 식 (2.56)을 변형, 근사에 의하여 얻어진 다음과 같은 압력에 관한 근사적인 수송방정식을 이용하였다.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + U_c\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2Re}\omega^2 \tag{2.58}$$

식 (2.58)에 의하여 근사적인 압력을 부여하고, 그것에 의하여 경계상의 압력을 식 (2.57)을 이용하여 해석하였다.

Span방향 경계조건

이산점 z_k ($k=1 \cdot \cdot \cdot N$)에서 정의된 속도벡터 $\boldsymbol{u}_k$, 압력 p_k에

관하여 다음과 같은 주기 경계조건을 부여하였다.

$$\boldsymbol{u}_1 = \boldsymbol{u}_{N-1} \quad , \quad \boldsymbol{u}_N = \boldsymbol{u}_2 \tag{2.59}$$

$$p_1 = p_{N-1} \quad , \quad p_N = p_2 \tag{2.60}$$

2.2.4 격자 생성법

일반적으로, 격자 생성법은 해가 크게 변하는 영역에서는 집중적으로 배치하고, 계산기의 성능이 유한하다는 것에 따라 해의 변화가 작은 영역에서는 성기게 되도록 배치해야만 한다. 이와 같은 요구를 만족하도록 격자를 생성하는 방법으로서 본 연구에서는 타원형 편미분 방정식[13]에 따른 수치적인 격자생성법을 이용하였다.

타원형 생성계는 다음의 식으로 나타낸 P*oisson* 방정식을 이용하여 격자를 생성한다.

$$\nabla^2 \xi = P \tag{2.61}$$

$$\nabla^2 \eta = Q \tag{2.62}$$

여기서, P, Q는 제어함수이며 곡선좌표의 간격과 방향을 제어할 수가 있다. 물리공간에 대하여 곡선좌표를 취하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$D\boldsymbol{r} = 0 \tag{2.63}$$

$$D = g_{22}\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - 2g_{12}\frac{\partial^2}{\partial \xi \eta} + g_{11}\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + S\frac{\partial}{\partial \xi} + T\frac{\partial}{\partial \eta} \tag{2.64}$$

여기서, g_{11}, g_{12}, g_{22}, S, T 는 다음과 같다.

$$S = g_{22}P_{11} - 2g_{12}P_{12} + g_{11}P_{22} \tag{2.65}$$

$$T = g_{22}Q_{11} - 2g_{12}Q_{12} + g_{11}Q_{22} \tag{2.66}$$

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{i}x + \boldsymbol{j}y \tag{2.67}$$

$$g_{11} = x_\xi^2 + y_\xi^2 \tag{2.68}$$

$$g_{12} = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \tag{2.69}$$

$$g_{22} = x_\eta^2 + y_\eta^2 \tag{2.70}$$

$$\begin{aligned} P(\xi, \eta) = &- \sum_{i=1}^{N} a_i sin(\xi - \xi_i)\, exp(-c_i|\xi - \xi_i|) \\ &- \sum_{i=1}^{M} b_i sin(\xi - \xi_i)\, exp[-d_i\sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i^2)}] \end{aligned} \tag{2.71}$$

$$\begin{aligned} Q(\xi, \eta) = &- \sum_{i=1}^{N} a_i sin(\eta - \eta_i)\, exp(-c_i|\eta - \eta_i|) \\ &- \sum_{i=1}^{M} b_i sin(\eta - \eta_i)\, exp[-d_i\sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i^2)}] \end{aligned} \tag{2.72}$$

본 연구에서는 보다 간단한 격자 생성계로서 다음과 같은 식을 이용하였다.

$$g_{22}(r_{\xi\xi} + Pr_\xi) + g_{11}(r_{\eta\eta} + Qr_\eta) - 2g_{12}r_{\xi\eta} = 0 \tag{2.73}$$

여기서, P, Q, g_{11}, g_{22}, g_{12}는 식 (2.68)~식 (2.72)와 같으며, a_i, b_i, c_i, d_i는 조밀함과 성긴 정도를 조절하는 계수로서 임의로

설정할 수 있다. 실제의 계산에서는 편미분 방정식을 중심차분의 치환반복법에 의하여 해석하였다. 반복해법의 초기치로서 다음과 같은 선형보간법을 이용하여 초기격자 생성을 행하였다.

$$\boldsymbol{r}(i,j)=\frac{I_1-i}{I_1-I_0}\,\boldsymbol{r}(I_0,j)+\frac{i-I_0}{I_1-I_0}\,\boldsymbol{r}(I_1,j) \tag{2.74}$$

$$\boldsymbol{r}(i,j)=\frac{J_1-j}{J_1-J_0}\,\boldsymbol{r}(i,J_0)+\frac{j-J_0}{J_1-J_0}\,\boldsymbol{r}(i,J_1) \tag{2.75}$$

여기서 $I_0 \le i \le I_1$, $J_0 \le j \le J_1$이다. 계산영역은 직교좌표계 (x,y)에 의하여 기술되며, 물리공간 전체의 경계는 $x=const$, $y=const$에 일치하고 있다.

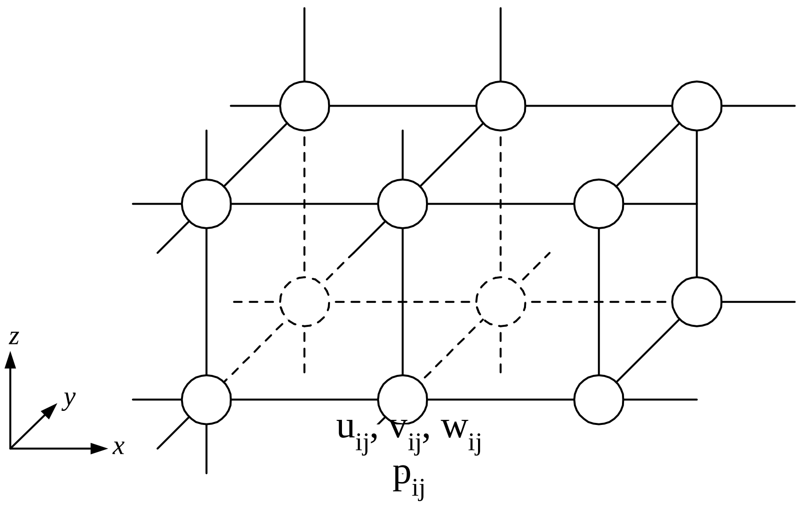


Fig. 2.1 Regular grid system

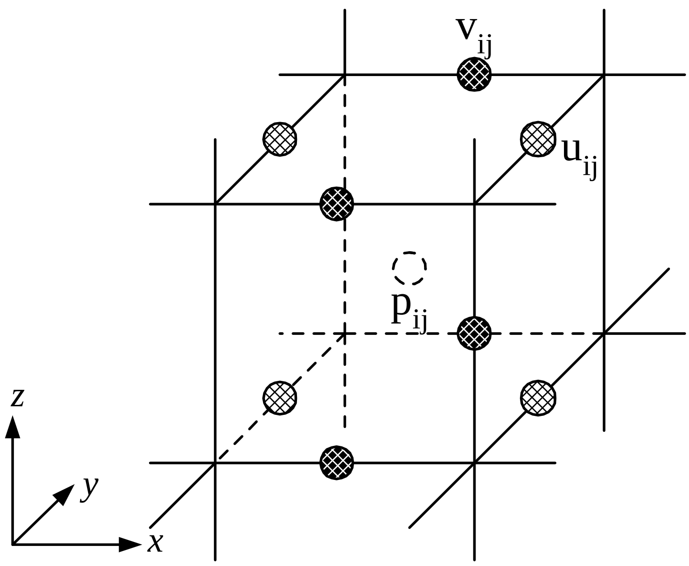
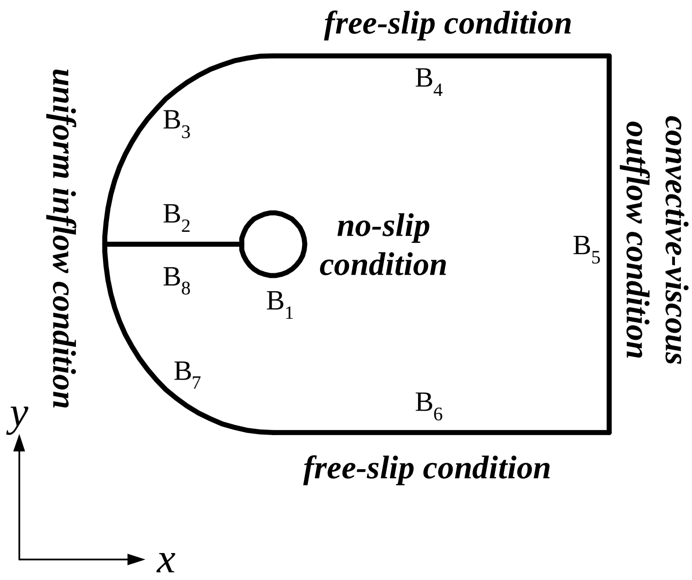
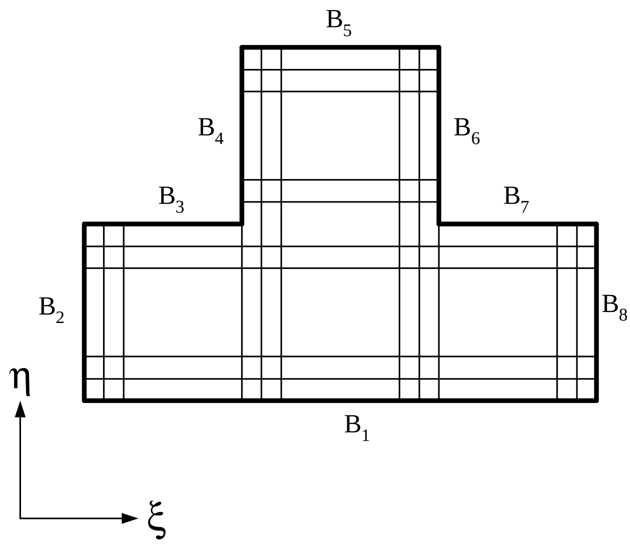


Fig. 2.2 Staggered grid system



(*a*) Schematic of physical space



(b) Schematic of computational space

Fig. 2.3 Boundary condition

제3장 2차원 원주 후류의 유동

3.1 계산조건

2차원 원주주위의 유동에 대한 수치계산을 행하는 경우, 후방영역에서의 충분한 격자 분해능력의 확보, 수치점성에 따른 해의 감소의 회피, 계산영역내의 유동에 영향을 주지 않는 유출 경계조건의 채택, 원주의 전방 및 상·하 방의 길이의 확보가 중요하다. 원주 후방영역에서 격자 분해능력이 불충분한 경우 St 수와 항력계수 등에 영향을 미치며[3], 비선형 항에 대하여 3차정도 풍상차분을 적용할 경우 수치점성의 강약에 따라 원주 후방의 와도의 최대·최소값의 차이가 발생한다[3][19]고 보고되어 있다. 유출 경계조건에 있어서 충분히 물리적인 상태를 만족하지 못하는 경우 수치상의 오차를 발생하며[18], 원주의 전방 및 상·하방의 길이를 충분히 확보하지 못하는 경우는 양력 및 항력계수 등에 영향을 미친다고 보고 되어있다. 이와 같은 요구에 따라 본 연구에서는 비선형 항에 대하여 7차정도 풍상차분법과 5차정도 풍상차분법을 이용하고, 유출 경계조건은 宮內 등[18]에 의하여 제안된 압력의 수송방정식을 이용하여 적용하였다. 특히, 원주후방의 격자 분해능을 충분히 확보하기 위하여 2 block법에 의하여 생성된 격자를 이용하였다.

차분식은 Re 수 300이하에서는 대류항에 대하여 7차 정도 풍상차분법을 적용하였고, Re 수 2000에 대하여는 5차 정도 풍상차분법을 적용하였으며, 대류항 이외의 항에 대하여는 전 Re 수의 범위에 대하여 4차 정도 중심차분법을 적용하였다. 계산을 위한 초기 유동장은 다음과

같은 식에 의한 포텐셜 유동을 이용하였다.

$$u = 1 - r^2 \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$$

(3.1)

$$v = \frac{-2r^2xy}{(x^2 + y^2)^2}$$

(3.2)

원주의 양력과 항력을 구하기 위한 식은 다음과 같이 된다.

$$C_{Dp} = \int_0^{2\pi} rP_W \cos\Theta d\Theta \tag{3.3}$$

$$C_{Df} = \int_0^{2\pi} r\omega_W \sin\Theta d\Theta \tag{3.4}$$

$$C_{Lp} = \int_0^{2\pi} rP_W \sin\Theta d\Theta \tag{3.5}$$

$$C_{Lf} = \frac{2}{Re}\int_0^{2\pi} r\omega_W \cos\Theta d\Theta \tag{3.6}$$

$$C_D = C_{Dp} + C_{Df} \quad , \quad C_L = C_{Lp} + C_{Lf} \tag{3.7}$$

여기서 C_{DF} , C_{DP} , C_{LF} , C_{LP}는 각각 마찰에 의한 항력계수, 압력에 의한 항력계수, 마찰에 의한 양력계수, 압력에 의한 양력계수를 의미한다.

2차원 원주주위의 유동에 대한 계산조건은 Table 3.1과 같다. Fig. 3.1 (a)~(c)는 본 연구에서 사용된 물리공간의 격자를 나타내고 있다. 전체 격자점 수는 Re 수 100 이하에서는 35,000개로 하였고, Re 수가 164 이상 300 이하에서는 52,000개로 하였다. 그리고, Re 수 2000에 대

하여는 130,000개로 하였다. Fig. 3.2는 계산공간의 격자에 대한 계략도를 나타내며, 계산공간은 모든 유동장에 있어서 동일한 형태를 갖는다. 원주의 전방과 측방의 길이는 35R로 하였으며, Re 수가 2000인 경우는 40R으로 하였다. 시간 간격은 수치적 안정성을 고려하여 Re 수 100 이하에서는 0.001, 164~300에서는 0.004, Re 수 2000일 때는 0.0005로 하여 계산을 수행하였다.

계산기는 펜티엄 1.3, 1.4, 1.5GHz을 이용하였으며, 계산 시간은 무차원 시간 100을 기준으로 Re 수 300 이하에서 1~2일 정도 소요되었으며, Re 수 2000에서는 20일 정도 소요되었다.

3.2 결과 및 고찰

3.2.1 1차적 불안정 영역

원주를 지나는 흐름에 의하여 생성된 Karman 와열은 저 Re 수와 이상적인 상태 하에서 완전히 시간에 주기적이며 2차원적 흐름이라 할 수 있다. 이 주기적 상태는 1차적 후류의 불안정성에서 정상 흐름으로부터 발달하게 된다. Fig. 3.3의 (a)~(d)는 Re 수 45, 47, 48, 50에 대한 시간 변화에 따른 항력계수의 결과를 나타내고 있다. 시간이 경과함에 따라 항력계수의 주기적인 변화는 이 Re 수 범위에서는 나타나지 않으며, Re 수가 증가함에 따라 항력 계수가 감소함을 알 수 있다. Fig. 3.4의 (a)~(d)는 각 Re 수에 대한 시간변화에 따른 양력계수의 결과를 나타내고 있다. 계산 초기에 주기적인 진동을 하다가

점점 0에 가까워지면 정상적인 흐름을 갖게 된다고 말할 수 있다. 하지만, 양력계수에서도 완전한 주기성을 갖는 Karman 와의 방출이 일어나기 전까지는 1차적 불안정 영역을 구분하기는 상당히 어렵다. Re 수가 45인 경우는 충분히 발달한 유동에서 주기적성을 찾아 볼 수 없지만, Re 수 47과 48에서는 미세한 주기성을 갖고 있다는 것을 알 수 있다. Re 수가 50인 경우는 진폭이 47과 48에 비하여 크게 나타나고 있다.

한편, Fig. 3.5의 (a)~(e)는 Re 수에 따른 와도 등고선을 나타내고 있다. 실선은 +값, 점선은 −값을 의미하며 Re 수가 45일 때는 원주 근방과 후류에서 와도 등고선의 상하구조가 거의 일치하고 있다고 볼 수 있으며, Re 수가 47과 48인 경우는 원주로부터 어느 정도 떨어진 후류에서 상하의 구조가 다소 다르게 나타나지만, 완전히 원주 근방에서부터 비정상성을 갖는다고는 볼 수 없다. 그러나, Re 수가 50과 100인 경우는 원주 후류 근방에서부터 와가 방출되고 있다는 것을 알 수 있다. 이상의 결과들로부터 원주후류에서의 1차적 불안정은 Re 수가 약 48에서 그 임계점을 갖는다고 생각된다.

3.2.2 3차원 천이영역에 대한 2차원적 유동특성

Fig. 3.6의 (a)~(d)는 각 Re 수에 대한 양력 및 항력계수의 시간에 따른 변화의 결과를 나타내고 있다. 계산초기에 있어서 원주표면의 와는 원주표면으로부터 이탈하지 않고 Karman 와는 형성되지 않는

다. 이 때문에 항력계수는 주기적인 변동을 하지 않는다. 그러나, 원주 측방의 와영역은 서로 다르게 와도의 증감을 반복하기 때문에 양력계수는 계산초기부터 진동을 시작한다. 항력계수는 Karman 와가 형성됨에 따라 주기적인 진동을 시작한다. 또한, 유동장이 충분히 발달되었을 때, 항력계수의 주기는 양력계수의 약 1/2주기임을 알 수 있고, Re 수의 증가에 따라서 양・항력계수가 증가함을 알 수 있다.

Fig. 3.7의 (a)~(d)는 식 (3.3)~(3.7)에 해당하는 압력 및 마찰력에 의한 평균 항력계수 및 양력계수의 최대 진폭의 결과를 나타내고 있다. 사각형 기호는 압력에 의한 항력 및 양력계수의 결과이고 원형 기호는 마찰력에 의한 항력 및 양력계수의 결과를 나타낸다. Re 수의 증가에 따른 양력 및 항력계수의 증가는 마찰력보다는 압력에 의한 영향을 많이 받고 있음을 알 수 있다.

한편, 양력계수의 주기와 원주에서의 와방출 주기와의 관계를 파악하기 위하여 시간에 따른 와방출과 양력계수와의 비교가 필요하다. 이와 같은 필요에 의하여 시간에 따른 양력계수와 그때의 와방출 패턴을 Fig. 3.8에 나타내었다. Fig. 3.8은 시간에 따른 와도 등고선과 그때의 양력계수를 나타내고 있으며, 실선은 +값, 점선은 -값을 의미하고, 시계방향으로의 회전 강도는 -이고, 그 반대방향은 +를 의미하고 있다. 양력계수가 증가함에 따라서 -값의 와도 등고선이 원주 바로 뒤로 이동하고 와가 강하게 빨려 들고 있음을 알 수 있다. 반대로 양력계수가 감소함에 따라서는 -값의 와도 등고선이 원주로부터 조금씩 떨어져 나감을 파악할 수 있다. 또한 미소 시간의 변화에 따른 와방출 주기과 양력계수의 주기를 분석한 결과 두 주기가 일치함을 알 수 있었다.

Fig. 3.9의 (a)~(c)는 Fig. 3.6에 나타낸 양력계수의 시간에 따른

변화를 FFT로 분석한 결과이다. 2차원 원주주위의 층류 유동에 있어서 와방출의 주기는 Re 수가 증가함 따라서 같이 증가하고 있음을 알 수 있다. 또한, FFT분석을 통하여 구한 와방출 주기와 식 (3-8)을 이용하면 St 수를 구할 수 있으며, 이에 대한 결과는 Fig. 3.10의 (a)에 나타내고 있다.

$$St = \frac{f_{ns} \times D}{U} \tag{3-8}$$

여기서 f_{ns}는 와방출 주기, U와 D는 각각 대표속도, 원주의 직경을 의미한다. Fig. 3.10의 (a)~(c)은 St 수, 평균 항력계수, 양력계수의 RMS 값의 결과를 나타낸다. Re 수의 증가와 함께 증가하지만, 항력계수는 그 증가율이 다른 것에 비하여 적음을 알 수 있다. 이 결과는 과거 연구의 결과[3][20][21]와 잘 일치하고 있으며, 3차원 수치해석 및 실험결과[3][21]에 비하여 전체적으로 크게 나타났다. Beaudan 등[19]은 Re 수 3900에 대하여 2차원과 3차원 수치해석의 비교를 행하였고 3차원의 경우는 2차원에 비하여 평균항력계수 및 양력계수의 최대값이 감소한다고 하였다. 2차원 원주주위의 유동구조를 파악하기 위하여 와도 등고선을 이용하였다.

Fig. 3.11 (a)~(e)는 Re 수에 따른 와도 등고선을 나타내고 있으며, 모두 동일한 무차원 시간에 대한 결과이다. 그리고 와도 등고선의 범위는 -10에서 10까지 이며, 실선은 +값, 점선은 -값을 나타낸다. Karman 와가 성립하고 있으며, Re 수가 증가함에 따라서 와도는 증대하고 와의 크기는 컴팩트하게 되며, 원주근방에서의 박리 전단층이 얇아지는 것을 알 수 있다. 특히 원주 후방에 있어서 박리 전단층의 말아 끌어당기는 힘이 강하게 되고, 와의 생성영역이 짧게 되는 것을

알 수 있다. Fig. 3.12 (a)~(b)는 원주 표면의 압력계수와 와도 세기를 나타내고 있다. 횡축은 원주의 전방 중간에서 0으로 하여 2π까지 펼쳐 놓은 값을 의미한다. 원주의 양 측방에서 +값과 -값이 대칭적으로 형성되어 있음을 알 수 있고 원주 후방에서 그 교차점이 형성되며, 각각의 피크점에서 박리가 일어나게 된다.

3.2.3 비교적 높은 Re 수에 대한 2차원적 유동특성

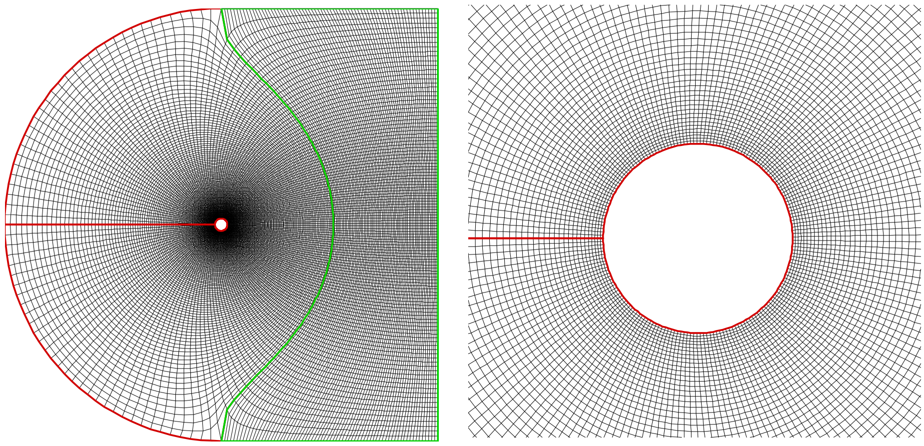
Fig. 3.13 (a)~(b)는 Re 수가 2000일 때 와도 등고선을 나타내고 있다. Re 수 100~300정도의 와도 등고선의 구조와 비교하여 보면 보다 복잡한 구조를 갖는다. 또한, 원주 근방의 후류에서 끌어당기는 힘이 크며, 와의 생성영역이 상당히 좁은 것을 볼 수 있으며, 작은 재 순환 영역이 발생하고 있다. 원주로부터 멀리 떨어진 후류에서 와의 생성 폭이 저 Re 수에 비하여 크게 발생하게 되어 그 영향력이 크게 작용하고 있는 것을 알 수 있다. Fig. 3.14 (a)~(e)는 시간에 따른 와도 등고선을 나타내고 있다. 여기서 실선은 + 와도 값을, 점선은 - 와도 값을 의미한다. 와도 값의 범위는 -20에서 20사이로 하였다. 시간이 경과함에 따라서 주기적인 와의 방출이 일어나고 있으며, 새로 방출된 와의 말아 끌어당기는 힘에 의하여 제1의 와가 원주로부터 이탈하여 가는 것을 볼 수 있다. 또한, 작은 재 순환 영역의 와들이 이동하는 것을 알 수 있다. 이와 같이 Re 수 2000에서 원주 근방의 와의 구조는 저 Re 수보다 복잡하며, 작은 와들이 생성되어 있는 현상을 관찰 할 수 있다.

Fig. 3.15의 (a), (b)는 각각 압력 등고선과 속도 벡터를 나타낸 결과

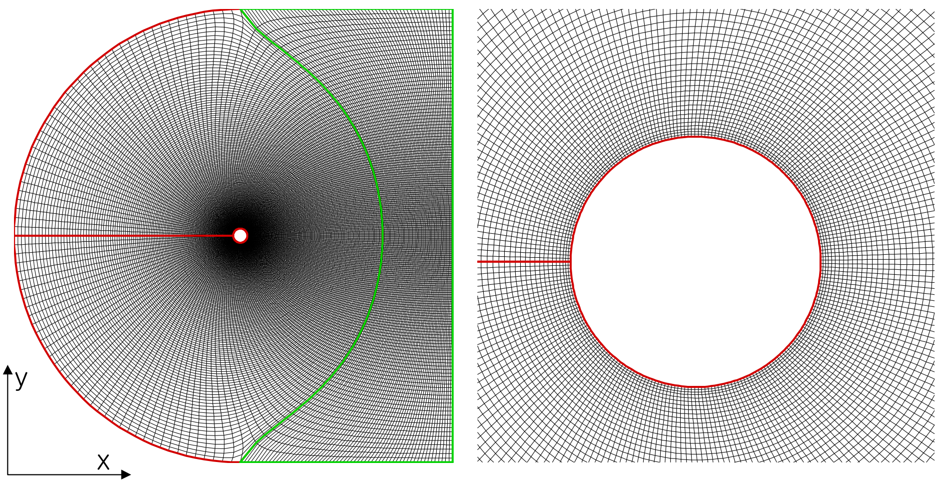
이다. 먼저 Fig. 3.15 (a)의 A영역에서 압력 등고선이 복잡하게 구성되어 있으며 이는 Fig. 3.15 (b)의 A영역의 재 순환에 의하여 형성하게 된다고 볼 수 있다. 이와 같은 압력 분포의 복잡성과 Fig. 3.14에서 살펴본 와도의 복잡성은 Fig. 3.16와 같이 원주표면에서의 양력과 항력에 크게 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. Fig. 3.16의 양력계수는 주기성을 갖고 있다고 할 수 있으나, 항력계수는 완전한 주기성을 갖고 있다고 볼 수 없다. 이와 같은 현상은 앞에서 살펴본 압력과 와도의 영향이라고 생각할 수 있다. 또한, 양력 및 항력계수는 저 Re 수에 비하여 크게 되며, St 수는 약 0.24임을 알 수 있었다.

Table 3.1 Computational Condition

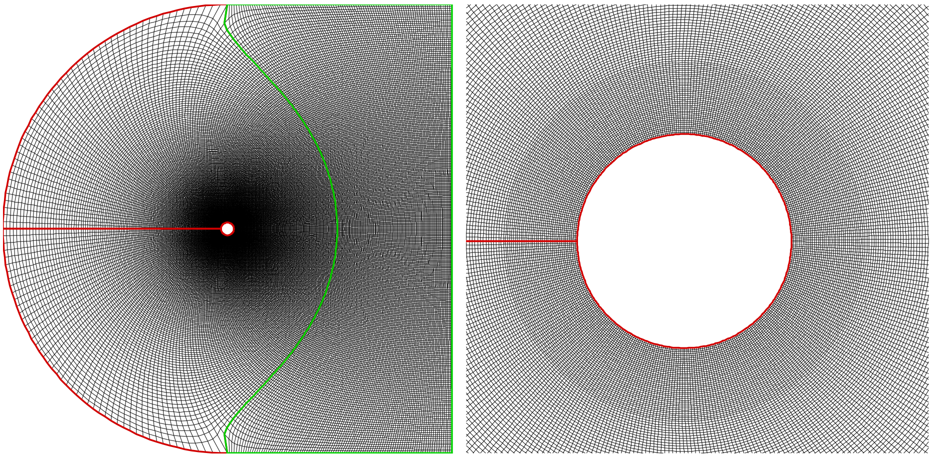
	40≤ Re≤ 100	164≤Re≤300	Re=2000
Re No.	45, 47, 48, 50 ,100	164, 200, 220 ,250, 280	2000
Grid No.	35,000	52,000	130,000
Time Interval	0.002	0.004	0.0005
Min. Grid Size	2π/186	2π/300	2π/900
Representative Length	Cylindrical Radius (R)	Cylindrical Radius (R)	Cylindrical Radius (R)



(a) Re=45, 47, 48, 50, 60, 100 ; Grid Number = 32,000



(b) Re=164, 200, 220, 250, 280, 300 ; Grid Number = 52,000



(c) Re=2000 ; Grid Number = 130,000

Fig. 3.1 Generated lattice in physical space

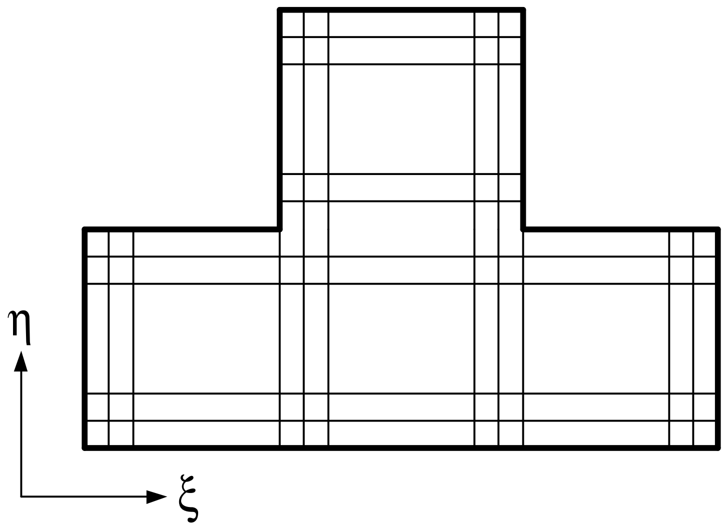
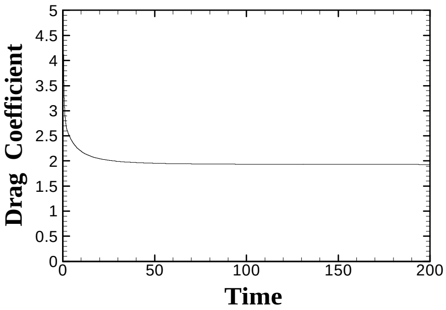
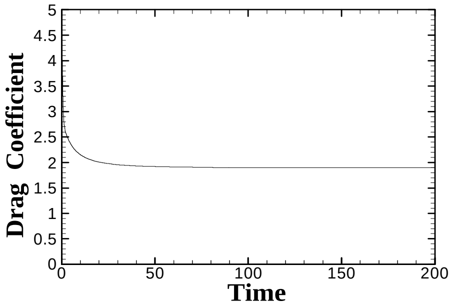


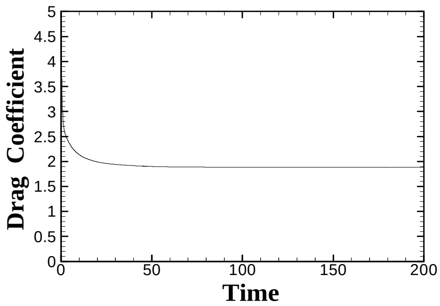
Fig. 3.2 Computational space



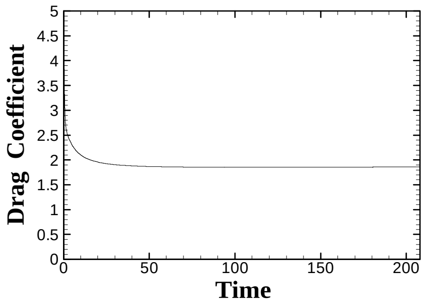
(a) Re=45



(b) Re=47

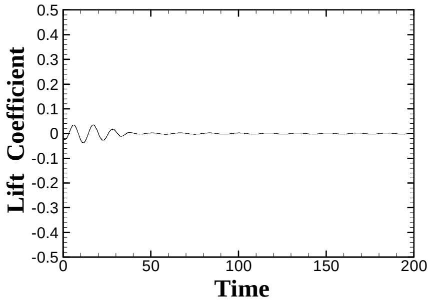


(c) Re=48

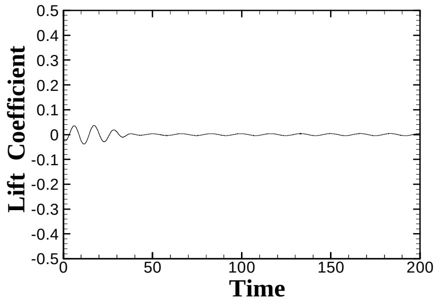


(d) Re=50

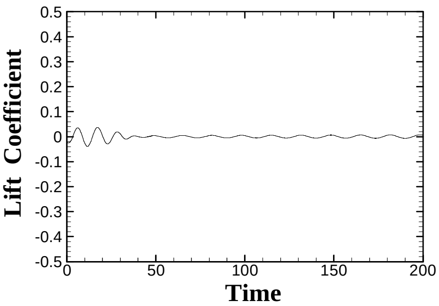
Fig. 3.3 Time history of drag coefficient according to Reynolds number



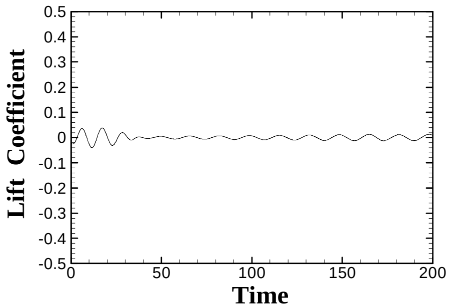
(a) Re=45



(b) Re=47

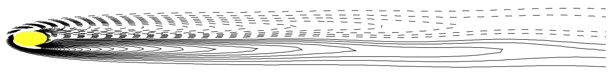


(c) Re=48

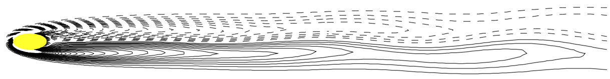


(d) Re=50

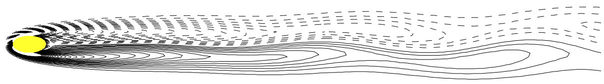
Fig. 3.4 Time history of lift coefficient according to Reynolds number



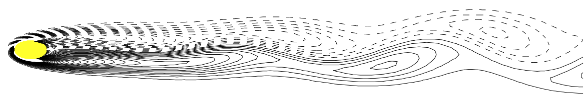
(a) Re=45, T=200



(b) Re=47, T=200



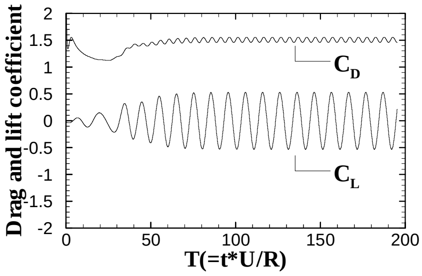
(c) Re=48, T=200



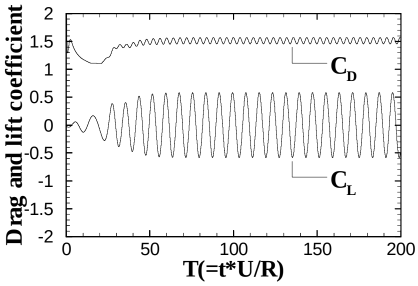
(d) Re=50, T=200

(e) Re=100, T=200

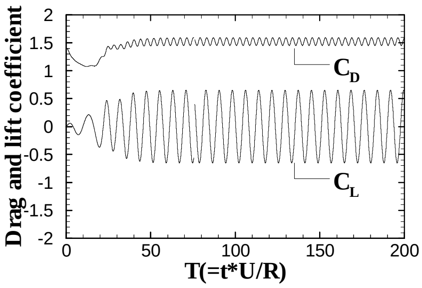
Fig. 3.5 Vorticity contour according to Reynolds number



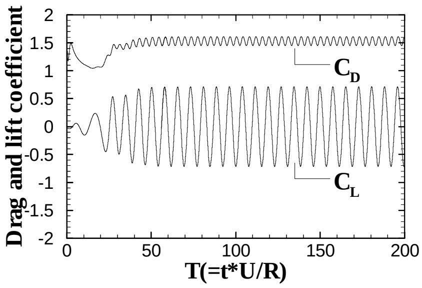
(a) Re=200



(b) Re=220

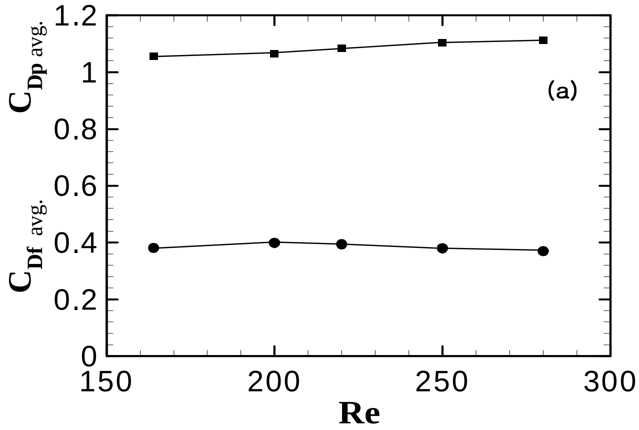


(c) Re=250



(d) Re=280

Fig. 3.6 Time history of lift and drag coefficient according to Reynolds number



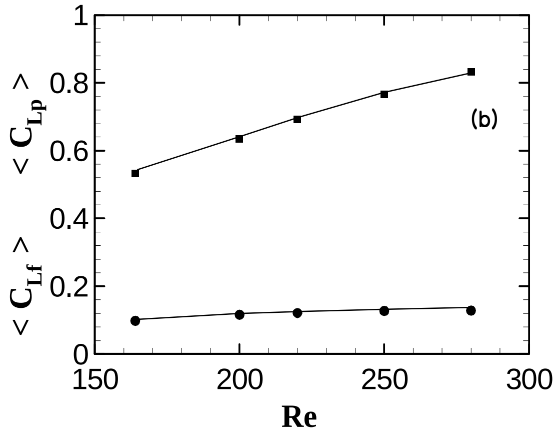


Fig. 3.7 Mean drag coefficients of pressure and friction (a), maximum amplitude of lift coefficient of pressure and friction (b) in terms of Reynolds numbers

(Square symbol : pressure ; Circle symbol : friction force)

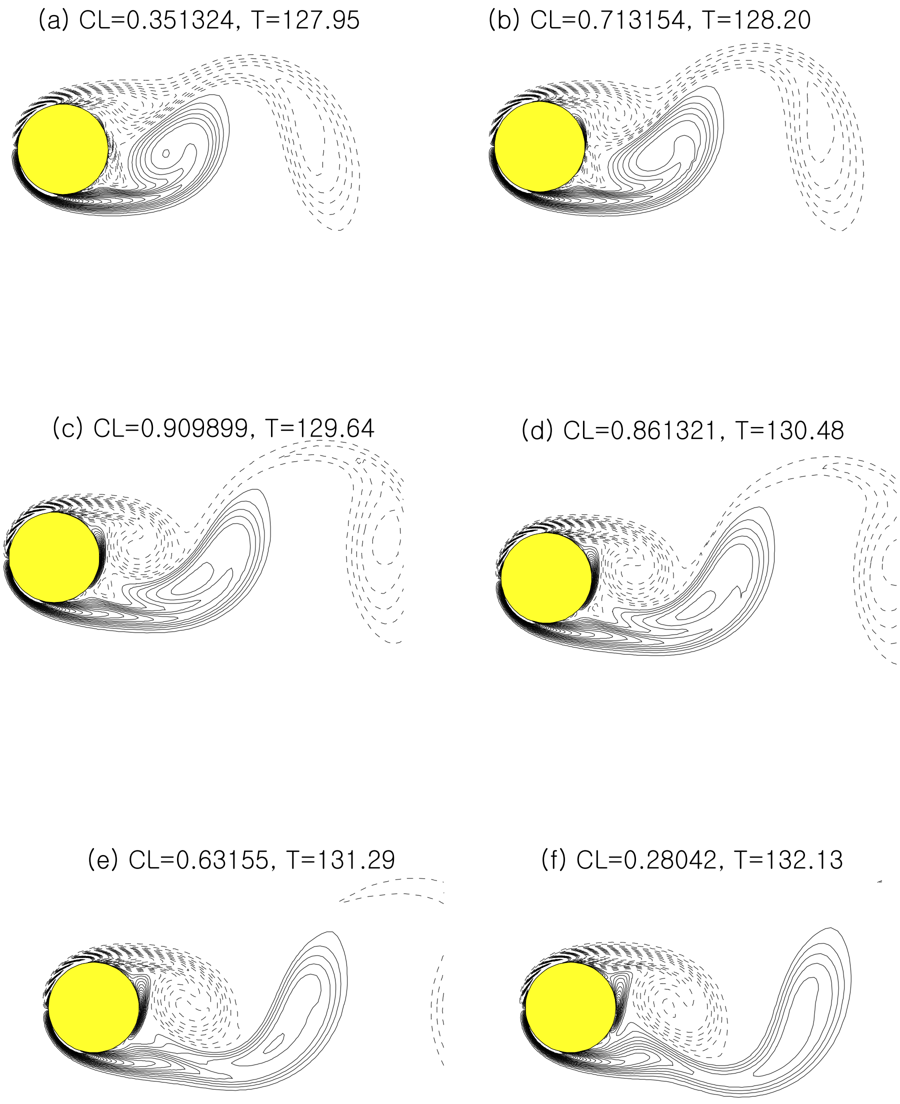
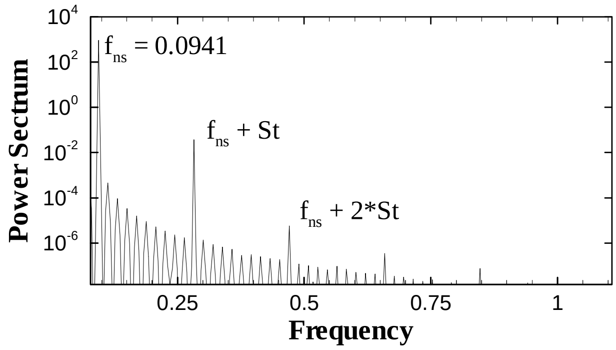
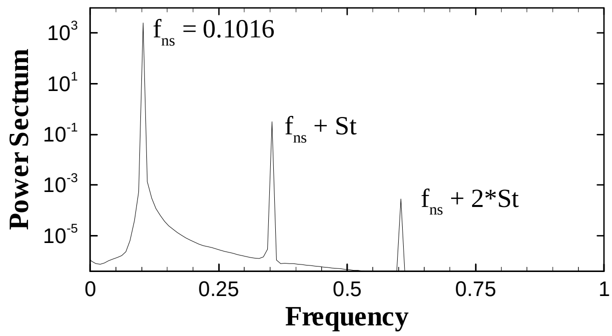


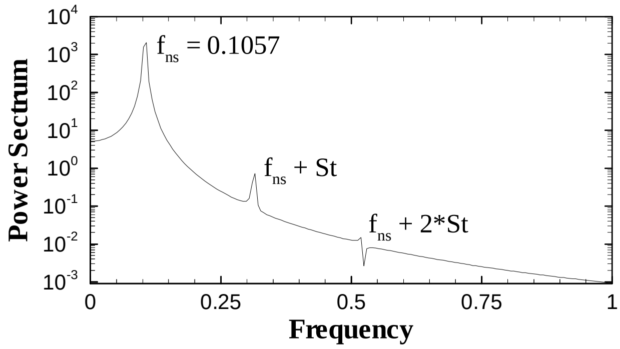
Fig. 3.8 Comparison of lift coefficient by vorticity contour at Re=280



(a) Re=164



(b) Re=220



(c) Re=280

Fig. 3.9 Power spectrum of the time history of a lift coefficient

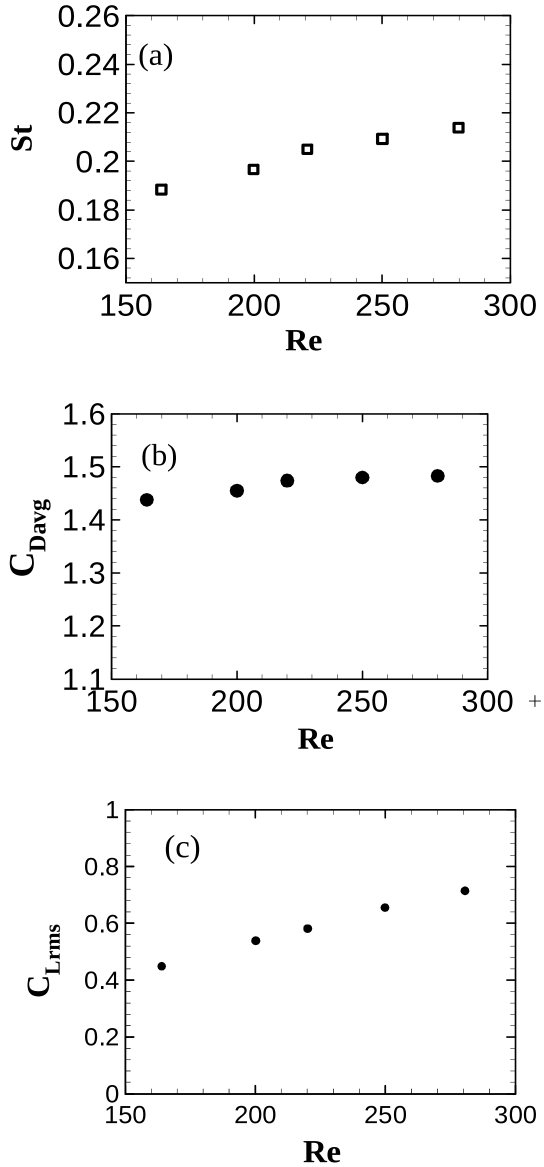
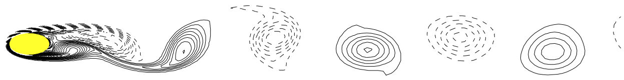
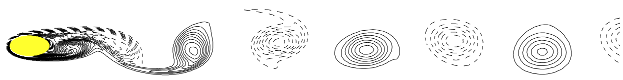


Fig. 3.10 Strouhal number St (a), mean drag coefficient C_{Davg} (b), rms amplitude of the lift coefficient C_L (c) in terms of Reynolds number

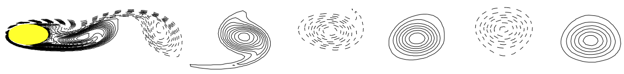


(a) Re=164, T=200

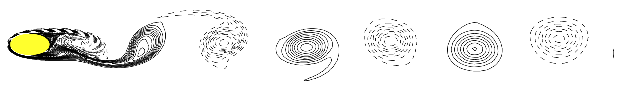
(b) Re=200, T=200



(c) Re=220, T=200

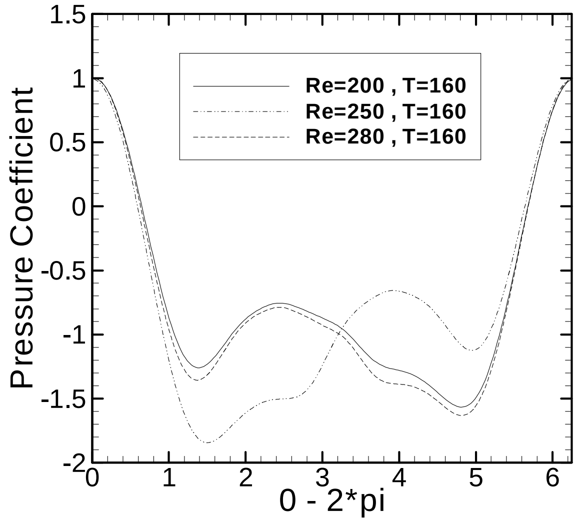


(d) Re=250, T=200

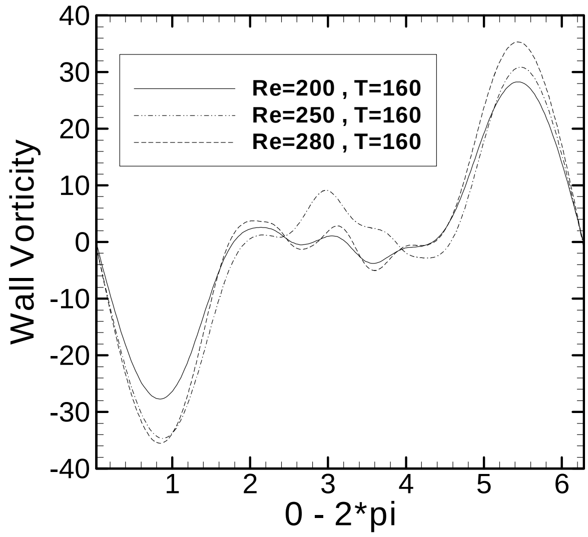


(e) Re=280, T=200

Fig. 3.11 Vorticity contour

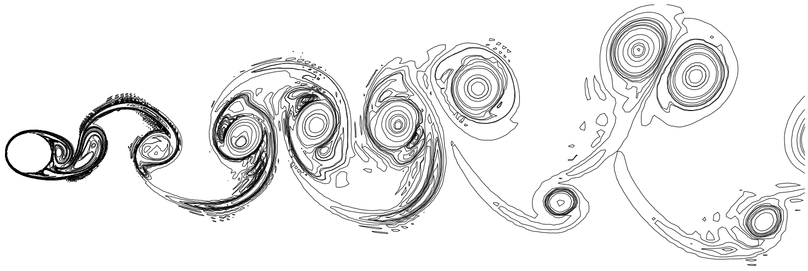


(a) Wall pressure coefficient

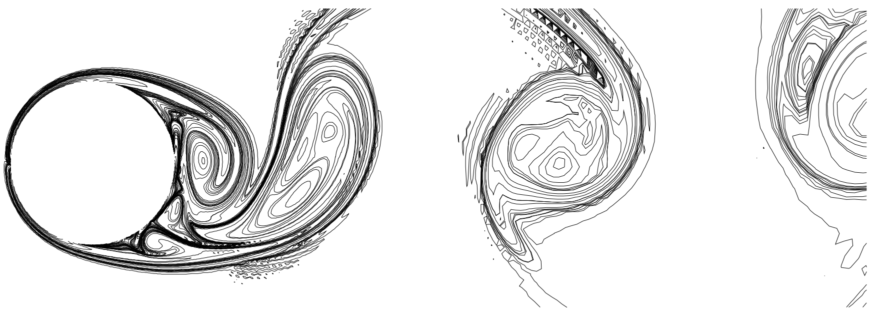


(a) Wall vorticity

Fig. 3.12 Wall pressure coefficient and wall vorticity according to Reynolds number

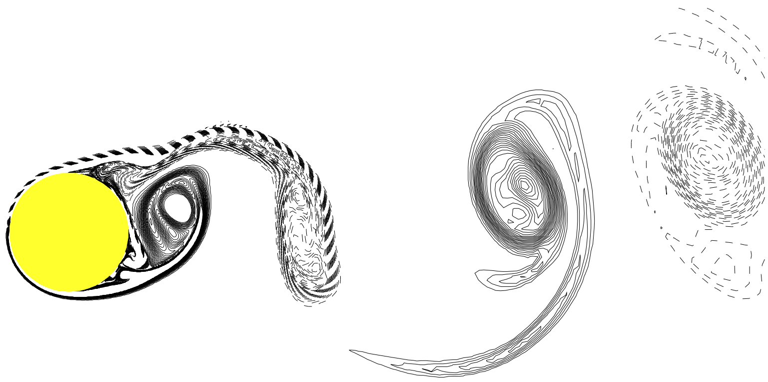


(a) Vorticity contour

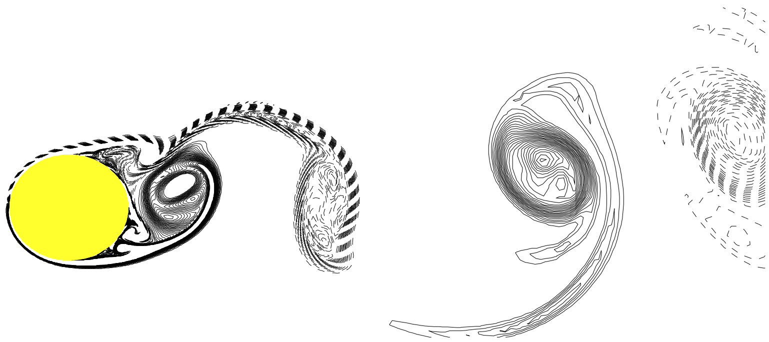


(b) Magnification of vorticity contour

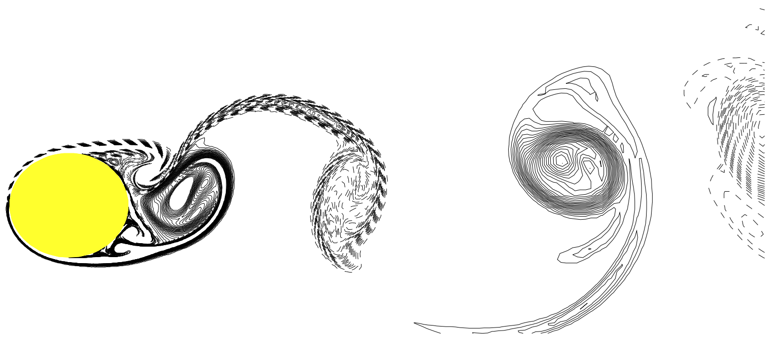
Fig. 3.13 Vorticity contour at Re=2000 (T=100.7)



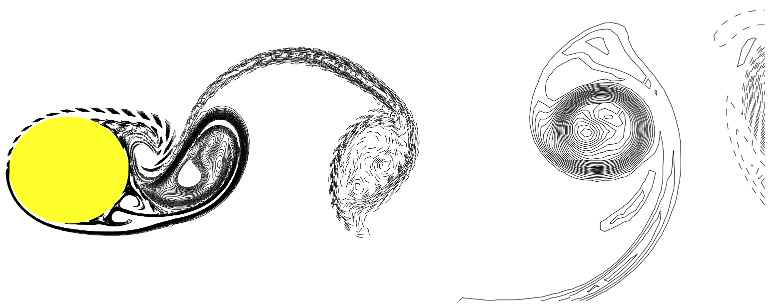
(a) T=98.5



(b) T=99.0



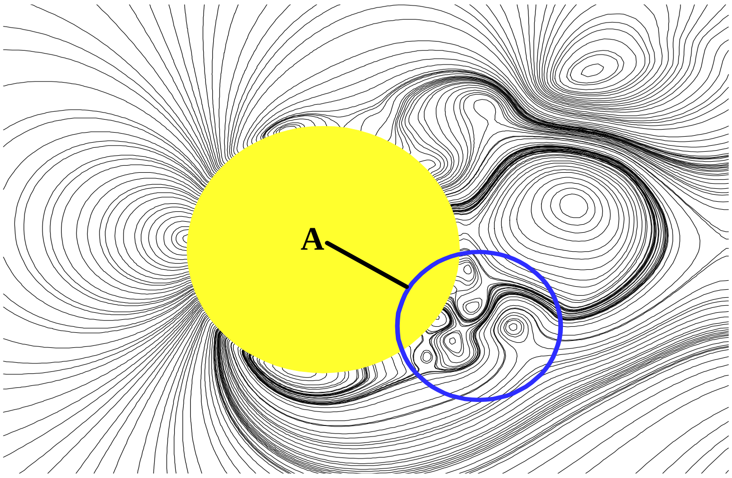
(c) T=99.5



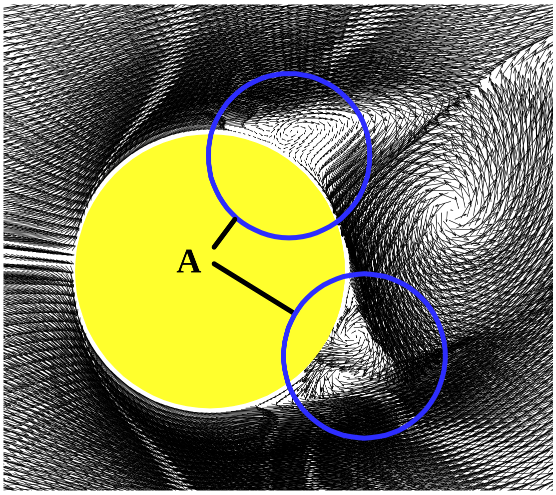
(d) T=100.0

(e) T=100.5

Fig. 3.14 Vorticity contour according to time



(a) Pressure contour



(b) Velocity vector

Fig. 3.15 Pressure contour and velocity vector (T=98.5)

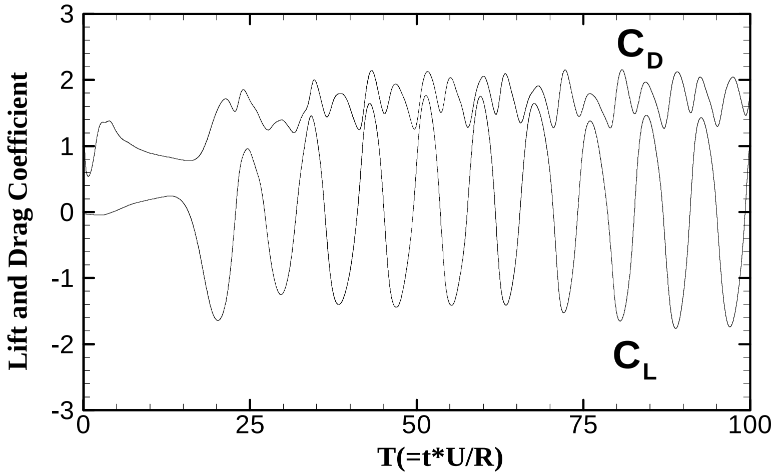


Fig. 3.16 Time history of drag and lift coefficient (Re=2000)

제4장 원주 후류의 3차원 천이

4.1 계산조건

원주 후류의 1차적 불안정성에 이어서 발생하게 되는 2차적 불안정성의 임계 Re 수는 약 180과 190사이에서 발생한다고 알려져 있다. Fig. 4.1에서 나타낸 것과 같이 St 수와 Re 수의 관계가 2개 부분에 걸쳐서 불연속을 가지는 것을 알 수 있다. 이것은 원주 후류의 3차원 천이의 메카니즘과 밀접한 관계가 있으며, 후류가 지배적인 스팬방향 파장을 가지는 것이 과거의 연구에 의하여 보고되어 있고 그 길이는 A-mode 영역에 있어서는 원주 직경의 약 4배, B-mode 영역에 있어서는 원주 직경의 약 1배로 알려져 있다 [4][5][6][22][23].

Fig. 4.2는 본 연구에서 채택한 유동장의 개략도를 나타내고 있다. 수치해석을 위한 지배방정식은 제2장에서 설명한 바와 같이 3차원 Navier-Stokes 방정식과 연속의 식이며, 중력의 영향은 고려하지 않았다.

계산 조건은 Table 4.1과 같으며, 스팬방향의 길이는 스팬방향 파장의 길이를 고려하여 A-mode(Re=220, 250)에 대하여 4.5D로, B-mode(Re=280, 300)에 대하여 2.5D로 하였다. 시간간격은 수치적 안정성과 시간 오차를 충분히 고려하여 0.004로 하였다.

차분식으로는 대류항이 외의 항에 대하여는 4차 정도 중심차분을, 대류항에 대하여는 5차 정도 풍상차분법을 이용하였으며, 경계조건은 제2장에서 설명한 바와 같다.

Fig. 4.3의 (a), (b)는 본 계산에 사용된 물리공간의 격자 생성도와 계산공간을 나타내고 있으며, 총 격자점수는 278×280×64와 278×280×128로서 4,981,760개와 9,963,520개이며, 최소격자의 크기는 $2\pi/280$로 하였다. 계산기는 Hitachi사의 슈퍼컴퓨터 SR2201이고 64개와 128개의 CPU를 이용하여 병렬 연산하였으며, 계산시간은 무차원 시간 100까지 각 Re 수에 대하여 30일에서 40일 정도 소요되었다.

4.2 결과 및 고찰

4.2.1 A-mode의 유동구조

Fig. 4.4와 4.5는 Re 수가 220과 250인 경우의 스팬방향을 사등분한 단면에 대하여 스팬방향의 와도 등고선을 나타내고 있다. 이 그림으로부터 카르만 와열이 원주후방에 형성되어 있는 것을 알 수 있고, 스팬방향의 각 x-y단면에 관한 스팬방향 와도의 차이가 거의 관찰되지 않으며, 이 Re 수에 관한 카르만 와열은 3차원성의 영향을 거의 받지 않는 것을 알 수 있다.

Fig. 4.6와 4.7은 Fig. 4.4과 동일한 단면에 대한 유동방향의 와도 등고선을 나타내고 있다. 스팬방향의 와도성분에 3차원성이 크게 나타나지 않는 것에 비하여, 유동방향의 와도성분에는 각 x-y단면에 있어서 상당한 차이를 나타내고 있다. 특히, 카르만 와간의 블레이드 영역에서는 유동방향에 당겨서 늘어지는 영역이 크게 존재하고 있다.

이와 같은 유동방향 와도의 구조는 원주후방의 카르만 와간에서만 나타나지 않고, 원주 근방의 박리 전단층 부근에서도 관찰되며, Re 수가 220과 250일 때 구조적인 차이는 크게 나타나지 않음을 알 수 있다. Fig. 4.8은 Re 수가 250인 경우에 대하여 유동방향 와도의 등고선(filled color)과 스팬방향 와도의 등고선(solid line)을 나타내고 있다. 이 그림으로부터 카르만 와간의 블레이드 영역에서 잡아 끌어 당기는 유동방향 와도의 영역이 크게 존재함을 분명히 관찰 할 수 있다. Fig. 4.9는 Re 수가 250인 경우의 카르만 와열의 등고면을 나타내고 있다. 여기서 흰색부분에 가까운 쪽은 정(+), 검은색 부분에 가까운 쪽은 부(-)를 의미한다. Fig. 4.4와 4.5에서 살펴본 바와 같이 스팬방향의 와도에 관한 3차원성은 상당히 약하여 스팬방향에 거의 동일한 형태의 카르만 와가 방출되고 있음을 알 수 있다. Fig. 4.10의 (a), (b)는 Re 수가 250인 경우의 유동방향 와도 등고면을 나타내고 있다. 카르만 와간의 블레이드 영역에는 유동방향에 회전축을 갖는 역회전의 와대가 형성되어 있는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 구조를 갖는 Re 수의 범위를 A-mode라고 부르며, 이때의 간격은 원주 직경의 약 4.0배를 갖는다.

4.2.2 A-mode의 스팬방향 파장

Re 수가 약 180과 190 사이에서 3차원으로 이동하는 2차적 불안정성이 발생한다고 과거의 연구에 의하여 밝혀져 있지만, 그들의 스팬방향 파장에 관하여는 확실하지 못한 점이 남아 있다. Re 수가

150에서 260사이에서는 비교적 스팬방향의 파장이 긴 불안정 모드가 유동장을 지배한다고 알려져 있고 이 모드를 일반적으로 A-mode라 불려진다. Fig. 4.11의 (a),(b)는 Fig. 4.10의 (b)의 단면 “A“와 같이 카르만 와와 블레이드를 포함하는 영역에서 y-z단면의 유동방향 와도의 분포를 나타낸 것이다. 중앙에 카르만 와가 형성되며 편심된 위치에서 종와를 발견할 수가 있으며, 종와의 파장이 원주직경의 약 4배임을 알 수 있다. Fig. 4.12의 (a), (b)는 Fig. 4.10의 (b)의 단면 ”B“에 대하여 Re 수가 220과 250일 때 유동방향 와도의 분포를 나타내고 있으며, 밝은 색에 가까운 쪽이 정(+)이며 반대로 어두운 색에 가까우면 부(-)를 의미한다. 이 그림을 통하여 스팬방향으로 발생하는 +와 -의 띠를 이루는 종와가 발생하고 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 4.13 (a)~(d)는 Re 수가 220과 250인 경우, 임의의 x, y 검사점에 대한 유동방향 와도와 유동방향에 수직인 와도의 값을 스팬방향의 위치에 따라 취한 결과를 나타낸 그래프이다. 임의의 검사점 위치는 Re 수가 220인 경우는 (x,y)=(1.012D, 0.74D)이고 250인 경우는 (x,y)= (5.10D,-1.33D)로서 카르만 와열의 블레이드 영역의 한 점이다. 이 그래프를 통하여 유동방향과 유동방향에 직각의 와도 값이 모두 파장을 가짐을 알 수 있고, 그 파장의 길이가 Re 수 220와 250에서 약 4.0D임을 정량적으로 알 수 있다.

4.2.3 B-mode의 유동구조

Fig. 4.14와 4.15는 Re 수가 280과 300인 경우의 스팬방향을 사

등분한 단면에 관한 스팬방향의 와도 등고선을 나타내고 있다. 이들의 그림으로부터, B-mode에서도 카르만 와열이 원주후방에 형성되어 있는 것을 알 수 있다. 스팬방향의 각 x-y단면에 관한 스팬방향 와도의 차이는 A-mode와 같이 거의 관찰되지 않으며, 이 Re 수에 대한 카르만 와열은 3차원성의 영향을 크게 받고 있지 않는 것을 알 수 있다. Fig. 4.16과 4.17은 Fig. 4.15와 동일한 단면에 관한 유동방향 와도의 등고선을 나타내고 있다. 스팬방향의 와도성분에 3차원성이 크게 나타나지 않는 것에 비하여, 유동방향의 와도 성분에는 스팬방향의 각 x-y단면에 있어서 크게 다른 것을 알 수 있다. B-mode에서도 카르만 와간의 블레이드 영역에서 길게 끌어 당겨 늘어나는 유동방향 와도의 큰 영역이 존재하고 있다. 이와 같은 유동방향 와도의 구조는 원주후방의 카르만 와간에서만 나타나지 않고, 원주 근방의 박리전단층 부근에서도 관찰며, Re 수가 280과 300일 때의 구조적인 차이는 크게 나타나지 않음을 알 수 있다. Fig. 4.18은 Re 수가 300인 경우에 대하여 유동방향 와도의 등고면(solid)과 스팬방향 와도의 등고선(line)을 나타내고 있다. 카르만 와간의 블레이드 영역에서 A-mode와 같이 잡아당기는 유동방향 와도의 세기가 크게 존재함을 분명하게 관찰할 수 있다. Fig. 4.19는 Re 수가 300인 경우의 스팬방향 와도의 등고면을 나타내고 있다. 여기서, 흰색부분에 가까운 쪽은 정(+), 검은색 부분에 가까운 쪽은 부(-)를 의미한다. 앞에서 살펴본 바와 같이 스팬방향의 와도에 관한 3차원성은 상당히 약하여 스팬방향에 거의 동일한 형태의 카르만 와가 방출되고 있다. 이것에 비하여, Fig. 4.20의 (a),(b)는 Re 수가 각각 280과 300인 경우의 유동방향 와도의 등고면을 나타내고 있다. 이 그림들로부터, 카르만 와간의 블레이드 영역에는 유동방향에 회전축을 갖는

역회전의 와대가 형성되어 있는 것을 알 수 있다. 또, 원주 근방에 있어서도 동일하게 유동방향의 와도가 역부호의 영역의 띠를 이루어 형성되어 있는 것을 알 수 있다. 이와 같은 구조를 갖는 Re 수의 범위를 B-mode라고 하며 이 띠의 간격은 원주 직경의 약 1.0배를 갖는다.

4.2.4 B-mode의 스팬방향 파장

Re 수가 대략 260이상부터는 스팬방향 파장이 원주직경의 약 1배로 A-mode 보다 훨씬 짧은 또 다른 3차원 모드가 유동을 지배한다고 알려져 있으며, 이 모드를 B-mode라고 부른다.

Fig. 4.21는 Fig. 4.20의 (b)의 “A”위치에서의 y-z 단면에 대한 유동방향 와도의 분포를 나타내고 있으며, 흰색부분에 가까운 쪽은 정(+), 검은색 부분에 가까운 쪽은 부(-)를 의미한다. y값이 0인 부근에는 카르만 와가 존재하고 있으며, 이 위치에서 약간 편심된 위치 즉, 카르만 와의 블레이드 영역에서 유동방향 와도가 원주 직경의 약 1배 간격을 갖는 정과 부의 종와를 갖고 있는 것을 알 수 있다.

또한, Fig. 4.22은 Re 수가 300일 때, Fig. 4.20의 (b)의 “B”위치에서의 x-z 단면에 대한 유동방향 와도의 분포를 나타내고 있다. 이 영역은 카르만 와간의 블레이드 영역을 포함하고 있다. 스팬방향의 계산영역은 2.5D이다. 이 그림들로부터, 블레이드 영역에 형성된 종와의 파장이 원주직경의 약 1배임을 알 수 있다.

Table 4.1 Calculation Condition

	A-mode	B-mode
Re No.	220, 250	280, 300
Spnawise Length	4.5D	2.5D, 4D
Grid No.	278×280×64, 278×280×128	
Min. Grid Size	2π/280	2π/280
Time Interval	0.004	0.004
Computer	SR 2201	SR 2201

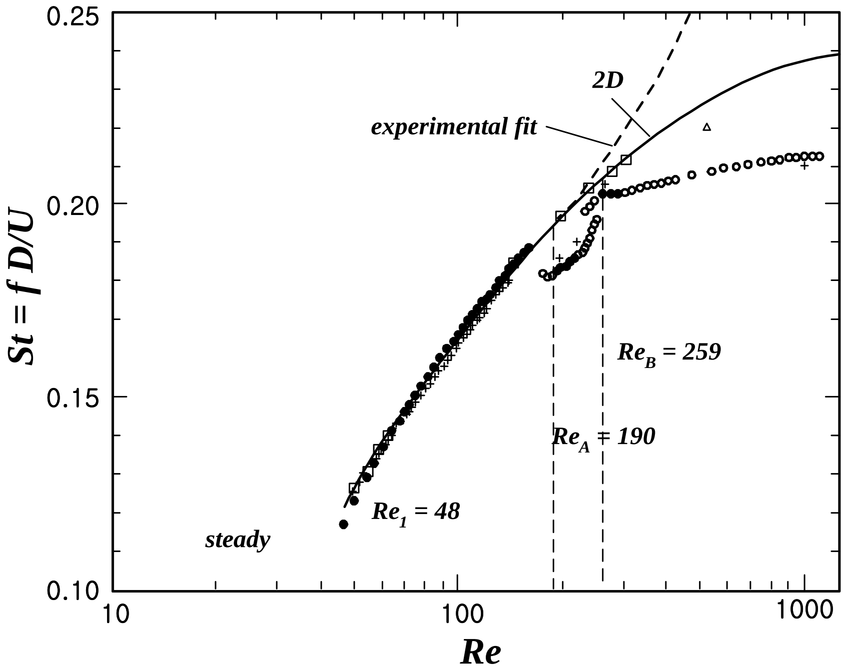
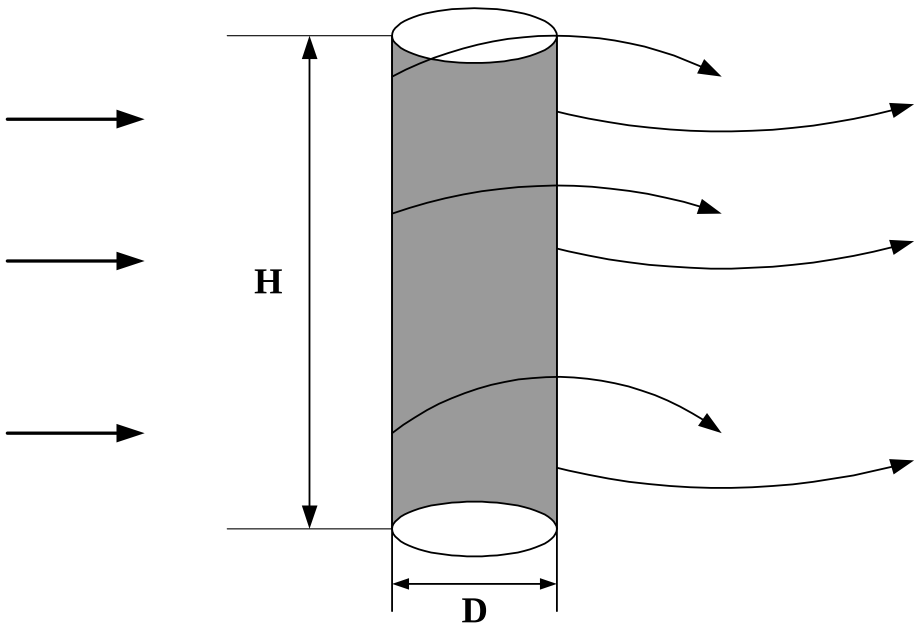


Fig. 4. 1 Variation of shedding frequency with Reynolds number from experiments and simulations

● : Hammache & Gharib (1991)
○ : Williamson (1989)
△ : Three-dimensional simulations from Mittal (1995)
\+ : Three-dimensional simulations from Henderson (1997)
— : The solid line is a curve fit to two-dimensional simulation data up to Re=1000 from Barkley & Henderson (1996)

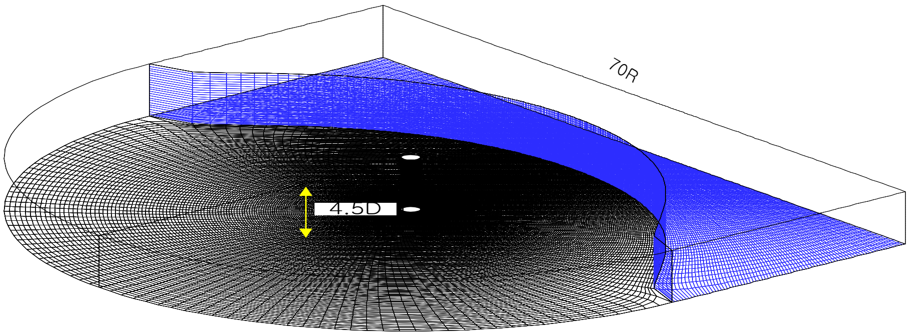
□ : Present study



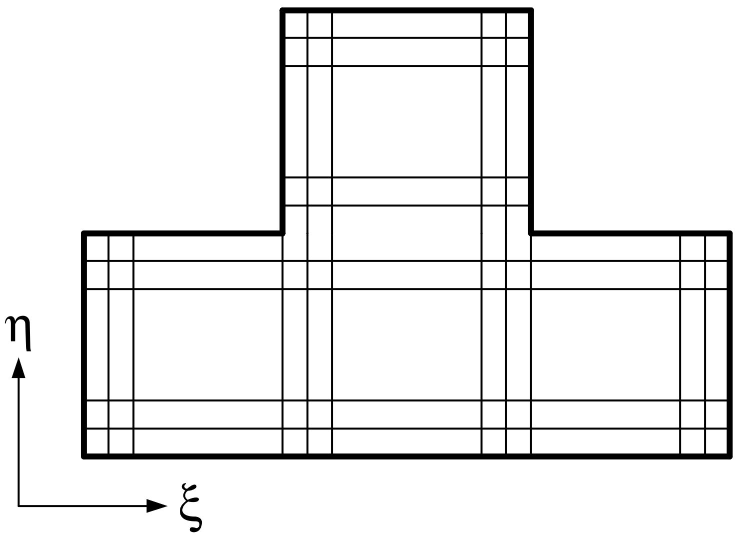
H : Spanwise Length

D : Diameter of a Circular Cylinder

Fig. 4.2 Schematic of a three-dimensional circular cylinder



(a) Physical space



(b) Calculation space

Fig. 4.3 Grid generation

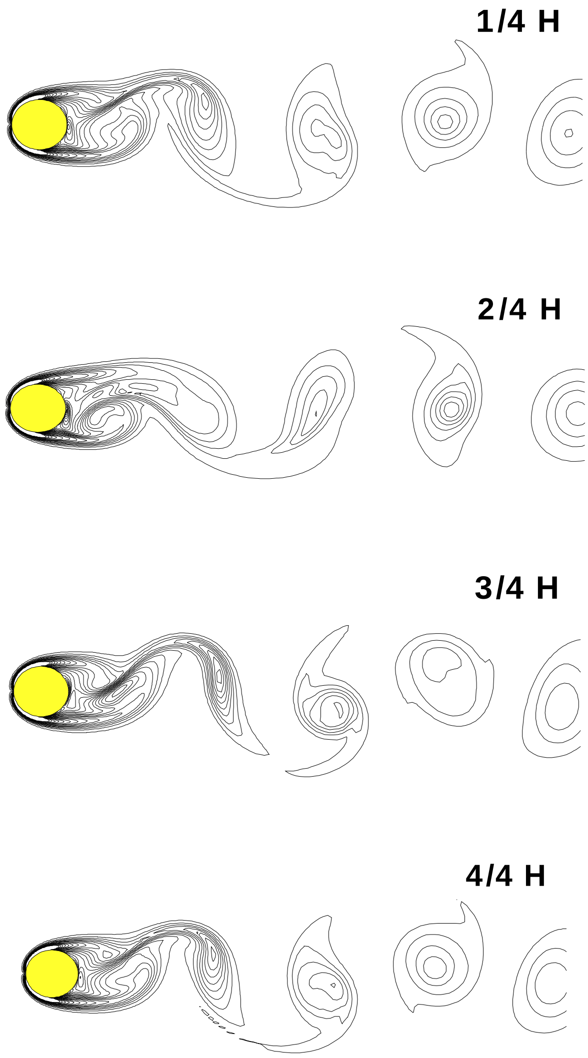


Fig. 4.4 Spanwise vorticity contours at Re=220

(Contours are evenly spaced over the range $-5<\zeta_z<5$; spanwise vorticity-Karman vortex street)

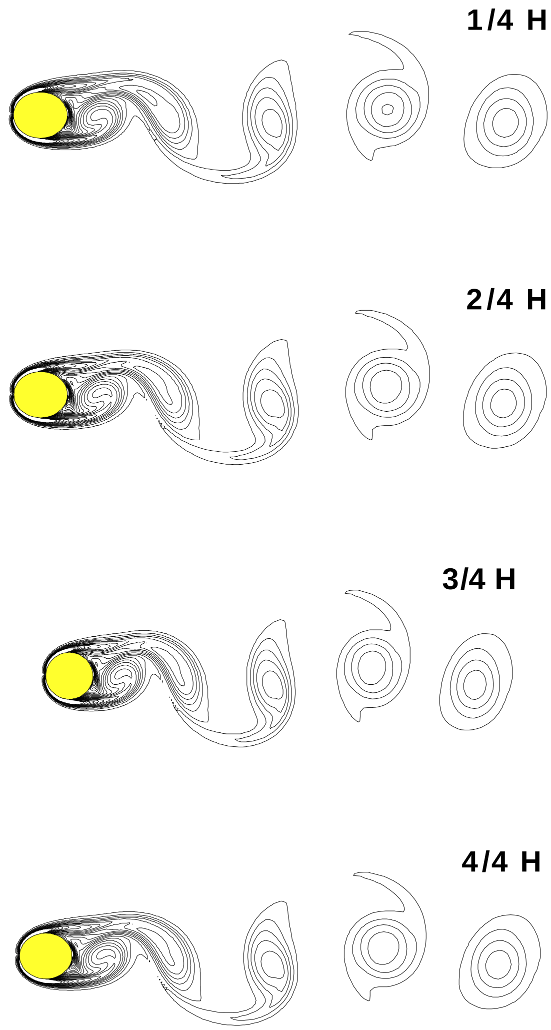


Fig. 4.5 Spanwise vorticity contours at Re=250

(Contours are evenly spaced over the range $-5<\zeta_z<5$;
spanwise vorticity-Karman vortex street)

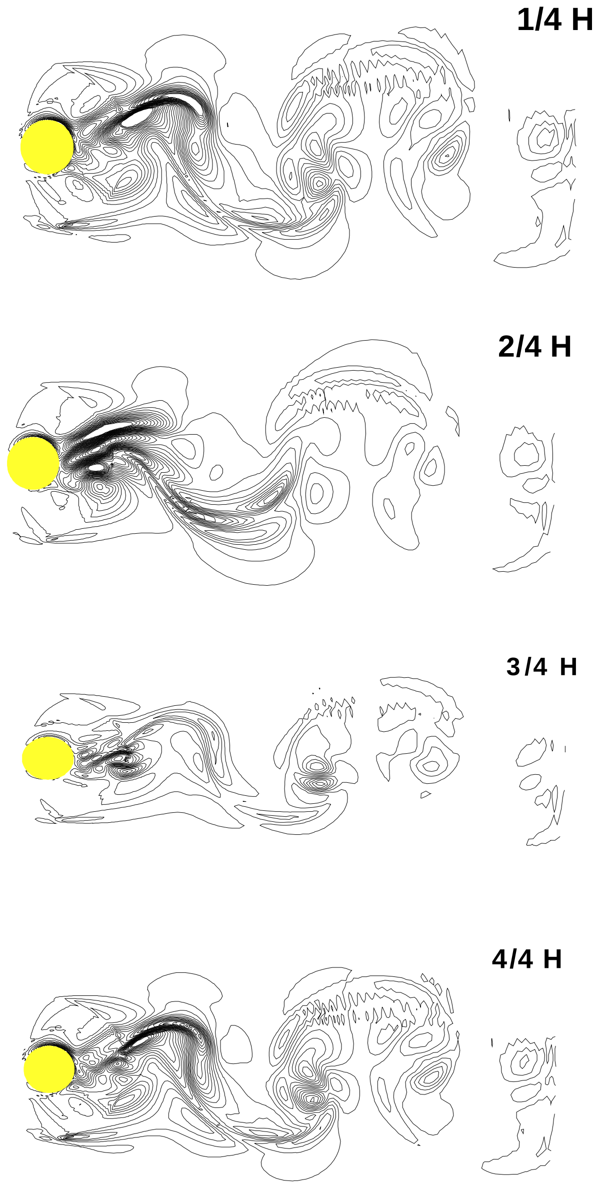


Fig. 4.6 Streamwise vorticity contours at Re 220

(Contours are evenly spaced over the range $-0.3 < \zeta_x < 0.3$)

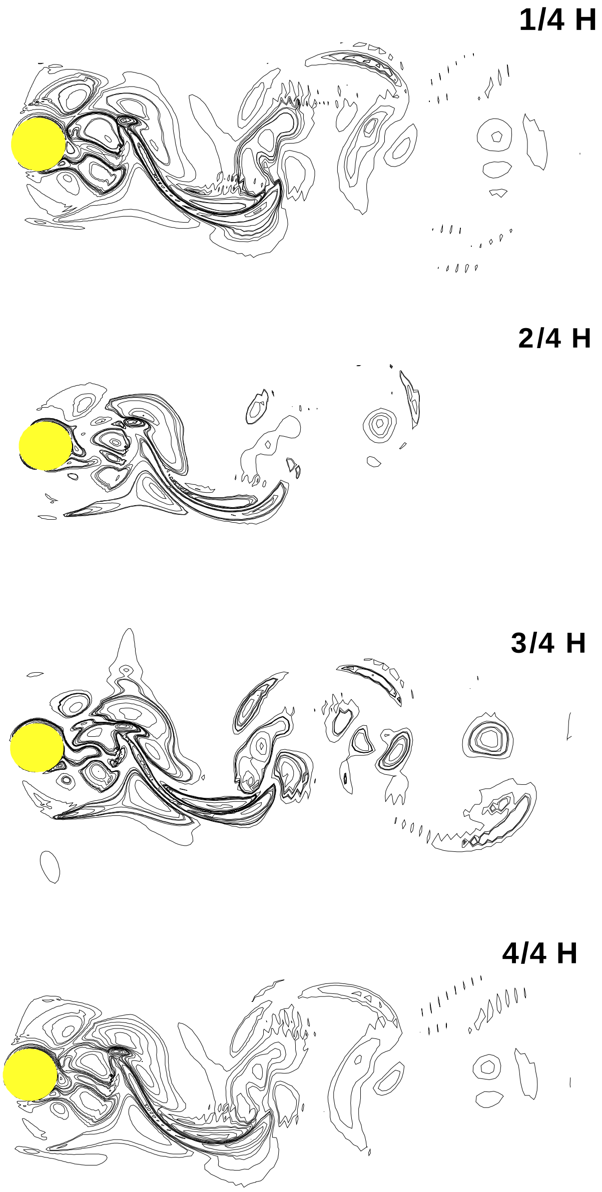


Fig. 4.7 Streamwise vorticity contours at Re 250

(Contours are evenly spaced over the range $-0.3 < \zeta_x < 0.3$)

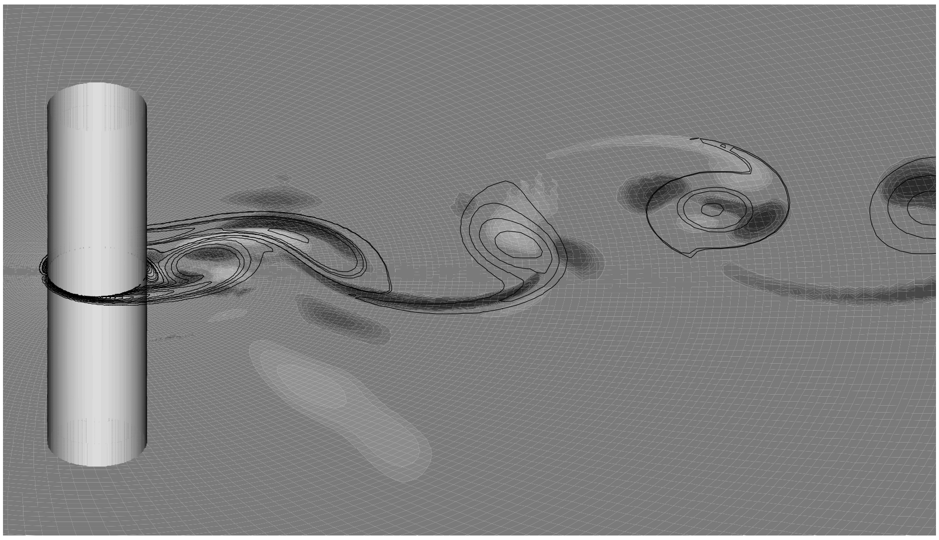


Fig. 4.8 Vorticity contours at Re=250
Solid line : Spanwise vorticity contour ; Gray level color : Streamwise vorticity contour

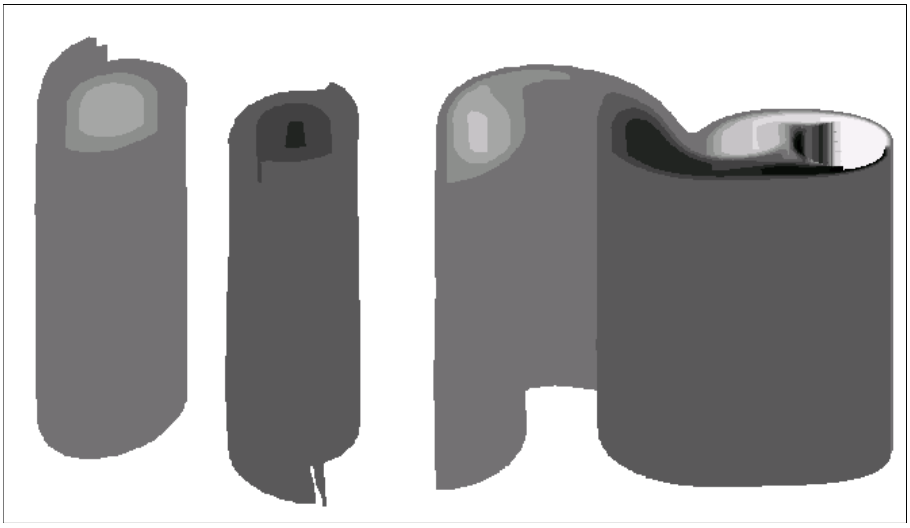
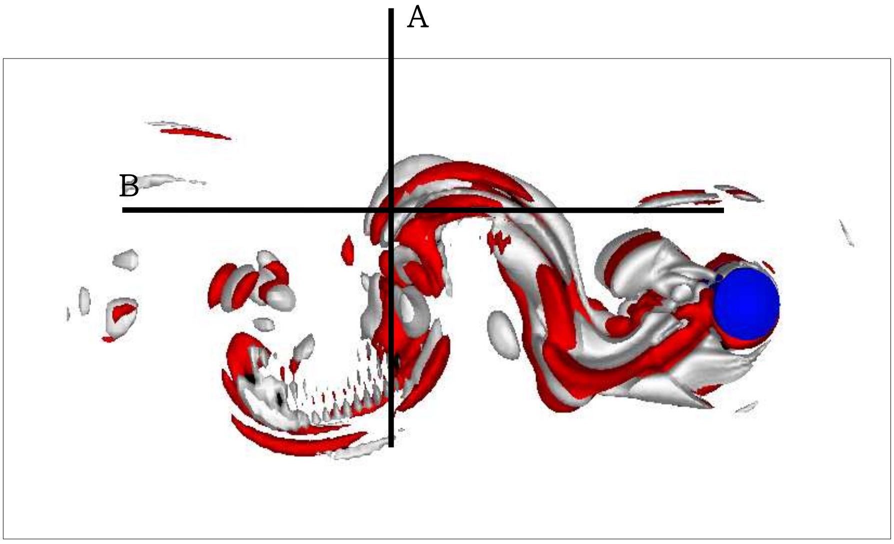


Fig. 4.9 Iso-contours of spanwise vorticity at Re=250
(Iso-contours at value $-5.0 < \zeta_z < 5.0$)

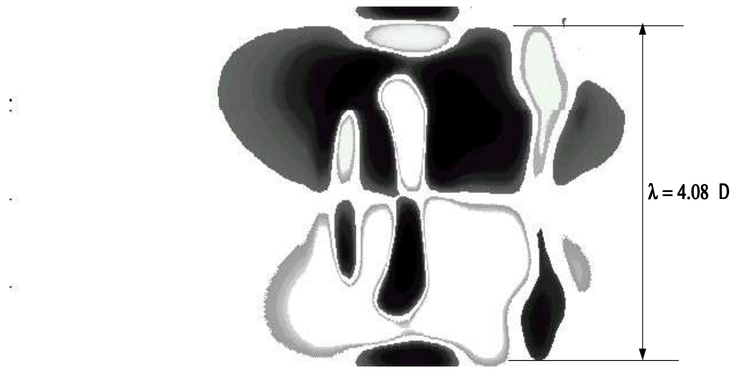
(a) Side view



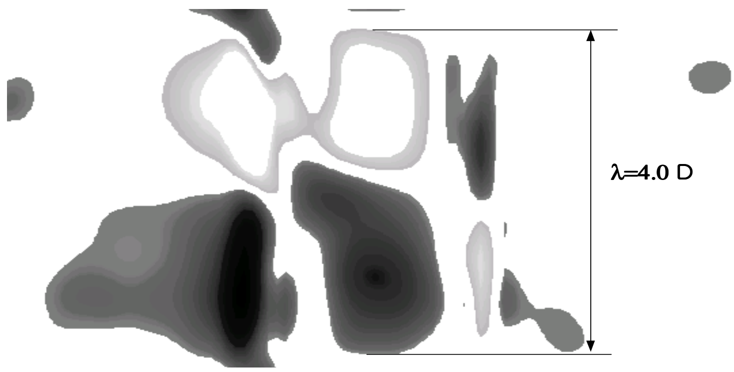
(b) Top view

Fig. 4.10 Iso-contours of streamwise vortex structures at Re=250 (

Iso-contours at value $-0.3<\zeta_x<0.3$)

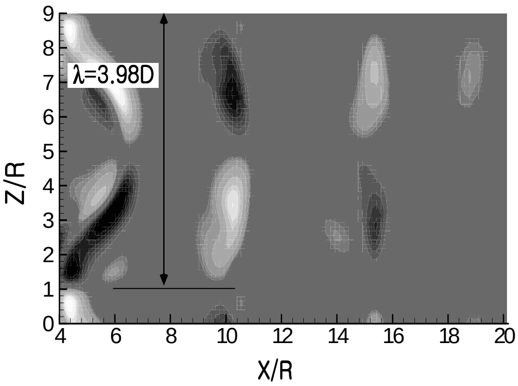


(a) Re=220

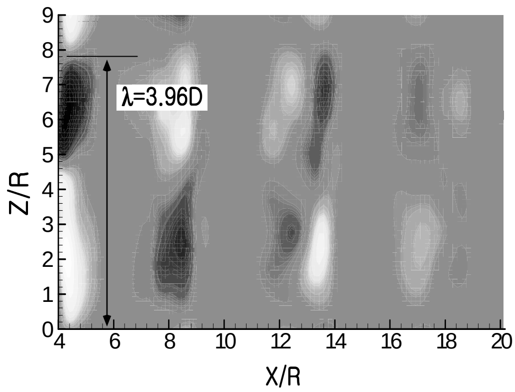


(b) Re=250

Fig. 4.11 Streamwise vorticity contours of y-z plane

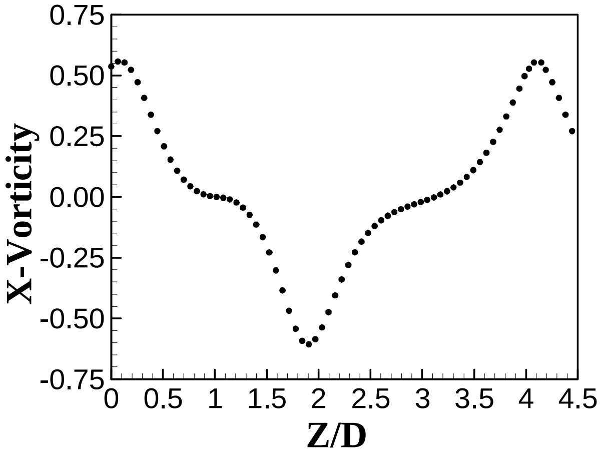


(a) Re=220



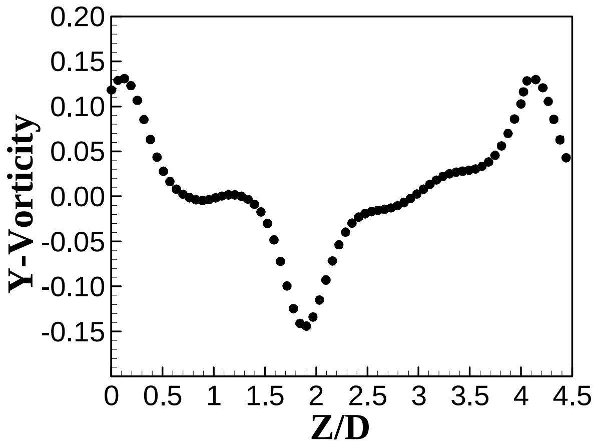
(b) Re=250

Fig. 4.12 Streamwise vorticity contours of x-z pane



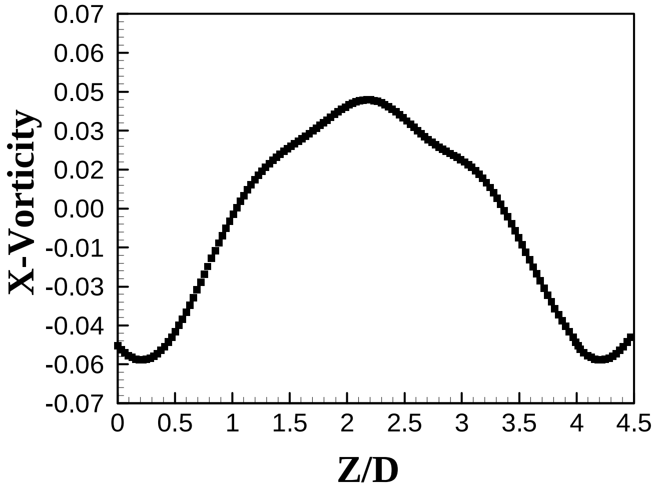
(a) X-vorticity values in terms of spanwise length at Re=220

(position : x=1.012D, y=0.74D, z=0 ~ 4.5D)



(b) Y-vorticity values in terms of spanwise length at Re=220

(position : x=1.012D, y=0.74D, z=0 ~ 4.5D)



(c) X-vorticity values in terms of spanwise length at Re=250

(position : x=5.10D, y=-1.33D, z=0 ~ 4.5D)

Fig. 4.13 X-vorticity and Y-vorticity values

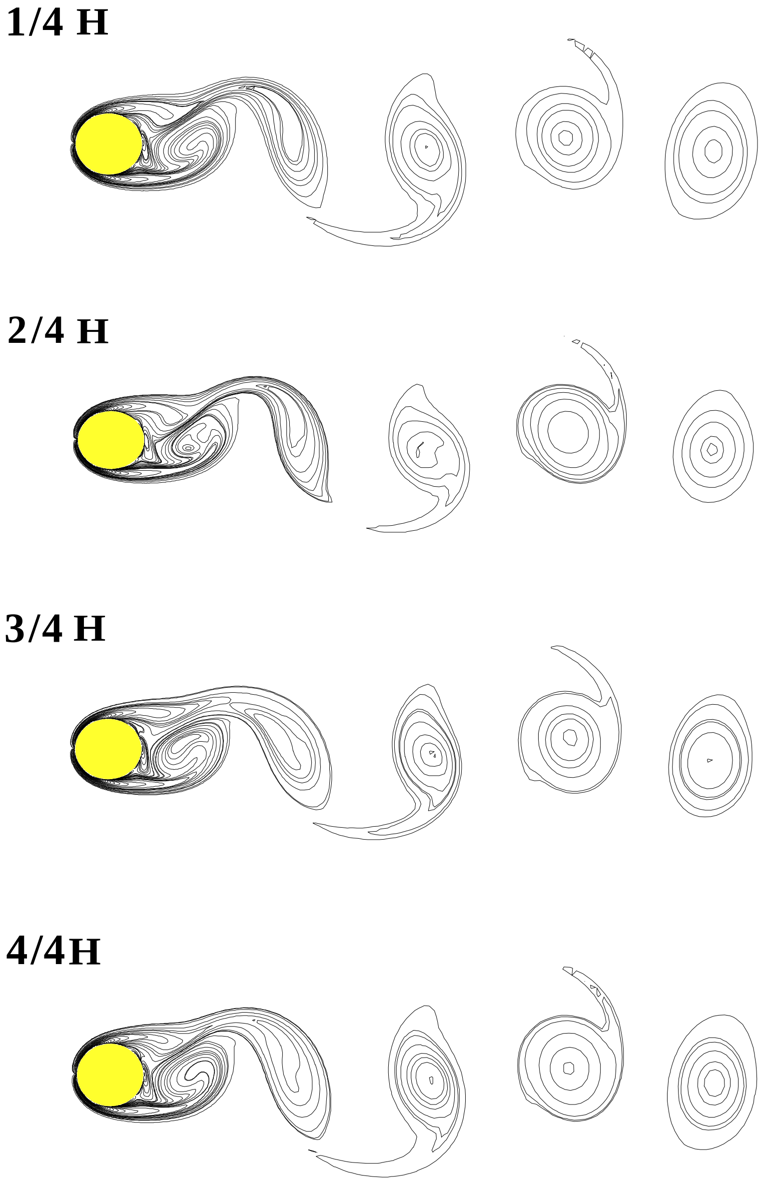


Fig. 4.14 Spanwise vorticity contours at Re=280

(Contours are evenly spaced over the range $-15 < \xi_z < 15$;

Spanwise vorticity-Karman vortex street)

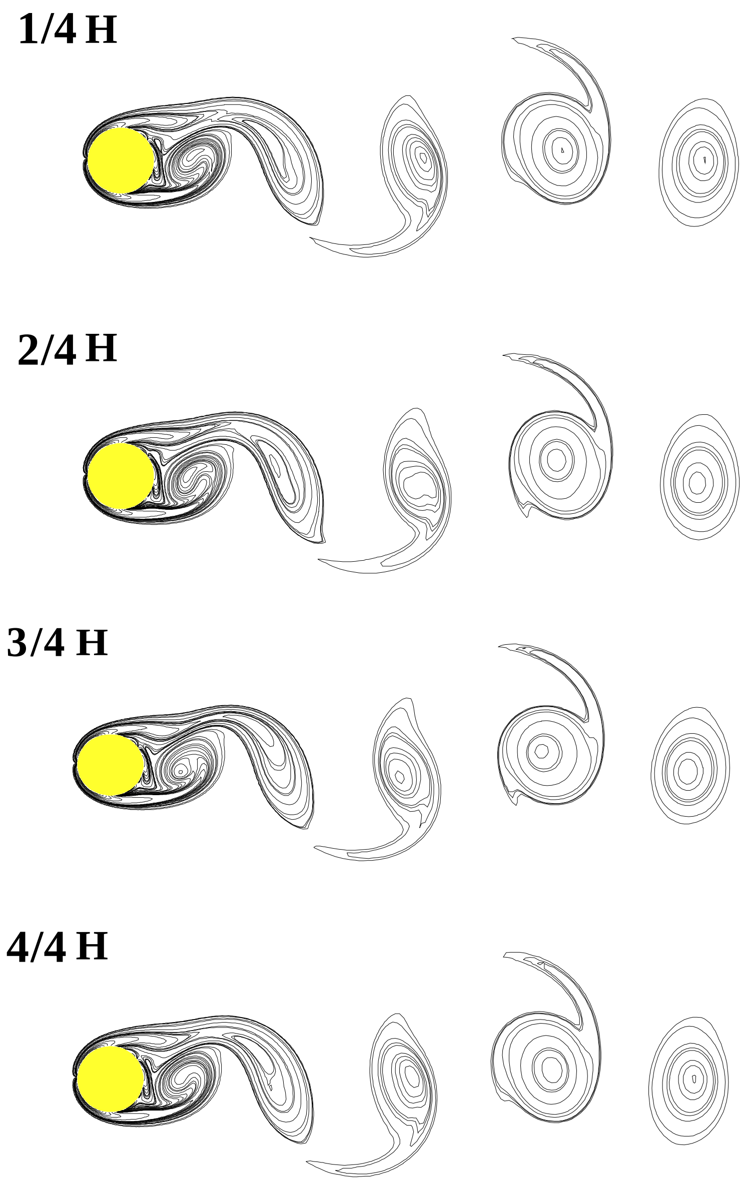


Fig. 4.15 Spanwise vorticity contours at Re=300

(Contours are evenly spaced over the range $-15<\xi_z<15$;

Spanwise vorticity-Karman vortex street)

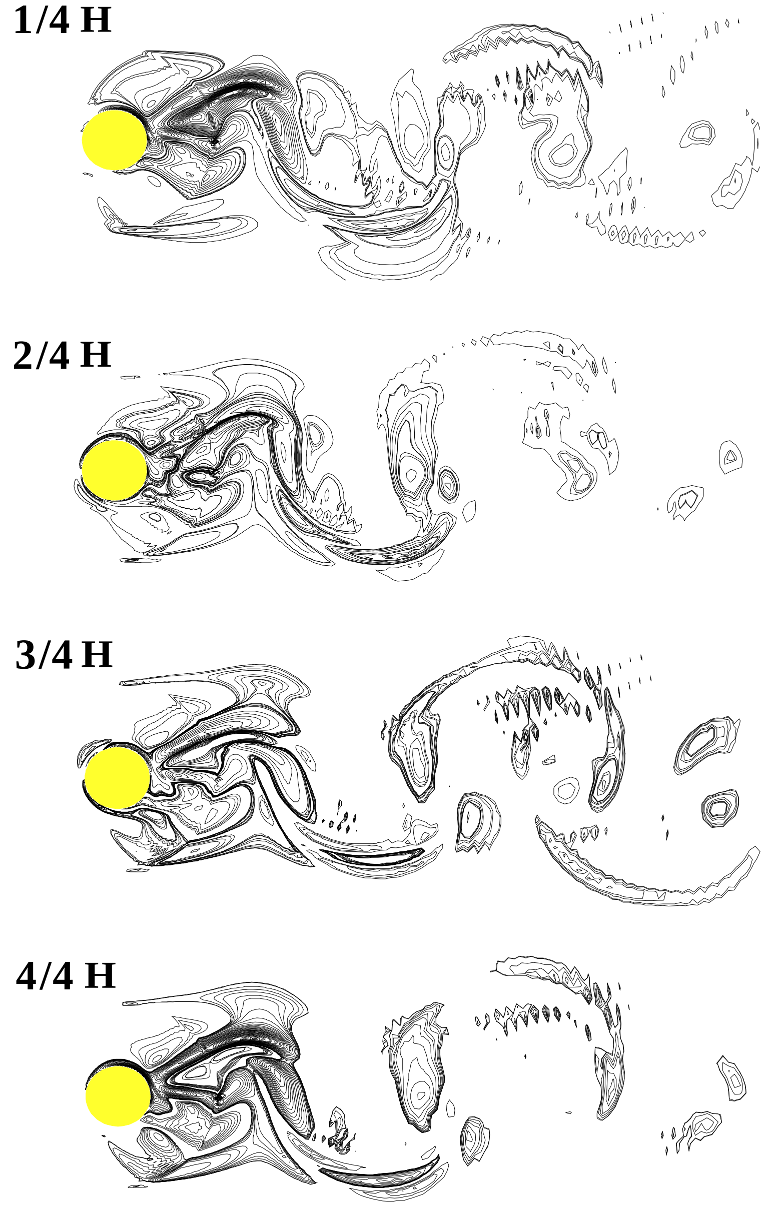


Fig. 4.16 Streamwise vorticity contours at Re=280

(Contours are evenly spaced over the range $-0.35 < \xi_x < 0.35$)

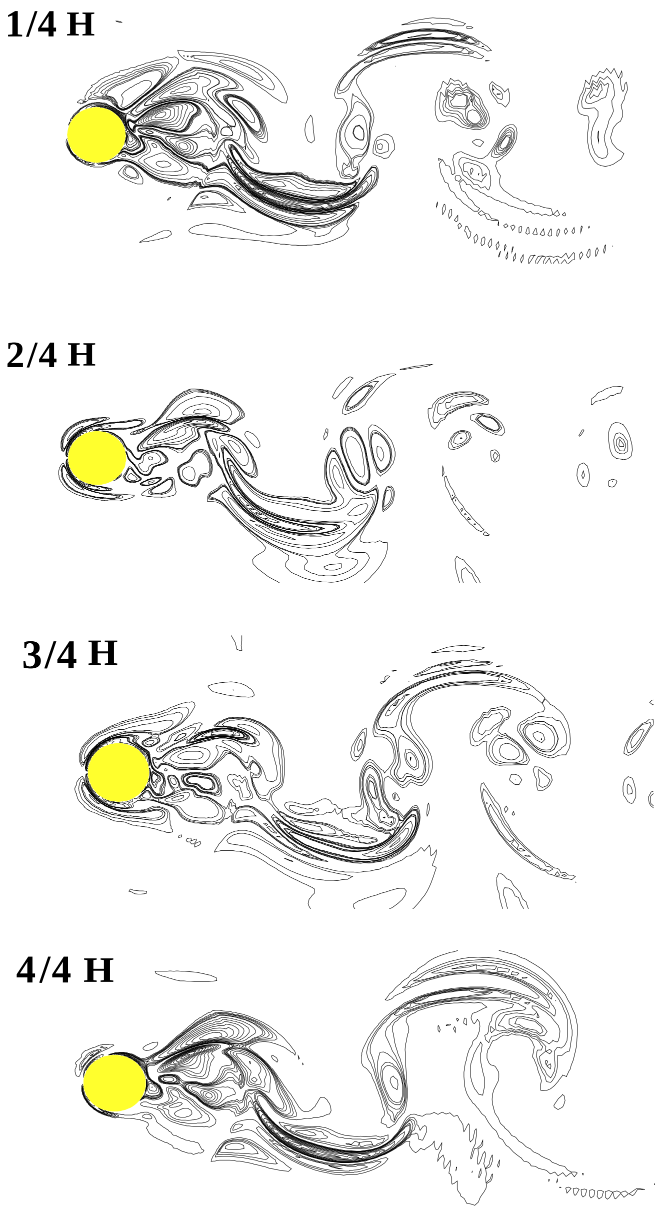


Fig. 4.17 Streamwise vorticity contours at Re=300

(Contours are evenly spaced over the range $-0.35 < \xi_x < 0.35$)

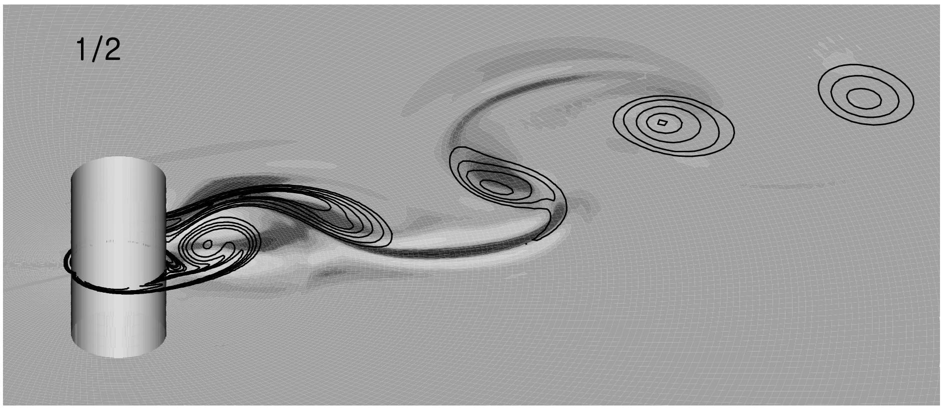


Fig. 4.18 Vorticity contours at Re=300

Solid line : Spanwise vorticity contour ; Gray level color : Streamwise vorticity contour

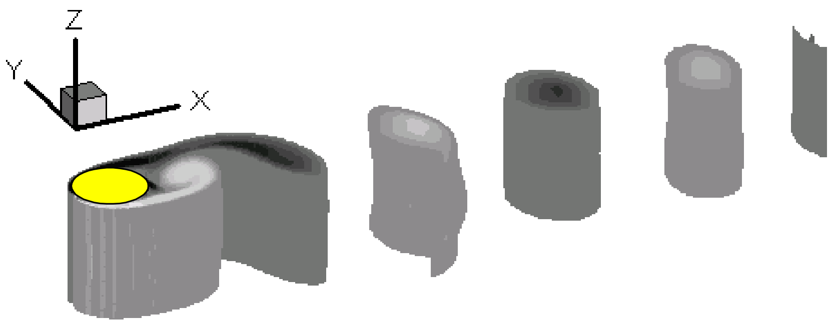
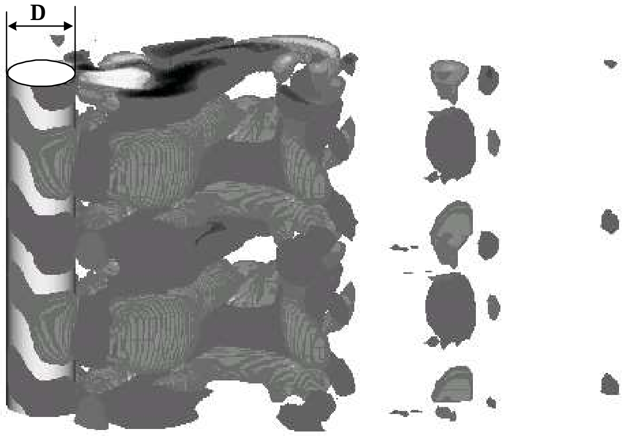
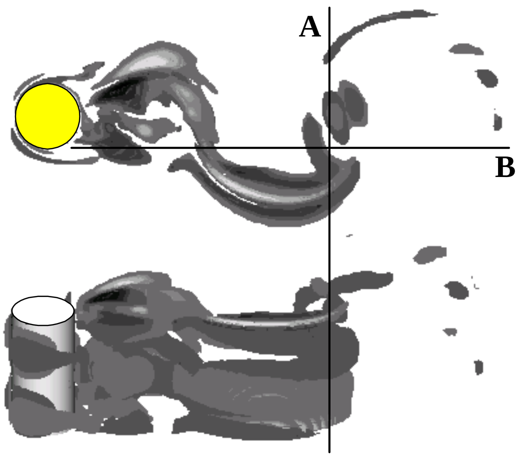


Fig. 4.19 Iso-contour of spanwise vorticity at Re=300

Iso-contour at value $-15 < \zeta_z < 15$



(a) Re=280



(b) Re=300

Fig. 4.20 Iso-contours of the streamwise vortex structures

Iso-contours at value $-0.3 < \zeta_x < 0.3$

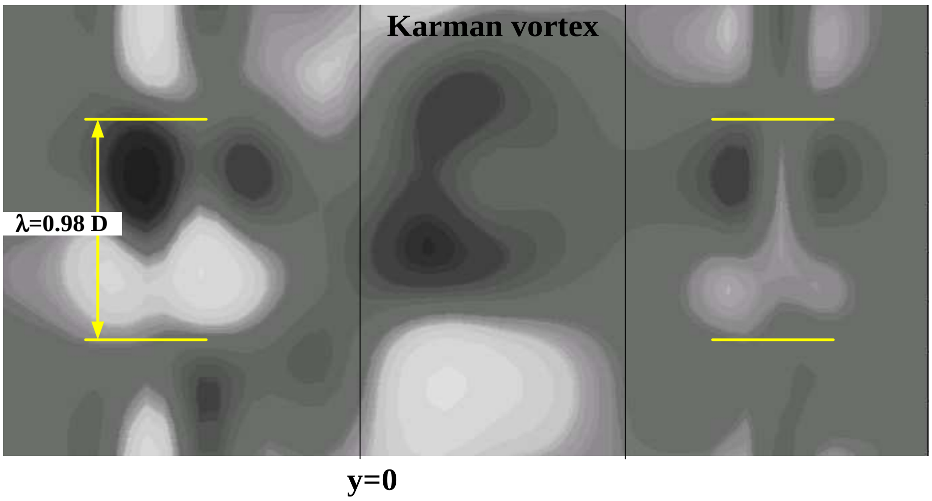


Fig. 4.21 Streamwise vorticity contour of y-z plane at Re=300

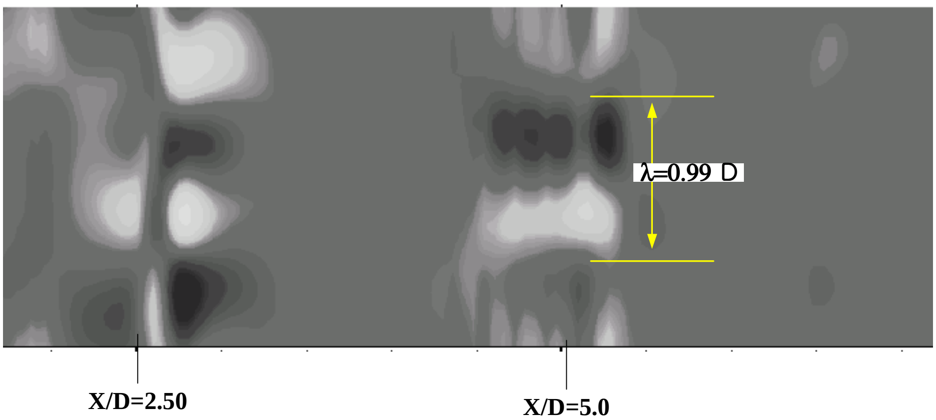


Fig. 4.22 Streamwise vorticity contour of x-z plane at Re=300

제5장 진동하는 원주주위의 유동특성

5.1 계산조건

저 Re수에 있어서 와의 생성과 방출은 주기적 성질을 갖고, 이 주기적 성질은 원주에 횡단력을 발생시킨다. 이와 같은 횡단력은 동일한 방향으로 와방출을 발생시키고, 와방출의 주기는 양력계수의 주기와 동일하며, 항력계수의 1/2주기를 갖는다. 원주의 수직방향으로 강제진동 시킬 경우, 와방출은 극적으로 변화되고, 강제진동은 어떤 진동 주파수의 범위에서 와방출을 시키는 메카니즘을 제어할 수 있다.

진동하는 원주주위의 유동은 Table. 5.1, 5.2와 같이 Re수 164에 대하여 주파수비(강제진동 주파수/자연와방출 주파수: f_e/f_{ns})와 진폭비(강제진동 진폭/원주직경: A/D)의 변화에 따라 총 27Case에 대하여 수치계산을 행하였다. 또한, 강제진동은 진동하지 않는 원주주위의 유동이 충분히 발달하였을 때 적용되었고, 시간간격은 발산 및 시간오차를 충분히 고려하여 0.004로 하였다. 계산시간은 1case당 수퍼 컴퓨터 SR2201에서 4일정도 소요되었다. Fig. 5.2는 수치해석하기 위한 물리공간을 나타내고 있으며, 계산공간에 대하여는 제3장과 같은 방법을 이용하였다. 총 격자점 수는 52000개이며, 최소격자의 크기는 2π/260이다. 계산 종료시간은 계산 parameter에 따라 차이가 있으나 무차원 시간 200에서 350으로 하였다.

5.2 진동항의 모델링

대상으로 하는 문제는 Fig. 5.1과 같이 모델링 되며, 강제진동 함수는 다음과 같은 정현파 주기 함수를 이용하였다.

$$y = A\sin(2\pi f_e t)$$

(5.1)

식 (5.1)에서 A와 f_e는 강제진동의 진폭과 주파수를 의미하며, 원주의 직경, 자연 와방출 주파수(natural vortex shedding frequency: f_{ns}), 유입속도 U에 의하여 무차원화 하였다. 또한, 강제진동하는 원주의 순간속도 및 가속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dy}{dt} = A \cdot 2\pi f_e \cos(2\pi f_e t)$$

(5.2)

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -A \cdot (2\pi f_e)^2 \sin(2\pi f_e t)$$

(5.3)

이들의 영향을 고려한 연속의 식과 지배방정식은 다음과 같이 된다.

<u>Navier-Stokes 방정식</u>

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + (v - V)\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

(5.4)

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+(v-V)\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+a_y$$

(5.5)

<u>연속의 식</u>

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial(v-V)}{\partial y}=0$$

(5.6)

5.3 결과 및 고찰

5.3.1 로크인 영역 및 비 로크인 영역

강제진동하는 원주에 있어서 강제진동 주파수가 와방출 주파수와 충분히 가까워지면 와방출 주파수가 빠르게 유도하는 주파수(진동 주파수)를 향하여 변환하는 상태를 로크인 영역이라고 한다. Fig. 5.3 의 (a)는 $f_e=1.0f_{ns}$일 때의 양력계수의 시간변화 데이터를 FFT로 분석한 결과를 나타내며, 3개의 주파수 즉, 강제진동 주파수, 와방출 주파수 및 자연 와방출 주파수가 동일하게 일치하고 있는 것을 알 수 있다. Fig. 5.3의 (b)은 $f_e=1.15f_{ns}$일 경우의 FFT분석에 의한 Power Spectrum 결과를 나타내고 있다. 와방출 주파수가 유도 주파수를 향하여 변환되었기 때문에 강제진동 주파수와 와방출 주파수는 일치하고 있으나, 자연 와방출 주파수와는 일치하지 않는 것을

알 수 있다. Fig. 5.4, 5.5의 (a)~(c)는 시간변화에 따른 고정원주와 로크인 영역의 항력 및 양력계수에 관한 결과를 나타내고 있다. 로크인의 효과는 와방출을 안정시키고, 항력과 양력을 진동하지 않는 원주와 같이 시간의 주기함수로 되도록 하는 영향을 준다. 특히 로크인 영역은 항력 및 양력계수를 진동하지 않는 원주인 경우보다 더욱 크게 하는 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

Fig. 5.6은 강제진동 하는 원주주위에서 와가 발생되는 임의의 위치(x=0.831D, y=0.816D)에 대하여 횡축에는 x방향의 무차원 속도를 종축에는 y방향의 무차원 속도를 취한 결과이며, 로크인 영역에서는 와방출이 주기성을 갖고 있음을 확인 할 수 있다.

한편, 비 로크인 영역에서는 비주기적인 상태를 갖고, 와방출 주파수와 강제진동 주파수간의 비선형적인 상호작용은 로크인 영역 부근에서 원주의 와방출의 결과적인 상태를 결정하기 때문에 중요하다. Fig. 5.7의 (a)~(b)는 비 로크인 영역에 대한 양력계수의 시간변화 데이터를 FFT로 분석한 결과를 나타내고 있다. 자연 와방출 주파수와 유도주파수와의 차가 충분히 가깝지 않으므로 와방출 주파수와 강제진동 주파수가 독립적으로 존재하고 있음을 알 수 있다. 특히, 와방출 주파수가 자연 와방출 주파수($f_{ns}=0.0941$)와 일치하지 않는 것은 와방출 주파수가 강제진동 주파수의 영향을 받기 때문이라고 생각된다.

Fig. 5.8의 (a)~(b)는 비 로크인 영역의 항력과 양력계수를 나타내며, 항력 및 양력계수의 시간함수가 강제진동과 와방출 간의 상호작용에 의하여 비 주기성을 갖고 있는 것을 알 수 있다. 비 로크인 영역에 있어서 항력과 양력계수의 진폭이 전체적으로 로크인 영역보

다 낮고, 강제진동 주파수가 클 수록 항력 및 양력계수의 시간에 따른 진폭의 차가 크게되는 것을 알 수 있다. Fig. 5.9는 Fig. 5.6과 동일한 방법과 위치에서 구한 phase diagram이며, 로크인과는 달리 비주기적인 상태를 갖고있는 것을 알 수 있다. Fig. 5.10은 본 계산에서 구한 로크인 영역과 비 로크인 영역에 관한 결과를 나타내고 있다. Re수는 다르지만, 로크인 영역에 대하여 과거의 실험 결과[7]과 비교하여 보면, $f_e/f_{ns}>1$에서는 대체로 잘 일치하지만, $f_e/f_{ns}<1$에서는 다소 차이를 보이고 있다. 이는 저주파 영역에서 진동의 영향이 아주 미세하게 작용하기 때문에 실험적으로 행하는 경우 오차가 발생할 수 있다고 생각되어 진다.

5.3.2 양력 및 항력

항력과 양력계수는 강제진동 하는 원주에 있어서 원주가 받는 힘과 동일하므로 중요하다. Fig. 5.11의 (a), (b)은 주파수비를 1.0으로 고정시키고, 진폭비에 따른 평균 항력계수와 최대 양력계수의 결과를 나타내고 있다. 평균 항력계수와 최대 양력계수는 진폭비가 클수록 증가하며, 항력계수의 최고점과 최저점의 거리가 길게되는 것을 알 수 있다.

Fig. 5.11의 (c), (d)는 주파수비에 따른 평균 항력계수과 최대 양력계수의 결과를 나타내며, 평균 항력계수와 최대 양력계수는 주파수비 1.0부근에서 가장 크며 1.0보다 크거나 작아지면 감소한다는 것을 알 수 있다.

5.3.3 유동구조

유동구조를 분석하기 위하여 와도 등고선이 이용되었으며, Fig. 5.12의 (a)는 진동하지 않는 원주주위의 와도 등고선을 나타내며, Fig. 5.12의 (b)~(d)는 주파수비가 1.0인 경우, 진폭비에 따른 로크인 영역의 와도 등고선에 대한 결과를 나타내고 있다. 와도 값의 범위는 −20에서 20이며, 점선은 −, 실선은 +를 의미하며, 원주의 상대적인 위치는 −0.821A이다. 진폭비의 증가와 함께 원주후방에 있어서 박리 전단층의 말아 끌어당기는 힘이 강하게 되고, 와의 생성영역이 짧게 되는 것을 알 수 있다. Fig. 5.13 (a)~(d)는 로크인 영역에 있어서 동일한 진폭비에 대한 주파수의 변화에 따른 와도 등고선의 결과를 나타내고 있다. 주파수의 증가와 함께 원주 후류있어서 와의 생성영역이 짧아지고, 박리 전단층의 말아 끌어당기는 힘이 강하게 되는 것을 알 수 있다. 또한, 주파수비가 클수록 와의 수가 증가하는 것을 알 수 있다.

Fig. 5.14 (a)~(d)는 주파수비가 1.0인 경우, 진폭비에 따른 유선도를 나타내고 있다. 진폭비 0.25까지는 후류의 파동이 진폭비의 증가와 함께 앞으로 이동하는 것을 볼 수가 있으나, 진폭비 2.5와 3.5에서는 거의 차이가 없음을 알 수 있다. Fig. 5.15 (a)~(c)는 주파

수비가 1.0인 경우, 시간 및 진폭비에 따른 원주 근방에서의 와방출에 대한 결과를 나타내고 있다. 시간의 발전과 함께 와가 원주로부터 방출되는 것을 볼 수 가 있다. 또한, Fig. 5.14에서 살펴본 바와 같이 진폭비가 클수록 방출 와가 원주 근방으로 이동하는 것을 볼 수 있으며, 시간이 발전하여도 진폭비에 따른 와의 간격 차가 유지됨을 알 수가 있다.

Fig. 5.16의 (a)~(d)는 진폭비가 0.1인 경우, 주파수에 따른 non- 로크인 영역의 와도 등고선을 나타내고 있다. 로크인 영역의 결과(Fig. 5.13)와 비교하면, 와도 등고선의 구조가 완전히 다른 것을 알 수 있다. 비 로크인 영역에서는 와방출 주파수와 강제진동 주파수가 다르게 존재하며, 이 두 주파수의 상호작용에 의하여 와방출이 복잡하게 구성되어 있으며, 하류로 감에 따라서 이들의 와의 배치가 복잡하게 변화하고 있는 것을 알 수 있다. 또한, 주파수 비가 높은 영역이 낮은 영역보다 하류에서의 복잡성이 더 강하게 나타남을 알 수 있다. 이와 같은 와방출 주파수와 강제진동 주파수의 상호작용이 원주의 박리점에서부터 영향을 미치고 있다는 것을 Fig. 5.17의 (a)~(b)를 통하여 알 수 있다. Fig. 5.17의 (b)를 보면, 강제진동의 방향은 +y방향을 향하고 있으므로 와를 말아 끌어당기는 힘이 작용하게 되고, 와방출은 반대로 후류로 향하려는 힘이 작용하고 있다. 이와 같이 서로 다른 힘의 작용에 의하여 비 로크인 영역에서는 박리영역에서부터 주기성을 잃게 되며, 이는 양력 및 항력의 비주기성을 일으키게 된다.

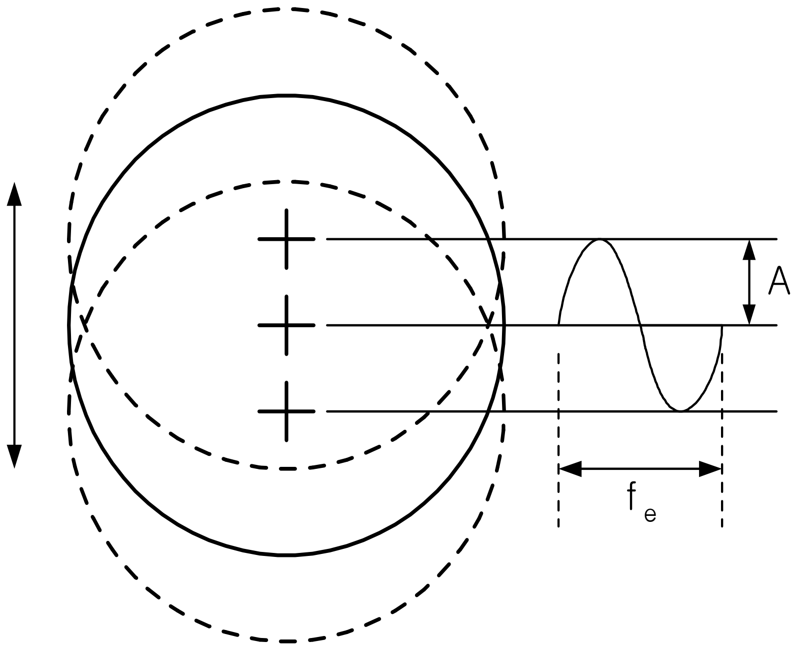


Fig. 5.1 Schematic of an oscillating circular cylinder

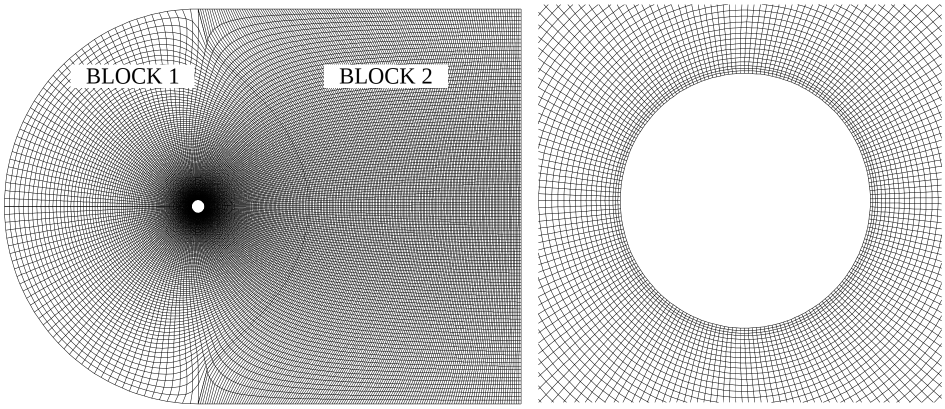


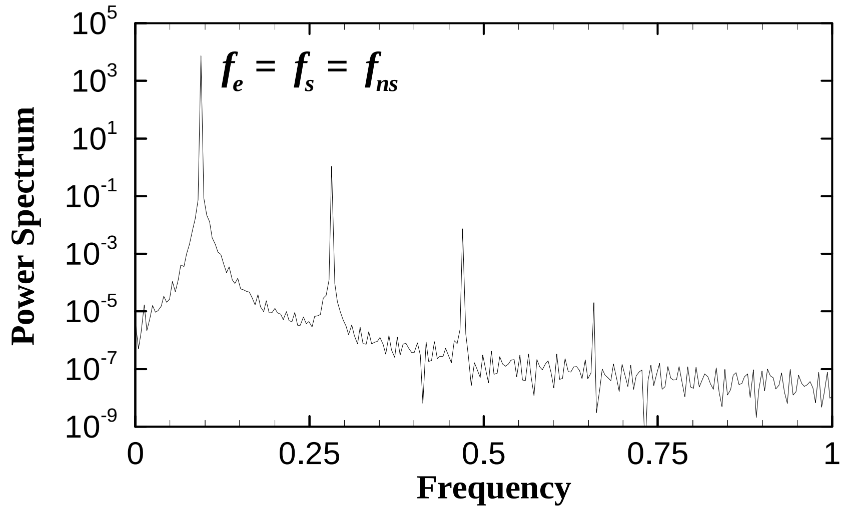
Fig. 5.2 Grid generation (physical space)

Table. 5.1 Computational condition

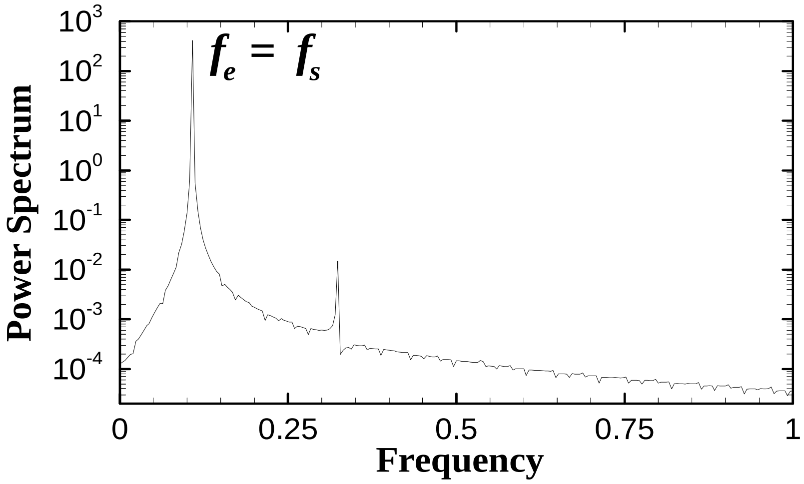
Re No.	164
Time Interval	0.004
Grid No.	52000
Min. Grid Size	52000

Table. 5.2 Computational parameters of an oscillating circular cylinder

A/D \ f_r	0.10	0.15	0.25	0.35	0.60
0.60	●	●	●		
0.65	●	●	●		
0.70	●	●	●		
0.75	●				
0.80	●				
0.85	●				
0.90	●				
0.94	●				
1.00	●	●	●	●	●
1.10	●				
1.15	●	●	●		
1.20	●	●	●		
1.30	●				



(a) $f_e = 1.0 f_{ns}$



(b) $f_e = 1.15 f_{ns}$

Fig. 5.3 Power spectrum of the lock−in region

($Re = 164$, $A/D = 0.1$)

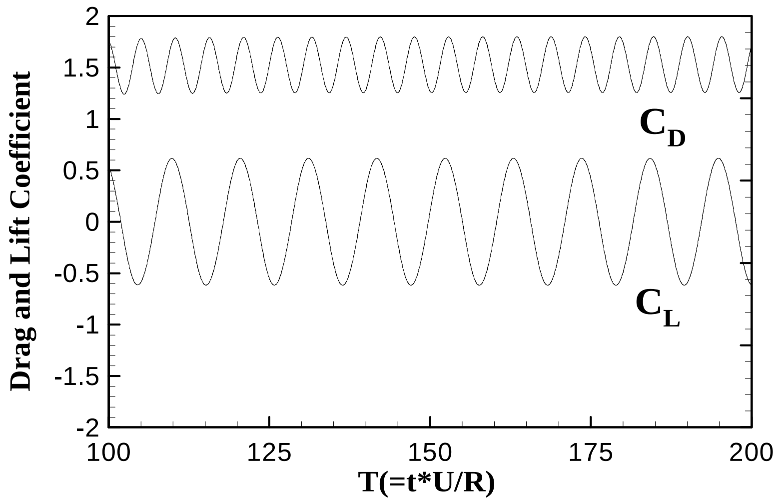
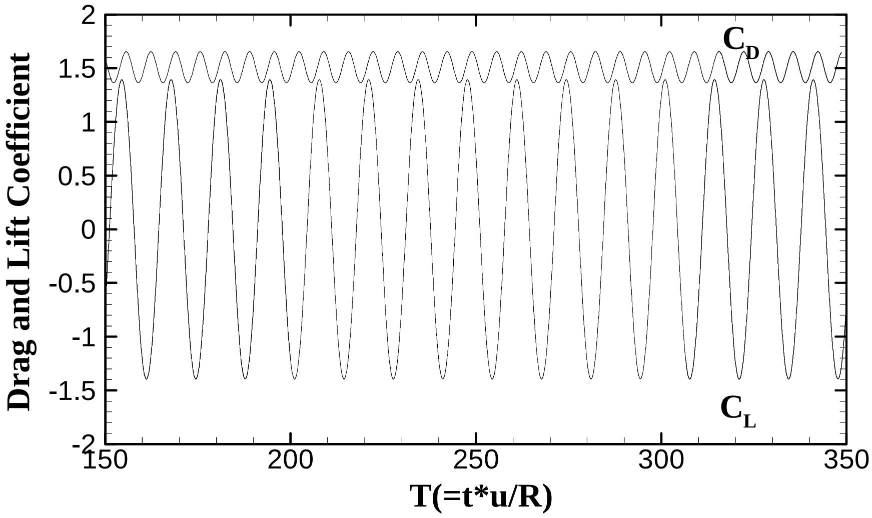
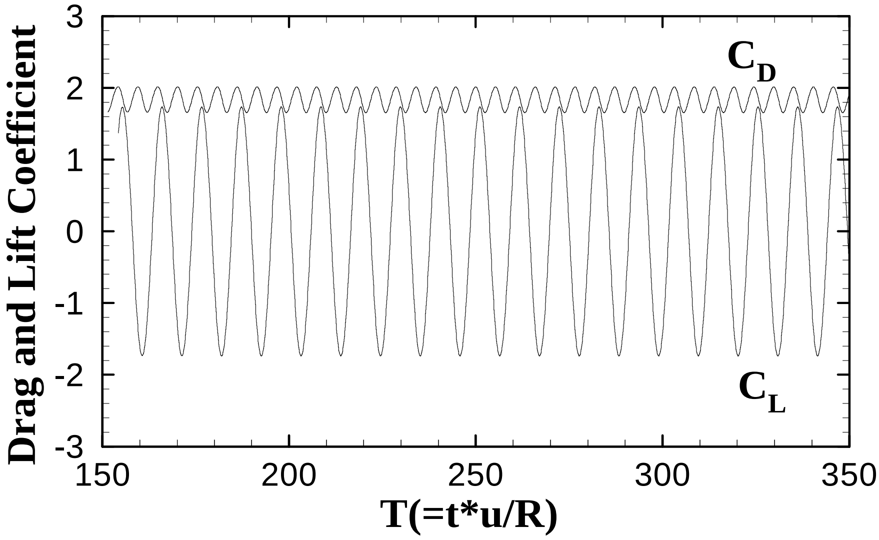


Fig. 5.4 Time histories of a drag and a lift coefficient of

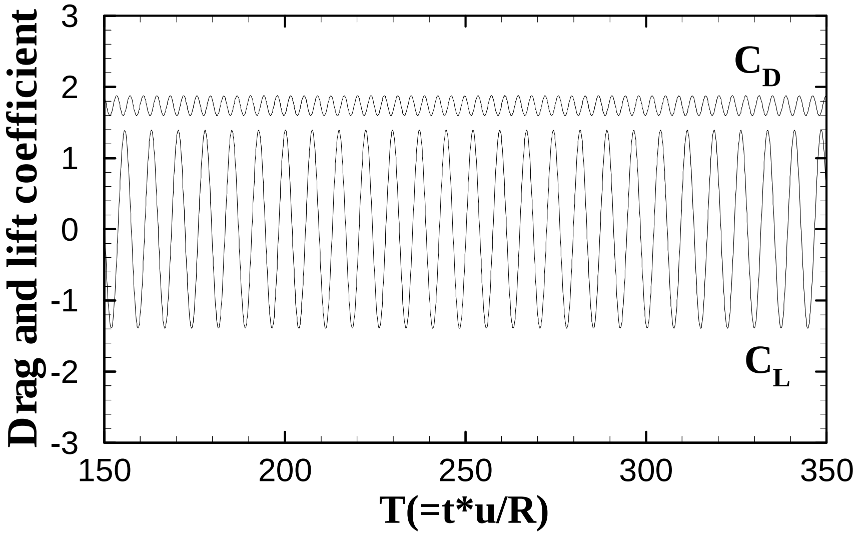
the fixed circular cylinder



(a) $f_r(=f_e/F_{ns})=0.8$, $A/D=0.1$



(b) $f_r(=f_e/F_{ns})=1.0$, $A/D=0.1$



(c) $f_r(=f_e/F_{ns})=1.15,\ A/D=0.1$

Fig. 5.5 Time histories of a drag and a lift coefficient of the lock-in region

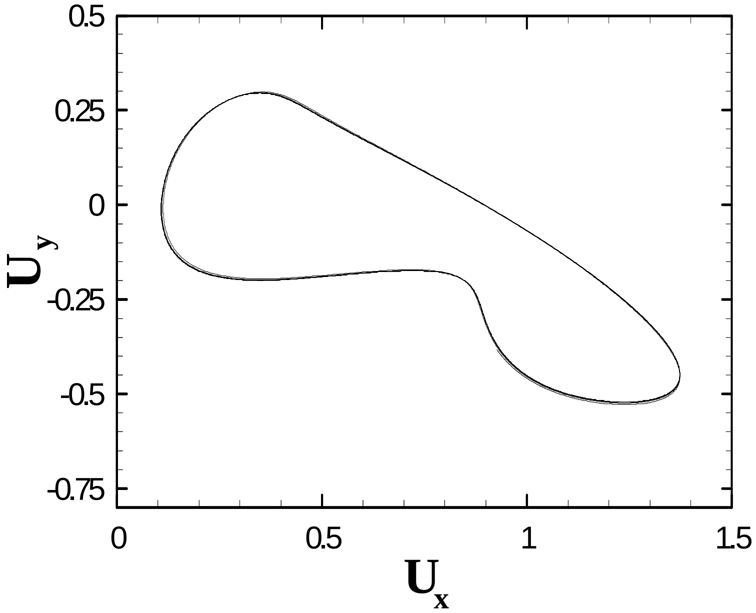
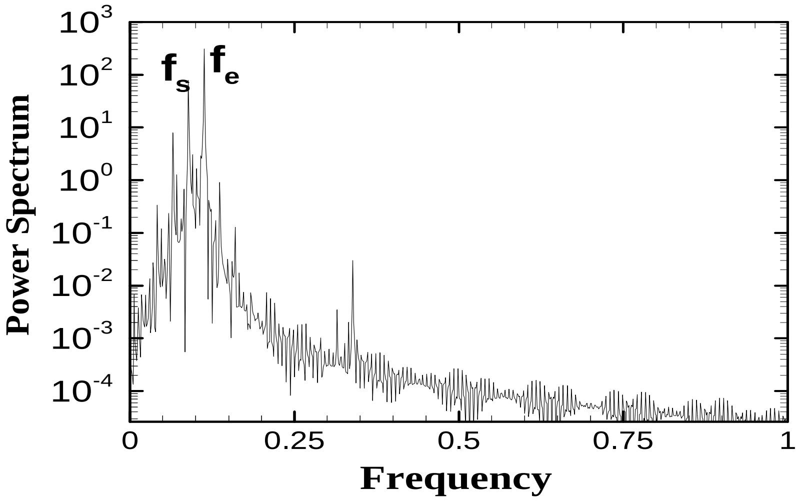
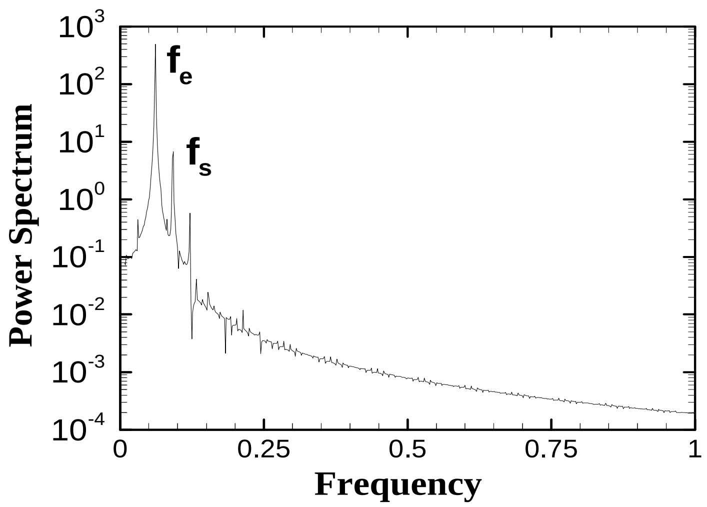


Fig. 5.6 Phase diagram of the lock-in region

($f_r = 1.0$, $A/D = 0.1$)

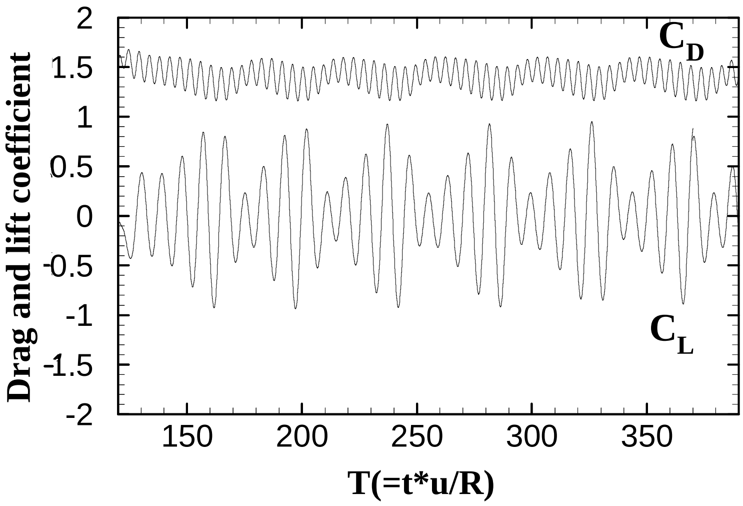


(a) $f_r = 1.2$, $A/D = 1.0$

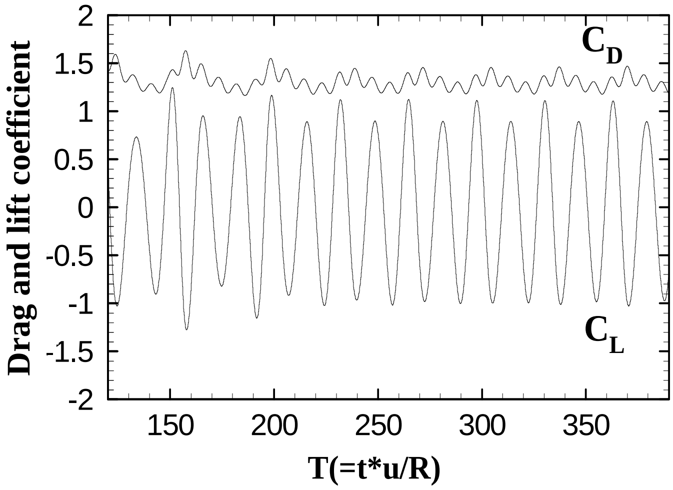


(b) $f_r = 0.65$, $A/D = 1.0$

Fig. 5.7 Power spectrum of the non-lock-in region



(a) $f_r = 1.2$, $A/D = 1.0$



(b) $f_r = 0.65$, $A/D = 1.0$

Fig. 5.8 Time histories of a drag and a lift coefficient of the non−lock−in region

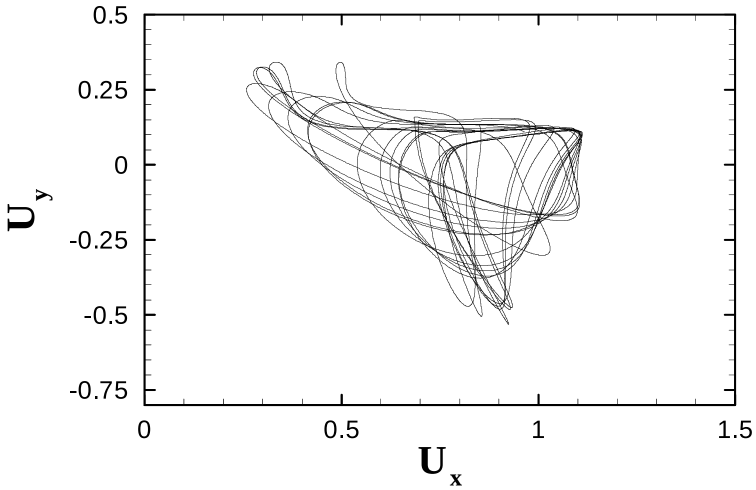


Fig. 5.9 Phase diagram of non−lock−in region

($f_r = 1.2$, $A/D = 0.1$)

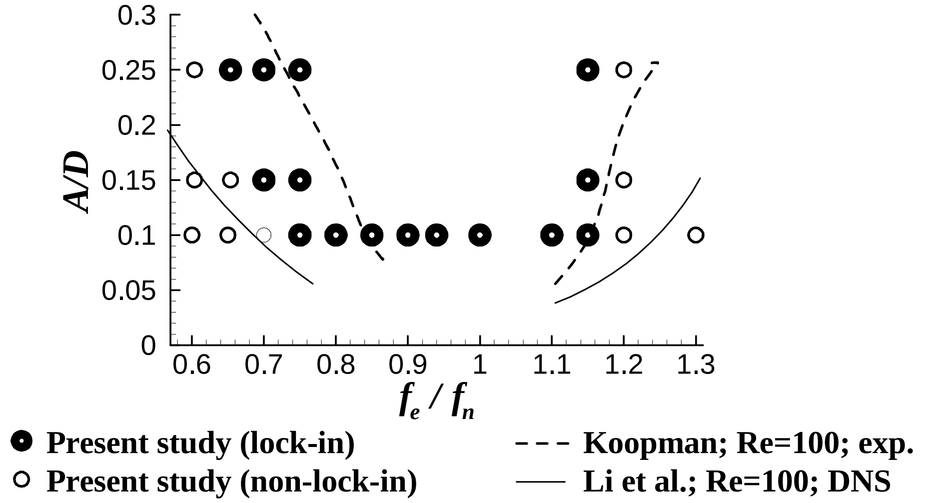
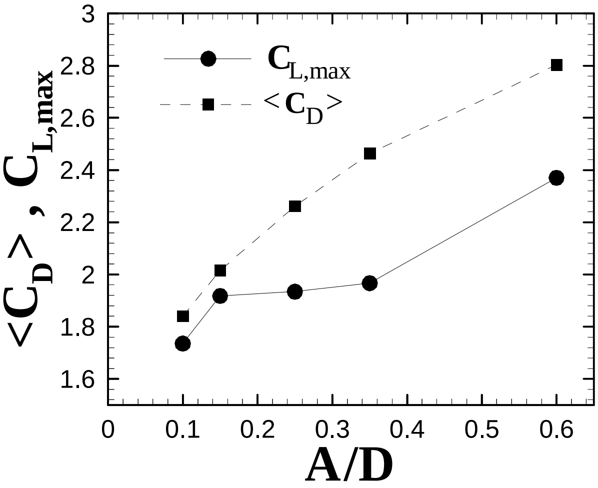
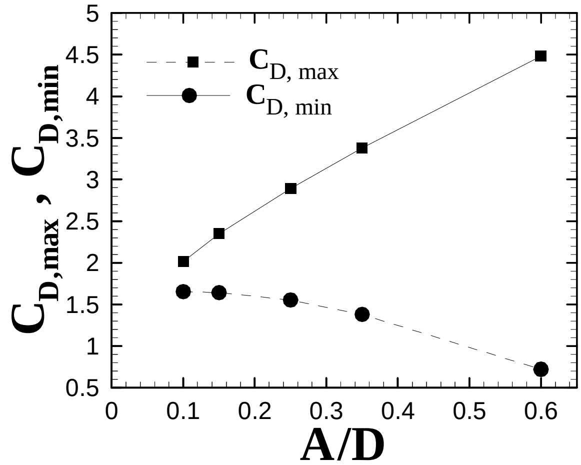


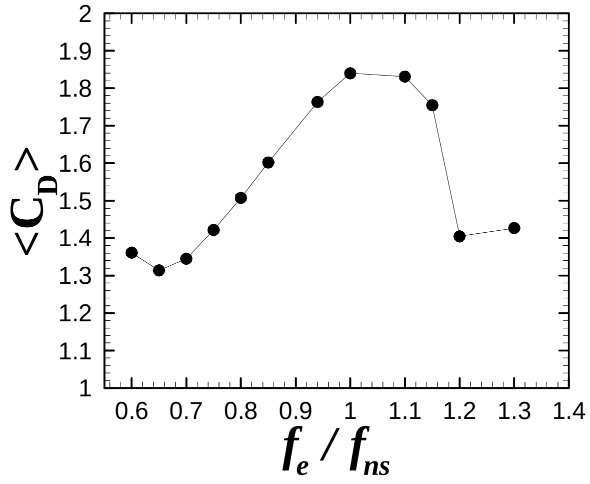
Fig. 5.10 Lock−in and non−Lock−in Region



(a) Mean drag coefficient $\langle C_D \rangle$ and maximum amplitude of the lift coefficient $C_{L,\max}$ in terms of amplitude ratios ($f_r = 1.0$, $A/D = 0.1 \sim 0.3$)

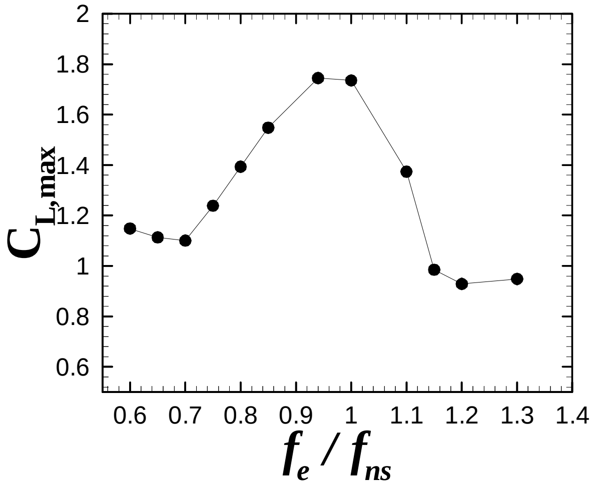


(b) Minimum and maximum values of drag coefficient in terms of the amplitude ratios ($f_r = 1.0$, $A/D = 0.1 \sim 0.3$)



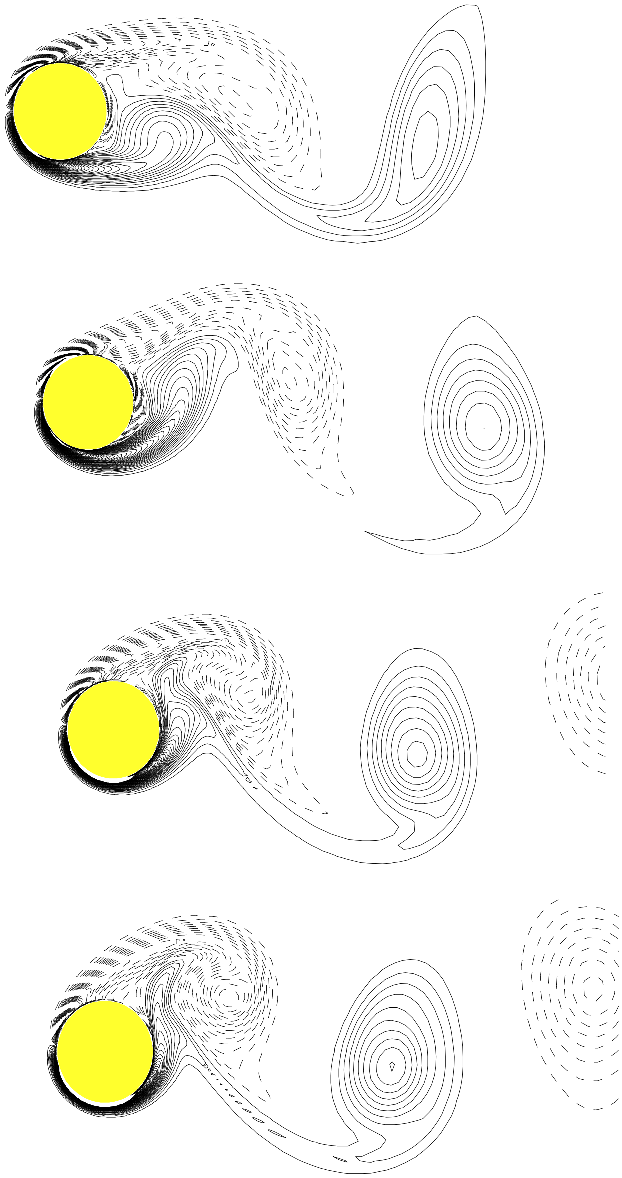
(c) Mean drag coefficient $\langle C_D \rangle$ in terms of the frequency ratios

($f_r = 0.6 \sim 1.3$, $A/D = 0.1$)



(d) Maximum amplitude of the lift coefficient $C_{L,\max}$ in terms of the frequency ratios ($f_r = 0.6 \sim 1.3$, $A/D = 0.1$)

Fig. 5.11 Mean Drag and Max. Lift Coefficients



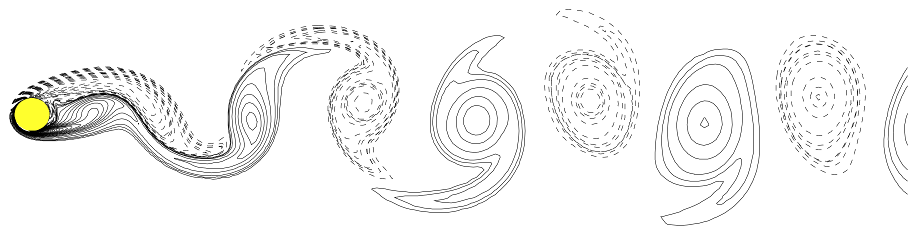
(a) A/D=0.0, f_e/f_{ns}=0.0

(b) A/D=0.1, f_e/f_{ns}=1.0

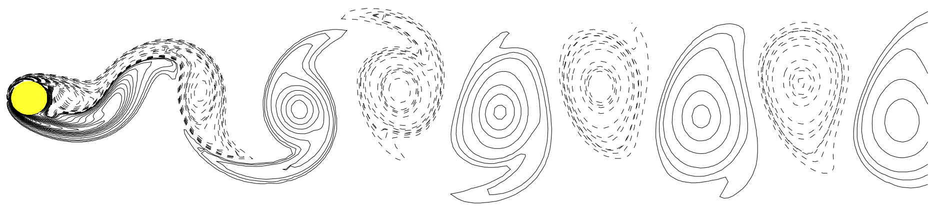
(c) A/D=0.15, f_e/f_{ns}=1.0

(d) A/D=0.25, f_e/f_{ns}=1.0

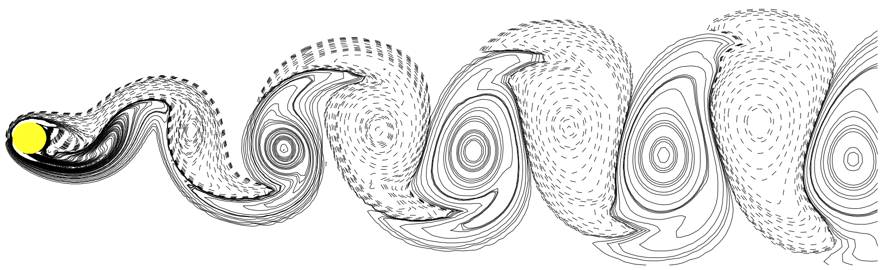
Fig. 5.12 Vorticity contours in terms of amplitude ratios (Lock-in region)



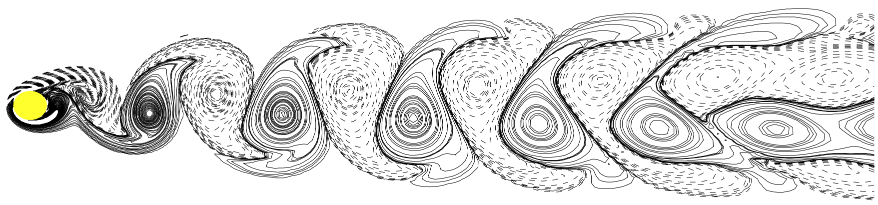
(a) A/D=0.10, f_e/f_{ns}=0.65



(b) A/D=0.10, f_e/f_{ns}=0.75

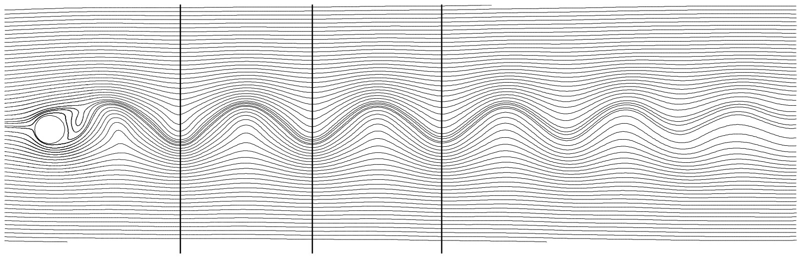


(c) A/D=0.10, f_e/f_{ns}=0.85

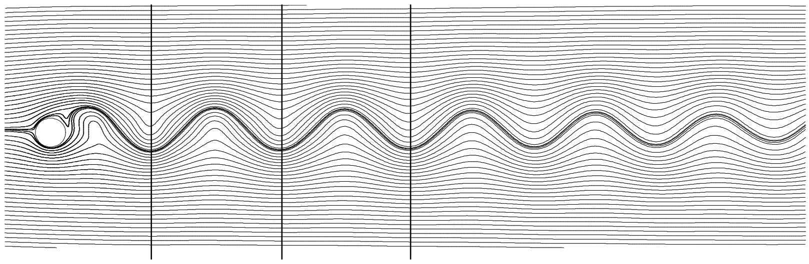


(d) A/D=0.10, f_e/f_{ns}=1.10

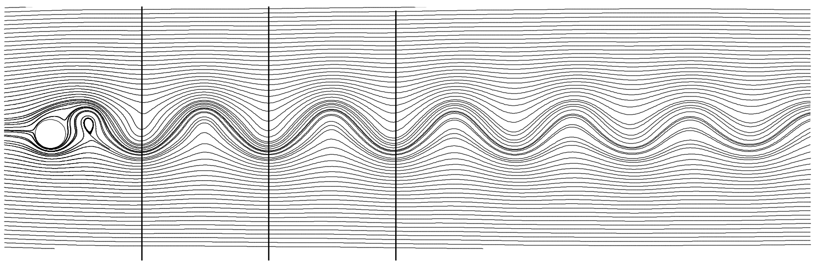
Fig. 5.13 Vorticity contours (Lock-in region)



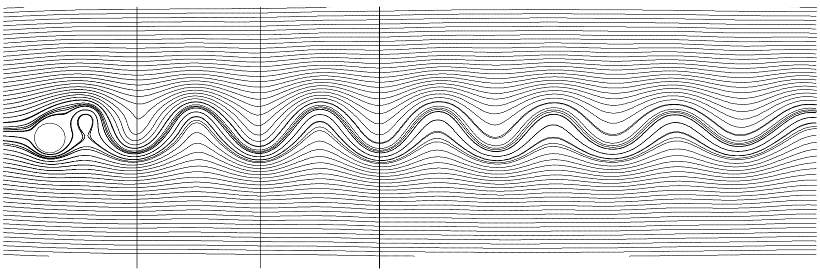
(a) A/D=0.10, y=−0.0729D



(b) A/D=0.15, y=−0.1094D

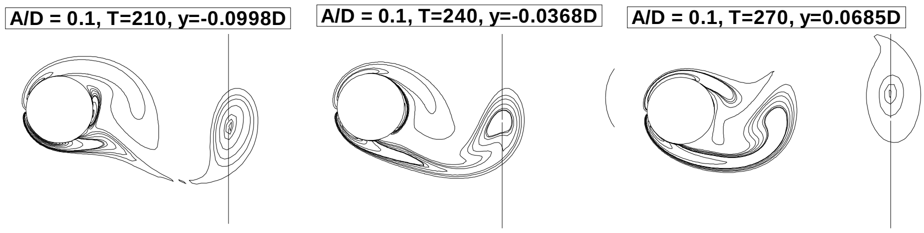


(c) A/D=0.25, y=−0.1823D

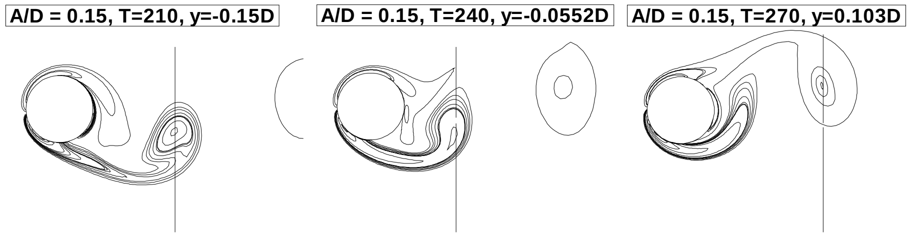


(d) A/D=0.35, y=−0.2622D

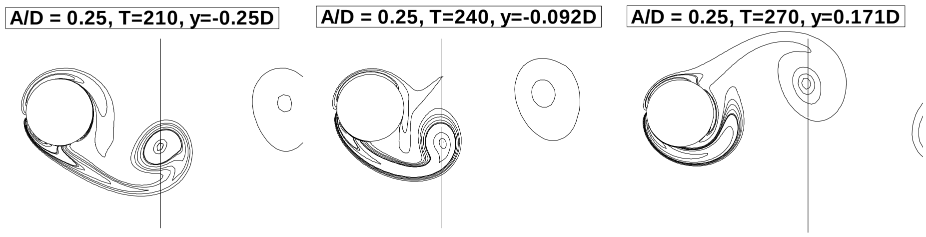
Fig. 5.14 Streamlines for f_e/f_{ns}=1.10 and A/D ranging between 0.1 and 0.35



(a) A/D=0.10

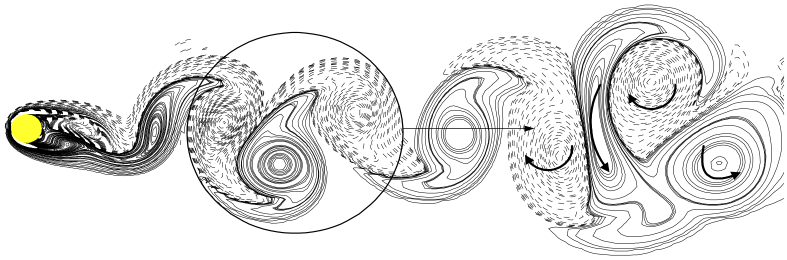


(b) A/D=0.15

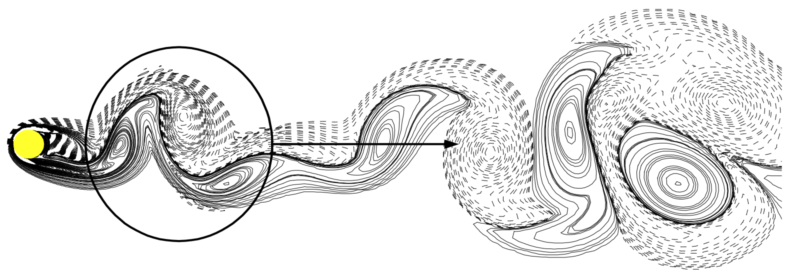


(c) A/D=0.25

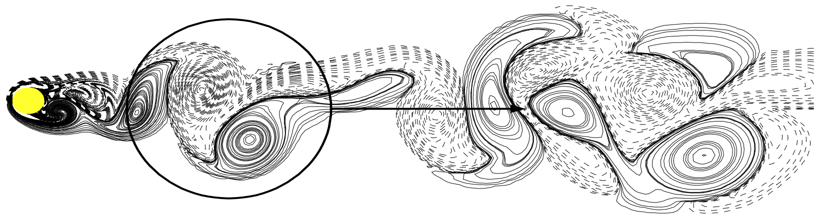
Fig. 5.15 This pictures represent the transference of the length of first vortex length according to time (f_e/f_{ns}=1.0)



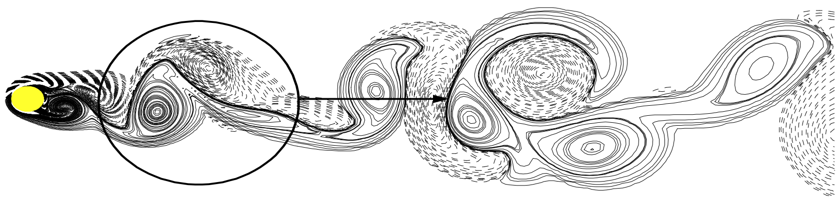
(a) A/D=0.1, f_e/f_{ns}=0.60



(b) A/D=0.1, f_e/f_{ns}=0.65

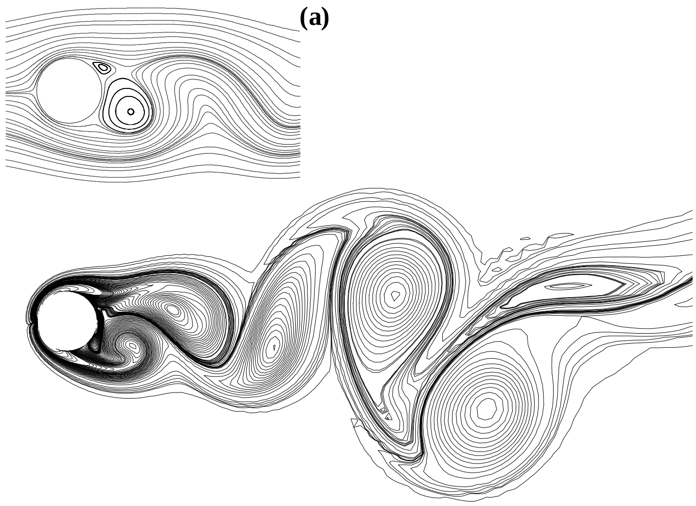


(c) A/D=0.1, f_e/f_{ns}=1.2

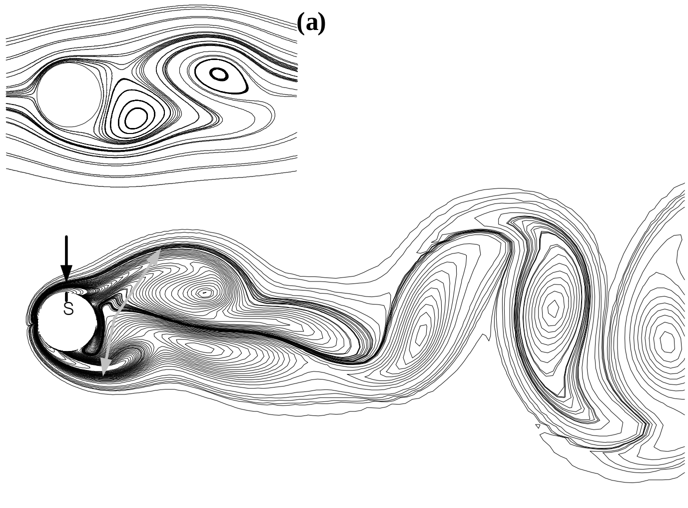


(d) A/D=0.1, f_e/f_{ns}=1.3

Fig. 5.16 Vorticity contours (Non-lock-in region)



(a) A/D=0.1, T=220



(b) A/D=0.1, T=245

Fig. 5.17 Vorticity contours and streamlines

(Non-lock-in region ; f_e/f_{ns}=1.2)

제6장 결 론

본 연구에서는 DNS에 의한 2차원 및 3차원 원주주위 유동해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 양력계수, 항력계수 및 와도 등고선을 통하여 1차적 불안정 영역의 임계 Re 수는 약 48임을 알 수 있었다.

2) 3차원 천이 영역에 대한 2차원 원주의 항력과 양력계수는 Re 수의 증가와 함께 증가한다.

3) 3차원 천이 영역에서의 항력계수는 카르만 와의 형성에 의하여 주기성을 갖게 되며, 항력계수의 주기는 양력계수의 약 1/2주기를 갖는다.

4) 3차원 천이 영역에서의 양력계수와 와방출의 주기는 일치하며, 와방출의 주기 및 St 수는 Re 수의 증가와 함께 증가한다.

5) Re 수가 2000인 경우, 저 Re 수 보다 와의 생성영역이 좁으며, 박리 전단층의 말아 끌어당기는 힘이 훨씬 크다.

6) Re 수가 2000인 경우, 양력계수의 시간에 따른 변화는 주기성을 갖고 있으나 항력계수의 시간에 따른 변화는 완전한 주기성을 갖고 있지 않다.

7) Re 수가 2000인 경우, 원주의 근접한 후류에서 수 개의 작은 와가 형성된다.

8) Re 수 220, 250, 280, 300에 대하여 원주주위 유동은 3차원 유동을 갖는다. 그리고, Re 수가 220, 250일 때는 A-mode의 3차원유동을, Re 수가 280, 300일 때는 B-mode의 3차원 유동을 갖는다.

10) A-mode와 B-mode의 3차원 유동에서는 블레이드 영역에 종와가 형성되며, 그 파장은 A-mode에서는 원주직경의 약 4배를, B-mode에서는 원주직경의 약 1배를 갖는다.

11) 원주 전연부터 명확한 3차원성을 나타내고, 박리 전단층에서 원주후류로 밀려가면서 정(+)·부(-)의 유동방향 와도를 갖는 와층이 형성된다. 또한, 이것들은 박리 전단층의 외측에 역방향의 유동방향 와도를 갖는 와층을 동반한다.

12) A-mode와 B-mode의 스팬방향 와도에 있어서 3차원적 영향이 거의 작용하지 않는다.

또한, DNS에 의한 강제진동하는 원주주위의 유동해석을 통하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

1) Lock-in 영역에서는 와방출 주파수가 진동 주파수와 일치하며, 진동하지 않는 원주주위의 유동과 동일하게 주기성을 갖는다. 또한, 와는 원주의 강제진동 주파수에 의하여 강제적으로 방출된다.

2) Non-lock-in 영역에서는 와방출 주파수와 강제진동 주파수가

일치하지 않고 독립적으로 존재하며, 와방출 주파수와 강제진동 주파수의 상호작용에 의하여 비주기성을 갖는다. 또한 주기적인 카르만 와열이 존재하지 않는다.

3) 양력 및 항력계수의 시간에 따른 변화는 lock-in영역에서는 주기성을 갖고, non-lock-in영역에서는 비주기성을 갖는다. 평균 항력계수와 최대 양력계수는 주파수비가 1.0인 경우 진폭비의 증가와 함께 증가한다. 또한 진폭비가 0.1인 경우, 주파수비가 1.0근방에서 평균항력계수 및 최대양력계수는 피크를 갖는다.

참고문헌

[1] C. P. Jackson, “A finite−element study of the onset of vortex shedding in flow past variously shaped bodies”, J. Fluid Mech., Vol. 182, 1987, pp.23−35.

[2] C. Mathis, M. Provansal, and L. Boyer, “Benard−von karman instability: Transient and forced regimes”, J. Fluid Mech., Vol. 182, 1987, pp.1−22.

[3] H. Q. Zhang, R. Noack “On the transition of the cylinder wake”, Phys. Fluids, vol.38, 1995, pp.779−7931.

[4] G. E. Karniadakis & G. S. Triantafyllou, “Three−dimensional dynamics and transition to turbulence in the wake of bluff objects ”, J. Fluid Mech., Vol.238, 1992, pp.1−30.

[5] A. G. Tomboulides, G. S. Triantafyllou & G. E. Karniadakis, “Anew mechanism of period doubling in free shear flows”, Phys. Fluids, vol.4, 1992, pp.1329−1332.

[6] D. Barkley, R. D. Henderson, “Three−dimensional Floquet stability analysis of the wake of a circular cylinder”, J. Fluid Mech., vol.322, 1996, pp.215−241

[7] G. H. Koopman, “The vortex wakes of vibrating cylinders at low Reynolds numbers”, J. Fluid Mech., vol.28, 1967, pp.501

[8] S. E. Hurblut, “Numerical simulation for laminar two−dimensional flow past a oscillating cylinder in a uniform stream”, J. Fluid Mech., vol.104, 1982, pp.214−222

[9] Jing Li, Jiong Sun, Bernard Roux, "Numerical study of an oscillating cylinder in uniform flow and in the wake of an upstream cylinder", J. Fluid Mech., vol.237, 1992, pp.457−478
[10] R. Wei, A. Sekine, M. Shimura, "Numerical analysis of 2D vortex−induced oscillations of a circular cylinder", International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol.21, 1995, pp.993−1005
[11] P. Anagnostopoulos, "Numerical study of the flow past a cylinder excited transversely to the incident stream. Part1 : Lock−in zone, hydrodynamic forces and wake geometry", J. Fluids and Structures, vol.14, 2000, pp.819−851
[12] P. Anagnostopoulos, "Numerical study of the flow past a cylinder excited transversely to the incident stream. Part2 : Timing of vortex shedding, a periodic phenomena and wake parameters", J. Fluids and Structures, vol.14, 2000, pp.853−882
[13] "Numerical Grid Generation", J. F. Thompson, Z. U. A. Warsi,
C.Waye Mastin, Cambridge University Press, 1997
[14] 大宮 同 ,"数値流体ハンドブック", 東京大学出版社, 1994
[15] H. A. van der Vorst, "Bi−CGSTAB : A fast and smoothly converging variant of Bi−CG for the solution of nonsymmetric linear systems", SIAMJ. Sci. Stat. Comput, vol.13−2, 1992, pp. 631−644
[16] 小国編, "行列計算ソフトへエア", 九善株式会社, 1995
[17] B. Fornberg, "Generation of finite difference formulas on

Arbitrarily spaced grids”, Mathematics of Com., vol.51, 1988, pp.99−706

[18] 宮内 敏雄, 店橋 護, 鈴木 基啓, “DNSのため流入·流出境界条件”, 日本機械学会論文集(B編), 60巻571号, 1994, pp. 813−818

[19] P.Beaudan, P. Moin, “Numerical experiments on the flow past a circular cylinder at subcritical Reynolds number”, J. Fluid Mech., vol.20, 1994, pp.359−391

[20] H. Persillon, M. Braza, “Physical analysis of the transition to trubulence in the wake of a circular cylinder by three−dimensional Navier−Stokes simulation”, J. Fluid Mech., vol.365, 1998, pp.23−88

[21] C.H.K Williamson, “Measurements of base pressure in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers”, Z. Flugwiss Weltraumforsch, vol.206, 1990, pp.579

[22] C.H.K. Williamson, “Mode A secondary instability in wake transition.”, Phys. Fluids, vol.8, 1996, pp.1680−1682.

[23] C.H.K. Williamson, “The existence of two stages in the transition to three dimensionality of a cylinder wake.”, Phys. Fluids, vol.31, 1988 pp.3165−3168.

[24] C.H.K. Williamson, “Vortex dynamics in the cylinder wake”, Ann. Rev. Fluid Mech., vol.28, 1996, pp.477−539.

[25] S. Taneda, “Experimental investigation of the wakes behind cylinders and plates at low Reynolds numbers”, J. phys. Soc. Jap11, 1956, pp.302−311

[26] C. Canuto, M. Y. Hussaini, “Spectral Methods in Fluid

Dynamics", Springer-Verlag, 1988, pp.87-93
[27] B. S. Varaprasad, P. A. Patanik, "Aswatha Narayana Numerical simulation of laminar flow past a transversely vibrating circular cylinder", J. Sound and Vibration, vol.228, 1999, pp.459-475
[28] C. K. Chyu, D. Rockwell, "Near-wake structure of an oscillating cylinder : effect of controlled shear-layer vortices", J. Fluid Mech., vol.332, 1996, pp.21-49
[29] J. R. Meneghini, P. W. Bearman, "Numerical simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder", J. Fluids and Structures, vol.9, 1995, pp.435-455
[30] C. Evangelinos, D. Lucor, G. E. Karniadakis, "DNS-derived force distribution on flexible cylinders subject to vortex-Induced vibration", J. Fluids and Structures, vol.14, 2000, pp.429-440
[31] 松本 裕昭, 白尾 敦, 亀本 喬司, "一様流中に置かれた回転振動円柱まわりの流れの数値シミュレーション", 日本機械学会工学部門講演論文集 , 2000, 9.9-10, CD 506番
[32] 강신형, 홍기혁, "액체중의 원형 실린더 주위에서의 강제 대류 층류 열전달에 관한 수치해석적 연구", 공기조화·냉동공학 논문집 제8권 제 1호, 1996, pp. 26-36

Appendix A　Spectral Method

Spectral Method

DNS를 수행하기 위하여는 정도가 높은 이산화 수법이 요구된다. 스펙트럴 법은 차분법과 유한 요소법과 비교하여 높은 정도를 가지기 때문에 많은 DNS에서 이용되고 있다. 스펙트럴 법은 가중 잔차법에 해당하는 공간적 이산화 수법이다. 유한 요소법에 있어서도 가중 잔차법이 이용되지만, 유한요소법에서는 국소의 요소에서 가중 잔차법을 적용하는 반면에, 스펙트럴 법에서는 종속변수를 고차의 급수전개로 표현하고 계산 영역 전체에서 가중 적분을 행한다. 또한, 시행함수로서 삼각 함수, 체비쇼프 다항식 등 수속성이 높은 것을 이용하는 점이 특징이다.

1. 가중 잔차법에 따른 함수의 근사

어떤 함수 u(x) (x의 범위는 α~β)을 아래와 같이 유한 급수함수 $u_N(x)$에서 근사하는 경우를 생각한다.

$$u(x) \sim u_N(x) = \sum_{n=1}^{N} a_n \phi_n(x)$$

(A-1)

여기서, $\phi_n(x)$은 시행함수라고 부르며, 다항식, 삼각함수, 체비쇼프 함수 등이 있으며, 적당한 것을 채택하면 된다. 예를 들면, $u(x)$가

주기함수의 경우, $\phi_n(x)$으로서 삼각함수가 적당하며, 이 경우 식 (A-1)은 $u(x)$의 유한 푸리에 급수 근사를 나타낸 것으로 된다.

가중 잔차법은 $u(x)$과 $u_N(x)$와의 차에서 정의되는 다음과 같은 잔차함수($R(x)$)와 가중함수 $\omega_m(x)$와의 $\alpha \sim \beta$ 에서의 내적이 0으로 되도록 계수열 a_n을 결정하는 방법이다.

$$(R(x), \omega_m(x)) \equiv \int_\alpha^\beta R(x)\omega_m(x)\,dx = 0 \quad , \quad m = 1, 2, \cdot \cdot \cdot, N$$

(A-2)

$$R(x) = u(x) - u_N(x)$$

(A-3)

여기서, $\omega_m(x)$의 선택방법에 따라서 가중 잔차법은 다음과 같이 분류할 수 있다.

1.1 선점법 (選点法)

$$\omega_m(x) = \delta(x - x_m)$$

(A-4)

$\delta(x)$는 x 범위 $\alpha \sim \beta$사이에서 적절하게 선택한 N 점에서 $u(x)$과 $u_N(x)$가 동일한 값을 취한다는 조건을 부과하는 것에 해당한다.

1.2 최소자승법

$$\omega_m(x) = \frac{\partial R(x)}{\partial a_m}$$

(A－5)

최소자승법에서 $u(x)-u_N(x)$의 자승의 α~β에서의 적분값이 최소로 되는 조건을 부과하는 것에 해당한다.

1.3 Galerkin 법

$$\omega_m(x) = v_m(x)\Phi_m(x)$$

(A－6)

가중함수로서 시행함수 자체를 이용한다. $v_m(x)$은 $\Phi_m(x)$에 직교성을 갖추도록 하기 위한 가중으로 함수의 종류에 따라서 다음과 같이 정의된다.

삼각함수 $v_m(x) = \dfrac{1}{2\pi}$

체비쇼프 다항식 $v_m(x) = \dfrac{1}{(1-x^2)^{1/2}}$

이외의 다른 방법도 있지만 생략하기로 한다.

2. 스펙트럴 법에 따른 미분방정식의 이산화

스펙트럴 법은 가중 잔차법을 이용하여 미분방정식을 공간적으로 이산화하는 수법이다. 이산화에 있어서, 형식적으로는 앞에서 살펴본 함수의 근사수법과 동일한 조작을 미분방정식에 적용하는 것이지만, 가중 함수의 선택, 경계조건의 적용방법에 따라서 다음의 3종류로 분류할 수 있다.

(1) Galerkin 법

시행함수는 경계조건을 만족한다. 예를 들면, 주기경계조건의 경우, 삼각함수를 시행함수로서 선택하는 것에 의하여 $u_N(x)$의 주기성은 자동적으로 만족된다.

(2) 선점법 (collocation method)

계산영역중의 N개의 선택한 지점에서 잔차를 0으로 하는 것에 해당한다. 보통 경계도 선점(選点)으로 한다.

(3) 타우법 (τ method)

시행함수는 경계조건을 만족하지 않는다. 경계조건의 수만 전개의 차수를 높이고, 경계조건을 만족시키기 위한 식을 첨가한다.

시행함수의 선택법에 따라서, 푸리에·갈러킨 법, 체비쇼프·타우법 등으로 부르다. 구체적인 적용 예로서, 열전달 문제에 관한 푸리에·갈러킨 법의 적용을 나타내보자.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$

(A-7)

식(A-7)의 경계조건, 초기조건의 하에서 갈러킨 법을 적용하여 이산화 한다.

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0$$

(A-8)

$$u(x, 0) = g(x)$$

(A-9)

갈러킨 법을 이용하기 위해서는 먼저 경계조건을 자연히 만족하는 함수를 시행함수로 하여 선택할 필요가 있지만, 여기서는 $\sin(nx)$가 이 조건을 만족하기에 쉽다. 이것을 이용하여 $u(x,t)$을 다음과 같이 전개한다.

$$u(x,t) \sim u_N(x,t) = \sum_{n=1}^{N} a_n(t)\sin(nx)$$

(A-10)

식(A-10)의 공간미분은 해석적으로 행하는 것이 가능하다. 이 해석적 미분을 행할 수 있는 것이 스펙트럴 법의 큰 특징중의 하나이다.

$$\frac{\partial^2 u_N}{\partial x^2} = \sum_{n=1}^{N}\{-n^2 a_n(t)\sin(nx)\}$$

(A-11)

식(A-10)과 (A-11)을 식 (A-7)의 좌변에 대입함으로써 얻을 수 있는 잔차는 다음과 같다.

$$R(x,t) = \sum_{n=1}^{N}\{a_n(t)\sin(nx)\} + K\sum_{n=1}^{N}\{n^2 a_n(t)\sin(nx)\}$$

(A-12)

이것에 가중 함수를 $\sin(mx)$로하여 갈러킨 법을 적용한다.

$$\int_0^{\pi} R(x,t)\sin(mx)\,dx = \sum_{n=1}^{N} a_n(t)\int_0^{\pi}\sin(nx)\sin(mx)\,dx$$

$$+K\sum_{n=1}^{N} n^2 a_n(t)\int_0^{\pi}\sin(nx)\sin(mx)\,dx$$

$$=\frac{\pi}{2}a_m(t)+\frac{\pi}{2}Km^2 a_m(t)$$

(A−13)

여기서,

$$\int_0^{\pi}\sin(nx)\sin(mx)\,dx=\frac{\pi}{2}\delta_{nm}$$

(A−14)

의 직교성을 이용하고 있다. 식 (A−13)을 0으로 하는 것으로부터 다음 식을 얻는다.

$$a_m(t)+Km^2 a_m(t)=0 \quad (m=1,2,\cdot\cdot\cdot,N)$$

(A−15)

이것에 대응하는 초기조건은 식 (A−9)의 함수 $g(x)$에 대하여, 앞에서 설명한 함수 근사의 갈러킨 법을 적용함으로써 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$a_m(0)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}g(x)\sin(mx)\,dx$$

(A−16)

상미분방정식에 귀착한 식 (A−15)에 적당한 시간 이산 스킴을 적용하여 수치 적분함으로써 최종적인 해를 얻을 수 있다. 식 (A−15)를 해석적으로 풀면, 이 문제의 갈러킨 법에 따른 근사해로 하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{N} a_n(t)\sin(nx)$$
(A-17)

$$a_n(t) = a_n(0)\,exp(-Kn^2 t)$$
(A-18)

$$a_n(0) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} g(x)\sin(nx)\,dx$$
(A-19)

이것은 이 문제의 엄밀해와 동일한 형태이고, 엄밀해에서는 식 (A-17)이 무한급수에서 새로 고쳐 쓰여지는 것에 지나지 않는다. 따라서, 이 근사해의 오차는 다음과 같이 된다.

$$u(x,t) - u_N(x,t) = \sum_{n=N+1}^{\infty} a_n(0)\,exp(-Kn^2 t)\sin(nx)$$
$$\sim O(\,exp(-KN^2 t))$$
(A-20)

N의 증가와 함께 지수함수적으로 감소하는 것을 알 수 있다. 이와 같은 스펙트럴 법은 높은 정도와 빠른 계산 등의 장점은 있지만 복잡한 경계조건을 갖는 유동에 대하여는 적용하기 어려운 단점이 있다.

Appendix B 강제대류 및 자연대류

1. 원형 실린더의 강제대류

균일 유동 중에 있는 실린더 주위의 열전달은 유동 현상적인 면에서 흥미로운 연구과제일 뿐만 아니라 공학적인 응용도 매우 다양하다. 특히 그 단면이 원형인 경우, 열전달을 정확히 예측하는 것은 보일러, 열교환기 설계의 주요한 과제이기도 하다. 또한 계측 분야에 있어서도 열선 풍속계의 열선에서 열전달의 특성은 바로 검정곡선의 특성과 관계되므로 원형 실린더 주위 열전달의 정확한 예측은 매우 중요하다. 본 부록에서는 Re 수가 47, 48, 50 및 100의 층류유동에서 공기의 강제대류 현상을 등온 실린더의 경우에 대하여 수치적으로 해석하고 그 결과를 간단히 살펴보기로 한다.

1.1 수치방법

가열된 원형 실린더 후류에서의 강제 대류에 대한 2차원 직접수치 계산을 행하기 위한 지배방정식은 다음과 같은 Navier-Stokes 방정식, 연속의 식 및 에너지 방정식이다.

Navier-Stokes 방정식

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}$$

(B.1)

연속방정식

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0$$

(B.2)

<u>에너지 방정식 -강제대류</u>

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t}+u_j\frac{\partial \Theta}{\partial x_j}=\frac{1}{Pe}\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x_j^2}$$

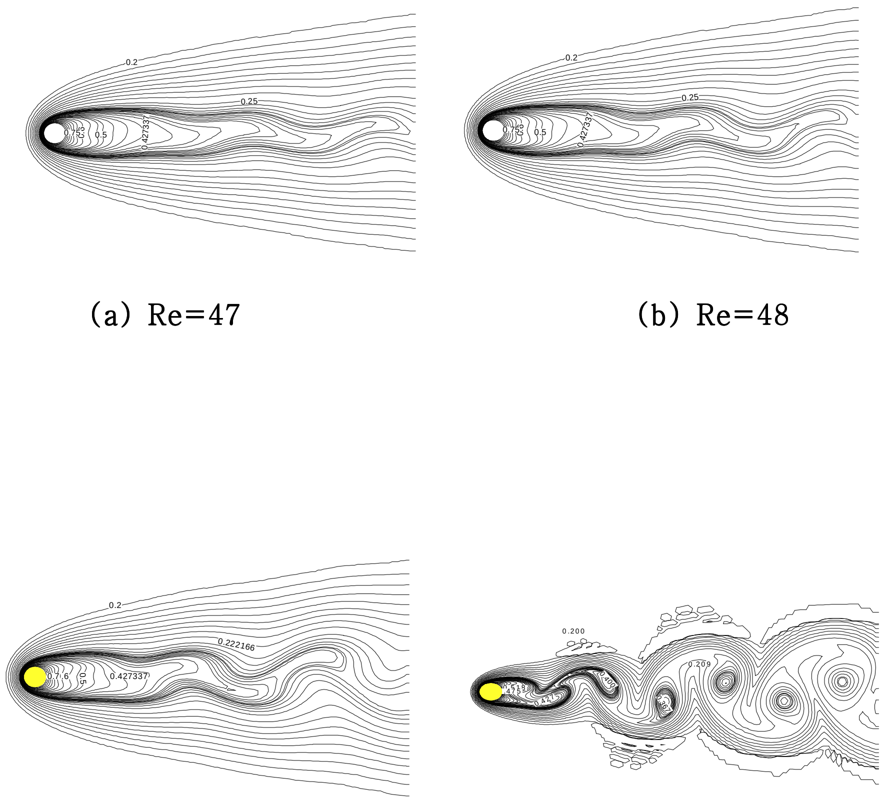
(B.3)

여기서 Pe는 Pectlet 수이며 Re×Pr과 같다. Pr은 Prandtl 수를 의미한다. Navier-Stokes 방정식에서 자연대류를 나타내는 부력항과 에너지 방정식에서 압력에 의한 일 및 점성소산항은 무시하였다. 차분 방법은 대류항에 대하여 5차 정도 풍상차분법을, 대류항 이외의 항에 대하여는 4차 정도 중심차분법을 적용하였다. 격자계는 제 2장에서 살펴본 바와 같은 regural 격자계를 이용하였다. Re 수는 47, 48, 50, 100에 대하여 행하였으며 Pr값은 0.7로 하였다.

1.2 결과 및 고찰

그림 B-1의 (a)~(d)는 Pr수가 0.7이고 원주 표면의 온도가 100도씨로 가열되어 있고 20도씨의 공기가 유입될 때 원주 후류에서의 온도 등고선을 나타내고 있다. Re 수가 증가함에 따라서 원주 후류에서의 강제대류가 잘 일어나고 있음을 알 수 있다. 그림 B-2는 y=0.0이고 x/R=1~18일 때 온도의 분포를 나타내고 있다. Re 수가 47~50에서는 온도의 분포가 그의 동일함을 알 수 있지만, Re 수가

100인 경우는 주기적인 와의 방출과 함께 분포함을 알 수 있다.



(a) Re=47 (b) Re=48

(c) Re=50 (d) Re=100

Fig. B-1 Temperature contour according to Reynolds number

(T=200; Air temperature : 20。C; Cylinder temperature : 100。C)

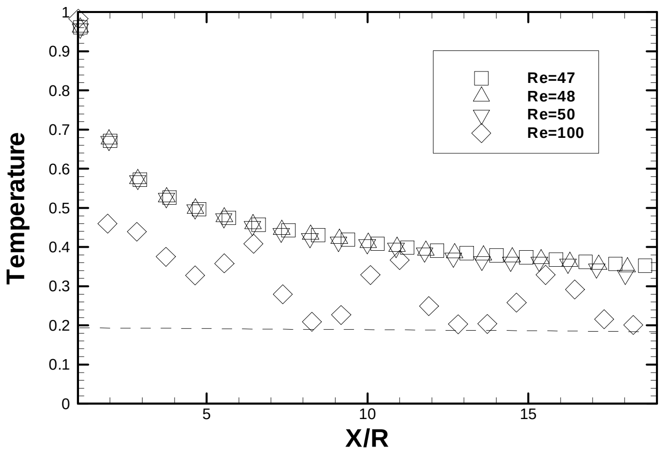


Fig. B-2 Temperature distribution behind a circular cylinder

(T=200; Air temperature : 20。C; Cylinder temperature : 100。C)

2. 자연대류

자연대류 열전달은 어떤 물체가 그 자체의 온도보다 높거나 낮은 온도상태의 유체 내에 있을 때는 항상 일어난다. 물체와 유체 사이에 온도차가 있으면 열이 흐르게 되고, 물체표면 근처에 있는 유체는 밀도차이를 초래하게 된다. 이 밀도 차에 의해서 밀도가 큰 유체는 하향으로 흐르는 반면에 밀도가 낮은 유체는 상향으로 흐르게 된다.

자연대류(natural convection)는 일반적으로 열을 동반한 유동은 Navier-Stokes 방정식과 에너지 방정식을 연성시켜 풀어야만 한다. 자연대류는 유체 중에서 외력장에 수직인 면내에서 온도 및 농도의 차이에 의해 밀도의 불균형이 있는 경우에 이것이 부력의 차로 되며, 이 불균형을 없애기 위해 유동이 저속으로 발생하는 것이다. 예를 들면, 목욕탕의 온수나 공조된 실내 공기유동 등이 있다. 이와 같이 유속이 느린 유동에서는 밀도가 일정한 비압축성 유동으로 가정하고 온도변화에 의한 밀도차 효과는 부력항에만 작용한다고 생각하는 Boussinesq 근사를 채택하여 해석하기로 한다.

2.1 수치방법

그림 B-3과 같은 Benard-Cell이라고 하는 유체가 충만된 두 평판 사이에서 아랫면이 가열됨으로 인하여 발생하는 순환 자연대류를 2차원 모델로 계산하기 위한 지배방정식은 다음과 같다.

Navier-Stokes 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + Pr(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2})$$

(B.4)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial y} + Pr(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}) + RaPr\Theta \quad (B.5)$$

연속방정식

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

(B.6)

에너지 방정식

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + u\frac{\partial \Theta}{\partial x} + v\frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}$$

(B.7)

식(B-4)~(B-7)은 대표길이 L, 대표속도 U, 대표 온도 h1-h0에 의하여 무차원화된 식이며 Θ, Ra은 무차원 온도 및 Rayleigh 수를 의미한다. 그리고, Ra=Pr×Gr이다.

차분 방법은 대류항에 대하여 1차 정도 풍상차분법을, 대류항 이외의 항에 대하여 2차정도 중심차분법을 적용하였다. 수치해석방법은 HSMAC법을 이용하였으며, 시간적분법으로는 1차 정도의 Backward Euler법을 이용하였다. 또한 격자점의 수는 200×40으로 하여 계산을 수행하였으며 시간간격은 0.0001로 하였다. 그리고, Benard-Cell의 유동장을 지배하는 상수 Gr의 값은 5000, 50000, 100000으로 하여 계산을 행하였다.

2.2 결과 및 고찰

Benard-Cell의 실제는 와동형상이 육각형을 한 3차원 구조를 이루고 있지만, 2차원 계산에서도 Ra 수의 일정 범위에서 규칙적인 다수의 와동이 나타난다. 또한 Ra 수는 앞에서 언급한 바와 같이 Gr×Pr 이며 Ra 수가 1700에서 규칙적인 와동이 나타나고 50000에서 불규칙한 난류가 되며 10^6에서 완전한 난류에 의한 대류로 된다고 알려져 있다. Table B-1은 계산조건을 나타내고 있다.

그림 B-4의 (a)~(c)는 Ra 수에 따른 온도 등고선을 나타내고 있다. Ra 수가 3500인 경우는 규칙적인 와동의 형성으로 인하여 온도의 분포가 복잡하게 형성되지 않지만, 35000과 70000인 경우는 불규칙한 와동의 형성으로 인하여 복잡한 온도의 분포를 보이고 있다. 그림 B-5의 (a)~(c)는 속도벡터를 나타내고 있다. Ra 수가 3500인 경우는 규칙적인 와동이 형성되어 있는 것을 볼 수 있고 Ra 수가 35000과 70000에서는 크기가 다른 불규칙적인 와동이 형성되어 있는 것을 알 수 있다. 또한 와동의 개수는 Ra 수가 3500인 경우는 5개인 반면에 Ra 수가 35000과 70000에서는 8개를 갖는다. 그림 B-6는 그림 B-4의 (a)에서 AA단면에 대한 온도 분포를 나타낸 그래프이다.

Ra 수가 높은 경우는 거의 비슷한 분포를 하고 있으며, 그 기울기가 급격함을 알 수 있다. 그러나, Ra 수가 3500인 경우는 온도의 변화가 35000과 70000에 비하여 상당히 완만하다는 것을 알 수 있다.

이상으로 본 부록에서는 열을 동반하는 유동 현상에 대한 수치해석방법과 적용 예를 간단하게 소개하였다.

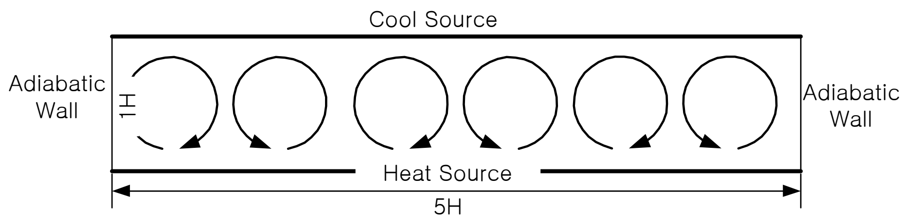
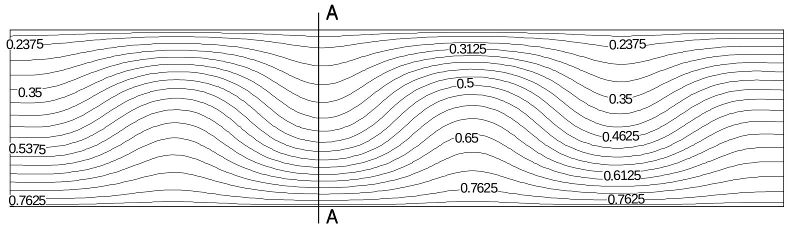


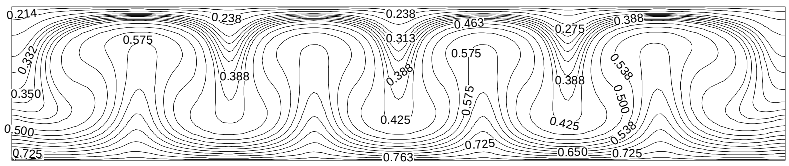
Fig. B-3 Schematic of Benard-Cell

Table B-1 Computational Condition

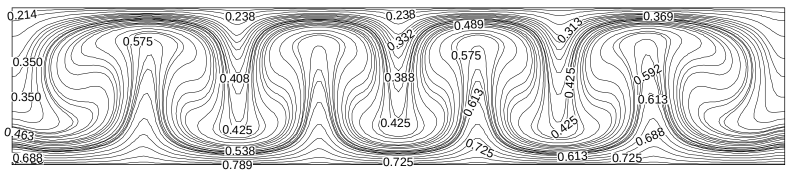
Pr Number	0.7
Gr Number	5000, 50000, 100000
Ra Number	3500, 35000, 70000
Grid Number	40×200
Time Interval	0.0001
Heat Source	80。C
Cool Source	20。C



(a) Ra=3500, T=100

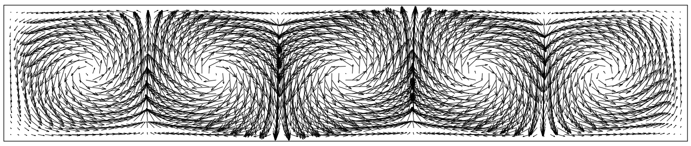


(b) Ra=35000, T=100

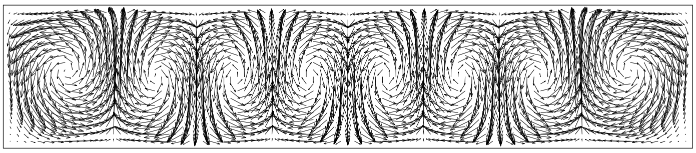


(c) Ra=70000, T=100

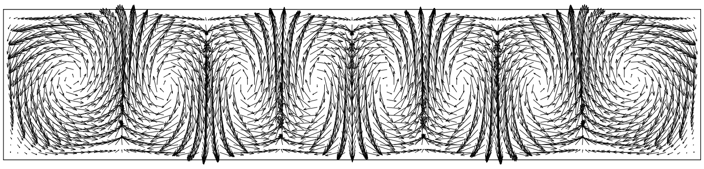
Fig. B-4 Temperature contour according to Ra number



(a) Ra=3500, T=100



(b) Ra=35000, T=100



(c) Ra=70000, T=100

Fig. B-5 Velocity vector according to Ra Number

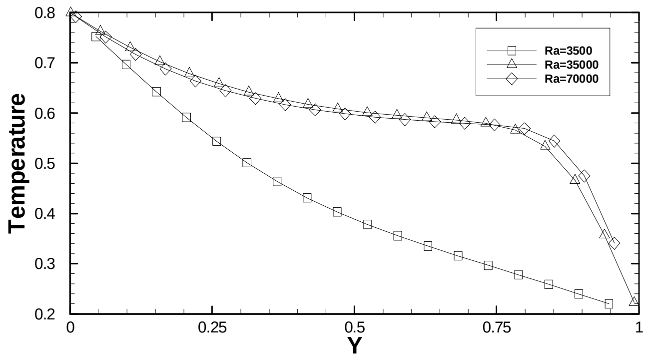


Fig. B-6 Temperature distribution in terms of y-value

감사의 글

본 논문이 완성되기까지 세심한 지도와 조언을 아끼지 않으신 이영호 지도교수님께 진심으로 감사를 드립니다. 또한 바쁘신 와중에 학위논문을 심사하셔서 부족한 논문을 세심하게 다듬어 주신 왕지석 교수님, 남청도 교수님께도 감사를 드립니다. 아울러 학문적인 가르침과 깊이를 더해 주신 김춘식 학장님과 김유택 교수님께 감사를 드립니다.

단기유학 1년 동안 새로운 배움의 길을 열게 해주신 동경공업대학 宮内 敏雄 교수님과 棚橋 店 조교수님께 마음으로부터 감사를 드리며, 어려운 일이 있을 때마다 많은 도움을 준 박사과정의 岩瀬さん, 齋藤さん 그리고 宮内·棚橋 연구실의 학생들에게 감사를 드립니다.

어려운 문제에 부딪힐 때마다 도움을 주신 최장운 선배님께 감사의 말씀을 드리고 싶습니다. 그리고 유동정보 연구실의 실장을 맡아서 분주히 움직이는 정환이 형을 포함한 모든 연구실 동료들과 함께 했던 시간들은 언제까지나 기억하겠습니다.

처음 연구실에 왔을 때 많은 도움을 주었던 삼성 SDS에 근무하는 안경훈 선배님과 많은 시간을 함께 하며 벗이 되어준 임효남 선배님께 진심으로 감사를 드립니다.

저의 논문이 이루어 질 수 있도록 많은 배려와 격려를 아끼지 않으신 큰 형님, 작은 형님, 형수님들, 누님, 매형 그리고 조카들에게도 깊은 감사를 드립니다.

끝으로 어렵고 힘들 때 항상 옆에 있어주고 모든 어려움을 함께 나눈 사랑하는 아내 소영이 그리고 자식들을 위한 헌신을 삶의 기쁨으로 여기며 살아오신 어머니께 진심으로 감사를 드리며, 지금은 멀리서 지켜보시고 항상 도와주시는 아버지 영전에 명복을 빌면서 이 논문을 바칩니다.