

공학석사 학위논문

Spar의 동적 거동에 대한 실험적 연구

An Experimental Study for the Dynamic Behaviour of Spar

지도교수 조 효 제

2003년 2월

한국해양대학교 대학원

해양시스템공학부

오 태 원

本 論 文 을 吳 太 源 의 工 學 碩 士 學 位 論 文 으 로 認 准 함 .

심사위원장 공학박사 손경호 (인)

심 사 위 원 공학박사 현범수 (인)

심 사 위 원 공학박사 조효제 (인)

2003년 2월

한국해양대학교 대학원

해양시스템공학부

오태원

An Experimental Study for the Dynamic Behaviour of Spar

Oh Tae Won

**Department of Naval Architecture
Graduate School, Korea Maritime University**

Abstract

This study presents the wave force and motion for spar platform. The advantage of spar platform is that it is easy to manufacture and excellency to motion characteristics. It is important to estimate exactly wave force acting on spar platforms for basic design of them. We measured the wave exciting force and motion for classic spar and truss spar model, and accomplished the numerical calculation using diffraction theory. The results show that experimental values are good agreement with theoretical value. But it is difficult to estimate accurate value considering the heave plate of truss spar due to the viscosity.

Contents

Abstract	I
Contents	II
Nomenclatures	IV
List of Tables	VIII
List of Photo	VIII
List of Figures	IX
1. 서론	1
1.1 연구 배경	1
1.2 기존의 연구	2
1.3 연구의 내용	4
2. 이론 해석	5
2.1 개요	5
2.2 주파수영역 응답해석	6
2.2.1 자유표면 경계조건	7
2.2.2 물체표면 경계조건	9
2.2.3 경계치 문제와 유체력	13
2.2.4 파강제력과 전달함수	16
2.2.5 운동방정식	25
2.3 시간영역 응답해석	27
2.3.1 시간영역에서의 파강제력	27
2.3.2 시간영역 운동방정식	34
3. 실험방법 및 모형	36
3.1 실험 조건	36
3.2 모형	37
3.3 실험 방법	44
3.4 데이터 계측 및 처리 방법	47
4 결과 및 고찰	50
4.1 파강제력	50
4.1.1 규칙파중의 파강제력	50

4.1.2 불규칙파중의 파강제력	55
4.1.3 과도수파중의 파강제력	62
4.2 운동응답	65
4.2.1 자유동요시험	65
4.2.2 규칙파중의 운동응답	69
4.2.3 불규칙파중의 운동응답	74
4.2.3 과도수파중의 과도운동	86
4.3 계류력	88
5 결언	93
참 고 문 헌	94

Nomenclature

A_w	: 부체의 수선 면적
C	: solid angle
C_{kl}	: 정수압에 의한 복원력 계수
C'_{kl}	: 계류계에 의한 복원력 계수
EA^j_t	: 계류부재의 축강성
$\{F\}$: 파랑중 물체에 작용하는 유체력
$\{F^{(0)}\}$: 평균 침수표면 S_m 에 작용하는 정수압에 의한 정적부력
$\{F^{(1)}\}$: 파와 같은 주기로 작용하는 1차 유체력
$\{F^{(2)}\}$: 평균 침수표면 S_m 상에서의 압력과 법선벡터의 곱에 의한 2차 유체력
$\{F^{(1)}_{ex}\}$: 1차 파강제력
$\{F^{(2)}_{ex}\}$: 2차 파강제력
G	: 그린함수
H_F	: 파강제력의 전달함수
$\{H^1_F(\omega)\}$: 1차 파강제력의 전달함수
$\{H^1_M(\omega)\}$: 1차 파강제모멘트의 전달함수
$\{H^2_F(\omega_1, \omega_2)\}$: 2차 파강제력의 전달함수
$\{H^2_M(\omega_1, \omega_2)\}$: 2차 파강제모멘트의 전달함수
I	: 관성모멘트
$K_{kl}(t)$: 메모리 영향함수
$\{M\}$: 파랑중 물체에 작용하는 모멘트
$\{M^{(1)}\}$: 평균 침수표면 S_m 에 작용하는 정수압에 의한 1차 모멘트
$\{M^{(2)}\}$: 평균 침수표면 S_m 상에서의 압력과 법선벡터의 곱에 의한 2차 모멘트
$\{M^{(1)}_{ex}\}$: 1차 파강제모멘트
$\{M^{(2)}_{ex}\}$: 2차 파강제모멘트

M_{kl}	: 부체의 관성력 계수
$O-XYZ$: 공간 고정 좌표계
$\widehat{O}-\widehat{X}\widehat{Y}\widehat{Z}$: 물체와 함께 운동하는 물체 고정 좌표계
$O-X'YZ$: 공간 고정 좌표계와 평행한 물체 고정 좌표계
P	: 순간 침수 표면 S_H 에 대한 압력
P_m	: 평균위치에서의 침수표면 S_m 에 대한 압력
P_0	: 대기압
$Q_D^{(2)}(X, Y, t)$: 2차 diffraction 포텐셜을 만족하는 자유표면 경계조건
$Q_I^{(2)}(X, Y, t)$: 2차 입사파 속도 포텐셜을 만족하는 자유표면 경계조건
$[R]$: 좌표 변환행렬
$[R]^T$: $[R]$ 의 전치행렬
S_H	: 물체의 순간 침수표면
S_m	: 평균위치에서의 침수표면
S_{kl}	: 수선면 2차 모멘트
U_l	: 부체의 각 방향 변위
V	: 평균침수체적
V_n	: 물체표면에서의 물체의 법선 방향 속도
$\{V\}$: 물체의 속도벡터
(X_f, Y_f)	: 부면심
$(\widehat{X}_f, \widehat{Y}_f)$: 물체고정 좌표계에 있어서의 평형위치의 부면심
(X_B, Y_B, Z_B)	: 부체의 부력중심
(X_G, Y_G, Z_G)	: 부체의 무게중심
Z	: 자유표면 방정식
$a_k^{(1)}$: k성분 입사파의 1차 수면변화의 복소진폭
$f_k(t)$: 파강제력
$\{f_{Fk}^{(1)}\}$: 파주파수 ω_k 인 1차 파강제력의 전달함수
$\{f_{Mk}^{(1)}\}$: 파주파수 ω_k 인 1차 파강제모멘트의 전달함수
$\{\hat{f}_T^j\}$: 계류부재 고정 좌표계에서의 계류력 벡터

$\{f_{Fk}^{(1)}\}$: 파주파수 ω_k 인 1차 파강제력의 전달함수
g	: 중력가속도
$h_{F(\tau)}$: 파강제력의 임펄스 응답함수
$\{h_{F}^1(\tau)\}$: 1차 파강제력의 임펄스 응답함수
$\{h_{F}^2(\tau)\}$: 2차 파강제력의 임펄스 응답함수
$\{h_{M}^1(\tau)\}$: 1차 파강제모멘트의 임펄스 응답함수
$\{h_{M}^2(\tau)\}$: 2차 파강제모멘트의 임펄스 응답함수
k	: 변수분리계수
k_k	: k 성분 입사파의 1차 수면변화의 파수
m	: 부체의 질량
$m_{kl}(\infty)$: 무한 주파수에서의 부가질량
$\{n\}$: 물체 표면상의 단위 법선 벡터
$\{\hat{n}\}$: $\widehat{O}-\widehat{X}\widehat{Y}\widehat{Z}$ 좌표계에 대한 법선벡터
(x_m, y_m, z_m)	: 어떤 임의의 운동 기준점의 좌표
\hat{z}_T^j	: 계류부재의 축방향 변위
$\{\Xi\}$: 병진 변위벡터
$\{\dot{\Xi}\}$: 병진 속도벡터
Φ	: 속도 포텐셜
Φ_I	: 입사파에 대한 속도 포텐셜
Φ_D	: 회절에 의한 속도 포텐셜
Φ_R	: 방사에 의한 속도 포텐셜
$\Phi^{(1)}$: 입사파에 대한 1차 속도 포텐셜
$\Phi_I^{(1)}$: 1차 입사파 포텐셜
$\Phi_D^{(1)}$: 1차 diffraction 포텐셜
$\Phi_R^{(1)}$: 1차 radiation 포텐셜
$\Phi^{(2)}$: 입사파에 대한 2차 속도 포텐셜
$\Phi_I^{(2)}$: 2차 입사파 포텐셜
$\Phi_D^{(2)}$: 2차 diffraction 포텐셜

$\Phi_R^{(2)}$: 2차 radiation 포텐셜
$\Phi(X, Y, Z, t)$: 입사파, 방사파, 산란파 및 이들의 상호간섭에 의한 속도포텐셜
$\{\Omega\}$: 회전 변위벡터
$\{\dot{\Omega}\}$: 회전 속도벡터
β	: 입사파의 입사각
r	: 임의의 위치에서 소오스까지의 거리
ε	: 미소 파라미터
ε_k	: k성분 입사파의 1차 수면변화의 위상
$\zeta^{(1)}$: 기준 좌표계의 원점 ($X=Y=0$)에서의 1차 수면 변화량
$\zeta^{(2)}$: 2차 수면변위
ζ_R	: 상대 수면변위
$\zeta(X, Y, t)$: 자유표면의 수면변위
$\eta_{jk}^{(1)}$: 파 주파수 ω_k 인 단위 진폭의 성분파가 입사했을 때의 부체의 j 방향 복소 운동 진폭
μ_{kj}	: j 방향의 운동에 의한 k 방향에의 부가 질량
ν_{kj}	: j 방향의 운동에 의한 k 방향에의 감쇠계수
ρ	: 유체의 밀도
σ	: 소오스의 강도
$\phi_{jk}^{(1)}$: 정수중에 j 방향 단위 속도 진폭으로 주파수 ω_k 인 강제 동요에 의한 radiation 포텐셜
ω_k	: k 성분 입사파의 1차 수면변화의 주파수

List of Table

Table 3.1 Regular Wave Characteristics for Model Test.....	37
Table 3.2 Irregular Wave Characteristics for Model Test.....	37
Table 3.3 Principal Dimensions & Particulars of Models.....	42
Table 3.4 Restoring Force Coefficient of Each Motion Mode according to Various Mooring Point.....	44
Table 4.1.1 Mesh Information.....	50
Table 4.2.1 Comparison of Natural Periods.....	68

List of Photo

Photo 3.1 Model for Experiment of Wave Exciting Force.....	38
Photo 3.2 Truss Spar Model with & without Strakes for Motion Response test, Scale of 1:400.....	41
Photo 3.3 Classic Spar Model with &without Strakes for Motion Response test, Scale of 1:400.....	41
Photo 3.4 Model Installation in Ocean Engineering Basin.....	46
Photo 3.5 Classic Spar Model Test in Transient Waves.....	46
Photo 3.6 Classic Spar Model Test in Regular Waves.....	46
Photo 3.7 Classic Spar Model Test in Irregular Waves.....	46
Photo 3.8 Truss Spar Model Test in Transient Waves.....	46
Photo 3.9 Truss Spar Model Test in Irregular Waves.....	46

List of Figures

Fig.2.1 Coordinate Systems.....	7
Fig.2.2 Transformation of Coordinations.....	10
Fig.2.3 Relationship between S and S_m	15
Fig.3.1 Schematic of Ocean Engineering Wave Basin.....	36
Fig.3.2 Model for Experiment of Wave Exciting force.....	38
Fig.3.3 Truss Spar Model for Motion Response Experiment, Scale of 1:400.....	39
Fig.3.4 Classic Spar Model for Motion Response Experiment, Scale of 1:400....	40
Fig.3.5 Mooring points of Truss spar model.....	43
Fig.3.6 Mooring points of Classic spar model.....	43
Fig.3.7 Model Installation (Longitudinal section).....	45
Fig.3.8 Model Mooring Arrangement, Model Installation (Transverse section)..	45
Fig.3.9 Time History of Input Signal for Wave Maker.....	48
Fig.3.10 Time History of Measured Wave Elevation.....	48
Fig.3.11 Time History of Measured Surge Exciting Force.....	48
Fig.3.12 Time History of Measured Tension Variation I	48
Fig.3.13 Time History of Measured Tension Variation II	49
Fig.3.14 Measured Displacement of Tracking Target 1.....	49
Fig.3.15 Measured Displacement of Tracking Target 2.....	49
Fig.3.16 Time History of Measured Surge Response.....	49
Fig.4.1.1 Pannelled Model of Classic Spar, Truss Spar, Hull part of Truss Spar.....	51
Fig.4.1.2 Surge Exciting Forces bet. Classic & Truss Spar.....	53
Fig.4.1.3 Heave Exciting Forces bet. Classic & Truss Spar.....	53
Fig.4.1.4 Pitch Exciting Moments bet. Classic & Truss Spar.....	53
Fig.4.1.5 Surge Exciting Force of Truss Spar bet. with & without Heave Plate.....	53
Fig.4.1.6 Heave Exciting Force of Truss Spar bet. with & without Heave Plate.....	54
Fig.4.1.7 Pitch Exciting Moment of Truss Spar bet. with & without Heave plates.....	54
Fig.4.1.8 Heave Exciting Force Changing the Space of Heave Plates.....	54

Fig.4.1.9 Surge Impulse Response Function - Classic Spar.....	55
Fig.4.1.10 Heave Impulse Response Function - Classic Spar.....	55
Fig.4.1.11 Pitch Impulse Response Function - Classic Spar.....	55
Fig.4.1.12 Surge Impulse Response Function - Truss Spar.....	56
Fig.4.1.13 Heave Impulse Response Function - Truss Spar.....	56
Fig.4.1.14 Pitch Impulse Response Function - Truss Spar.....	56
Fig.4.1.15 Time History of Wave Elevation [$H_{1/3}=4\text{cm}$, $T=1.0\text{sec}$].....	57
Fig.4.1.16 Time History of Surge force (Numerical).....	57
Fig.4.1.17 Time History of Heave force (Numerical).....	57
Fig.4.1.18 Time History of Pitch Moment (Numerical).....	57
Fig.4.1.19 Time History of Surge force (Experiment).....	58
Fig.4.1.20 Time History of Heave force (Experiment).....	58
Fig.4.1.21 Time History of Pitch Moment (Experiment).....	58
Fig.4.1.22 Wave Spectra between Target and Measuring.....	59
Fig 4.1.23 Surge Force for Classic Spar.....	59
Fig.4.1.24 Heave Force for Classic Spar.....	60
Fig.4.1.25 Pitch Moment for Classic Spar.....	60
Fig.4.1.26 Surge Force for Truss Spar.....	60
Fig.4.1.27 Heave Force for Truss Spar.....	60
Fig.4.1.28 Signification Value of Surge Force for Each Models.....	61
Fig.4.1.29 Signification Value of Heave Force for Each Models.....	61
Fig.4.1.30 Time History of Transient Wave Elevation.....	63
Fig.4.1.31 Time History of Surge Force for Classic Spar.....	63
Fig.4.1.32 Time History of Heave Force for Classic Spar.....	63
Fig.4.1.33 Time History of Pitch Moment for Classic Spar.....	63
Fig.4.1.34 Time History of Surge Force for Truss Spar.....	64
Fig.4.1.35 Time History of Heave Force for Truss Spar.....	64
Fig.4.1.36 Time History of Pitch Moment for Truss Spar.....	64
Fig.4.1.37 Maximum Forces.....	64
Fig.4.2.1 Free Decay test, Classic Spar without Strakes.....	66
Fig.4.2.2 Simulated Free Decay, Classic Spar without Strakes.....	66
Fig.4.2.3 Free Decay test, Truss Spar without Strakes.....	67
Fig.4.2.4 Simulated Free Decay, Truss Spar without Strakes.....	68
Fig.4.2.5 Measured & Simulated Surge Response.....	70
Fig.4.2.6 Measured & Simulated Heave Response	70
Fig.4.2.7 Measured & Simulate Pitch Response.....	70

Fig.4.2.8 Surge Response of Classic Spar with & without Strakes.....	70
Fig.4.2.9 Heave Response of Classic Spar with & without Strakes.....	71
Fig.4.2.10 Pitch Response of Classic Spar with & without Strakes.....	71
Fig.4.2.11 Surge Response of Truss Spar with & without Strakes.....	71
Fig.4.2.12 Heave Response of Truss Spar with & without Strakes.....	71
Fig.4.2.13 Pitch Response of Truss Spar with & without Strakes.....	72
Fig.4.2.14 Surge Response of Classic Spar Changing the Mooring Points.....	72
Fig.4.2.15 Heave Response of Classic Spar Changing the Mooring Points.....	72
Fig.4.2.16 Pitch Response of Classic Spar Changing the Mooring Points.....	72
Fig.4.2.17 Surge Response of Truss Spar Changing the Mooring Points.....	73
Fig.4.2.18 Heave Response of Truss Spar Changing the Mooring Points.....	73
Fig.4.2.19 Pitch Response of Truss Spar Changing the Mooring Points.....	73
Fig.4.2.20 Measured & Simulated Heave Response of Truss Spar with & without Strakes & Plates.....	73
Fig.4.2.21 Surge Memory Effect Function - Classic Spar.....	74
Fig.4.2.22 Heave Memory Effect Function - Classic Spar.....	74
Fig.4.2.23 Pitch Memory Effect Function - Classic Spar.....	74
Fig.4.2.24 Surge Memory Effect Function - Truss Spar.....	75
Fig.4.2.25 Heave Memory Effect Function - Truss Spar.....	75
Fig.4.2.26 Pitch Memory Effect Function - Truss Spar.....	75
Fig.4.2.27 Time History of Wave ($H_{1/3} = 4\text{cm}$, $T = 1.2\text{sec}$).....	76
Fig.4.2.28 Time History of Surge Motion (Experiment).....	76
Fig.4.2.29 Time History of Surge Motion (Simulation).....	76
Fig.4.2.30 Time History of Heave Motion (Experiment).....	76
Fig.4.2.31 Time History of Heave Motion (Simulation).....	77
Fig.4.2.32 Time History of Pitch Motion (Experiment).....	77
Fig.4.2.33 Time History of Pitch Motion (Simulation).....	77
Fig.4.2.34 Wave Spectrum of Wave.....	79
Fig.4.2.35 Wave Spectrum of Wave.....	79
Fig.4.2.36 Spectra of Surge Motion between Classic and Truss Spar w/o Strake.....	79
Fig.4.2.37 Spectra of Heave Motion between Classic and Truss Spar w/o Strake.....	79
Fig.4.2.38 Spectra of Pitch Motion between Classic and Truss Spar w/o Strake.....	80
Fig.4.2.39 Spectra of Surge Motion between w/ and w/o Strake (Classic Spar).....	80
Fig.4.2.40 Spectra of Heave Motion between w/ and w/o Strake (Classic Spar).....	80
Fig.4.2.41 Spectra of Pitch Motion between w/ and w/o Strake (Classic Spar).....	80
Fig.4.2.42 Spectra of Surge Motion between w/ and w/o Strake (Truss Spar).....	81

Fig.4.2.43 Spectra of Heave Motion between w/ and w/o Strake (Truss Spar).....	81
Fig.4.2.44 Spectra of Pitch Motion between w/ and w/o Strake (Truss Spar).....	81
Fig.4.2.45 Spectra of Surge Motion according to Various Mooring Point (Classic Spar).....	81
Fig.4.2.46 Spectra of Heave Motion according to Various Mooring Point (Classic Spar).....	82
Fig.4.2.47 Spectra of Pitch Motion according to Various Mooring Point (Classic Spar).....	82
Fig.4.2.48 Spectra of Surge Motion according to Various Mooring Point (Truss Spar).....	82
Fig.4.2.49 Spectra of Heave Motion according to Various Mooring Point (Truss Spar).....	82
Fig.4.2.50 Spectra of Pitch Motion according to Various Mooring Point (Truss Spar).....	83
Fig.4.2.51 Signification Value of Each Motion between Classic and Truss Spar.....	84
Fig.4.2.52 Signification Value of Each Motion between w/ and w/o Strake (Classic Spar).....	84
Fig.4.2.53 Signification Value of Each Motion between w/ and w/o Strake (Truss Spar).....	85
Fig.4.2.54 Significant Value of Each Motion according to Various Mooring Point (Classic Spar).....	85
Fig.4.2.55 Significant Value of Each Motion according to Various Mooring Point (Truss Spar).....	85
Fig.4.2.56 Transient Wave and Transient Motions of Classic Spar with strake (Moored at Point B).....	87
Fig.4.2.57 Transient Wave and Transient Motions of Truss Spar with strakes (Moored at Point B).....	87
Fig.4.3.1 Tension Response I : Classic Spar, Mooring point A.....	88
Fig.4.3.2 Tension ResponseII: Classic Spar, Mooring point A.....	89
Fig.4.3.3 Tension Response I : Classic Spar, Mooring point B.....	89
Fig.4.3.4 Tension ResponseII: Classic Spar, Mooring point B.....	89
Fig.4.3.5 Tension Response I : Classic Spar, Mooring point C.....	89
Fig.4.3.6 Tension ResponseII: Classic Spar, Mooring point C.....	90
Fig.4.3.7 Tension Response I : Truss Spar, Mooring point A.....	90
Fig.4.3.8 Tension ResponseII: Truss Spar, Mooring point A.....	90
Fig.4.3.9 Tension Response I : Truss Spar, Mooring point B.....	90

Fig.4.3.10 Tension Response II: Truss Spar, Mooring point B.....	91
Fig.4.3.11 Tension Response I : Truss Spar, Mooring point C.....	91
Fig.4.3.12 Tension ResponseII: Truss Spar, Mooring point C.....	91
Fig.4.3.13 Significant Value of Tension Response according to Various Mooring Point (Classic Spar).....	92
Fig.4.3.14 Significant Value of Tension Response according to Various Mooring Point (Truss Spar).....	92
Fig.4.3.15 Significant Value of Tension Response according to Various Mooring Point (Truss vs Classic Spar).....	92

1. 서론

1.1 연구 배경

해양개발을 위한 기술은 해양유전 개발과 더불어 급속히 발전하였다. 가까운 미래에는 해양공간 및 자원의 개발은 대수심역으로 확대될 것이며 그에 맞는 다양한 개념의 구조물들이 건조될 것이다. 현재 해양자원 개발을 위한 대표적 구조물로서 FPSO(Floating, Production, Storage & Offloading), TLP(Tension Leg Platform), Spar등이 있으며, 특히 Spar는 운동 성능의 우수성과 제작의 간편함 등의 장점이 있어 심해석유자원 개발용 구조물로 각광을 받을 것으로 전망된다.

Spar는 시추 또는 생산을 위한 시설물을 지지하기 위한 깊은 흘수를 가진 실린더형 부유체로 되어 있으며, 동적 안정성의 확보를 위해 실린더 하부에 적절한 밸러스트를 통하여 부심위치 보다는 무게중심을 아래에 두고 있다. 위치유지를 위한 계류계는 초기 인장을 가한 방사형 카테나리 계류를 하고 있으며 Mooring line의 부착을 위한 페어리더(Fairlead)는 Mooring line에 미치는 동적 효과를 최소화하기 위하여 무게중심의 근방에 두는 것이 일반적이다. 전형적인 Spar는 surge 300~350sec, pitch 50~100sec, heave 30sec 정도의 고유주기를 가지고 있어 일반적인 해양파와의 공진을 피하도록 하여 우수한 운동성능을 확보하도록 하고 있다. 따라서 TLP에서 나타나는 springing이나 ringing 현상은 피할 수 있는 반면, 장주기 표류운동이 수반될 수 있다.

향후 건조예정인 Spar는 Marginal Field나 소형유전에 적합한 실린더형에 Truss몸체를 덧붙인 Truss형이 다수 계획 중에 있어 이와 같은 형상을 가진 구조물에 대한 기초적인 연구는 일부 연구자들에 의해 다수 수행되어 왔다. 그러나 형상 변화에 대한 체계적인 연구는 아직 미비한 실정이며 특히 우리나라 해양산업계에서는 많은 해양구조물을 건조해 왔고 또 건조 중에 있지만 엔지니어링 기술은 대부분 외국에 의존하고 있는 상황이다. 따라서 본 연구에서 수행하고자 하는 파랑중의 Spar의 동적거동을 체계적으로 파악하고자 하는 것은 기초적이지만 개념설계 측면에서는 필수적인 연구과제로 사료된다.

1.2 기존의 연구

해양자원 개발용으로 Spar의 개념이 처음 도입된 것은 해양과학탐사를 위해 1961년에 건조된 FLIP(Floating Instrument Platform)이다. 미국의 스크립스 해양연구소 소속으로 연구원이 거주하는 유인 관측부이로서 자체 동력을 갖지 않고 예인선에 의해 연구조사 위치까지 이동하여 벨러스트 탱크(Ballast tank)에 물을 채워 길이 90m의 선체를 직립시키면 수직으로 4층 건물 규모의 부유 실험실로 새로이 변신하게 된다.

1976년 Royal Dutch Shell에 의해 건조된 Brent Spar는 원유저장과 하역플랫폼으로써 북해의 중간 수심역에 설치되었다. 그러나 오늘날의 Spar는 거의 생산용 구조물로써 각광받고 있다.

Glanville(1991)등은 Spar의 설계개념, 건조, 설치에 대한 세부사항들을 연구하여, 시험 생산 및 굴착등을 포함하는 굴착 방식과 Well system 선택에 유연성을 가지고 있다는 결과를 발표하였다.

Mekha(1995)등은 SPAR의 3자유도 운동(surge, heave, pitch)의 구현을 위한 수학적 모델을 구성하였다. 관성력은 모리슨 방정식(Morrison equation)으로부터 얻어지는 상수값을 이용하여 계산한 결과와 산란파 이론(Diffraction theory)에 근거한 주파수에 따라 변화하는 관성력계수(C_m)를 적용할 경우를 비교하여 계산하였다. 항력은 각 경우에서 모리슨 방정식의 비선형 항을 이용해 계산하였으며, 시간영역에서의 해석을 수행하였다.

Cao(1996)등은 조합된 파랑 모델들을 이용한 해양파에 기인하는 느슨하게 계류된 세장형 해양구조물들의 장주기 표류력을 추정하는 효과적인 방법론을 제시하였다. 조합된 해상 파랑 모델들의 2차 파경사 까지를 고려하고, 비선형 차주파수의 영향을 포함하는 정확한 입사파의 구현을 연구하였다. 이 연구의 특징은 시간영역에서 파면의 상승량을 입력값으로 쓸 수 있으며, 계류된 입사파에 대한 구조물의 운동은 결정론적인 방법으로 예측할 수 있다는 것이다.

Ran(1996)등은 규칙파와 불규칙파에서 계류된 Spar의 비선형 운동응답 특성을 연구하였다. 시간영역에서 중첩된 비선형 운동 해석 프로그램을 이용하여 계류된 유연식 구조물의 정적·동적 거동을 해석하였다. 특히 효율적인 직각 좌표계를 적용한 동적 유한요소 시스템을 이용해 테더와 계류삭의 동적거동을 추정하였다.

Jha(1997)등은 해석적인 Spar의 surge, pitch만에 대한 추정치와 실험의 결과를 비교·검토하였다. 기본적으로 고려된 사항은 조합된 비선형 산란 하중과 선형 다자유도 Spar 모형의 spring stiffness, 감쇠 특성, 표류 감쇠력의 영향, 점성력의 영향이다.

Fischer(1998)등은 모형실험과 수치계산 그리고 이들의 조합을 통해 Spar의 상하운동 특성을 연구하였다. 소규모 Spar의 상하운동 특성은 보다 많은 연구가 수행되어야 할 것으로 밝혀졌다.

Chitrapu(1998)등은 규칙파, 불규칙파, 조류 등의 상이한 환경 조건에서 시간영역 해석기법을 적용하여 Spar의 비선형 응답 특성을 연구하였다. 이 해석기법은 다양한 비선형 영향들을 고려할 수 있다. 유체역학적인 힘과 모멘트들은 모리슨 방정식에 의해 계산되었다. 모리슨 방정식은 구조물의 위치에서 정확한 파입자 운동과 힘을 추정할 수 있는 조합이기 때문에 입사파 주파수 영역과 저주파수 영역에서 구조물의 응답을 신뢰성 있게 추측할 수 있다.

Datta(1999)등은 전형적인 Truss Spar에 작용하는 파강제력과 이에 기인하는 운동응답을 모형 시험의 결과와 수치해석의 결과를 통해 고찰하였다. 이 연구의 목적은 아모코(AMOCO)사에서 새로이 건조하는 Truss Spar의 설계에 적용할 유체역학적 계수들을 도출하기 위함이었다.

Xinyu Zhang(2002)등은 동적 응답을 하는 Spar에서 moonpool 안쪽의 riser들과 supporting guide frame의 연성효과(coupling effects)에 대하여 연구하였다. 측정된 pitch, roll, heave 응답들은 Neptune Spar의 현장 측정치(field measurement)들을 통한 비연성법(uncoupled method)의 예측 결과치보다 매우 작게 나타난다. 그 이유는 moonpool안의 riser와 supporting guide frame 사이의 접촉력(contact force)을 무시하였기 때문이다.

1.3 연구의 내용

심해석유개발을 위한 Spar의 동적 거동을 체계적으로 조사하는 것을 연구 목표로 하였다. 따라서 먼저 기존에 설치되어 운용중인 전형적인 Spar, 즉 긴 흘수를 가진 실린더형으로 부체를 형성하고 있는 Spar와 본 연구에서 중점적으로 조사하고자 하는 트러스형 Spar, 즉 부력은 상대적으로 흘수가 낮은 실린더형을 가지고 그 하부에 트러스형의 몸체를 덧붙인 Spar의 응답 특성을 비교 검토하였다. 그리고 Vortex의 발생으로 인한 불균형 수평력을 감소시키기 위하여 부착한 나선형 Strake가 운동 응답에 미치는 영향과 부유체의 위치유지를 위해 계류하게 되는데 계류지점이 운동응답에 미치는 영향을 조사하였다. 이와 같은 동적 거동을 파악하기 위하여 각 형상에 대한 축척 모델을 제작하여 파 생성장치를 겸비한 시험수조에서 실험을 수행하였다. 실험은 규칙파, 불규칙파, 과도수파를 대상으로 하였고 계류는 선형 스프링계수를 가지는 재료를 사용하였다. 그리고 6분력계를 이용하여 각 모델에 작용하는 파강제력을 측정하였고, 광점 위치 측정장치를 이용하여 2차원 운동응답, 수중장력계를 이용하여 계류계에 작용하는 변동 장력을 계측하였다. 이론해석에서는 파강제력 및 주파수 영역 운동응답 계산을 위하여 3차원 특이점 분포법을 적용하였고, 운동응답 및 파강제력의 시간이력을 시뮬레이션하기 위하여 시간 영역 해석법을 적용하였다.

2. 이론해석

2.1 개요

부유식 해양구조물의 파강제력과 동적응답 해석을 위해서는 환경하중의 정확한 추정과 구조물의 동적 거동특성에 대한 신뢰성 있는 물리적 모델링이 필수적이다.

파강제력을 추정하는 방법으로 대표적인 것이 포텐셜이론으로 선체 운동분야에서 시작한 2차원 포텐셜 이론(Strip theory)을 비롯하여 3차원 포텐셜 이론이 사용되고 있다. 복잡한 기하학적 형상을 가지는 해양구조물은 컴퓨터의 발달과 더불어서 현재에는 주로 3차원 포텐셜 이론이 사용되고 있으며, 이러한 포텐셜 이론을 적용한 대표적인 수치해법으로 경계요소법, 유한요소법 등이 있다. 포텐셜 이론은 파랑 하중 및 응답 추정에 있어서 가장 널리 쓰이는 이론으로 유체의 성질은 비점성, 비압축성, 유동을 비회전성으로 가정한다.

이러한 가정하에서 속도포텐셜을 도입하고 이때 유체입자의 속도는 속도포텐셜의 공간좌표에 대한 미분치로부터 구한다. 지배방정식은 연속방정식으로 식(2.1)의 속도 포텐셜의 Laplace 방정식으로부터 구해진다.

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2.1)$$

전체 유동장에서의 유동은 유동장의 각 경계면에서의 조건을 만족시키는 경계치문제를 정립하고 이의 해를 구함으로써 해석된다. 유동장에서의 경계치 문제는 적미분방정식의 형태로 얻어지며 Green의 제2등식으로 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$C\Phi(\vec{x}) = \iint_s \left\{ \frac{\partial \Phi(\vec{\xi})}{\partial n} G(\vec{x}, \vec{\xi}) - \Phi(\vec{\xi}) \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{\xi})}{\partial n} \right\} dS \quad (2.2)$$

여기서, C는 solid angle로 field point (\vec{x})의 위치에 따라 $0 \sim 4\pi$ 의 값을 갖는다.

$G(\vec{x}, \vec{\xi})$ 는 Green 함수로 Laplace 방정식을 만족하는 함수이다. 현재 설계 및 해석의 목적으로 널리 쓰이고 있는 것이 섭동법(perturbation method)에 근거한 선형 포텐셜 이론으로 입사파의 파장에 비해 파진폭이 매우 작고, 유기되는 유동 변화 및 부유체의 운동진폭 또한 미소하다고 가정한다. 그러므로 전체 속도포텐셜을 입사파, 산란, 방사포텐셜의 선형합으로 표시할 수 있다. 또한, 조화운동을 가정하여 시간에 대해 분리하여 다음과 같이 표시한다.

$$\Phi = \phi_I + \phi_D + \phi_R \quad (2.3)$$

이와 같은 선형중첩에 의해 경계치 문제를 산란문제(diffraction problem)와 방사문제(radiation problem)로 나누어 구하고, 선형 베르누이 방정식에 각 속도포텐셜을 대입하여 압력을 구하여 침수표면적에 대해 적분함으로써 파기진력, 동유체력 계수 등을 얻는다.

2.2 주파수영역 응답해석

불규칙과중에서 Spar구조물을 강체로 가정하여 Spar에 작용하는 선형 및 비선형 파강제력을 추정하기 위해 포텐셜 이론을 적용한다. 섭동법에 의한 전개식을 2차항까지 취하여 경계치 문제의 해를 구하는 것으로써 입사파의 주기와 동일한 선형 파강제력(1차 파강제력)과 성분파 주파수의 차이나 합으로 나타나는 비선형 파강제력(2차 파강제력)을 추정한다. 먼저 이론의 정식화를 위하여 Fig.2.1과 같이 정수면상에 원점 O 를 가지고, Z 축의 양의 방향이 상방으로 향하는 공간고정 좌표계 $O-XYZ$, 물체와 함께 운동하는 물체고정 좌표계 $\hat{O}-\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$ 및 공간고정 좌표계와 평행한 물체고정 좌표계 $O'-X'Y'Z'$ 를 사용한다. 섭동법을 적용하기 위하여 유속, 파고, 압력, 유체력, 물체의 운동등을 미소 파라메타 ϵ 에 대해 전개할 수 있는 것으로 가정하면, $O-XYZ$ 좌표계로 표현되는 정수면상의 원점 O 에서 평가된 부체의 병진 변위벡터 $\{\mathcal{E}\} = \{\mathcal{E}_1 \ \mathcal{E}_2 \ \mathcal{E}_3\}^T$ 와 회전 변위벡터 $\{\mathcal{Q}\} = \{\mathcal{Q}_1 \ \mathcal{Q}_2 \ \mathcal{Q}_3\}^T$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$\begin{aligned} \{\mathcal{E}\} &= \{\mathcal{E}_1 \ \mathcal{E}_2 \ \mathcal{E}_3\}^T \\ &= \epsilon \{\mathcal{E}_1^{(1)} \ \mathcal{E}_2^{(1)} \ \mathcal{E}_3^{(1)}\}^T + \epsilon^2 \{\mathcal{E}_1^{(2)} \ \mathcal{E}_2^{(2)} \ \mathcal{E}_3^{(2)}\}^T + O(\epsilon^3) \\ &= \epsilon \{\mathcal{E}^{(1)}\} + \epsilon^2 \{\mathcal{E}^{(2)}\} + O(\epsilon^3) \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \{\mathcal{Q}\} &= \{\mathcal{Q}_1 \ \mathcal{Q}_2 \ \mathcal{Q}_3\}^T \\ &= \epsilon \{\mathcal{Q}_1^{(1)} \ \mathcal{Q}_2^{(1)} \ \mathcal{Q}_3^{(1)}\}^T + \epsilon^2 \{\mathcal{Q}_1^{(2)} \ \mathcal{Q}_2^{(2)} \ \mathcal{Q}_3^{(2)}\}^T + O(\epsilon^3) \\ &= \epsilon \{\mathcal{Q}^{(1)}\} + \epsilon^2 \{\mathcal{Q}^{(2)}\} + O(\epsilon^3) \end{aligned} \quad (2.5)$$

여기서, $\{\mathcal{E}^{(1)}\}$ 와 $\{\mathcal{Q}^{(1)}\}$ 는 각각 부체의 1차 병진 운동벡터와 회전 운동벡터이고,

$\{\mathcal{E}^{(2)}\}$ 와 $\{\mathcal{Q}^{(2)}\}$ 는 각각 부체의 2차 병진 운동벡터와 회전 운동벡터이다. 또, Φ 가 선형 편미분 방정식인 Laplace 방정식을 만족하므로, 각각 $\Phi^{(1)}, \Phi^{(2)}$ 등도 Laplace 방정식을 만족한다. 즉,

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi &= 0 \\ \nabla^2(\epsilon \Phi^{(1)} + \epsilon^2 \Phi^{(2)} + \dots) &= 0 \\ \nabla^2 \Phi^{(1)} = 0, \quad \nabla^2 \Phi^{(2)} = 0, \quad \dots \end{aligned} \tag{2.6}$$

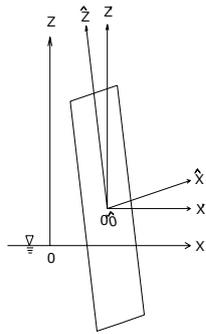


Fig.2.1 Coordinate Systems

2.2.1 자유표면 경계조건

Bernoulli의 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{\rho} P = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - gZ \tag{2.7}$$

여기서, ρ 는 유체의 밀도이고, 자유표면의 방정식을 $Z = \zeta(X, Y, t)$ 로 두면, 자유표

면에서 다음의 식이 성립한다.

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - gZ = \frac{1}{\rho} P_0 = 0$$

$$gZ + \Phi_t + \frac{1}{2} (\Phi_X^2 + \Phi_Y^2 + \Phi_Z^2) = 0 \quad \text{on } Z = \zeta(X, Y, t) \quad (2.8)$$

여기서, P_0 는 대기압으로서 자유표면의 유체입자에 항상 일정하게 작용하므로 0으로 둘 수 있으며, 자유표면에서의 자유표면의 법선방향 속도와 그 표면에서의 유체입자의 법선방향 속도가 같다는 운동학적 조건과 자유표면의 압력이 일정하다는 동역학적 조건을 만족해야 한다. 이 조건들은 자유표면에서의 압력의 전미분이 0이 되어야 한다는 다음의 식(2.9)으로 나타낼 수 있다.

$$-\frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial X} \frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \frac{\partial}{\partial Y} + \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \frac{\partial}{\partial Z} \right) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi + gZ \right)$$

$$= \Phi_t + g\Phi_Z + 2[\Phi_X \Phi_{Xt} + \Phi_Y \Phi_{Yt} + \Phi_Z \Phi_{Zt}]$$

$$+ \Phi_X^2 \Phi_{XX} + \Phi_Y^2 \Phi_{YY} + \Phi_Z^2 \Phi_{ZZ} + 2(\Phi_X \Phi_Y \Phi_{XY} + \Phi_Y \Phi_Z \Phi_{YZ} + \Phi_Z \Phi_X \Phi_{ZX})$$

$$= \Phi_t + g\Phi_Z + \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi] + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla (\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi)$$

$$= 0 \quad \text{on } Z = \zeta(X, Y, t) \quad (2.9)$$

여기서, $\Phi(X, Y, Z, t)$ 는 입사파, 방사파, 산란파 및 이들의 상호간섭에 의한 속도포텐셜이고, $\zeta(X, Y, t)$ 는 자유표면의 수면변위이며, g 는 중력가속도이다. 속도포텐셜과 수면변위를 미소 파라미터 ϵ 에 대해 섭동전개하면 다음과 같이 된다.

$$\Phi(X, Y, Z, t) = \epsilon \Phi^{(1)}(X, Y, Z, t) + \epsilon^2 \Phi^{(2)} + \epsilon^3 \Phi^{(3)} + \dots$$

$$\zeta(X, Y, t) = \epsilon \zeta^{(1)}(X, Y, t) + \epsilon^2 \zeta^{(2)} + \epsilon^3 \zeta^{(3)} + \dots \quad (2.10)$$

식(2.8)을 $Z=0$ 에서 Taylor전개하고, 식(2.4)를 대입하여 차수별로 정리하면, 다음과 같이 1차 및 2차 수면변위가 얻어진다.

$$\text{1st order : } \zeta^{(1)} = -\frac{1}{g} \Phi_t^{(1)} \quad \text{on } Z=0 \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \text{2nd order : } \zeta^{(2)} &= -\frac{1}{g} \Phi_t^{(2)} - \frac{1}{2g} (\Phi_X^{(1)^2} + \Phi_Y^{(1)^2} + \Phi_Z^{(1)^2}) + \frac{1}{g^2} \Phi_t^{(1)} \Phi_{tZ}^{(1)} \\ &\text{on } Z=0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

또, 식(2.9)를 $Z=0$ 에서 Taylor 전개하고 식(2.10)에 대입하여 차수별로 정리하면, 다음과 같이 1차 및 2차 자유표면 경계조건이 얻어진다..

$$\text{1st order : } \Phi_t^{(1)} + g\Phi_Z^{(1)} = 0 \quad \text{on } Z=0 \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \text{2nd order : } \Phi_t^{(2)} + g\Phi_Z^{(2)} &= -\frac{\partial}{\partial t} (\Phi_X^{(1)^2} + \Phi_Y^{(1)^2} + \Phi_Z^{(1)^2}) + \frac{\Phi_t^{(1)}}{g} \frac{\partial}{\partial Z} (\Phi_t^{(1)} + g\Phi_Z^{(1)}) \\ &= Q^{(2)}(X, Y, t) \quad \text{on } Z=0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.2.2 물체표면 경계조건

물체표면의 방정식을 $S_H(X, Y, Z, t) = 0$ 으로 두고, 물체표면에서의 단위 법선벡터를 $\{n\} = \{n_1 \ n_2 \ n_3\}^T$ 라 하면, 물체표면에서의 유체의 법선방향 속도와 물체의 법선방향 속도가 같다는 물체표면 경계조건은 다음과 같이 된다.

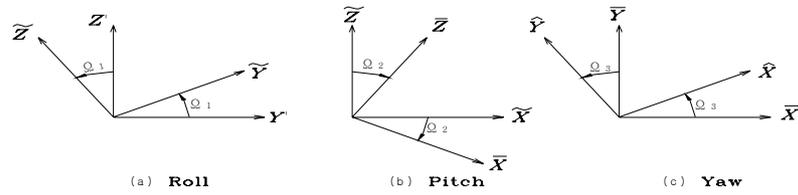
$$\frac{\partial}{\partial n} \Phi = \{n\} \cdot \nabla \Phi = V_n = \{n\} \cdot \{V\} \quad \text{on } S_H \quad (2.15)$$

여기서, V_n 과 $\{V\}$ 는 각각 물체표면에서의 물체의 법선방향 속도 및 물체의 속도 벡터이다. 공간고정 좌표계 $O-XYZ$, 물체고정 좌표계 $\hat{O}-\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$ 및 공간고정 좌표계와 평행한 물체고정 좌표계 $O'-X'Y'Z'$ 로 표현되는 임의점의 위치벡터를 각각 $\{X\} = \{X \ Y \ Z\}^T$, $\{\hat{X}\} = \{\hat{X} \ \hat{Y} \ \hat{Z}\}^T$ 및 $\{X'\} = \{X' \ Y' \ Z'\}^T$ 라 하면, 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \{\hat{X}\} &= [R](\{X\} - \{E\}) = [R]\{X'\} \\ \{X\} &= [R]^T\{\hat{X}\} + \{E\} \\ \{X'\} &= [R]^T\{\hat{X}\} \end{aligned} \quad (2.16)$$

여기서, $[R]^T$ 는 $[R]$ 의 전치행렬이고, $[R]$ 은 좌표 변환행렬로서 직교행렬의 특

성을 가지므로 다음의 관계가 성립한다.



(a)Roll

(b)Pitch

(c)Yaw

Fig.2.2 Transformation of Coordinations

$$[R][R]^T = [R][R]^{-1} = [I]$$

변환행렬 $[R]$ 은 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 의 순으로 Fig.2.2와 같이 회전하는 것으로 하면, 다음과 같이 얻어진다.

$$\{\tilde{X}\} = [A]\{X'\}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Omega_1 & \sin\Omega_1 \\ 0 & -\sin\Omega_1 & \cos\Omega_1 \end{bmatrix}$$

$$\{\bar{X}\} = [B]\{\tilde{X}\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \cos\Omega_2 & 0 & -\sin\Omega_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Omega_2 & 0 & \cos\Omega_2 \end{bmatrix}$$

$$\{\hat{X}\} = [C]\{\bar{X}\}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \cos\Omega_3 & \sin\Omega_3 & 0 \\ -\sin\Omega_3 & \cos\Omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[R] = [C][B][A]$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} \cos \Omega_3 & \sin \Omega_3 & 0 \\ -\sin \Omega_3 & \cos \Omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Omega_2 & 0 & -\sin \Omega_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Omega_2 & 0 & \cos \Omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega_1 & \sin \Omega_1 \\ 0 & -\sin \Omega_1 & \cos \Omega_1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos \Omega_2 \cos \Omega_3 & \cos \Omega_1 \sin \Omega_3 + \sin \Omega_1 \sin \Omega_2 \cos \Omega_3 & \sin \Omega_1 \sin \Omega_3 - \cos \Omega_1 \sin \Omega_2 \cos \Omega_3 \\ -\cos \Omega_2 \sin \Omega_3 & \cos \Omega_1 \cos \Omega_3 - \sin \Omega_1 \sin \Omega_2 \sin \Omega_3 & \sin \Omega_1 \cos \Omega_3 + \cos \Omega_1 \sin \Omega_2 \sin \Omega_3 \\ \sin \Omega_2 & -\sin \Omega_1 \cos \Omega_2 & \cos \Omega_1 \cos \Omega_2 \end{bmatrix} \quad (2.17)
\end{aligned}$$

또, $\{\Omega\}$ 는 미소량이므로 $\sin \Omega_1$ 과 $\cos \Omega_1$ 을 Maclaurin 급수전개하여, 식(2.5)를 고려하면, 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
\sin \Omega_1 &= \Omega_1 - \frac{\Omega_1^3}{3!} + \frac{\Omega_1^5}{5!} - \dots = \varepsilon \Omega_1^{(1)} + \varepsilon^2 \Omega_1^{(2)} + O(\varepsilon^3) \\
\cos \Omega_1 &= 1 - \frac{\Omega_1^2}{2!} + \frac{\Omega_1^4}{4!} - \dots = 1 - \frac{\varepsilon^2 \Omega_1^{(1)2}}{2} + O(\varepsilon^3) \quad (2.18)
\end{aligned}$$

식(2.18)을 식(2.17)에 대입하여 변환행렬 $[R]$ 을 ε 에 대해 정리하면, 다음과 같다.

$$[R] = [R^{(0)}] + \varepsilon [R^{(1)}] + \varepsilon^2 [R_1^{(2)}] + \varepsilon^2 [R_2^{(2)}] + O(\varepsilon^3) \quad (2.19)$$

따라서 식(2.16)의 두 번째 식, 세 번째 식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{X\} &= [R]^T \{\widehat{X}\} + \{\mathcal{E}\} \\
&= ([R^{(0)}]^T + \varepsilon [R^{(1)}]^T + \varepsilon^2 [R_1^{(2)}]^T + \varepsilon^2 [R_2^{(2)}]^T) \{\widehat{X}\} \\
&\quad + \varepsilon \{\mathcal{E}^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{\mathcal{E}^{(2)}\} + O(\varepsilon^3) \\
&= \{\widehat{X}\} + \varepsilon (\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\Omega^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \\
&\quad + \varepsilon^2 (\{\mathcal{E}^{(2)}\} + \{\Omega^{(2)}\} \times \{\widehat{X}\} + [H] \{\widehat{X}\}) + O(\varepsilon^3) \\
&= \{X^{(0)}\} + \varepsilon \{X^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{X^{(2)}\} + O(\varepsilon^3) \quad (2.20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{X'\} &= [R]^T\{\widehat{X}\} \\
&= \{\widehat{X}\} + \varepsilon(\{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) + \varepsilon^2(\{\mathcal{Q}^{(2)}\} \times \{\widehat{X}\} + [H]\{\widehat{X}\}) + O(\varepsilon^3) \\
&= \{X'^{(0)}\} + \varepsilon\{X'^{(1)}\} + \varepsilon^2\{X'^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned} \tag{2.21}$$

식(2.20)을 이용하여 물체표면 상에서의 물체의 속도벡터를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{V\} &= \{\dot{X}\} \\
&= \varepsilon(\{\dot{E}^{(1)}\} + \{\dot{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \\
&\quad + \varepsilon^2(\{\dot{E}^{(2)}\} + \{\dot{Q}^{(2)}\} \times \{\widehat{X}\} + [\dot{H}]\{\widehat{X}\}) + O(\varepsilon^3) \\
&= \varepsilon\{V^{(1)}\} + \varepsilon^2\{V^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned} \tag{2.22}$$

또, $O-X'Y'Z'$ 좌표계에 대한 물체표면상의 법선벡터 $\{n\}$ 과 $\widehat{O}-\widehat{X}\widehat{Y}\widehat{Z}$ 좌표계에 대한 법선벡터 $\{\widehat{n}\}$ 의 관계도 변환행렬 $[R]$ 을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{n\} &= ([R^{(0)}]^T + \varepsilon[R^{(1)}]^T + \varepsilon^2[R_1^{(2)}]^T + \varepsilon^2[R_2^{(2)}]^T)\{\widehat{n}\} + O(\varepsilon^3) \\
&= \{\widehat{n}\} + \varepsilon(\{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{n}\}) + \varepsilon^2(\{\mathcal{Q}^{(2)}\} \times \{\widehat{n}\} + [H]\{\widehat{n}\}) + O(\varepsilon^3) \\
&= \{n^{(0)}\} + \varepsilon\{n^{(1)}\} + \varepsilon^2\{n^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned} \tag{2.23}$$

또, 회전운동에 대한 법선벡터 $\{X'\} \times \{n\} = \{n_4 \ n_5 \ n_6\}^T$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
\{X'\} \times \{n\} &= \{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\} + \varepsilon[\{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\})] \\
&\quad + \varepsilon^2[\{\mathcal{Q}^{(2)}\} \times (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) + [H](\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\})] + O(\varepsilon^3) \\
&= \{N^{(0)}\} + \varepsilon\{N^{(1)}\} + \varepsilon^2\{N^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned} \tag{2.24}$$

물체표면 S_H 상의 경계조건도 자유표면 경계조건과 마찬가지로 평균위치에서의 물체의 침수표면 S_m 상의 경계조건으로 변환할 수 있으며, Taylor 전개에 의해 $\nabla\phi$ 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
\nabla\Phi(X, Y, Z, t)|_{S_H} &= \nabla\Phi|_{S_m} + [(\{X\} - \{\widehat{X}\}) \cdot \nabla] \nabla\Phi|_{S_m} + \dots \\
&= \epsilon \nabla\Phi^{(1)}|_{S_m} + \epsilon^2 \nabla\Phi^{(2)}|_{S_m} \\
&\quad + [\epsilon(\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \cdot \nabla] (\epsilon \nabla\Phi^{(1)}|_{S_m}) + O(\epsilon^3) \\
\nabla\Phi(X, Y, Z, t) &= \epsilon \nabla\Phi^{(1)} + \epsilon^2 \{ \nabla\Phi^{(2)} + [(\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \cdot \nabla] \nabla\Phi^{(1)} \} \\
&\quad + O(\epsilon^3) \tag{2.25}
\end{aligned}$$

식(2.22), 식(2.23) 및 식(2.25)를 식(2.15)에 대입하여 차수별로 정리하면, 다음과 같이 1차 및 2차 물체표면 경계조건이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
\text{1st order} : \{\widehat{n}\} \cdot \nabla\Phi^{(1)} &= \{\widehat{n}\} \cdot [(\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \\
&= \{\widehat{n}\} \cdot \{V^{(1)}\} \quad \text{on } S_m \tag{2.26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{2nd order} : \{\widehat{n}\} \cdot \nabla\Phi^{(2)} &= \{\widehat{n}\} \cdot \{(\{\mathcal{E}^{(2)}\} + \{\mathcal{Q}^{(2)}\} \times \{\widehat{X}\} + [\dot{H}]\{\widehat{X}\}) \\
&\quad - [(\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \cdot \nabla] \nabla\Phi^{(1)}\} \\
&\quad + (\{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{n}\}) \cdot [(\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) - \nabla\Phi^{(1)}] \\
&= \{\widehat{n}\} \cdot \{(\{\mathcal{E}^{(2)}\} + \{\mathcal{Q}^{(2)}\} \times \{\widehat{X}\}) \\
&\quad + \{\widehat{n}\} \cdot [[\dot{H}]\{\widehat{X}\} - (\{X^{(1)}\} \cdot \nabla) \nabla\Phi^{(1)}] \\
&\quad + (\{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{n}\}) \cdot (\{\dot{X}^{(1)}\} - \nabla\Phi^{(1)}) \quad \text{on } S_m \tag{2.27}
\end{aligned}$$

2.2.3 경계치 문제와 유체력

자유표면 경계조건과 물체표면 경계조건 이외에 해저 경계조건 및 무한원방 경계조건을 만족하도록 지배방정식인 Laplace 방정식의 해를 구하는 것에 의해 1차 및 2차 속도포텐셜을 구할 수 있다. 이상의 결과를 1차와 2차의 경계치 문제로 분리할 수 있다.

[1차 radiation 경계치 문제]

$$\nabla^2 \phi_{jk}^{(1)} = 0 \quad \text{in } \mathcal{Q} \tag{2.28}$$

$$-\omega_k^2 \phi_{jk}^{(1)} + g(\phi_{jk}^{(1)})_{Z=0} = 0 \quad \text{on } Z=0 \tag{2.29}$$

$$(\phi_{jk}^{(1)})_n = \widehat{n}_j \quad \text{on } S_m \quad (2.30)$$

$$(\phi_{jk}^{(1)})_n = (\phi_{jk}^{(1)})_{Z=0} \quad \text{on } S_B \quad (2.31)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left(\frac{\partial \phi_{jk}^{(1)}}{\partial R} - ik\phi_{jk}^{(1)} \right) = 0 \quad \text{on } S_R \quad (2.32)$$

[1차 diffraction 경계치 문제]

$$\nabla^2 \phi_{Dk}^{(1)} = 0 \quad \text{in } \mathcal{Q} \quad (2.33)$$

$$-\omega_k^2 \phi_{Dk}^{(1)} + g(\phi_{Dk}^{(1)})_{Z=0} = 0 \quad \text{on } Z=0 \quad (2.34)$$

$$(\phi_{Dk}^{(1)})_n = -(\phi_{Ik}^{(1)})_n \quad \text{on } S_m \quad (2.35)$$

$$(\phi_{Dk}^{(1)})_n = (\phi_{Dk}^{(1)})_{Z=0} \quad \text{on } S_B \quad (2.36)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left(\frac{\partial \phi_{Dk}^{(1)}}{\partial R} - ik\phi_{Dk}^{(1)} \right) = 0 \quad \text{on } S_R \quad (2.37)$$

[2차 radiation 경계치 문제]

$$\nabla^2 \phi_{ikl}^{\pm(2)} = 0 \quad \text{in } \mathcal{Q} \quad (2.38)$$

$$-(\omega_{k \pm \omega_l})^2 \phi_{ikl}^{\pm(2)} + g(\phi_{ikl}^{\pm(2)})_{Z=0} = 0 \quad \text{on } Z=0 \quad (2.39)$$

$$(\phi_{ikl}^{\pm(2)})_n = \widehat{n}_j \quad \text{on } S_m \quad (2.40)$$

$$(\phi_{ikl}^{\pm(2)})_n = (\phi_{ikl}^{\pm(2)})_{Z=0} \quad \text{on } S_B \quad (2.41)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left(\frac{\partial \phi_{ikl}^{\pm(2)}}{\partial R} - ik\phi_{ikl}^{\pm(2)} \right) = 0 \quad \text{on } S_R \quad (2.42)$$

[2차 diffraction 경계치 문제]

$$\nabla^2 \phi_{Dkl}^{\pm(2)} = 0 \quad \text{in } \mathcal{Q} \quad (2.43)$$

$$-(\omega_{k \pm \omega_l})^2 \phi_{Dkl}^{\pm(2)} + g(\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_{Z=0} = q_{Dkl}^{\pm(2)}(X, Y) \quad \text{on } Z=0 \quad (2.44)$$

$$(\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_n = -(\phi_{Ik}^{\pm(2)})_n + b_{kl}^{\pm(2)}(X, Y, Z) \quad \text{on } S_m \quad (2.45)$$

$$(\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_n = (\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_{Z=0} \quad \text{on } S_B \quad (2.46)$$

$$\text{out-going condition} \quad \text{on } S_R \quad (2.47)$$

1차 경계치문제는 3차원 특이점분포법을 이용함으로써 부유식 해양구조물에 대해 신뢰성 있는 해가 구해지고 있으며, 2차 radiation 문제는 1차의 경우와 같은

방법으로 풀 수 있으며, 2차 diffraction 문제는 통상 고차 경계요소법을 도입하여 풀고 있다.

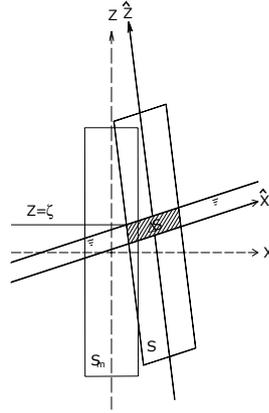


Figure 2.3. A schematic diagram of the coordinate system and the geometry of the problem. The vertical axis is Z , the horizontal axis is X , and the slanted axis is $Z\hat{z}$. The vertical line is labeled S_m and the slanted line is labeled S . The horizontal line is labeled $Z=\zeta$.

압력에 의한 유체력을 계산하기 위해 압력 P 를 평균위치에 대하여 Taylor 전개하고, 식(2.20)을 이용하면 다음과 같이 된다.

$$P = P_m^{(0)} + \epsilon P_m^{(1)} + \epsilon^2 [P_m^{(2)} + \{X^{(1)}\} \cdot \nabla P_m^{(1)}] + O(\epsilon^3) \quad (2.48)$$

여기서, P 는 Fig.2.3에서의 순간 침수표면 S_H 에 대한 압력이고, P_m 은 평균위치에서의 침수표면 S_m 에 대한 압력을 나타낸다.

식(2.20)을 $\{X\}$ 의 성분 Z 로 나타내고 경계치문제에서 얻어지는 속도포텐셜을 고려해서 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$P(X, Y, Z, t) = -\rho g \hat{Z} - \epsilon \rho [\Phi_t^{(1)} + gZ^{(1)}] - \epsilon^2 [\rho \Phi_t^{(2)} + \frac{\rho}{2} |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho \{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)} + \rho g Z^{(2)}] + O(\epsilon^3)$$

$$= P^{(0)} + \varepsilon P^{(1)} + \varepsilon^2 P^{(2)} + O(\varepsilon^3) \quad (2.49)$$

여기서,

$$\begin{aligned} P^{(0)} &= -\rho g \widehat{Z} \\ P^{(1)} &= -\rho \Phi_t^{(1)} - \rho g Z^{(1)} \\ P^{(2)} &= -\rho \Phi_t^{(2)} - \frac{\rho}{2} |\nabla \Phi^{(1)}|^2 - \rho \{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)} - \rho g Z^{(2)} \end{aligned} \quad (2.50)$$

이 압력에 의한 유체력은 다음의 식에 의해 구해진다.

$$\{F_k(t)\} = - \int \int_{S_H} P(X, Y, Z, t) \{n_k\} dS, \quad (k=1\sim 6) \quad (2.51)$$

2.2.4 파강제력과 전달함수

Spar에 작용하는 파강제력과 모멘트는 섭동전개에 의해 얻어지는 1차 및 2차항을 취하여 1차 파강제력과 모멘트 및 2차 파강제력과 모멘트를 구할 수 있다. 파랑중 물체에 작용하는 유체력과 모멘트는 $O'-X'Y'Z'$ 좌표계에 대하여, 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$\{F\} = - \int \int_{S_H} P \{n\} dS \quad (2.52)$$

$$\{M\} = - \int \int_{S_H} P (\{X'\} \times \{n\}) dS \quad (2.53)$$

여기서, S_H 는 물체의 순간 침수표면이고, $\{n\}$ 은 물체의 표면요소 dS 의 단위 법선벡터이다. 또, 침수표면 S_H 는 Fig.2.3에서와 같이 정수면 이하의 부분 S_m 과 물체 표면상의 파면과 정수면 사이에 발생하는 변동부분 ΔS 로 나눌 수 있으며, 식(2.49)와 식(2.23)을 식(2.52)에 대입하고, ΔS 상에서는 $P^{(0)}$ 가 0임을 고려하면, 식(2.52)의 유체력은 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\{F\} = - \int \int_{S_m} [P^{(0)} + \varepsilon P^{(1)} + \varepsilon^2 P^{(2)} + O(\varepsilon^3)] [\{n^{(0)}\} + \varepsilon \{n^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{n^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)] dS$$

$$\begin{aligned}
& - \int \int_{\Delta S} [\epsilon P^{(1)} + \epsilon^2 P^{(2)} + O(\epsilon^3)] [\{n^{(0)}\} + \epsilon \{n^{(1)}\} + \epsilon^2 \{n^{(2)}\} + O(\epsilon^3)] dS \\
& = \{F^{(0)}\} + \epsilon \{F^{(1)}\} + \epsilon^2 \{F^{(2)}\} + O(\epsilon^3) \tag{2.54}
\end{aligned}$$

또, 식(2.49)와 식(2.35)를 식(2.53)에 대입하면, 유체력에 의한 모멘트는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{M\} & = - \int \int_{S_m} [P^{(0)} + \epsilon P^{(1)} + \epsilon^2 P^{(2)} + O(\epsilon^3)] [\{N^{(0)}\} + \epsilon \{N^{(1)}\} + \epsilon^2 \{N^{(2)}\} + O(\epsilon^3)] dS \\
& \quad - \int \int_{\Delta S} [\epsilon P^{(1)} + \epsilon^2 P^{(2)} + O(\epsilon^3)] [\{N^{(0)}\} + \epsilon \{N^{(1)}\} + \epsilon^2 \{N^{(2)}\} + O(\epsilon^3)] dS \\
& = \{M^{(0)}\} + \epsilon \{M^{(1)}\} + \epsilon^2 \{M^{(2)}\} + O(\epsilon^3) \tag{2.55}
\end{aligned}$$

$\{F^{(0)}\}$, $\{M^{(0)}\}$ 는 평균 침수표면 S_m 에 작용하는 정수압에 의한 정적 부력과 모멘트이고, $\{F^{(1)}\}$, $\{M^{(1)}\}$ 은 파와 같은 주기로 작용하는 1차 유체력 및 모멘트를 나타낸다. 또, $\{F^{(2)}\}$, $\{M^{(2)}\}$ 는 평균 침수표면 S_m 상에서의 압력과 법선벡터의 곱에 의한 2차 유체력과 모멘트 및 변동부분 ΔS 에서의 압력을 적분함으로써 생기는 2차 유체력과 모멘트이다. 먼저, $\{F^{(0)}\}$, $\{M^{(0)}\}$ 는 평균위치에서의 부체의 수선면적 A_w 에서 $\hat{Z}=0$ 이므로 Gauss 정리를 적용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{F^{(0)}\} & = - \int \int_{S_m} P^{(0)} \{n^{(0)}\} dS = \rho g \int \int_{S_m} \hat{Z} \{\hat{n}\} dS \\
& = \rho g \int \int \int_V \nabla \hat{Z} dV = \rho g V \{k\} = \{0 \ 0 \ \rho g V\}^T \tag{2.56}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{M^{(0)}\} & = - \int \int_{S_m} P^{(0)} \{N^{(0)}\} dS = \rho g \int \int_{S_m} \hat{Z} (\{\hat{X}\} \times \{\hat{n}\}) dS \\
& = -\rho g \int \int \int_V \nabla \times [\hat{Z} \{\hat{X}\}] dV = \rho g \int \int \int_V (\hat{Y}\{i\} - \hat{X}\{j\}) dV \\
& = \rho g V (\hat{Y}_B \{i\} - \hat{X}_B \{j\}) = \{\hat{X}_B\} \times \{0 \ 0 \ \rho g V\}^T \tag{2.57}
\end{aligned}$$

여기서, $\nabla = \{i\} \frac{\partial}{\partial \hat{X}} + \{j\} \frac{\partial}{\partial \hat{Y}} + \{k\} \frac{\partial}{\partial \hat{Z}}$, V 는 평균 침수체적이며, $\{\hat{X}_B\}$ 는 부

체의 부심벡터로서 다음과 같다.

$$\{\widehat{X}_B\} = \frac{1}{V} \int \int \int_V \{\widehat{X}\} dV \quad (2.58)$$

$\{F^{(1)}\}$ 과 $\{M^{(1)}\}$ 은 평균 침수 폐곡면 $S_m + A_w$ 에 대한 적분을 Gauss 정리를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{F^{(1)}\} &= \rho \int \int_{S_m} \Phi_i^{(1)} \{\widehat{n}\} dS - \rho g \int \int_{A_w} (\mathcal{E}_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)} \widehat{Y} - \Omega_2^{(1)} \widehat{X}) \{k\} d\widehat{X} d\widehat{Y} \\ &= \rho \int \int_{S_m} \Phi_i^{(1)} \{\widehat{n}\} dS - \rho g A_w (\mathcal{E}_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)} \widehat{Y}_f - \Omega_2^{(1)} \widehat{X}_f) \{k\} \\ &= \{F_I^{(1)}\} + \{F_D^{(1)}\} + \{F_R^{(1)}\} + \{F_{HS}^{(1)}\} \end{aligned} \quad (2.59)$$

여기서, $(\widehat{X}_f, \widehat{Y}_f)$ 는 물체고정 좌표계에 있어서의 평형위치의 부면심으로서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \widehat{X}_f &= \frac{1}{A_w} \int \int_{A_w} \widehat{X} d\widehat{X} d\widehat{Y} \\ \widehat{Y}_f &= \frac{1}{A_w} \int \int_{A_w} \widehat{Y} d\widehat{X} d\widehat{Y} \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \{M^{(1)}\} &= - \int \int_{S_m} (P^{(1)} \{N^{(0)}\} + P^{(0)} \{N^{(1)}\}) dS \\ &= - \int \int_{S_m} P^{(1)} \{\widehat{N}\} dS + \{\Omega^{(1)}\} \times \{M^{(0)}\} \\ &= \rho \int \int_{S_m} \Phi_i^{(1)} (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\ &\quad - \rho g \left\{ \begin{array}{l} A_w \widehat{Y}_f \mathcal{E}_3^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) \Omega_1^{(1)} - S_{12} \Omega_2^{(1)} - \widehat{X}_B V \Omega_3^{(1)} \\ - A_w \widehat{X}_f \mathcal{E}_3^{(1)} - S_{12} \Omega_1^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{11}) \Omega_2^{(1)} - \widehat{Y}_B V \Omega_3^{(1)} \\ 0 \end{array} \right\} \\ &= \{M_I^{(1)}\} + \{M_D^{(1)}\} + \{M_R^{(1)}\} + \{M_{HS}^{(1)}\} \end{aligned} \quad (2.61)$$

여기서, S_{kl} 은 수선면 2차 모멘트로서 다음과 같이 정의된다.

$$S_{kl} = \int \int_{A_w} \widehat{X}_k \widehat{X}_l d\widehat{X} d\widehat{Y} \quad (2.62)$$

여기서,

$$\{\widehat{X}_1 \widehat{X}_2 \widehat{X}_3\}^T = \{\widehat{X} \widehat{Y} \widehat{Z}\}^T$$

식(2.59) 및 식(2.60)은 각각 파강제력, 동유체력 및 정적 유체반력을 모두 포함하는 1차 유체력 및 모멘트이고, 1차 파강제력 $\{F_{ex}^{(1)}\}$ 과 모멘트 $\{M_{ex}^{(1)}\}$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \{F_{ex}^{(1)}\} &= \{F_I^{(1)}\} + \{F_D^{(1)}\} \\ &= \rho \int \int_{S_m} (\Phi_{It}^{(1)} + \Phi_{Dt}^{(1)}) \{\widehat{n}\} dS \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} \{M_{ex}^{(1)}\} &= \{M_I^{(1)}\} + \{M_D^{(1)}\} \\ &= \rho \int \int_{S_m} (\Phi_{It}^{(1)} + \Phi_{Dt}^{(1)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \end{aligned} \quad (2.64)$$

식(2.63)과 식(2.64)의 1차 파강제력과 모멘트를 2성분 입사파에 대한 1차 전달 함수로 표현하기 위해, $\Phi_{It}^{(1)}$ 과 $\Phi_{Dt}^{(1)}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \Phi_{It}^{(1)} &= Re \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)} (-i\omega_k) \phi_{Ik}^{(1)} e^{-i\omega_k t}] \\ \Phi_{Dt}^{(1)} &= Re \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)} (-i\omega_k) \phi_{Dk}^{(1)} e^{-i\omega_k t}] \end{aligned} \quad (2.65)$$

식(2.65)를 식(2.63)과 식(2.64)에 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$\{F_{ex}^{(1)}\} = Re \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)} \left(\rho \int \int_{S_m} -i\omega_k (\phi_{Ik}^{(1)} + \phi_{Dk}^{(1)}) \{\widehat{n}\} dS \right) e^{-i\omega_k t}]$$

$$= Re \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)} \{f_{Fk}^{(1)}\} e^{-i\omega_k t}] \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \{M_{ex}^{(1)}\} &= Re \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)} \left(\rho \int \int_{S_m} -i\omega_k (\phi_{Ik}^{(1)} + \phi_{Dk}^{(1)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \right) e^{-i\omega_k t}] \\ &= Re \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)} \{f_{Mk}^{(1)}\} e^{-i\omega_k t}] \end{aligned} \quad (2.67)$$

여기서, $\{f_{Fk}^{(1)}\}$ 와 $\{f_{Mk}^{(1)}\}$ 는 각각 파 주파수 ω_k 인 1차 파강제력과 파강제모멘트의 전달함수로서 다음과 같다.

$$\{f_{Fk}^{(1)}\} = -i\rho\omega_k \int \int_{S_m} (\phi_{Ik}^{(1)} + \phi_{Dk}^{(1)}) \{\widehat{n}\} dS \quad (2.68)$$

$$\{f_{Mk}^{(1)}\} = -i\rho\omega_k \int \int_{S_m} (\phi_{Ik}^{(1)} + \phi_{Dk}^{(1)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \quad (2.69)$$

$\{F^{(2)}\}$, $\{M^{(2)}\}$ 는 각 좌표계, 물체표면, 회전 벡터들의 관계를 고려하고 침수표면적에 대한 압력의 적분을 통해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{F^{(2)}\} &= - \int \int_{S_m} (P^{(1)}\{n^{(1)}\} + P^{(2)}\{\widehat{n}\} + P^{(0)}\{n^{(2)}\}) dS - \int \int_{AS} P^{(1)}\{\widehat{n}\} dS \\ &= -\frac{1}{2} \rho g \int_{WL} \zeta_R^{(1)2} \{\widehat{n}\} dl + \{\Omega^{(1)}\} \times \{F^{(1)}\} \\ &\quad + \int \int_{S_m} \left[\frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho \Phi_t^{(2)} + \rho (\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)}) \right] \{\widehat{n}\} dS \\ &\quad - \rho g \int \int_{Aw} [\mathcal{E}_3^{(2)} + \Omega_1^{(2)} \widehat{Y} - \Omega_2^{(2)} \widehat{X} + \Omega_1^{(1)} \Omega_3^{(1)} \widehat{X} + \Omega_2^{(1)} \Omega_3^{(1)} \widehat{Y}] \{k\} d\widehat{X} d\widehat{Y} \\ &= \{F_I^{(2)}\} + \{F_D^{(2)}\} + \{F_Q^{(2)}\} + \{F_R^{(2)}\} + \{F_{HS}^{(2)}\} \end{aligned} \quad (2.70)$$

$$\{M^{(2)}\} = - \int \int_{S_m} (P^{(1)}\{N^{(1)}\} + P^{(2)}\{\widehat{N}\} + P^{(0)}\{N^{(2)}\}) dS - \int \int_{AS} P^{(1)}\{\widehat{N}\} dS$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{2} \rho g \int_{\text{WL}} \zeta_R^{(1)^2} (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dl + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{M^{(1)}\} \\
&\quad + \int \int_{S_m} \left[\frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho \Phi_t^{(2)} + \rho (\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)}) \right] (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\
&\quad - \rho g \left\{ \begin{array}{l} -(\widehat{X}_B V \mathcal{Q}_2^{(1)} - S_{12} \mathcal{Q}_3^{(1)}) \mathcal{Q}_1^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) \mathcal{Q}_2^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (\mathcal{Q}_3^{(1)^2} - \mathcal{Q}_1^{(1)^2}) \\ -(\widehat{Z}_B V + S_{11}) \mathcal{Q}_1^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} - S_{12} \mathcal{Q}_2^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (\mathcal{Q}_2^{(1)^2} - \mathcal{Q}_3^{(1)^2}) \\ \widehat{Y}_B V \mathcal{Q}_1^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} - \widehat{X}_B V \mathcal{Q}_2^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} \end{array} \right\} \\
&\quad - \rho g \left\{ \begin{array}{l} A_W \widehat{Y}_f \mathcal{E}_3^{(2)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) \mathcal{Q}_1^{(2)} - S_{12} \mathcal{Q}_2^{(2)} - \widehat{X}_B V \mathcal{Q}_3^{(2)} \\ -A_W \widehat{X}_f \mathcal{E}_3^{(2)} - S_{12} \mathcal{Q}_1^{(2)} + (\widehat{Z}_B V + S_{11}) \mathcal{Q}_2^{(2)} - \widehat{Y}_B V \mathcal{Q}_3^{(2)} \\ 0 \end{array} \right\} \\
&= \{M_I^{(2)}\} + \{M_D^{(2)}\} + \{M_Q^{(2)}\} + \{M_R^{(2)}\} + \{M_{HS}^{(2)}\} \tag{2.71}
\end{aligned}$$

식(2.70)과 식(2.71)은 각각 파강제력, 동유체력 및 정적 유체반력을 모두 포함하는 전체 2차 유체력 및 모멘트이고, 2차 파강제력 $\{F_{ex}^{(2)}\}$ 과 모멘트 $\{M_{ex}^{(2)}\}$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(2)}\} &= \{F_I^{(2)}\} + \{F_D^{(2)}\} + \{F_Q^{(2)}\} \\
&= -\frac{1}{2} \rho g \int_{\text{WL}} \zeta_R^{(1)^2} \{\widehat{n}\} dl + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{F^{(1)}\} \\
&\quad + \int \int_{S_m} \left[\frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho (\Phi_{It}^{(2)} + \Phi_{Dt}^{(2)}) + \rho (\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)}) \right] \{\widehat{n}\} dS \\
&\quad - \rho g A_W \mathcal{Q}_3^{(1)} (\mathcal{Q}_1^{(1)} \widehat{X}_f + \mathcal{Q}_2^{(1)} \widehat{Y}_f) \{k\} \tag{2.72}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{M_{ex}^{(2)}\} &= \{M_I^{(2)}\} + \{M_D^{(2)}\} + \{M_Q^{(2)}\} \\
&= -\frac{1}{2} \rho g \int_{\text{WL}} \zeta_R^{(1)^2} (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dl + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{M^{(1)}\} \\
&\quad + \int \int_{S_m} \left[\frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho (\Phi_{It}^{(2)} + \Phi_{Dt}^{(2)}) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \rho(\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \phi_i^{(1)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\
& - \rho g \left\{ \begin{aligned} & -(\widehat{X}_B V \Omega_2^{(1)} - S_{12} \Omega_3^{(1)}) \Omega_1^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) \Omega_2^{(1)} \Omega_3^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (\Omega_3^{(1)^2} - \Omega_1^{(1)^2}) \\ & -(\widehat{Z}_B V + S_{11}) \Omega_1^{(1)} \Omega_3^{(1)} - S_{12} \Omega_2^{(1)} \Omega_3^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (\Omega_2^{(1)^2} - \Omega_3^{(1)^2}) \\ & \widehat{Y}_B V \Omega_1^{(1)} \Omega_3^{(1)} - \widehat{X}_B V \Omega_2^{(1)} \Omega_3^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (2.73)
\end{aligned}$$

식(2.72)와 식(2.73)에서 마지막 항은 1차 회전운동의 곱에 의한 2차 파강제력과 모멘트 성분을 나타내며, 식(2.72)와 식(2.73)의 2차 파강제력과 모멘트를 2성분 입사파에 대한 합주파수 성분과 차주파수 성분의 전달함수로 나누어 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\{F_{ex}^{(2)}\} = Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{f_{Fkl}^{+(2)}\} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t} + a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{f_{Fkl}^{-(2)}\} e^{-i(\omega_k - \omega_l)t}] \quad (2.74)$$

$$\{M_{ex}^{(2)}\} = Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{f_{Mkl}^{+(2)}\} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t} + a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{f_{Mkl}^{-(2)}\} e^{-i(\omega_k - \omega_l)t}] \quad (2.75)$$

식(2.72)와 식(2.73)을 물리적 성분별로 분류하여 각 성분별 2차 파강제력과 모멘트의 전달함수를 구하여 더해줌으로써 최종적으로 식(2.74)와 식(2.75)의 2차 파강제력과 모멘트의 2차 전달함수를 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{f_{Fkl}^{+(2)}\} &= \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^I + \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^{II} + \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^{III} + \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^{IV} + \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^V + \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^{VI} \\
&= -\frac{1}{4} \rho g \int_{WL} a_{R_k}^{(1)}(l) a_{R_l}^{(1)}(l) \{\widehat{n}\} dl \\
&\quad + \frac{1}{4} [(\{\alpha_k^{(1)}\} \times \{f_l^{(1)}\}) + (\{\alpha_l^{(1)}\} \times \{f_k^{(1)}\})] \\
&\quad + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} (\nabla \phi_k^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)}) \{\widehat{n}\} dS \\
&\quad + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} [\{x_k^{(1)}\} \cdot (-i\omega_l \nabla \phi_l^{(1)})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \{x_l^{(1)}\} \cdot (-i\omega_k \nabla \phi_k^{(1)}) \{\widehat{n}\} dS \\
& - \frac{1}{4} \rho g A_W [a_{3k}^{(1)}(\alpha_l^{(1)} \widehat{X}_f + \alpha_{2l}^{(1)} \widehat{Y}_f) + a_{3l}^{(1)}(\alpha_k^{(1)} \widehat{X}_f + \alpha_{2k}^{(1)} \widehat{Y}_f)] \{k\} \\
& - i\rho(\omega_k + \omega_l) \int \int_{S_m} (\phi_{Ik}^{+(2)} + \phi_{Dkl}^{+(2)}) \{\widehat{n}\} dS \tag{2.76}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{f_{Fkl}^{-(2)}\} & = \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^I + \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^{II} + \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^{III} + \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^{IV} + \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^V + \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^{VI} \\
& = -\frac{1}{4} \rho g \int_{WL} a_{Rk}^{(1)}(l) a_{Rl}^{(1)*}(l) \{\widehat{n}\} dl \\
& + \frac{1}{4} [(\{a_k^{(1)}\} \times \{f_l^{(1)*}\}) + (\{a_l^{(1)*}\} \times \{f_k^{(1)}\})] \\
& + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} (\nabla \phi_k^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)*}) \{\widehat{n}\} dS \\
& + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} [\{x_k^{(1)}\} \cdot (i\omega_l \nabla \phi_l^{(1)*}) \\
& + \{x_l^{(1)*}\} \cdot (-i\omega_k \nabla \phi_k^{(1)})] \{\widehat{n}\} dS \\
& - \frac{1}{4} \rho g A_W [a_{3k}^{(1)}(\alpha_l^{(1)*} \widehat{X}_f + \alpha_{2l}^{(1)*} \widehat{Y}_f) + a_{3l}^{(1)*}(\alpha_k^{(1)} \widehat{X}_f + \alpha_{2k}^{(1)} \widehat{Y}_f)] \{k\} \\
& - i\rho(\omega_k - \omega_l) \int \int_{S_m} (\phi_{Ik}^{-(2)} + \phi_{Dkl}^{-(2)}) \{\widehat{n}\} dS \tag{2.77}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{f_{Mkl}^{+(2)}\} & = \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^I + \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^{II} + \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^{III} + \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^{IV} + \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^V + \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^{VI} \\
& = \frac{1}{4} \rho g \int_{WL} a_{Rk}^{(1)}(l) a_{Rl}^{(1)}(l) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dl \\
& + \frac{1}{4} [(\{a_k^{(1)}\} \times \{m_l^{(1)}\}) + (\{a_l^{(1)}\} \times \{m_k^{(1)}\})] \\
& + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} (\nabla \phi_k^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\
& + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} [\{x_k^{(1)}\} \cdot (-i\omega_l \nabla \phi_l^{(1)})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \{x_l^{(1)}\} \cdot (-i\omega_k \nabla \phi_k^{(1)})] (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\
& - \frac{1}{4} \rho g \\
& \cdot \left[\begin{aligned}
& -(\widehat{X}_B V a_{2k}^{(1)} - S_{12} a_{3k}^{(1)}) a_{1l}^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (a_{3k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} - a_{1k}^{(1)} a_{1l}^{(1)}) \\
& -(\widehat{Z}_B V + S_{11}) a_{1k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} - S_{12} a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (a_{2k}^{(1)} a_{2l}^{(1)} - a_{3k}^{(1)} a_{3l}^{(1)}) \\
& \widehat{Y}_B V a_{1k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} - \widehat{X}_B V a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)}
\end{aligned} \right] \\
& + \left[\begin{aligned}
& -(\widehat{X}_B V a_{2l}^{(1)} - S_{12} a_{3l}^{(1)}) a_{1k}^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) a_{2l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (a_{3l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} - a_{1l}^{(1)} a_{1k}^{(1)}) \\
& -(\widehat{Z}_B V + S_{11}) a_{1l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} - S_{12} a_{2l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (a_{2l}^{(1)} a_{2k}^{(1)} - a_{3l}^{(1)} a_{3k}^{(1)}) \\
& \widehat{Y}_B V a_{1l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} - \widehat{X}_B V a_{2l}^{(1)} a_{3k}^{(1)}
\end{aligned} \right] \\
& - i\rho(\omega_k + \omega_l) \int \int_{S_m} (\phi_{Ik}^{+(2)} + \phi_{Dkl}^{+(2)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \tag{2.78}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{f_{Mkl}^{-(2)}\}_T & = \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^I + \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^{II} + \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^{III} + \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^{IV} + \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^V + \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^{VI} \\
& = -\frac{1}{4} \rho g \int_{WL} a_{R_k}^{(1)}(l) a_{R_l}^{(1)*}(l) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dl \\
& + \frac{1}{4} [(\{a_k^{(1)}\} \times \{m_l^{(1)*}\}) + (\{a_l^{(1)*}\} \times \{m_k^{(1)}\})] \\
& + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} (\nabla \phi_k^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)*}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\
& + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} [\{x_k^{(1)}\} \cdot (i\omega_l \nabla \phi_l^{(1)*}) \\
& + \{x_l^{(1)*}\} \cdot (-i\omega_k \nabla \phi_k^{(1)})] (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\
& - \frac{1}{4} \rho g
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left[\begin{aligned} & -(\widehat{X}_B V a_{2k}^{(1)} - S_{12} a_{3k}^{(1)}) a_{1l}^{(1)*} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (a_{3k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} - a_{1k}^{(1)} a_{1l}^{(1)*}) \\ & -(\widehat{Z}_B V + S_{11}) a_{1k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} - S_{12} a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (a_{2k}^{(1)} a_{2l}^{(1)*} - a_{3k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*}) \\ & \widehat{Y}_B V a_{1k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} - \widehat{X}_B V a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} \end{aligned} \right] \\
& + \left[\begin{aligned} & -(\widehat{X}_B V a_{2l}^{(1)*} - S_{12} a_{3l}^{(1)*}) a_{1k}^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) a_{2l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (a_{3l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} - a_{1l}^{(1)*} a_{1k}^{(1)}) \\ & -(\widehat{Z}_B V + S_{11}) a_{1l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} - S_{12} a_{2l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (a_{2l}^{(1)*} a_{2k}^{(1)} - a_{3l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)}) \\ & \widehat{Y}_B V a_{1l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} - \widehat{X}_B V a_{2l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} \end{aligned} \right] \\
& - i \rho (\omega_k - \omega_l) \int \int_{S_m} (\phi_{Ikl}^{-(2)} + \phi_{Dkl}^{-(2)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \quad (2.79)
\end{aligned}$$

여기서, 로마숫자로 표현된 윗첨자의 의미는 다음과 같다.

- I : 1차 상대 수면변위에 의한 2차 파강제력과 모멘트 성분
- II : 1차 회전운동과 1차 유체력의 곱에 의한 2차 파강제력 및 1차 회전운동과 1차 파강제력에 의한 모멘트의 곱에 의해 발생하는 2차 파강제력에 의한 모멘트 성분
- III : 1차 속도의 제곱에 비례하는 2차 파강제력과 모멘트 성분
- IV : 1차 운동과 1차 압력구배의 내적에 의한 2차 파강제력과 모멘트 성분
- V : 1차 회전운동의 곱에 의한 2차 파강제력과 모멘트 성분
- VI : 2차 속도포텐셜에 의한 2차 파강제력과 모멘트 성분

2.2.5 운동방정식

부체의 운동이 입사파의 주파수와 조화인 것으로 가정하고 있으므로, 어떤 임의의 운동 기준점의 좌표 (x_m, y_m, z_m) 주위의 운동 방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\sum_{l=1}^6 [-\omega^2 (M_{kl} + \mu_{kl}) - i\omega\nu_{kl} + (C_{kl} + C_{kl}')] U_l = F_k \quad , \quad (k=1 \sim 6) \quad (2.80)$$

여기서, M_{kl} 은 부체의 관성력 계수, C_{kl} 은 정수압에 의한 복원력 계수, C_{kl}' 은 계류계에 의한 복원력 계수이다. 부체의 관성력 계수를 구체적으로 표시하면 다

음과 같다.

$$\begin{aligned}
M_{kk} &= m \quad (k=1 \sim 3) \\
M_{15} &= -m(Z_m - Z_G), \quad M_{16} = m(Y_m - Y_G) \\
M_{24} &= m(Z_m - Z_G), \quad M_{26} = -m(X_m - X_G) \\
M_{34} &= -m(Y_m - Y_G), \quad M_{35} = m(X_m - X_G) \\
M_{42} &= M_{24}, \quad M_{43} = M_{34} \\
M_{44} &= I_{XX} + m(Y_m - Y_G)^2 + m(Z_m - Z_G)^2 \\
M_{45} &= -I_{XY} - m(X_m - X_G)(Y_m - Y_G) \\
M_{46} &= -I_{XZ} - m(X_m - X_G)(Z_m - Z_G) \\
M_{51} &= M_{15}, \quad M_{53} = M_{35}, \quad M_{54} = M_{45} \\
M_{55} &= I_{YY} + m(X_m - X_G)^2 + m(Z_m - Z_G)^2 \\
M_{56} &= -I_{YZ} - m(Y_m - Y_G)(Z_m - Z_G) \\
M_{61} &= M_{16}, \quad M_{62} = M_{26}, \quad M_{64} = M_{46}, \quad M_{65} = M_{56} \\
M_{66} &= I_{ZZ} + m(X_m - X_G)^2 + m(Y_m - Y_G)^2
\end{aligned}$$

상기 이외의 성분은 $M_{kl} = 0$ 이다.

여기서, (X_G, Y_G, Z_G) 는 부체의 무게중심, m 은 부체의 질량이고, I 는 관성모멘트 이다. 또, 정수압에 의한 복원력 계수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
C_{33} &= \rho g \int_{A_w} dA \\
C_{34} &= \rho g \int_{A_w} (Y - Y_G) dA - \rho g (Y_m - Y_G) \int_{A_w} dA \\
C_{35} &= -\rho g \int_{A_w} (X - X_G) dA + \rho g (X_m - X_G) \int_{A_w} dA \\
C_{44} &= \rho g V (Z_B - Z_G) + \rho g \int_{A_w} (Y - Y_G)^2 dA
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2\rho g(Y_m - Y_G) \int_{A_w} (Y - Y_G) dA + \rho g(Y_m - Y_G)^2 \int_{A_w} dA \\
C_{45} &= -\rho g \int_{A_w} (X - X_G)(Y - Y_G) dA + \rho g(X_m - X_G) \int_{A_w} (Y - Y_G) dA \\
& + \rho g(Y_m - Y_G) \int_{A_w} (X - X_G) dA - \rho g(X_m - X_G)(Y_m - Y_G) \int_{A_w} dA \\
C_{46} &= -\rho g V(X_B - X_G) \\
C_{43} &= C_{34}, \quad C_{53} = C_{35}, \quad C_{54} = C_{45} \\
C_{55} &= \rho g V(Z_B - Z_G) + \rho g \int_{A_w} (X - X_G)^2 dA \\
& -2\rho g(X_m - X_G) \int_{A_w} (X - X_G) dA + \rho g(X_m - X_G)^2 \int_{A_w} dA \\
C_{56} &= -\rho g V(Y_B - Y_G)
\end{aligned}$$

상기 이외의 성분은 $C_{kl} = 0$ 이다.

여기서, V 는 배수용적, (X_B, Y_B, Z_B) 는 부체의 부력중심, $\int_{A_w} dA$ 는 수선면적이다.

2.3 시간영역 응답 해석

2.3.1 시간영역에서의 파강제력

불규칙파중에서의 파강제력을 계산할 때, Hsu는 임의의 불규칙파의 시간이력(time history)에서 zero cross점을 찾아 반파장마다 주파수영역의 파강제력을 이용하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 계산시간을 단축시키는 잇점이 있지만, 파형이 급격히 변화하거나 변동 표류력을 고려하는 경우에는 파강제력을 정확하게 평가할 수 없다. 그래서 본 논문에서는 파강제력과 모멘트의 시간이력(time history)을 주파수영역에서 구해지는 파강제력과 모멘트의 주파수 응답함수를 Fourier 변환함으로써 얻어지는 임펄스 응답함수를 콘볼루션 적분하여 구한다. 먼저, 파강제력 $\{F_w(t)\}$ 와 모멘트 $\{M_w(t)\}$ 를 Volterra급수로 표현하여 2차항까지 취하면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{F_{ex}(t)\} &= \{F_{ex}^{(1)}(t)\} + \{F_{ex}^{(2)}(t)\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2
\end{aligned} \tag{2.81}$$

$$\begin{aligned}
\{M_{ex}(t)\} &= \{M_{ex}^{(1)}(t)\} + \{M_{ex}^{(2)}(t)\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2
\end{aligned} \tag{2.82}$$

식(2.81)과 식(2.82)를 1차 및 2차 파강제력과 모멘트로 분리하면, 다음과 같다.

$$\{F_{ex}^{(1)}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau \tag{2.83}$$

$$\{F_{ex}^{(2)}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \tag{2.84}$$

$$\{M_{ex}^{(1)}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau \tag{2.85}$$

$$\{M_{ex}^{(2)}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \tag{2.86}$$

또, $\{h_F^{(1)}(\tau)\}$, $\{h_F^{(2)}(\tau)\}$ 및 $\{h_M^{(1)}(\tau)\}$, $\{h_M^{(2)}(\tau)\}$ 는 각각 1차 및 2차 파강제력과 모멘트의 임펄스응답함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$\{h_F^{(1)}(\tau)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{H_F^{(1)}(\omega)\} e^{-i\omega\tau} d\omega \tag{2.87}$$

$$\{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\{H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} e^{-i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)}] d\omega_1 d\omega_2 \tag{2.88}$$

$$\{h_M^{(1)}(\tau)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{H_M^{(1)}(\omega)\} e^{-i\omega\tau} d\omega \tag{2.89}$$

$$\{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\{H_M^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} e^{-i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)}] d\omega_1 d\omega_2 \quad (2.90)$$

여기서, $\{H_F^{(1)}(\omega)\}$, $\{H_M^{(1)}(\omega)\}$ 는 각각 1차 파강제력과 모멘트의 전달함수이고, $\{H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}$, $\{H_M^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}$ 는 각각 2차 파강제력과 모멘트의 전달함수이며, Fourier 변환에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\{H_F^{(1)}(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2.91)$$

$$\{H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} e^{i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)}] d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.92)$$

$$\{H_M^{(1)}(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(1)}(\tau)\} e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2.93)$$

$$\{H_M^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} e^{i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)}] d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.94)$$

2.2.4절에서 설명한 방법으로 파강제력과 모멘트의 전달함수가 구해지면, 식(2.87) ~ 식(2.90)의 Fourier 역변환에 의해 파강제력과 모멘트의 임펄스 응답함수를 계산할 수 있고, 식(2.83) ~ (2.86)에 의해 임펄스 응답함수와 수면변위의 시간이력의 곱을 적분함으로써 파강제력과 모멘트의 시간이력을 구할 수 있다.

먼저, 2개의 규칙파로 구성된 입사파의 1차 수면변위는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \zeta^{(1)}(t) &= Re \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)} e^{-i\omega_k t}] \\ &= |a_1^{(1)}| \cos(\omega_1 t - \varepsilon_1) + |a_2^{(1)}| \cos(\omega_2 t - \varepsilon_2) \\ &= \frac{1}{2} |a_1^{(1)}| (e^{-i(\omega_1 t - \varepsilon_1)} + e^{i(\omega_1 t - \varepsilon_1)}) + \frac{1}{2} |a_2^{(1)}| (e^{-i(\omega_2 t - \varepsilon_2)} + e^{i(\omega_2 t - \varepsilon_2)}) \end{aligned} \quad (2.95)$$

식(2.87), 식(2.95)를 식(2.83)에 대입하면, 1차 파강제력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(1)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau \\
&= Re [|a_1^{(1)}| \{H_F^{(1)}(\omega_1)\} e^{-i(\omega_1 t - \varepsilon_1)} + |a_2^{(1)}| \{H_F^{(1)}(\omega_2)\} e^{-i(\omega_2 t - \varepsilon_2)}] \\
&= Re \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)} \{H_F^{(1)}(\omega_k)\} e^{-i\omega_k t}] \tag{2.96}
\end{aligned}$$

또, 식(2.88)과 식(2.95)를 식(2.84)에 대입하면, 2차 파강제력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(2)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
&= \frac{1}{2} Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [|a_k^{(1)}| |a_l^{(1)}| \{H_F^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} e^{-i[(\omega_k + \omega_l)t - (\varepsilon_k + \varepsilon_l)]} \\
&\quad + |a_k^{(1)}| |a_l^{(1)}| \{H_F^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} e^{-i[(\omega_k - \omega_l)t - (\varepsilon_k - \varepsilon_l)]}] \\
&= \frac{1}{2} Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{H_F^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t} \\
&\quad + a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{H_F^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} e^{-i(\omega_k - \omega_l)t}] \tag{2.97}
\end{aligned}$$

같은 방법으로, 2차 파강제력에 의한 모멘트는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
\{M_{ex}^{(1)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau \\
&= Re [|a_1^{(1)}| \{H_M^{(1)}(\omega_1)\} e^{-i(\omega_1 t - \varepsilon_1)} + |a_2^{(1)}| \{H_M^{(1)}(\omega_2)\} e^{-i(\omega_2 t - \varepsilon_2)}] \\
&= Re \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)} \{H_M^{(1)}(\omega_k)\} e^{-i\omega_k t}] \tag{2.98}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{M_{ex}^{(2)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
&= \frac{1}{2} Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{H_M^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t}]
\end{aligned}$$

$$+ a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{H_M^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} e^{-i[(\omega_k - \omega_l)t]} \quad (2.99)$$

식(2.96)과 식(2.66) 및 식(2.98)과 식(2.67)의 1차 파강제력 및 모멘트를 비교해 보면, 1차 파강제력과 모멘트의 전달함수 $\{H_F^{(1)}(\omega_k)\}$ 와 $\{f_F^{(1)}(\omega_k)\}$ 및 $\{H_M^{(1)}(\omega_k)\}$ 와 $\{f_M^{(1)}(\omega_k)\}$ 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \{H_F^{(1)}(\omega_k)\} &= \{f_F^{(1)}(\omega_k)\} = \{f_{Fk}^{(1)}\} \\ \{H_M^{(1)}(\omega_k)\} &= \{f_M^{(1)}(\omega_k)\} = \{f_{Mk}^{(1)}\} \end{aligned} \quad (2.100)$$

또, 식(2.97)의 2차 파강제력과 식(2.74)의 2차 파강제력을 비교해 보면, 2차 파강제력 전달함수 $\{H_F^{(2)}(\omega_k, \pm\omega_l)\}$ 와 $\{f_F^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\}$ 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \{H_F^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} &= 2\{f_F^{+(2)}(\omega_k, \omega_l)\} = 2\{f_{Fkl}^{+(2)}\} \\ \{H_F^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} &= 2\{f_F^{-(2)}(\omega_k, \omega_l)\} = 2\{f_{Fkl}^{-(2)}\} \end{aligned} \quad (2.101)$$

마찬가지로, 식(2.96)과 식(2.75)의 2차 파강제모멘트를 비교해 보면, 2차 파강제모멘트의 전달함수 $\{H_M^{(2)}(\omega_k, \pm\omega_l)\}$ 와 $\{f_M^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\}$ 사이에도 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \{H_M^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} &= 2\{f_M^{+(2)}(\omega_k, \omega_l)\} = 2\{f_{Mkl}^{+(2)}\} \\ \{H_M^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} &= 2\{f_M^{-(2)}(\omega_k, \omega_l)\} = 2\{f_{Mkl}^{-(2)}\} \end{aligned} \quad (2.102)$$

그러므로 1차항의 조합으로 발생하는 각 성분마다의 2차 파강제력과 모멘트의 전달함수가 구해지면, 이것들을 각각 2배하여 더해줌으로써 1차항의 조합으로 발생하는 전체의 2차 파강제력과 모멘트의 전달함수 $\{H_F^{(2)}(\omega_k, \pm\omega_l)\}$ 와 $\{H_M^{(2)}(\omega_k, \pm\omega_l)\}$ 가 구해지며, 계산된 2차 전달함수를 식(2.88)과 식(2.90)에 대입하면, 1차항의 조합으로 발생하는 전체 2차 파강제력과 모멘트의 임펄스 응답함수를 구할 수 있고, 2차 임펄스 응답함수가 구해지면, 식(2.84)와 식(2.86)에 의해 1차항의 조합으로 발생하는 2차 파강제력과 모멘트의 시간이력이 구해진다.

또, $\zeta(t)$ 가 one-side 스펙트럼 S_ζ 를 가지는 random파인 것으로 하면, Rice는 $\zeta(t)$ 를 다음과 같이 표현하였다.

$$\begin{aligned}
\zeta(t) &= \int_0^\infty \cos(\omega t - \varepsilon) \sqrt{2S_\zeta(\omega)} d\omega \\
&= \frac{1}{2} \int_0^\infty \{e^{-i(\omega t - \varepsilon)} + e^{i(\omega t - \varepsilon)}\} \sqrt{2S_\zeta(\omega)} d\omega
\end{aligned} \tag{2.103}$$

여기서, ε 은 $0 \sim 2\pi$ 에 걸쳐 균일 분포하는 random 위상이다. 식(2.103)을 식(2.83)에 대입하고 Fourier 변환에 의해 다음의 1차 파강제력이 구해진다.

$$\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(1)}(t)\} &= \int_{-\infty}^\infty \{h_F^{(1)}(\tau)\} \zeta(t - \tau) d\tau \\
&= \int_{-\infty}^\infty \{h_F^{(1)}(\tau)\} \left[\frac{1}{2} \int_0^\infty \{e^{-i[\omega(t-\tau) - \varepsilon]} + e^{i[\omega(t-\tau) - \varepsilon]}\} \sqrt{2S_\zeta(\omega)} d\omega \right] d\tau \\
&= \int_0^\infty \{|H_F^{(1)}(\omega)|\} \cos(\omega t - \varepsilon - \{\theta^{(1)}\}) \cdot \sqrt{2S_\zeta(\omega)} d\omega \\
&= \int_0^\infty \cos(\omega t - \varepsilon - \{\theta^{(1)}\}) \cdot \sqrt{2\{|H_F^{(1)}(\omega)|^2\} S_\zeta(\omega)} d\omega
\end{aligned} \tag{2.104}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
\{H_F^{(1)}(\omega)\} &= \{|H_F^{(1)}(\omega)|\} e^{i\{\theta^{(1)}(\omega)\}} = \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(1)}(\omega)| e^{i\theta_1^{(1)}(\omega)} \\ |H_{2F}^{(1)}(\omega)| e^{i\theta_2^{(1)}(\omega)} \\ |H_{3F}^{(1)}(\omega)| e^{i\theta_3^{(1)}(\omega)} \end{Bmatrix} \\
\{H_F^{(1)*}(\omega)\} &= \{|H_F^{(1)}(\omega)|\} e^{-i\{\theta^{(1)}(\omega)\}} = \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(1)}(\omega)| e^{-i\theta_1^{(1)}(\omega)} \\ |H_{2F}^{(1)}(\omega)| e^{-i\theta_2^{(1)}(\omega)} \\ |H_{3F}^{(1)}(\omega)| e^{-i\theta_3^{(1)}(\omega)} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.105}$$

또, 식(2.103)을 식(2.84)에 대입하고 식(2.92)의 관계를 이용하면, 다음과 같이 2차 파강제력이 구해진다.

$$\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(2)}(t)\} &= \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t - \tau_1) \zeta(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
&= \int_0^\infty \int_0^\infty \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \{\theta^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \sqrt{\{|H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)|^2\} S_\zeta(\omega_1) S_\zeta(\omega_2) d\omega_1 d\omega_2} \\
& + \int_0^\infty \int_0^\infty \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - \{\theta^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)\}] \\
& \cdot \sqrt{\{|H_F^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)|^2\} S_\zeta(\omega_1) S_\zeta(\omega_2) d\omega_1 d\omega_2} \tag{2.106}
\end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
\{H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} &= \{|H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)|\} e^{i\{\theta^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}} \\
&= \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{i\theta_1^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{i\theta_2^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{i\theta_3^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \end{Bmatrix} \\
\{H_F^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)\} &= \{|H_F^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)|\} e^{i\{\theta^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)\}} \\
&= \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{i\theta_1^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{i\theta_2^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{i\theta_3^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \end{Bmatrix} \\
\{H_F^{(2)*}(\omega_1, \omega_2)\} &= \{|H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)|\} e^{-i\{\theta^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}} \\
&= \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{-i\theta_1^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{-i\theta_2^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{-i\theta_3^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \end{Bmatrix} \\
\{H_F^{(2)*}(\omega_1, -\omega_2)\} &= [|H_F^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)|] e^{-i\{\theta^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)\}} \\
&= \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{-i\theta_1^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{-i\theta_2^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{-i\theta_3^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \end{Bmatrix} \tag{2.107}
\end{aligned}$$

2.3.2 시간영역 운동방정식

시간영역에서의 과강제력 및 모멘트가 구해지면, 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_{l=1}^6 [\{ M_{kl} + \mu_{kl}(\infty) \} \ddot{U}_l(t) + \int_{-\infty}^t K_{kl}(t-\tau) \dot{U}_l(\tau) d\tau + C_{kl} U_l(t)] = f_k(t) \quad (k=1 \sim 6) \quad (2.108)$$

- 여기서, U_l : 부체의 각 방향 변위
 M_{kl} : 부체 고유의 질량
 $m_{kl}(\infty)$: 무한 주파수에서의 부가질량
 $K_{kl}(t)$: 메모리 영향함수
 C_{kl} : 중력, 정수압 및 계류력에 의한 복원력 계수
 $f_k(t)$: 과강제력

식(2.108)과 같이 미분-적분 방정식으로 표현되는 운동방정식을 수치적으로 푸는 방법은 여러가지가 있지만, 본 논문에서는 Newmark- β 법을 사용하여 각 시간 단계에서의 값들을 계산한다. 수치계산의 흐름을 간단히 설명하기 위해 운동방정식을 다음과 같이 나타낸다.

$$M\dot{u} + \int_{-\infty}^t K_{kl}(t-\tau) \dot{u}(\tau) d\tau + Cu = f \quad (2.109)$$

(1) 먼저 유체력을 무시하고, 각 응답의 초기치를 이용하여 다음 단계의 초기 가속도를 다음의 식에 따라 계산한다.

$$\ddot{u}(t+\Delta t) = \{ M + \beta(\Delta t)^2 C \}^{-1} [f(t+\Delta t) - C \{ u(t) + (\Delta t \dot{u}(t) + (\frac{1}{2} - \beta)(\Delta t)^2 \ddot{u}(t)) \}] \quad (2.110)$$

(2) 식(2.110)의 결과를 사용하여 속도 $\dot{u}(t+\Delta t)$ 와 변위 $u(t+\Delta t)$ 를 다음의 식으로

계산한다.

$$\begin{aligned} \dot{u}(t + \Delta t) &= \dot{u}(t) + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)\{\ddot{u}(t) + \ddot{u}(t + \Delta t)\} \\ u(t + \Delta t) &= u(t) + \frac{\Delta t}{1!} \dot{u}(t) + \frac{(\Delta t)^2}{2!} \ddot{u}(t) + \beta(\Delta t)^3 \frac{\ddot{u}(t + \Delta t) - \ddot{u}(t)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2.111)$$

(3) 식(2.111)의 \dot{u} 를 이용하여 콘볼루션 적분을 계산한다.

(4) 이 값을 식(2.109)에 대입하여 $\ddot{u}(t + \Delta t)$ 을 다음의 식에 의해 구한다.

$$\ddot{u}(t + \Delta t) = M^{-1} \left[f(t + \Delta t) - \int_{-\infty}^t K_{ki}(t - \tau) \dot{u}_{t+\Delta t}(\tau) d\tau - Cu(t + \Delta t) \right] \quad (2.112)$$

(5) \ddot{u} 가 수렴할 때까지 (2) ~ (4)의 단계를 반복한다.

이상과 같은 방법으로 각 시간마다의 변위, 속도, 가속도를 수치적으로 구할 수 있지만, 외력의 평균주파수를 고려하여 반복계산에서 만족할만한 수렴을 위해 적당한 시간증분을 취할 필요가 있다.

3. 실험방법 및 모형

3.1 실험 조건

본 연구에서 대상으로 하는 Classic Spar와 Truss Spar에 각각 작용하는 파랑 제력을 계측하기 위하여 6분력계(6 axis loadcell)을 이용하였다. 6분력계는 스트레인 게이지식으로 3축 방향의 힘과 모멘트를 동시에 계측 가능하며 힘의 측정범위는 $\pm 10\text{Kg}$ 이고 모멘트의 측정범위는 $\pm 1\text{Kg}\cdot\text{m}$ 이다. 구조물의 운동응답 계측은 구조물의 상단부 수직선상에 위치하는 계측점 두 곳에 적외선 발광다이오드(LED) 타겟을 부착하고 수광(light-receiving)요소로써 반도체 위치 감광장치(PSD: semiconductor position sensitive detector)를 사용하는 광점위치 계측장치(light spot position detector)를 이용해 X, Y방향의 위치정보를 얻는다. 이렇게 계측된 위치정보로부터 2차원 해석을 통하여 각 모드별 운동응답을 해석하였다. 그리고 파고의 측정에는 서보(Servo)식 파고계를 이용하였다. 그리고 Spar의 계류방식은 Semi-taut 방식을 채택하였고 계류라인에 작용하는 장력은 수중에서 사용할 수 있는 방수형 1축 로드셀을 사용하였다.

본 실험에서 사용된 수조는 Fig.3.1에 나타낸 바와 같이 $1 \times 1.1 \times 25\text{m}$ (B×D×L)의 조파수조로 조파기는 피스톤 형식으로 파고 20cm까지 발생 가능하며, 양방향 조류발생장치도 겸비하고 있지만 금번 실험에서는 조류중의 실험은 제외하였다.

Table 3.1은 금번 실험에 이용한 규칙파에 대한 제원을 나타낸 것으로 주기는 0.6~2.0초이며 파고는 2cm와 4cm의 두 종류를 선택하였다. Table 3.2는 불규칙파에 대한 제원으로 유의파고($H_{1/3}$, significant wave height)와 평균주기(T, mean period)에 대한 두가지 변수를 적용한 ISSC 스펙트럼을 목적 스펙트럼으로 사용하였다.



Fig.3.1 Schematic of Ocean Engineering Wave Basin

H [cm]	2, 4													
T [sec]	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.8	1.9	2.0

Table 3.1 Regular Wave Characteristics for Model Test

H _{1/3} [cm]	2, 4	
T [sec]	1.0	1.2

Table 3.2 Irregular Wave Characteristics for Model Test

3.2 모형

본 연구의 실험에서는 6분력계를 부착할 수 있도록 제작한 파강제력 측정용 모형인 Classic과 Truss Spar를 각각 제작하였다. 이에 대한 도면과 사진은 Fig.3.2와 Photo 3.1에 나타낸다.

운동응답 계측을 위해서는 타겟의 부착을 위하여 새로이 모형을 제작하였으며, Truss 및 Classic Spar에 대한 상세도면은 각각 Fig.3.3과 Fig.3.4에 나타내었다. 그리고 Spar의 경우에는 실린더 본체에서 발생하는 와동(Vortex)에 의한 영향을 감소시키기 위하여 Strake를 부착하게 되며 본 실험에서도 Strake가 Spar의 운동응답에 미치는 영향을 조사하기 위하여 Bare Hull과 Strake를 부착한 각각의 모형에 대하여 운동응답을 계측하였다. Photo 3.2는 Truss Spar, Photo 3.3은 Classic Spar에 대한 각각의 사진이다.

Table 3.3은 Truss 및 Classic Spar의 모형에 대한 각각의 제원을 나타내고 있다.

그리고 사진에서 나타나는 바와 같이 계류라인의 부착 지점이 구조물의 운동응답에 미치는 영향을 조사하기 위하여 무게중심점과 그로부터 상하로 이동시켜 각각 3개의 부착지점을 선정하여 실험을 수행하였다. 이에 대한 설치개념도를 Fig.3.5와 Fig.3.6에 나타내며, 설치지점의 변화에 따른 각 운동 모드별 계류라인에 의한 복원력을 Table 3.4에 나타낸다. 단 본 실험에 사용한 계류라인은 선형 스프링상수를 가지는 고무재를 사용하였으며 스프링상수는 1.111Kg/m이다.

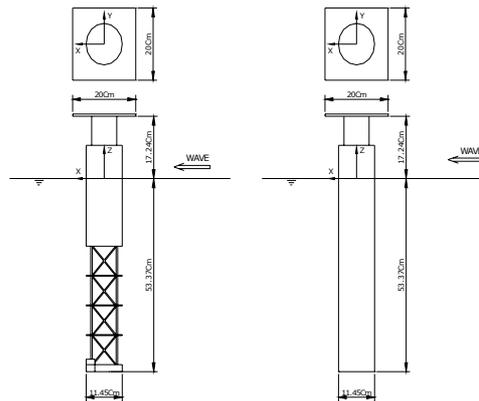


Fig.3.2 Model for Experiment of Wave Exciting force



Photo 3.1 Model for Experiment of Wave Exciting Force

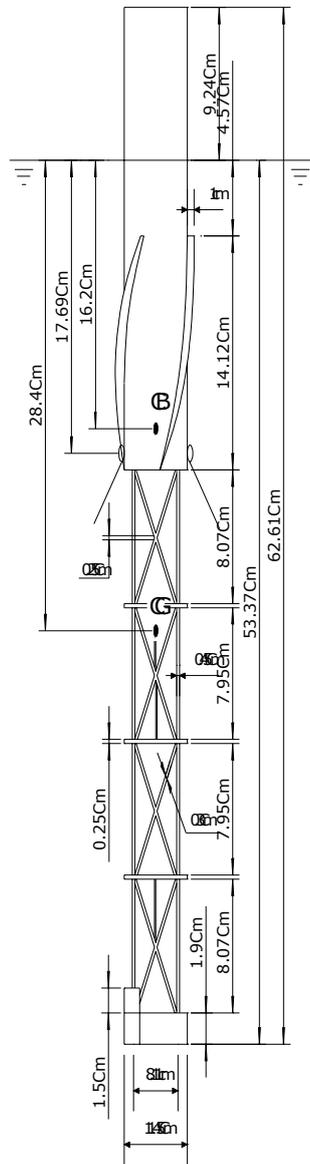


Fig.3.3 Truss Spar Model for Motion Response Experiment,
Scale of 1:400

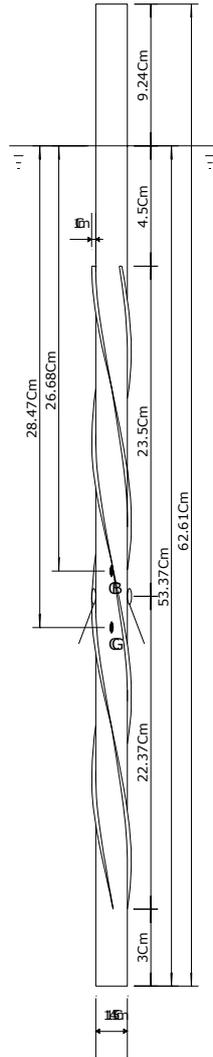


Fig.34 Classic Spar Model for Motion Response Experiment,
Scale of 1:400



Photo 3.2 Truss Spar Model with & without Strakes for Motion Response test, Scale of 1:400



Photo 3.3 Classic Spar Model with & without Strakes for Motion Response test, Scale of 1:400

Designation		Unit	Model 1 (truss spar)	Model 2 (classic spar)
Length overall L		m	0.11450	0.11450
Breadth B		m	0.11450	0.11450
Draft T		m	0.53368/0.18688 (Hull Part)	0.53368
Displacement Δ		m ³	0.00236	0.00550
Center of Gravity	VCG	m	0.28400	0.28500
	LCG	m	0	0
Center of Buoyancy	VCB	m	0.16200	0.26700
	LCB	m	0	0
Metacentric height	GM _L	m	0.12560	0.01940
	GM _T	m	0.12560	0.01940
Mass moment of Inertia	I _{xx}	Kg · m ²	0.03272	0.01999
	I _{yy}	Kg · m ²	0.03272	0.01999
	I _{zz}	Kg · m ²	0.00052	0.00074
Coefficient of Restoring Force	C ₃₃		10.29680	10.29680
	C ₄₄		0.29610	0.10650
	C ₅₅		0.29610	0.10650

Table 3.3 Principal Dimensions & Particulars of Models

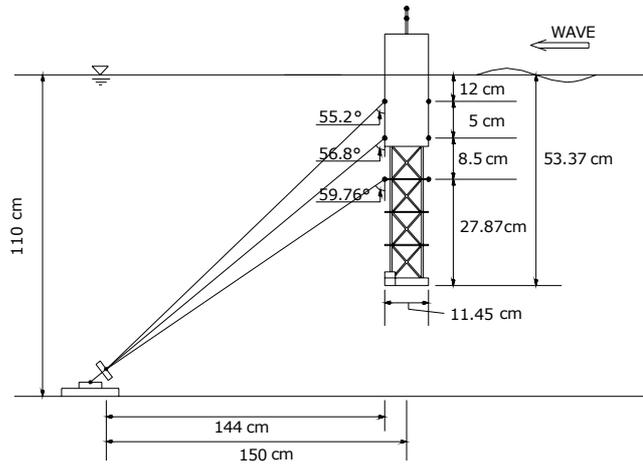


Fig.3.5 Mooring points of Truss spar model

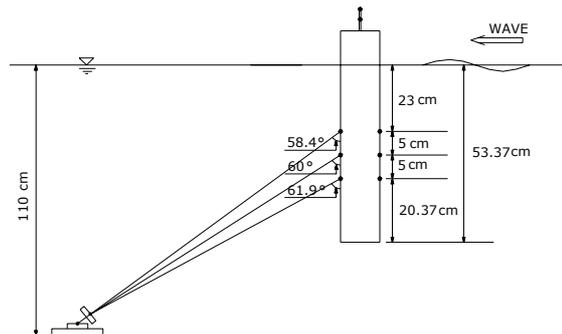


Fig.3.6 Mooring points of Classic spar model

	Mooring Point	Mooring Angle [degree]	Surge Stiffness [kgf/m]	Heave Stiffness [kgf/m]
Classic Spar Model	A	58.4	0.9454	0.5816
	B	60	0.9613	0.5550
	C	61.9	0.9792	0.5228
Truss Spar Model	A	55.2	0.9115	0.6341
	B	56.8	0.9288	0.6078
	C	59.7	0.9590	0.5590

Table. 3.4 Restoring Force Coefficient of Each Motion Mode according to Various Mooring Point

3.3 실험 방법

3.1절에서 기술한 각 실험조건 하에서 각종 계측기기들은 Fig.3.7과 Fig.3.8에 나타난 바와 같이 배치하였고, 정도 높은 실험 데이터의 계측을 위해 반사파의 영향을 최소화하고 선형적인 입사파의 구현이 가능한 해양공학 수조의 중앙부에 모형을 설치하여 제반 실험을 수행하였다. 소파장치는 반사파의 영향을 최소화하기 위하여 하부에는 스폰지를 두고 상부에는 그물형 소파재를 사용하였다. 그리고 발광 다이오드로부터 나오는 빛을 감지하는 감광센서는 각종 주변에서 발생하는 반사 빛에 민감하므로 수조의 반대 벽면에 흡광을 위한 종이재를 부착하여 반사광을 최소화하였다. Photo 3.4~3.9는 Classic 및 Truss Spar 각각의 실험장면과 불규칙 파의 형상을 보여주고 있다.

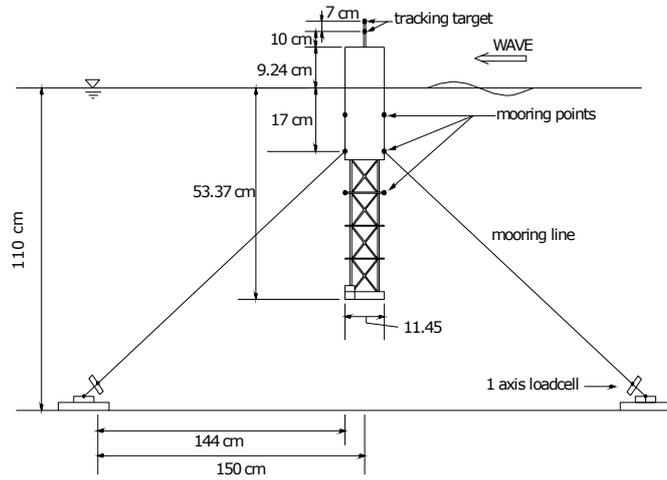


Fig.3.7 Model Installation (Longitudinal section)

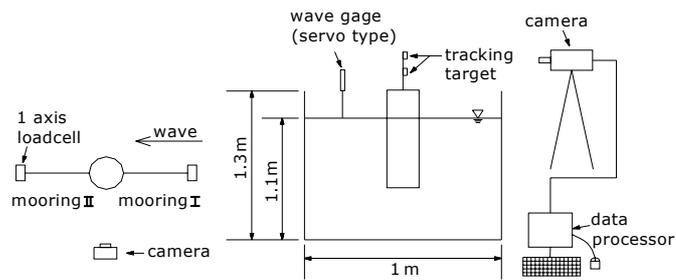


Fig.3.8 Model Mooring Arrangement, Model Installation (Transverse section)

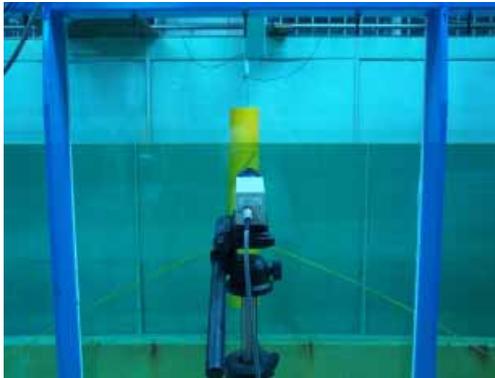


Photo 3.4 Model Installation in Ocean Engineering Basin

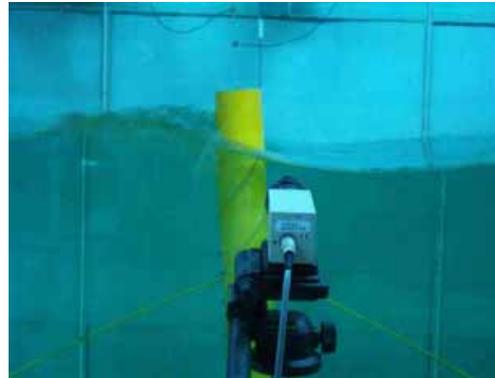


Photo 3.5 Classic Spar Model Test in Transient Waves

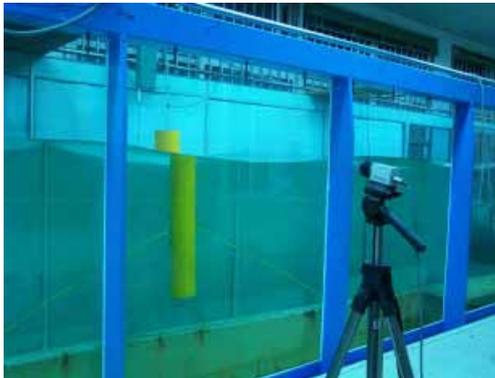


Photo 3.6 Classic Spar Model Test in Regular Waves



Photo 3.7 Classic Spar Model Test in Irregular Waves

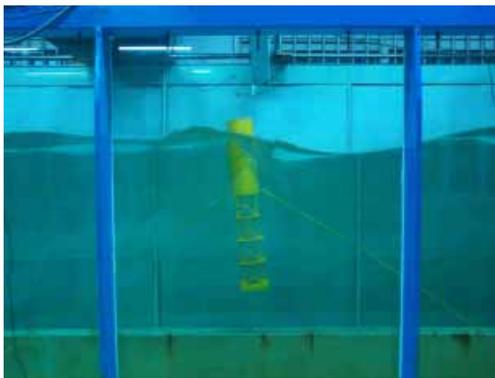


Photo 3.8 Truss Spar Model Test in Transient Waves

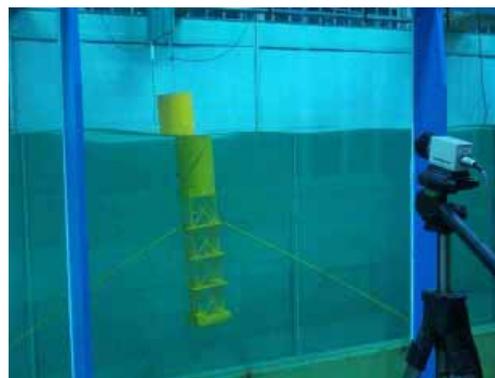


Photo 3.9 Truss Spar Model Test in Irregular Waves

3.4 데이터 계측 및 처리 방법

수조에서 불규칙파의 생성을 위해서는 목적스펙트럼으로부터 각종 전달함수를 고려한 보정작업을 거쳐 조파기에 입력될 입력신호를 아날로그형 전압신호로 변환하고 이를 조파기 구동장치에 입력한다(Fig.3.9). 조파기의 구동에 따른 파면의 상승량은 서보식 파고계로 측정되고 측정된 아날로그형 전압은 A/D Converter를 거쳐 m단위로 환산되어 Fig.3.10에 나타낸 time history로 나타내어진다.

각 모형에 작용하는 파강제력은 분력계로부터 얻어지는 아날로그형 전압을 A/D Converter를 거쳐 디지털 데이터로 전환하고 이를 각 모드에 대한 보정테이블을 이용하여 각각의 힘과 모멘트로 환산한다. 이에 대한 계측결과는 Surge에 대하여 Fig.3.11에 나타낸다. 장력도 같은 방법으로 일련의 데이터를 계측, 처리하였으며, 장력계는 파상측 계류라인과 파하측 계류라인을 설치하여 각각에 대한 계측예를 Fig.3.12와 Fig.3.13에 나타낸다.

운동계측을 위해서는 상하로 부착되어 있는 Tracking target 각각의 2차원 변위 (Fig.3.14~3.15)를 먼저 도출하고 그들로부터 2차원 해석을 수행하여 최종적으로 Surge, Heave, Pitch 모드의 운동응답을 도출한다. 여기에는 Surge에 대한 time history만 나타내었다(Fig. 3.16).

이상 설명에 따른 계측예들은 유의파고 4cm, 평균주기 1sec인 ISSC스펙트럼에 해당하는 불규칙파중에서의 Truss Spar에 대해서 수행된 실험으로부터 계측된 데이터들이다.

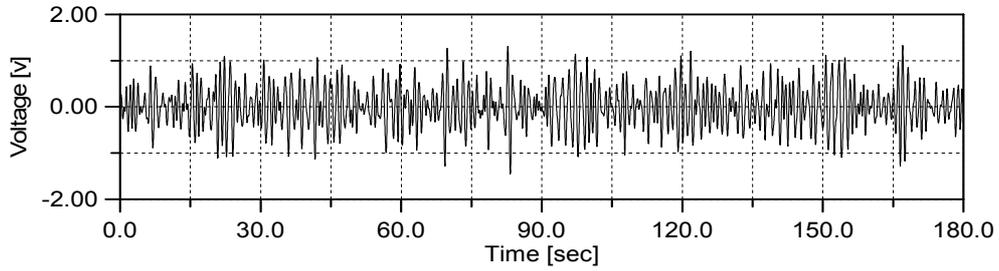


Fig.3.9 Time History of Input Signal for Wave Maker

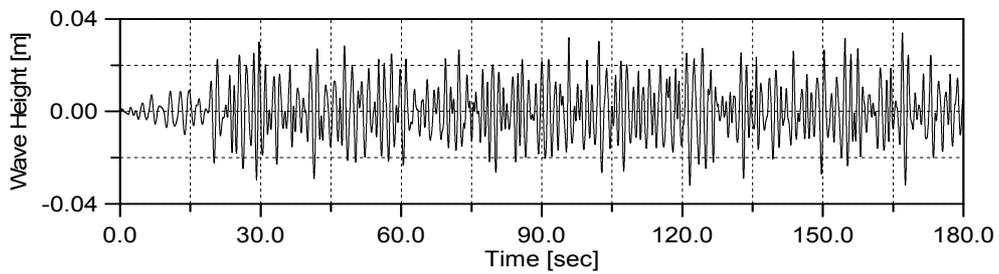


Fig.3.10 Time History of Measured Wave Elevation

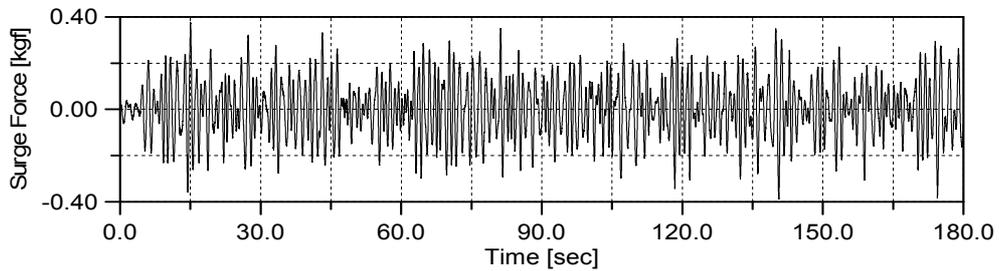


Fig.3.11 Time History of Measured Surge Exciting Force

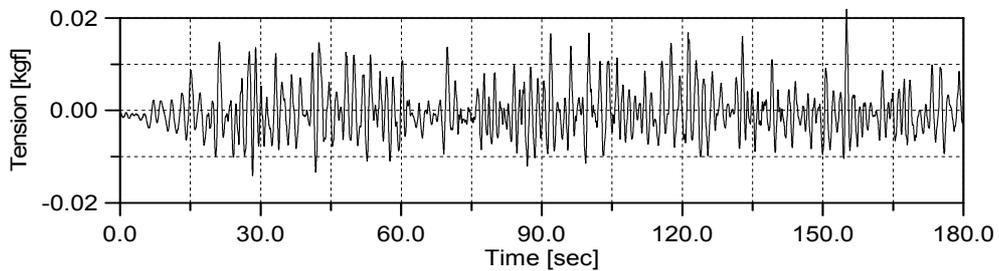


Fig.3.12 Time History of Measured Tension Variation I

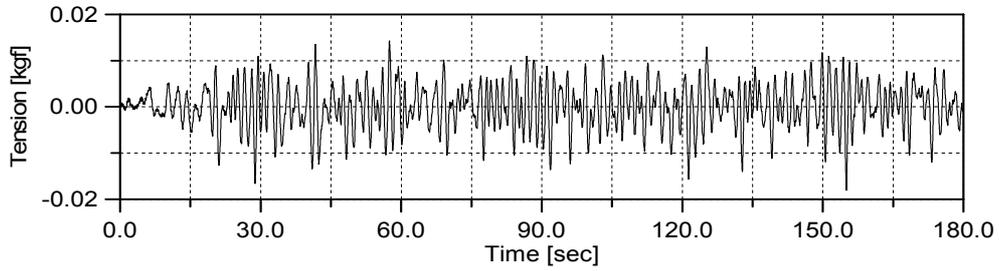


Fig.3.13 Time History of Measured Tension Variation II

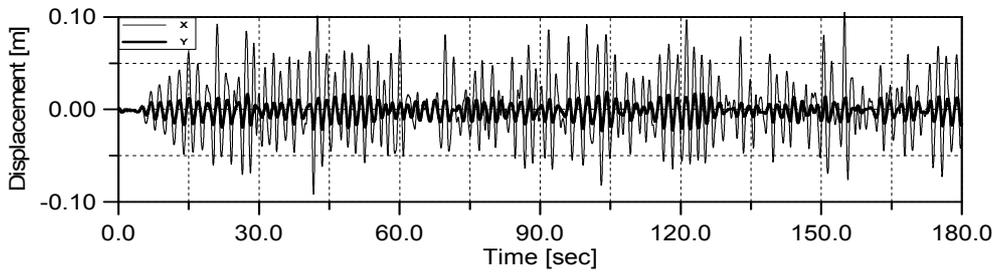


Fig.3.14 Measured Displacement of Tracking Target 1

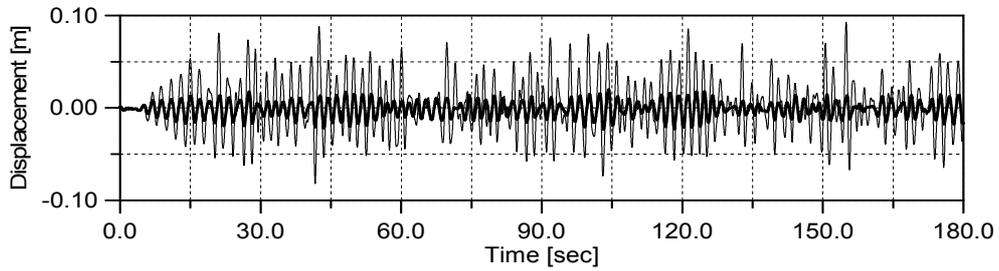


Fig.3.15 Measured Displacement of Tracking Target 2

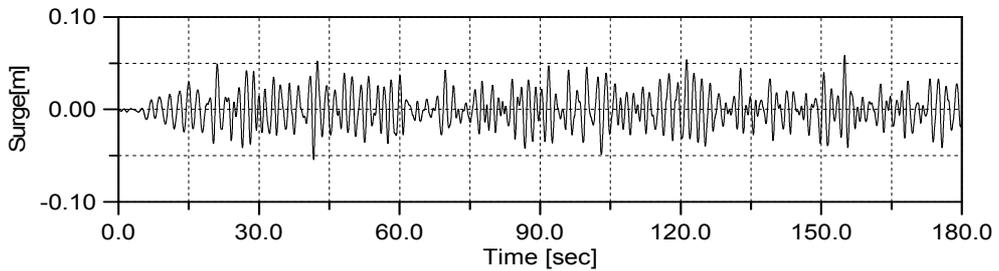


Fig.3.16 Time History of Measured Surge Response

4. 결과 및 고찰

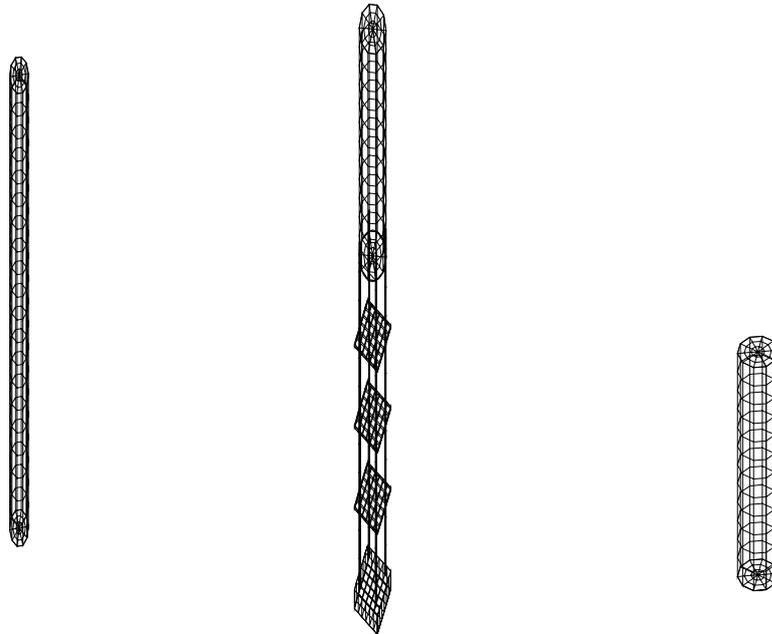
4.1 파강제력

4.1.1 규칙파중의 파강제력

여기서는 Classic Spar와 Truss Spar의 파강제력에 대한 특성을 검토하기 위하여 규칙파중에서의 파강제력과 주파수응답함수를 비교하였다. 그리고 각각의 실험 결과를 이론계산 결과와 비교하여 이론계산의 한계점에 대한 고찰과 실험결과와의 검증작업을 병행하였다. 여기서 이론계산은 특이점분포법을 적용하여 Diffraction Theory로 계산을 수행하였다. 특이점분포법 계산을 위해 각각의 대상 모형은 Fig.4.1.1에 나타낸 바와 같이 요소분할을 하였고, Truss Spar는 529개, Classic Spar는 225개의 요소개수로 계산을 수행하였다. 이에 대한 모형별 정보는 Table 4.1.1에 나타내었고, Table 4.1.1중의 3번째 항목은 Truss Spar의 Heave 감쇠를 위하여 설치한 Heave Plate가 파강제력에 미치는 영향을 조사하기 위하여 독립된 원통부분(Hull Part)만에 작용하는 파강제력 계산을 수행하기 위한 계산모델에 대한 정보이다.

Model	Hull Diameter [m]	Draft [m]	NO. of Pannel	No. of Node
Classic Spar	0.1145	0.54	225	231
Truss Spar	0.1145	0.54	529	543
Truss Spar (Hull only)	0.1145	0.19	145	151

Table 4.1.1 Mesh Information



**Fig.4.1.1 Pannelled Model of Classic Spar, Truss Spar,
Hull part of Truss Spar**

Fig.4.1.2~4.1.8은 Classic Spar의 각 모드(Surge, Heave, Pitch)에 대한 파력 및 모멘트를 무차원값으로 나타낸 것으로, X축은 원진동수(ω)를 나타낸다.

Fig.4.1.2~4.1.4는 Truss와 Classic Spar에 작용하는 파강제력을 비교한 것이다. Classic Spar의 경우 각 모드별 힘이나 모멘트는 이론값과 실험값이 대체적으로 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있고, Heave의 경우에는 High Frequency에서 실험값이 좀 크게 나타나는 경향을 보이고 있다. 이는 Diffraction Theory에 의해 계산된 이론값은 점성의 영향이 고려되지 않은 반면, Classic Spar는 실린더의 단면적에 비해 실린더 측면의 접수면적이 훨씬 넓어, 유체입자의 속도가 상대적으로 큰 고주파수 영역에서 유체입자의 상하 운동에 의한 점성의 영향을 무시할 수 없기 때문인 것으로 생각된다.

Truss Spar의 경우 Surge와 Pitch의 경우에는 이론값과 실험값이 대체적으로 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있지만 Pitch의 고주파수 영역에서 실험치가 다소 적게 나타나는 경향은 Heave Plate의 영향으로 판단된다. 그리고 Heave의 경우에는 전 주파수 영역에 걸쳐서 실험값이 적게 나타나는 경향을 보이고 있다. 이는 Heave 감쇠를 위해 Truss부에 설치한 박판의 유체역학적 영향을 Diffraction Theory에서는 충분히 반영할 수 없는 것으로 사료된다. 여기서 Heave Plate가 점성을 포함한 유체역학적인 상호간섭효과로부터 Heave 파강제력을 상당량 감소시키는 것으로 판단할 수 있다.

Classic Spar와 Truss Spar를 비교하면, Truss Spar가 Classic Spar에 비해서 Surge 파강제력이 상당량 감소하는데 반해서 Heave나 Pitch의 경우에는 Truss Spar에 작용하는 파력 및 모멘트가 Classic Spar보다 다소 증가하는 경향이 있다는 것을 알 수 있다. 특히 Heave의 경우 실험치는 실린더의 홀수가 상당히 낮음에도 불구하고 Heave Plate의 영향으로 Classic Spar의 값에 접근할 정도로 적은 값을 가지는 것을 알 수 있다.

Fig.4.1.5~4.1.7에서는 Truss Spar에 부착한 Heave Plate의 영향을 중점적으로 조사하기 위하여 원통만이 있을 경우와 Truss에 Heave Plate를 부착한 전체 구조물에 작용하는 파력을 비교하였다. 이들에 따르면 Surge는 Heave Plate의 영향을 거의 무시할 수 있을 정도이며, Heave는 이론계산에서도 Heave Plate의 영향으로 파강제력을 다소 떨어뜨린다는 것을 알 수 있지만 실험치에는 이르지 못하고 있다. 상대적으로 홀수가 낮은 원통만에 작용하는 파강제력은 이론치와 실험치가 아주 잘 일치하는 것으로 보아 이미 Fig.4.1.6에서 설명한 내용이 설득력 있음을 알 수 있다. Pitch의 경우에도 이론계산의 결과에서는 Heave Plate의 영향이 거의 나타나지 않지만 실험치에서는 저주파수 영역에서 Heave Plate의 영향으로 다소 강제모멘트가 적어지는 것을 알 수 있다.

Fig.4.1.8에서는 Truss Spar에 부착한 Heave Plate가 Heave 파강제력에 미치는 영향을 보다 구체적으로 조사하기 위하여 Heave Plate의 설치 간격을 변화시키면서 이론계산을 통해 비교하였다. 기본 모형의 Plate 설치 간격이 8.2cm인 것에 대해 16.4cm 및 2cm로 변화를 주어 계산을 수행하였다. 이에 따르면 Plate 설치간격이 다소 영향을 미치는 것은 하지만 그다지 지배적인 요소는 아닌 것으로 사료된다.

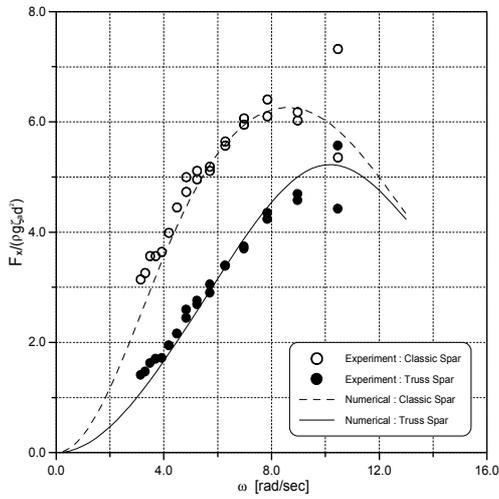


Fig.4.1.2 Surge Exciting Forces bet. Classic & Truss Spar

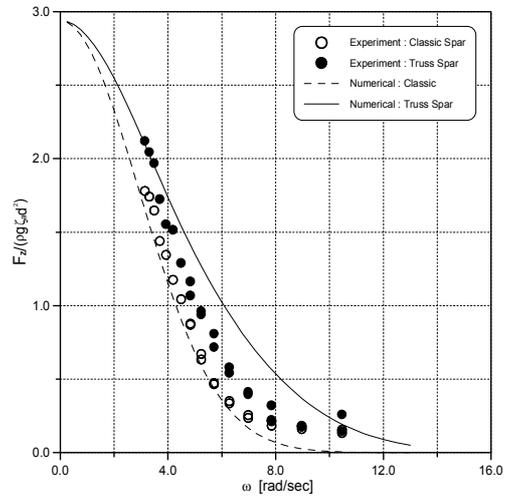


Fig.4.1.3 Heave Exciting Forces bet. Classic & Truss Spar

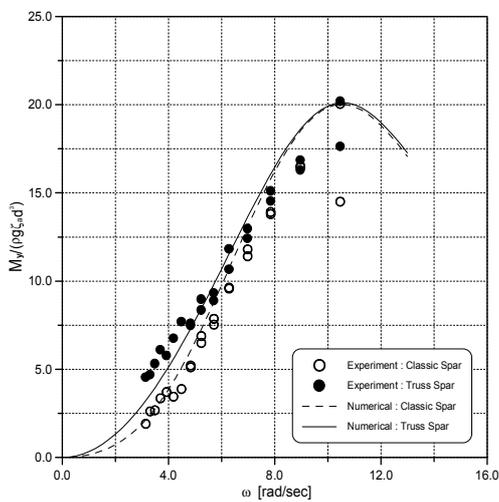


Fig.4.1.4 Pitch Exciting Moments bet. Classic & Truss Spar

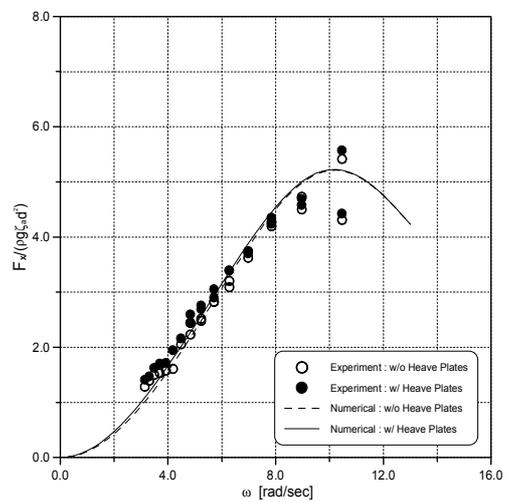


Fig.4.1.5 Surge Exciting Force of Truss Spar bet. with & without Heave Plate

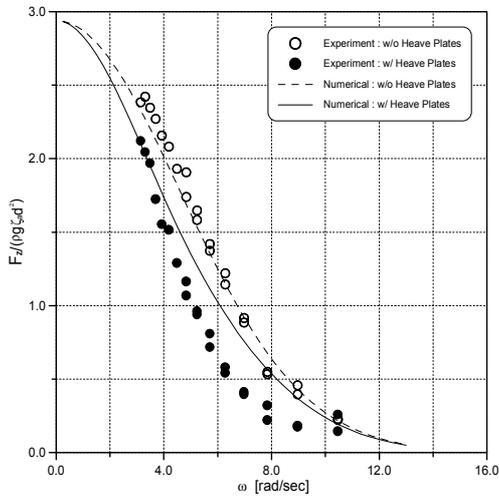


Fig.4.1.6 Heave Exciting Force of Truss Spar bet. with & without Heave Plate

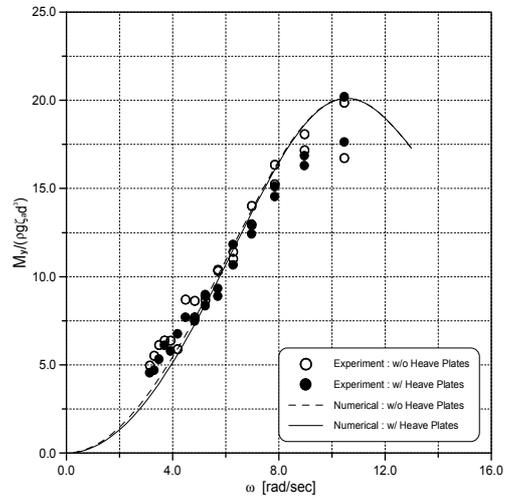


Fig.4.1.7 Pitch Exciting Moment of Truss Spar bet. with & without Heave plates

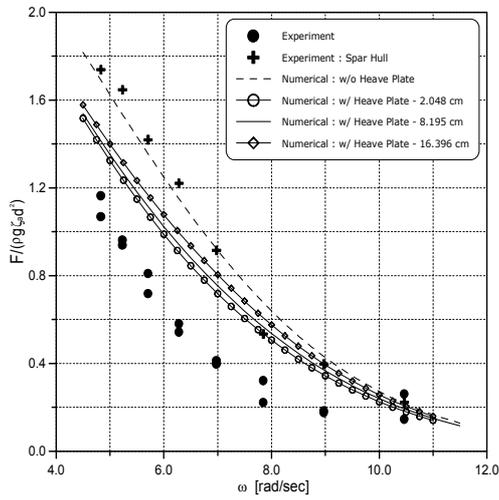


Fig.4.1.8 Heave Exciting Force Changing the Space of Heave Plates

4.1.2 불규칙파중의 파강제력

(1) Impulse Response Function

시간 영역에서의 파강제력을 이론적으로 계산하기 위해서는 파강제력의 주파수 전달함수를 Fourier 변환한 임펄스 응답함수가 필요하다. 따라서 Strakes를 부착하지 않았을 때의 Classic과 Truss Spar에 대한 각 운동 모드별 임펄스응답함수를 Fig.4.1.9~4.1.14에 나타낸다. 임펄스응답함수의 각 모드별 형상은 두 구조물이 비슷하게 나타나지만, 최대값은 모드별로 다른 양상을 띤다. 즉, Surge의 경우에는 Classic이 큰 반면 Heave는 Truss가 크게 나타나고, Pitch는 거의 같은 값이지만 약간 Truss쪽이 크게 나타나고 있다.

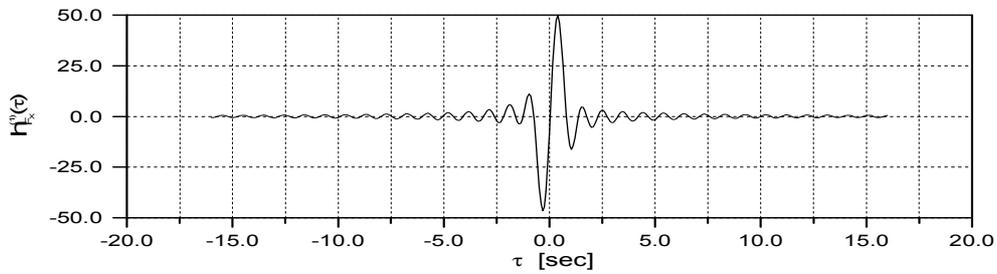


Fig.4.1.9 Surge Impulse Response Function - Classic Spar

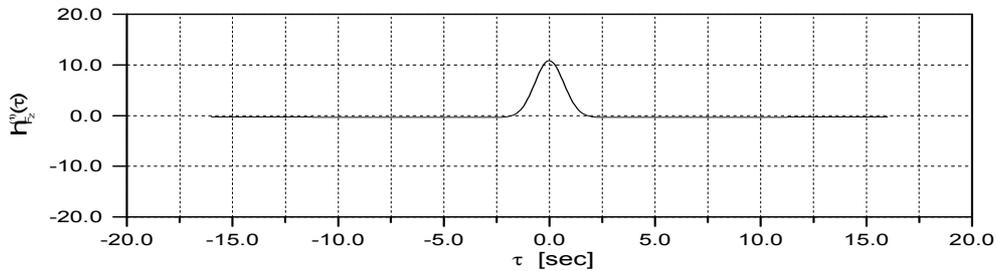


Fig.4.1.10 Heave Impulse Response Function - Classic Spar

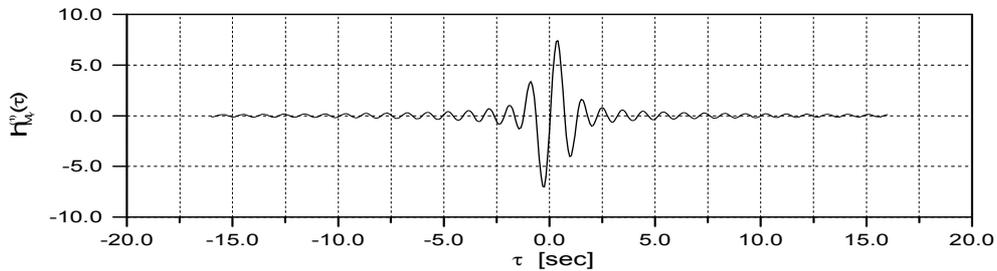


Fig.4.1.11 Pitch Impulse Response Function - Classic Spar

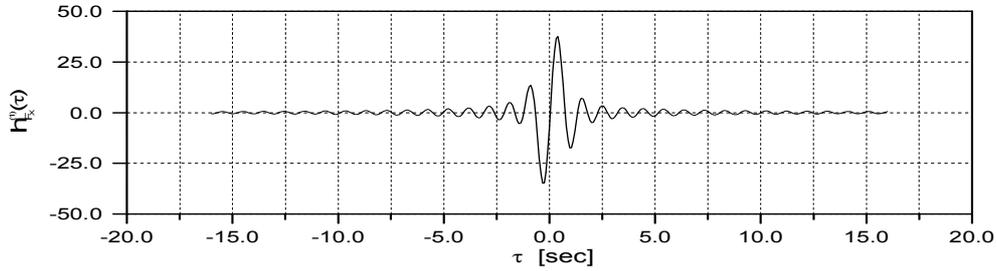


Fig.4.1.12 Surge Impulse Response Function - Truss Spar

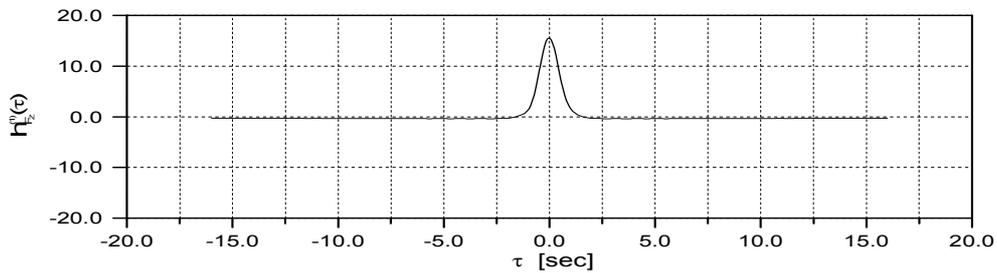


Fig.4.1.13 Heave Impulse Response Function - Truss Spar

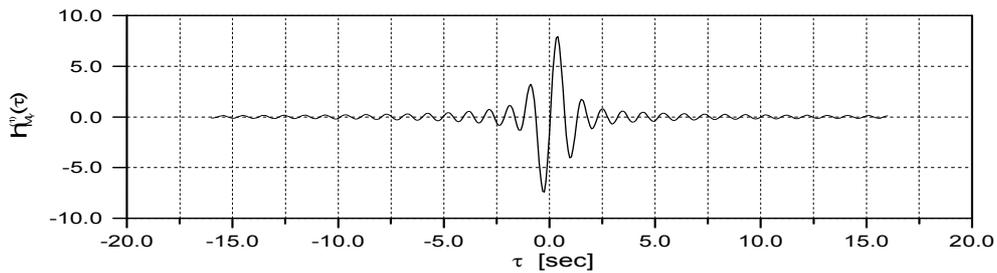


Fig.4.1.14 Pitch Impulse Response Function - Truss Spar

(2) 파강제력의 시간력

평균주기 1.0sec, 유의파고 4cm인 불규칙파중에서 각 모형에 작용하는 파강제력 특성을 조사하였으며 여기서는 Truss Spar에 대한 시간력은 생략하였다. Fig.4.1.15는 불규칙파의 시간력을 나타내고, Fig.4.1.16~18에서는 Classic Spar에 대해 각 모드별로 이론계산된 강제력 및 강제모멘트의 시간력을 나타내고 있다. Fig.4.1.19~21에서는 이론계산과 실험결과의 비교를 위하여 Classic Spar에 대해 각 모드별로 측정된 실험값에 대한 시간력을 나타내고 있다. 이에 따르면 Surge와 Pitch는 이론치에 비해 실험치가 좀 크게 나타나는 반면, Heave 강제력은 이론치가 다소 크게 평가되고 있다. 이는 실험에서 재현된 파가 저주파수 성분을 많이 포함하여 긴 파장을 가진 성분과는 천수로 되어 그에 따른 영향으로 사료된다.

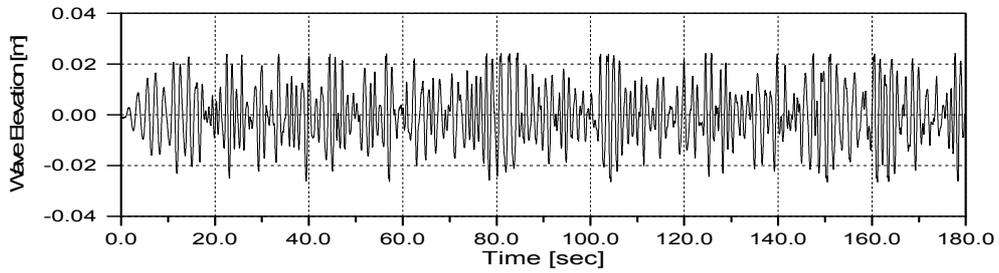


Fig.4.1.15 Time History of Wave Elevation [$H_{1/3}=4\text{cm}$, $T=1.0\text{sec}$]

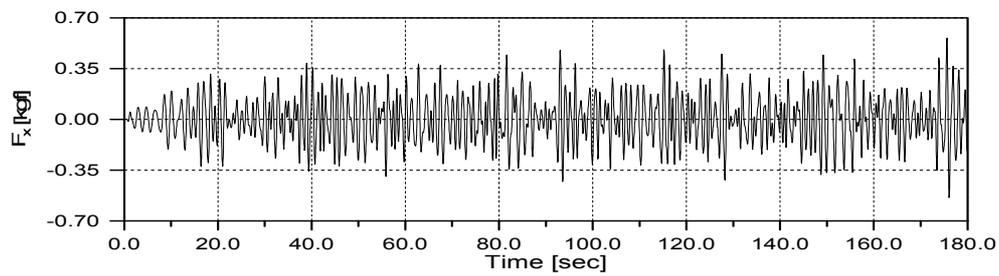


Fig.4.1.16 Time History of Surge force (Numerical)

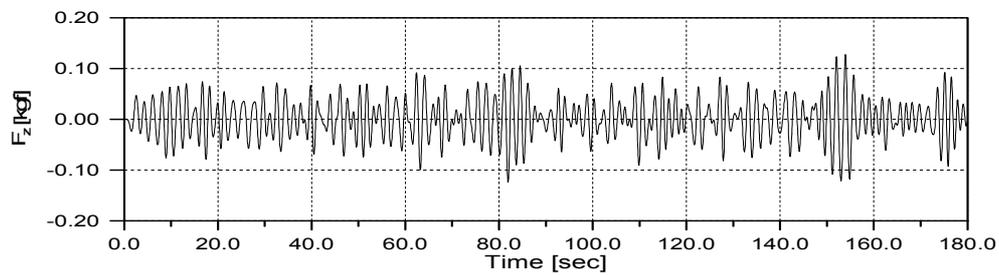


Fig.4.1.17 Time History of Heave force (Numerical)

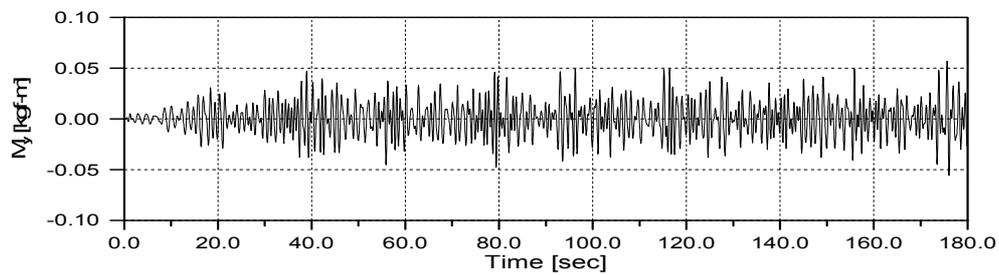


Fig.4.1.18 Time History of Pitch Moment (Numerical)

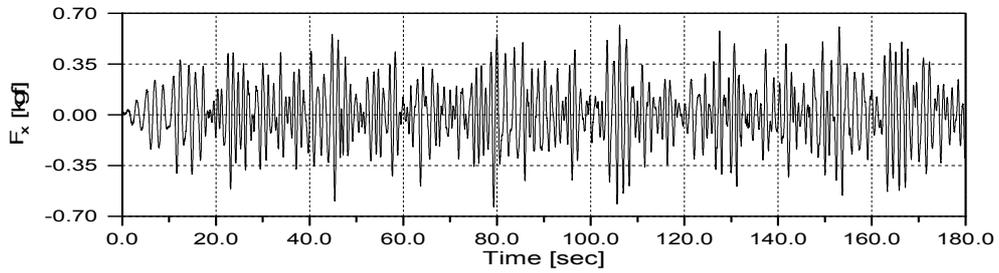


Fig.4.1.19 Time History of Surge force (Experiment)

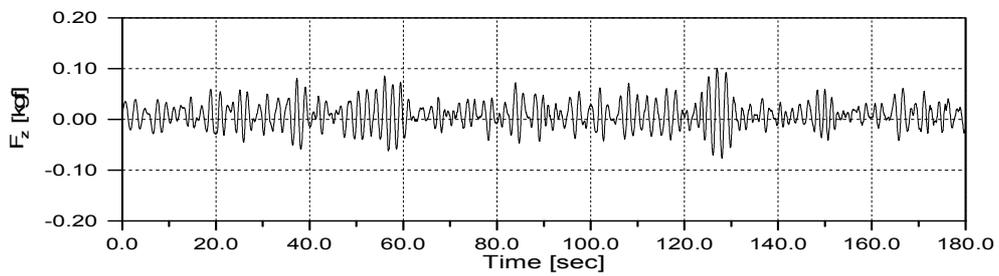


Fig.4.1.20 Time History of Heave force (Experiment)

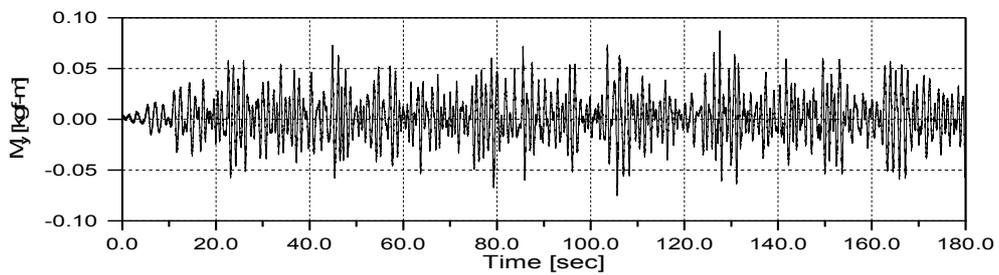


Fig.4.1.21 Time History of Pitch Moment (Experiment)

(3) 파강제력의 스펙트럼

여기서는 상기 시간력에서 얻어지는 스펙트럼으로부터 불규칙파중에서의 파강제력의 양상을 검토한다. Fig.4.1.22는 불규칙파의 스펙트럼을 나타내고 있으며, 여기서 주기 1.0sec, 유의파고 4cm의 목적 스펙트럼을 점선으로 나타내고 실선은 계측된 파의 스펙트럼이다. 본 수조의 특성과 천수의 영향으로 계측스펙트럼의 평균 주기가 조금 길어지는 것으로 나타난다.

Fig.4.1.23~25에서는 Classic Spar에 대한 각 모드별로 이론계산과 실험에 의한 강제력 및 강제모멘트의 스펙트럼을 비교하여 나타내고 있다. 이에 따르면 역시 Surge와 Pitch에 대한 스펙트럼은 이론치에 비해 실험치가 크게 나타나는 반면, Heave 강제력에 대한 스펙트럼은 이론치가 다소 크게 평가되고 있다. 이는 강제력의 시간력 설명에서 언급한 바와 같이 천수파의 영향으로 사료된다.

Fig.4.1.26~27에서는 이론계산과 실험결과의 비교를 위하여 Classic Spar에 대해 각각 Surge와 Heave모드의 실험값과 이론값을 비교하고 있다. 여기서도 Surge 강제력의 경우에는 실험값이 과대평가되며, Heave 강제력은 앞에서 언급한 바와 같이 Heave Plate의 영향으로 이론치가 과대 평가되면서 피크치의 주기는 고주파수 영역으로 옮겨가는 것을 알 수 있다.

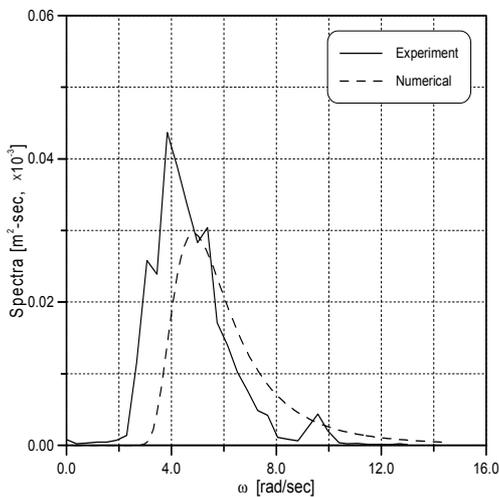


Fig.4.1.22 Wave Spectra between Target and Measuring

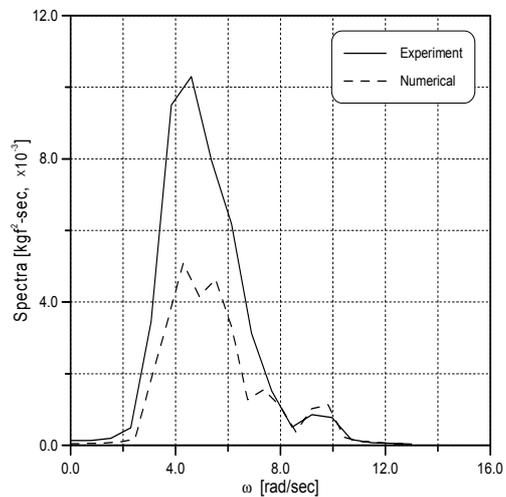


Fig 4.1.23 Surge Force for Classic Spar

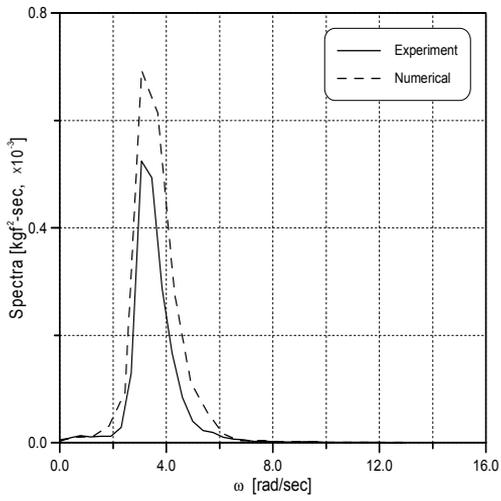


Fig.4.1.24 Heave Force for Classic Spar

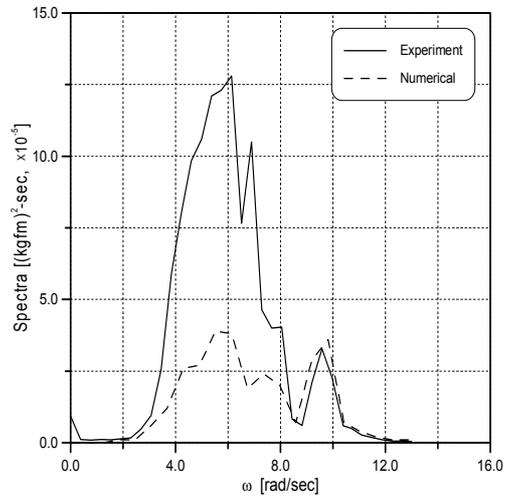


Fig.4.1.25 Pitch Moment for Classic Spar

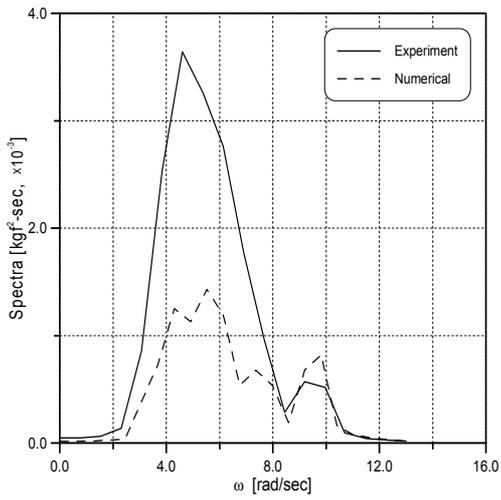


Fig.4.1.26 Surge Force for Truss Spar

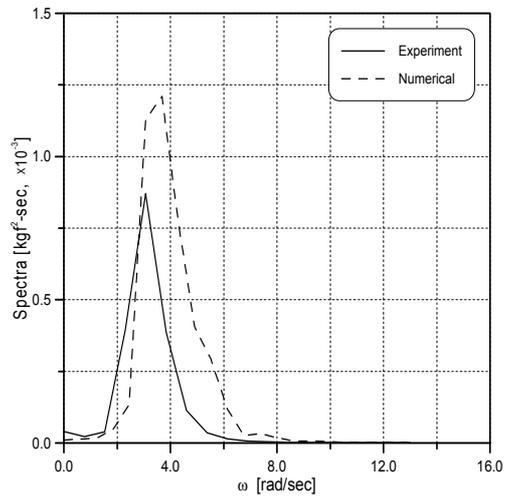


Fig.4.1.27 Heave Force for Truss Spar

(4) 유의치 비교

여기서는 두가지 주기와 유의과고를 가지는 불규칙파중에서 각 모형들에 작용하는 파강제력의 유의치를 비교한다. Fig.4.1.28은 Surge 파강제력의 유의치로 Classic Spar, Truss Spar 및 Truss의 원통부만에 대한 것을 각 불규칙파에 따른 변화량을 비교하여 나타내었다. Surge 강제력의 유의치는 전 파랑에 걸쳐 Classic Spar에 비해서 Truss Spar의 경우가 현격하게 감소되며, Truss Spar는 Heave Plate를 부착한 트러스부분이 있더라도 파강제력에는 거의 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다.

Fig.4.1.29는 Heave 강제력의 유의치로 Classic Spar, Truss Spar 및 Truss의 원통부에 대한 것을 각 불규칙파에 따른 변화량을 비교하여 나타내었다. Truss Spar에서 원통부만 있는 경우에 비하여 트러스부분을 부착함으로써 전 파랑에 대해 Heave 강제력이 현격하게 감소함을 알 수 있다. Classic Spar와의 비교에서는 주기 1.0sec의 경우에는 Truss Spar가 다소 크게 나타나지만 오히려 1.2sec의 경우에는 Truss Spar의 Heave 강제력이 보다 감소하게 된다. 이는 불규칙파의 평균주기에 따라서 파강제력이 달라짐을 나타내고 있다.

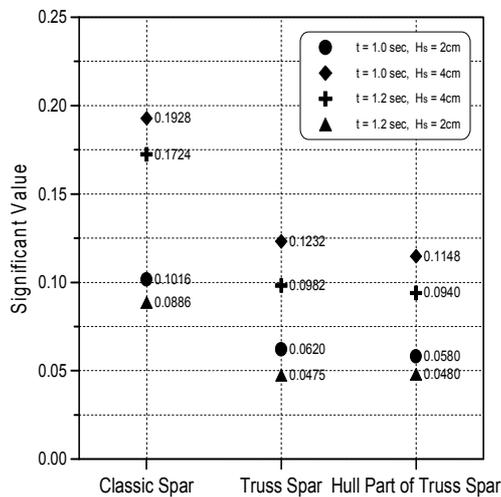


Fig.4.1.28 Signification Value of Surge Force for Each Models

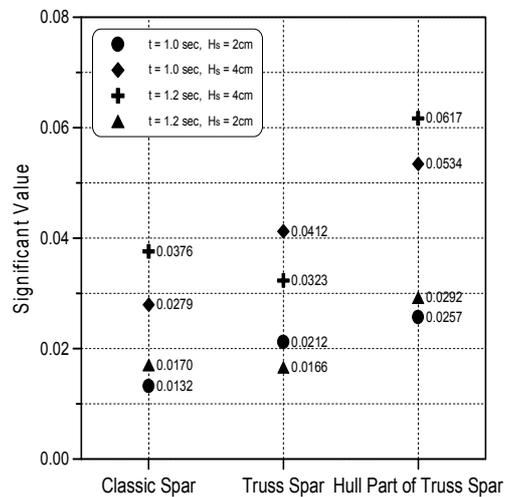


Fig.4.1.29 Signification Value of Heave Force for Each Models

4.1.3 과도수파중의 파강제력

(1) 과도수파의 재현

해양구조물이 받는 외력 중 가장 큰 영향을 미치는 인자는 파도에 의한 것이다. 미소 진폭에 의한 파력의 추정에는 포텐셜 이론의 계산에 따른 방법 등이 있으나 해양환경이 거칠게 되어 파의 파고가 구조물의 직경에 비해 상대적으로 커지게 되면 비선형성을 고려한 파력해석이 필요하게 된다. 그러나 이론적 계산에 있어서는 완전한 수식모델링의 어려움 때문에 완전 비선형 파력 산정법은 아직 정립되어 있지 않은 실정이다. 파력중 비선형 성분의 특성을 조사하기 위하여 수조에서 높은 파고를 가지는 파를 생성시킬 필요가 있다. 이를 위해서는 과도수파발생법을 이용한 집중파를 생성시키는 방법이 있다. 과도수파 발생법은 Takezawa가 주파수 영역에서 조파기의 전달함수와 성분파의 위상속도를 고려하여 발생시키는 방법이 주로 이용된다.

본 연구에서는 각 모형에 작용하는 비선형 유체력, 특히 쇄파에 의한 파력의 특성을 조사하기 위하여, 수조시험에서 과도수파 발생법을 이용한 집중파를 재현하여 대파고 비선형 파랑중의 파력을 측정하였다.

(2) 파강제력

실제 본 실험에서 과도수파중의 파강제력을 조사하기 위하여 사용한 과도수파의 시간력은 Fig.4.1.30에 나타내었고, Fig.4.1.31~33은 Classic Spar에 작용하는 강제력과 모멘트를 나타낸 것이다. 여기서 Pitch나 Surge의 경우에는 쇄파하는 순간에 짧은 임펄스힘(Impulse Force)이 작용하는 것을 보여주며, Heave의 경우에는 쇄파하는 순간에 짧게 진동하는 힘이 작용하고 있는 것을 나타낸다.

Fig.4.1.34~36은 과도수파중에 Truss Spar에 작용하는 강제력과 모멘트를 나타낸 것이다. 여기서는 전 모드에 걸쳐서 쇄파하는 순간에 짧은 임펄스힘(Impulse Force)이 작용하는 것을 보여주지만, Heave는 임펄스의 첨단 부분이 다른 모드에 비하여 상대적으로 다소 둔화되어 있다. 이는 쇄파하는 순간에는 파입자 속도의 수평성분이 수직성분보다 크게 발생하는데 기인한다고 사료된다.

Fig.4.1.37은 과도수파중에 각 모형에 작용하는 순간 최대 강제력과 모멘트를 비교하여 무차원화하여 나타낸 것으로 전 모형에 있어서 Surge 강제력이 Heave 강제력보다 훨씬 크게 작용하면서 원통만에 작용하는 순간 강제력이 Truss Spar 전체에 작용하는 힘보다도 다소 증가한다는 것을 보여준다. Pitch 모멘트는 Classic, Truss, 원통 순으로 점차 크게 작용하고 있다.

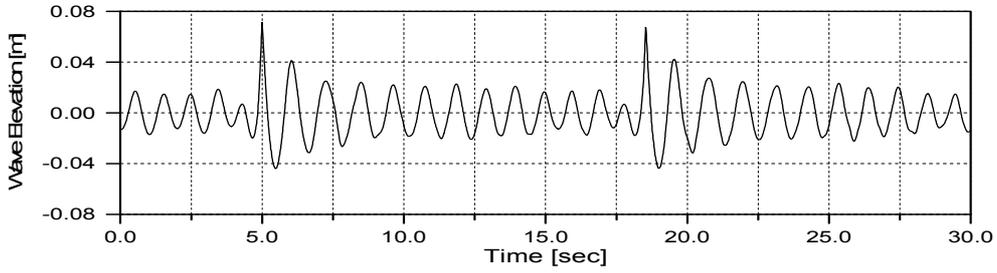


Fig.4.1.30 Time History of Transient Wave Elevation

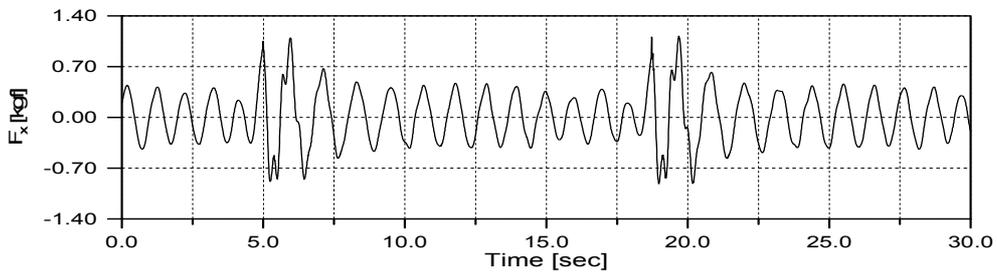


Fig.4.1.31 Time History of Surge Force for Classic Spar

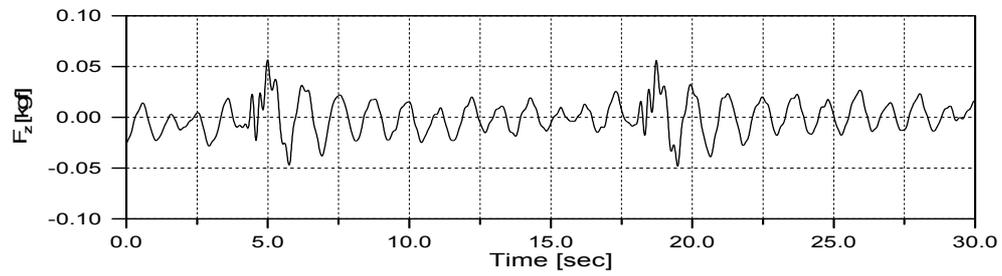


Fig.4.1.32 Time History of Heave Force for Classic Spar

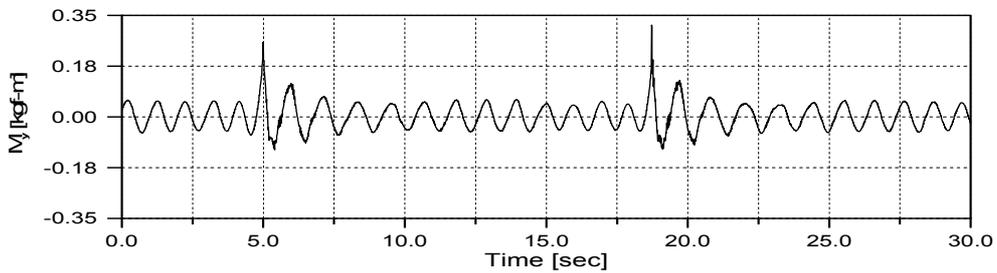


Fig.4.1.33 Time History of Pitch Moment for Classic Spar

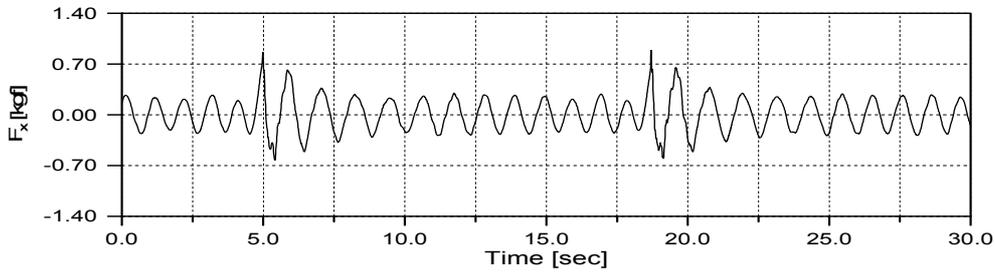


Fig.4.1.34 Time History of Surge Force for Truss Spar

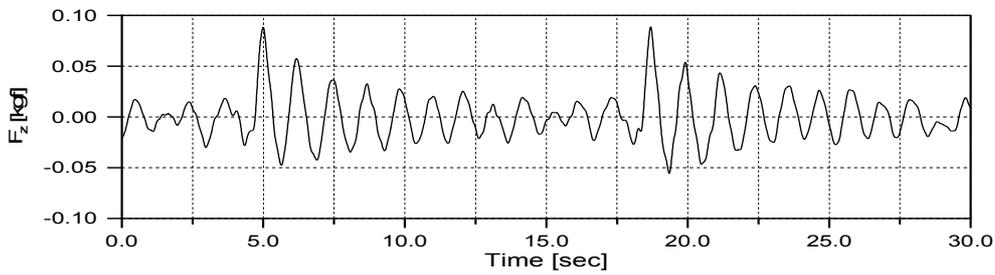


Fig.4.1.35 Time History of Heave Force for Truss Spar

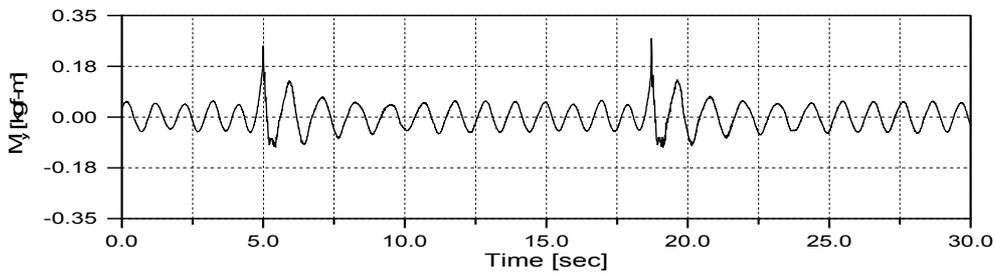


Fig.4.1.36 Time History of Pitch Moment for Truss Spar

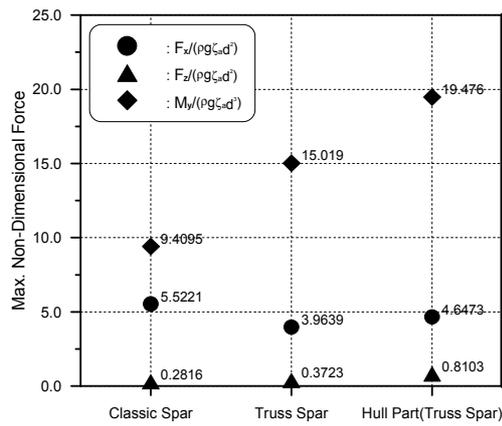


Fig.4.1.37 Maximum Forces

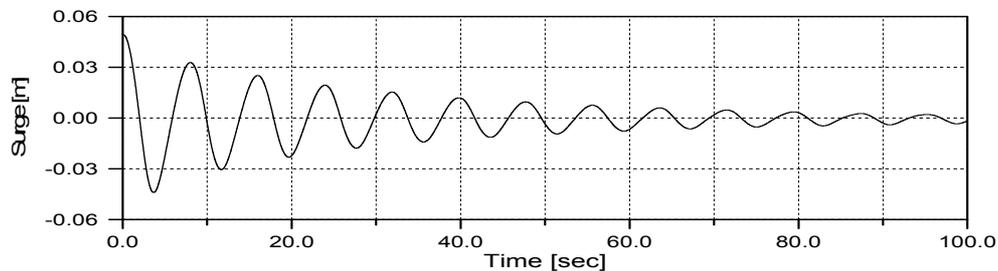
4.2 운동응답

4.2.1 자유동요시험

여기서는 본 실험에서 사용한 모형들의 기본적인 동적 거동특성을 파악하기 위하여 수조내에서 자유동요시험을 수행하였다. Fig.4.2.1은 Strake를 부착하지 않은 Classic Spar의 자유동요시험 결과이다. Surge와 Pitch는 감쇠력이 적어 100초 이상 운동이 계속되지만 Heave는 상대적으로 빠르게 감쇠해 들어가 40초 정도면 거의 정지상태로 된다. Fig.4.2.2에서는 이에 대한 수치시뮬레이션 결과를 나타낸 것으로 실험치에 비하여 감쇠력이 적어 운동량이 감쇠해 가는 시간이 실험값에 비해 상당히 길어진다. 특히 Heave의 경우에는 감쇠정도가 아주 느려져 조파감쇠력에 비교하여 점성에 기인한 마찰 감쇠력이 상당량 작용하고 있다는 것을 짐작할 수 있다. 시뮬레이션 결과의 초기 변동은 계산상의 과도현상으로 보인다.

Fig.4.2.3과 Fig.4.2.4는 Truss Spar의 자유동요시험 및 시뮬레이션 결과로 고유주기가 Classic에 비해 짧아지면서 운동감쇠 속도도 급격하게 빨라지는 것을 알 수 있다. 특히 Heave의 경우에는 Heave Plate에 의한 항력의 영향으로 급격하게 감쇠를 일으켜 15초 정도면 거의 정지상태에 이르고 있다. 시뮬레이션 결과에서도 Classic과 마찬가지로 Heave Plate의 항력을 고려할 수 없는 관계로 감쇠력이 과소 평가되어 오랫동안 운동이 감쇠되지 않고 있다. 그리고 Pitch의 동요감쇠곡선에서 감쇠형이 불규칙하게 나타나는 것은 Surge와의 연성운동에 기인하는 것으로 보인다.

이상의 결과로부터 각 모형들의 고유주기를 추출하여 Table 4.2.1에 정리하였다. 여기에는 원통부에 Strake를 부착한 경우와 부착하지 않은 경우에 대해서도 비교하였다. 전반적으로 Strake를 부착함에 따라 주기가 늘어나게 되고 Truss Spar의 주기가 Classic Spar의 반정도로 떨어진다는 것을 알 수 있다.



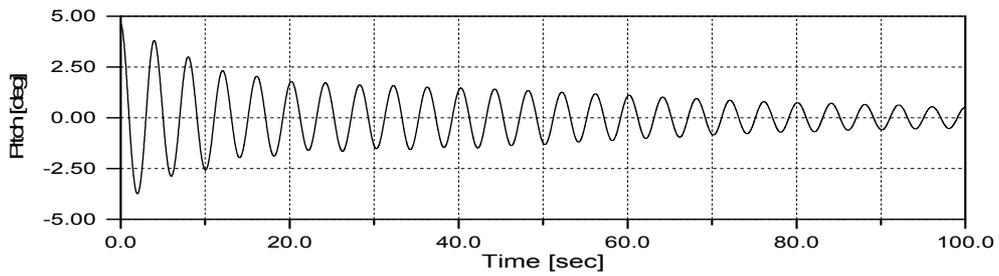
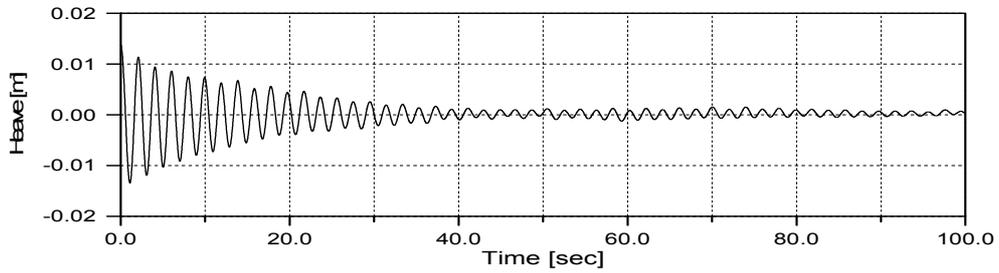


Fig.4.2.1 Free Decay test, Classic Spar without Strakes

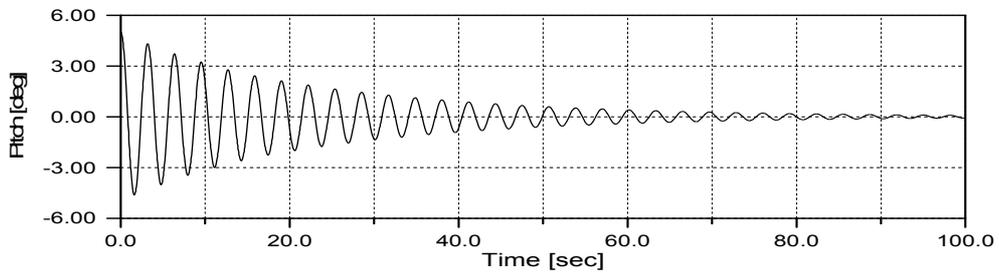
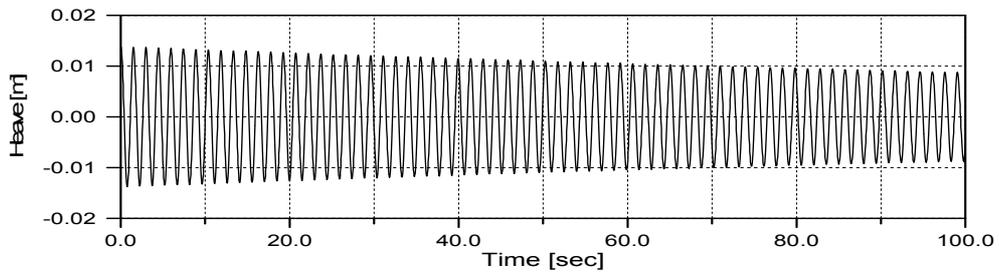
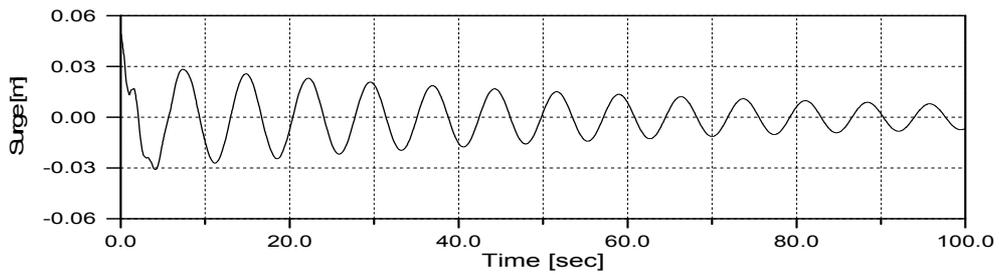


Fig.4.2.2 Simulated Free Decay, Classic Spar without Strakes

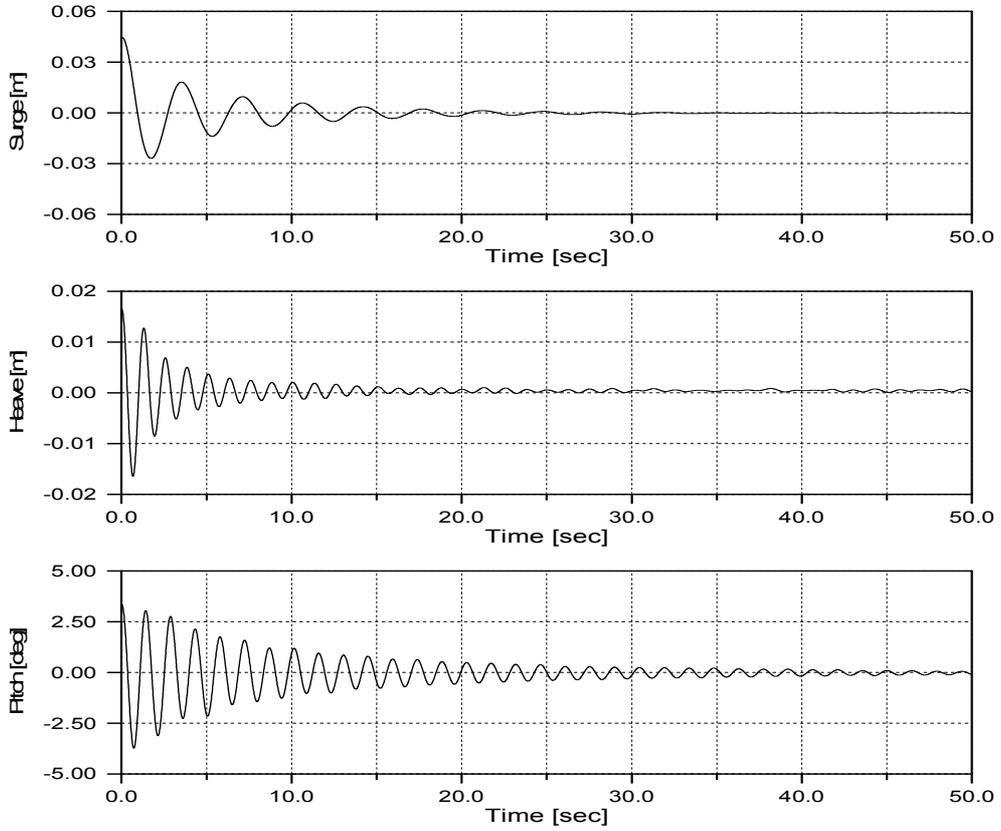
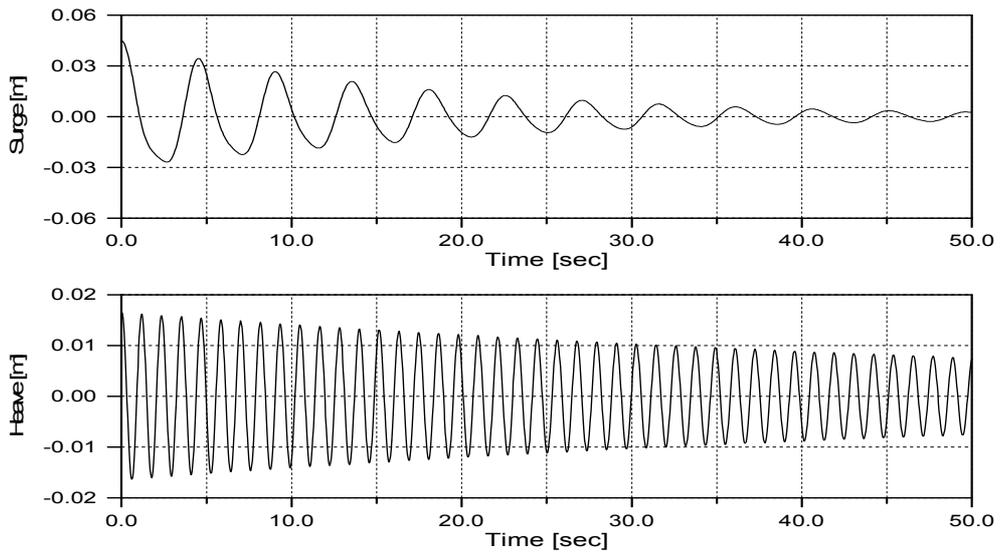


Fig.4.2.3 Free Decay test, Truss Spar without Strakes



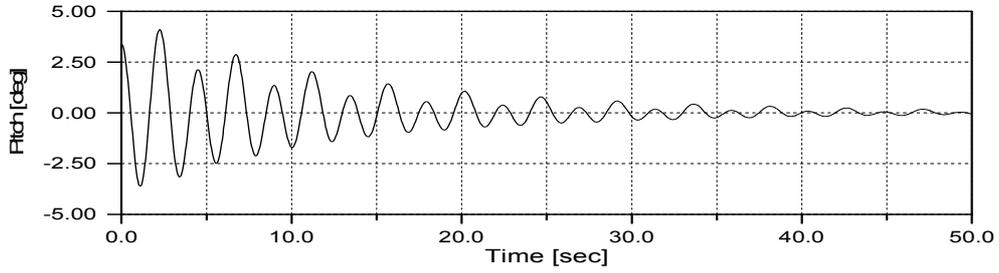


Fig.4.2.4 Simulated Free Decay, Truss Spar without Strakes

Experiment			
Model	Surge [sec]	Heave [sec]	Pitch [sec]
Classic Spar without Strakes	7.163	2.047	3.582
Classic Spar with Strakes	8.190	2.721	4.096
Truss Spar without Strakes	3.582	1.302	1.433
Truss Spar with Strakes	5.461	1.820	2.048
Numerical Simulation			
Model	Surge [sec]	Heave [sec]	Pitch [sec]
Classic Spar without Strakes	7.446	1.489	3.413
Truss Spar without Strakes	4.552	1.170	2.214

Table 4.2.1 Comparison of Natural Periods

4.2.2 규칙파중의 운동응답

Fig.4.2.5~7에서는 Classic 및 Truss Spar의 규칙파 중 운동응답에 대한 이론계산과 실험값을 비교하여 나타내었다. 여기서 이론계산값은 특이점분포법을 이용하여 계산된 유체력을 적용한 운동방정식의 해로부터 얻어진 값이다. Fig.4.2.5와 Fig.4.2.7에서 보여주는 바와 같이 이론계산과 실험값은 많은 차이를 보이고 있으나 이는 이론계산에서 점성에 기인한 유체력과 Surge와 Pitch의 연성운동에 기인하는 것으로 판단된다. 즉, Pitch의 복원모멘트는 부심과 무게중심, 거리에 관계되는데 주어진 모형은 그 거리가 아주 적어 약간의 오차에 의해서도 복원모멘트의 변화폭이 크게 되어 공진점이 이동하게 된다. 장대형 원통인 Classic Spar의 경우 그 차이가 더욱 크게 나타난다. 따라서 점성에 기인한 감쇠력과 부가관성모멘트를 적절하게 고려함으로써 이론계산값의 수정이 가능하리라 판단된다. Fig.4.2.6은 Heave를 나타내고 있는데 Classic Spar는 역시 점성감쇠의 영향으로 공진점에서 이론값이 상당량 크게 나타나고 Truss Spar의 경우에는 이론계산에서 Heave Plate에 의한 유체력 평가가 제대로 이루어지지 않아 공진점이 고주파수 영역으로 옮겨가 있음을 알 수 있다. 또한 Truss가 Classic Spar에 비해서 Heave 응답을 많이 감소시킨다는 것을 추측할 수 있다.

Fig.4.2.8~10에서는 Classic Spar에 Strake의 부착여부에 따른 운동응답의 변화를 조사하였다. Surge나 Pitch의 경우에는 Strake의 부착으로 인해 다소 응답을 감소시키는 경향은 있으나 그 차이는 거의 무시할 정도이지만 Heave의 경우에는 고주파수역에서는 응답을 감소시키지만 공진역에서는 오히려 Strake의 부착으로 인해 응답을 크게 하는 것으로 나타난다. 이에 대해서는 좀더 많은 고찰을 요하겠지만 Strake에 의해 유발되는 나선운동의 영향이 나타나는 것으로 사료된다.

Fig.4.2.11~13에서는 Truss Spar에 Strake의 부착여부에 따른 운동응답의 변화를 나타내며 Classic과 유사한 결과를 주고 있지만 Heave의 공진역에서 Strake부착에 따른 Heave 응답의 상승량이 다소 줄어든다. 이것이 원통부의 Strake가 Classic에 비해 상대적으로 작은 형상을 가지고 있으므로 위에서 고찰한 나선운동의 영향이라는 추측에 더욱 신뢰감을 준다.

Fig.4.2.14~19에서는 Classic Spar 및 Truss Spar의 계류지점 변화가 운동응답에 미치는 영향을 나타내었다. 그림 상에 Classic은 B가 무게중심점이고 A는 상방으로 5cm, C는 하방으로 5cm이고 Truss는 Heave Plate 측면에 부착하기 위하여 하방으로 8.5cm 이동하여 부착하였다. 이에 따르면 본 실험에서 수행한 $\pm 5\text{cm}$ 정도의 변화는 운동응답에 미치는 영향이 거의 미소하다고 볼 수 있다. 다만, Truss Spar는 Heave경우에 무게중심점에 계류함으로써 다소 운동응답을 감소시키는 경향을 볼 수 있다.

Fig.4.2.20은 Truss Spar의 Heave Plate가 구조물의 Heave운동에 미치는 영향을 조사하고자 Heave Plate의 유무에 따른 운동응답을 이론계산하여 비교하였다. 이에 의하면 Heave Plate 부착에 따라 공진점이 저주파수 영역으로 이동하는 것을 확인할 수 있지만 실험값에는 이르지 못함을 보여준다.

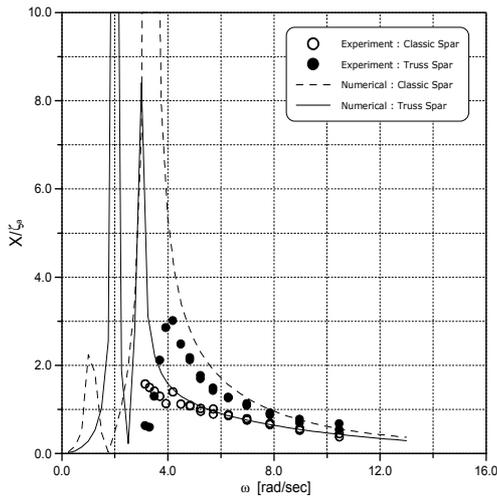


Fig.4.2.5 Measured & Simulated Surge Response

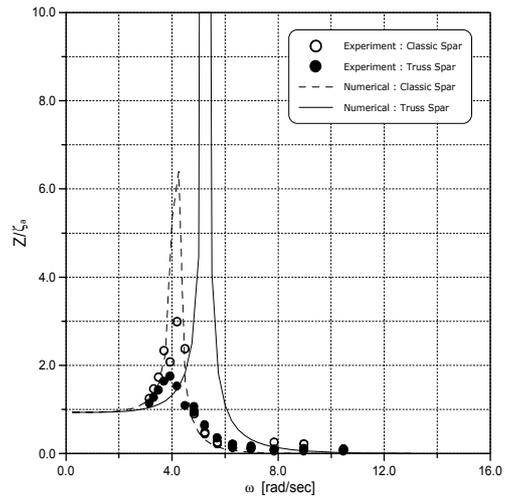


Fig.4.2.6 Measured & Simulated Heave Response

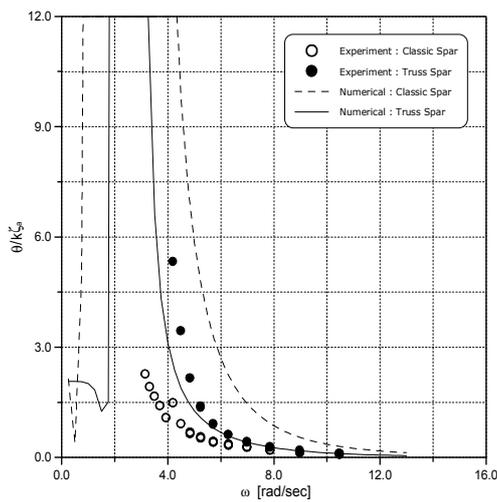


Fig.4.2.7 Measured & Simulated Pitch Response

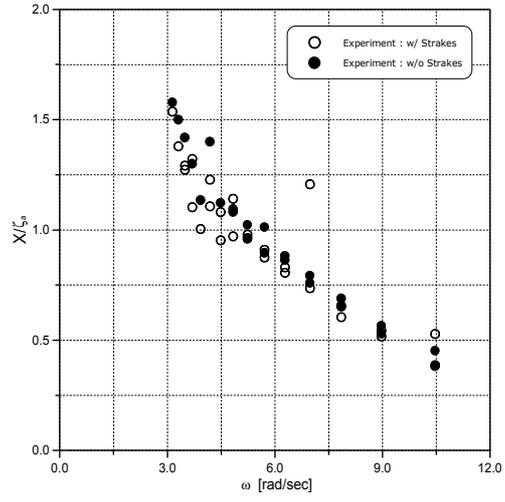


Fig.4.2.8 Surge Response of Classic Spar with & without Strakes

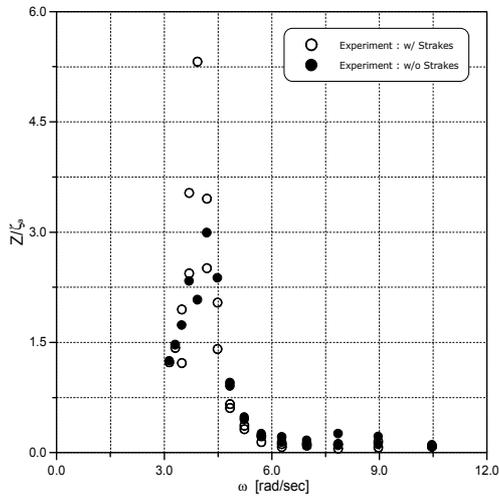


Fig.4.2.9 Heave Response of Classic Spar with & without Strakes

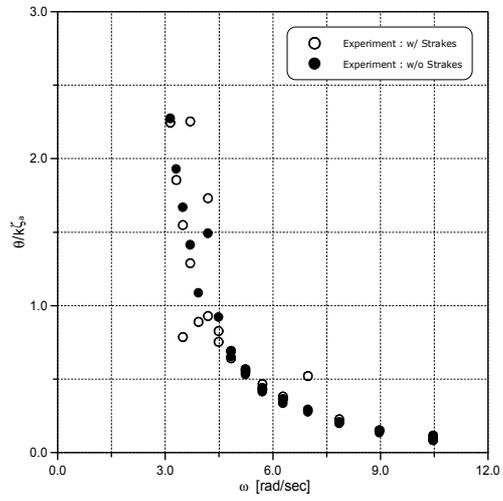


Fig.4.2.10 Pitch Response of Classic Spar with & without Strakes

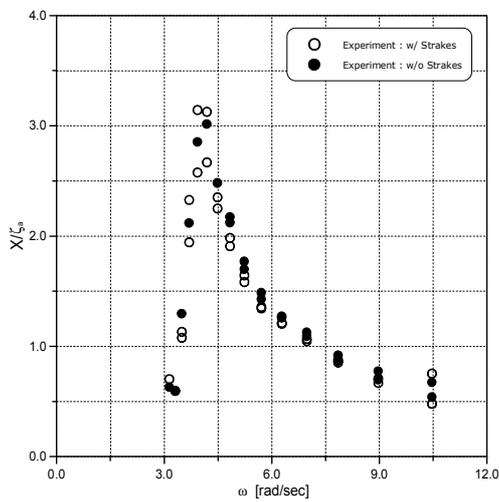


Fig.4.2.11 Surge Response of Truss Spar with & without Strakes

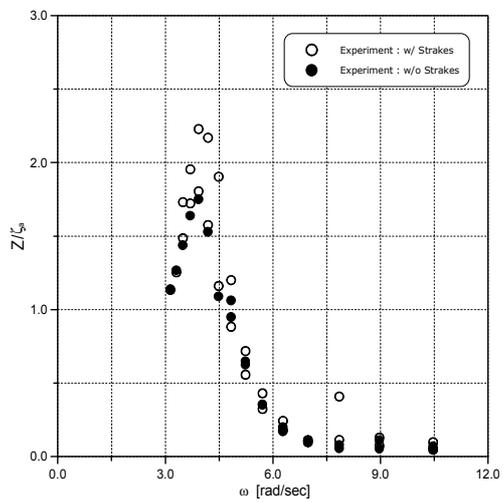


Fig.4.2.12 Heave Response of Truss Spar with & without Strakes

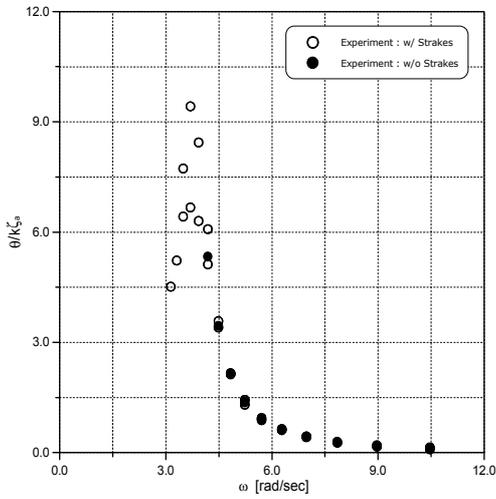


Fig.4.2.13 Pitch Response of Truss Spar with & without Strakes

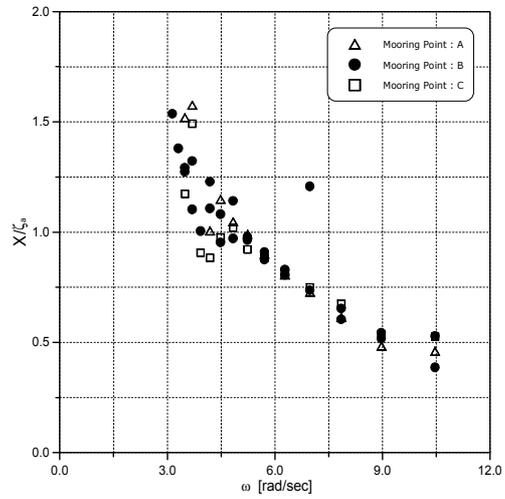


Fig.4.2.14 Surge Response of Classic Spar Changing the Mooring Points

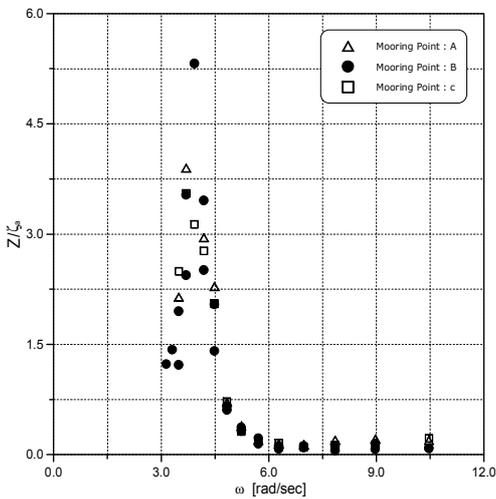


Fig.4.2.15 Heave Response of Classic Spar Changing the Mooring Points

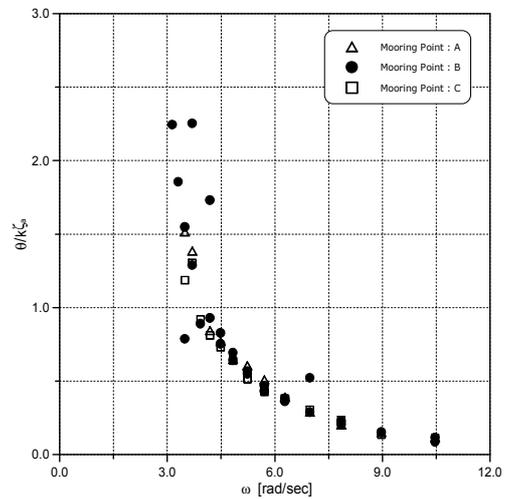


Fig.4.2.16 Pitch Response of Classic Spar Changing the Mooring Points

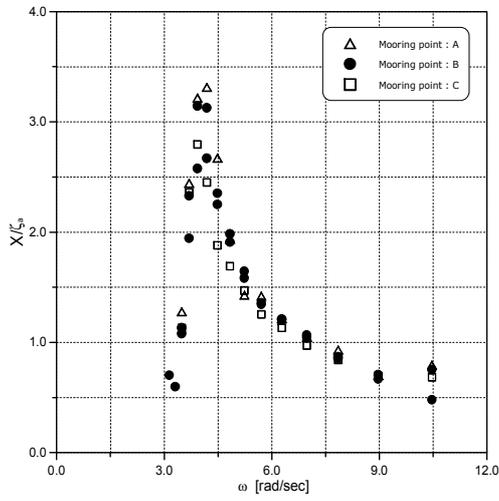


Fig.4.2.17 Surge Response of Truss Spar Changing the Mooring Points

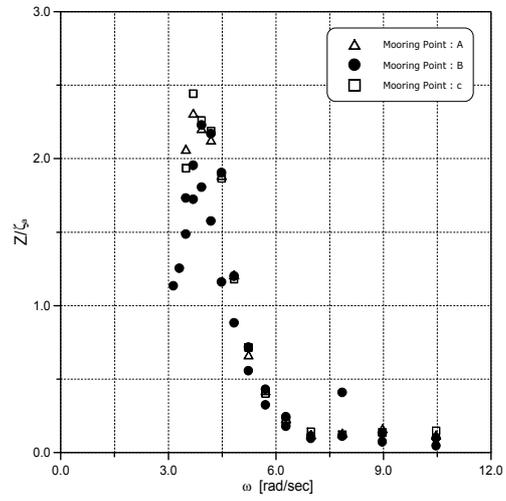


Fig.4.2.18 Heave Response of Truss Spar Changing the Mooring Points

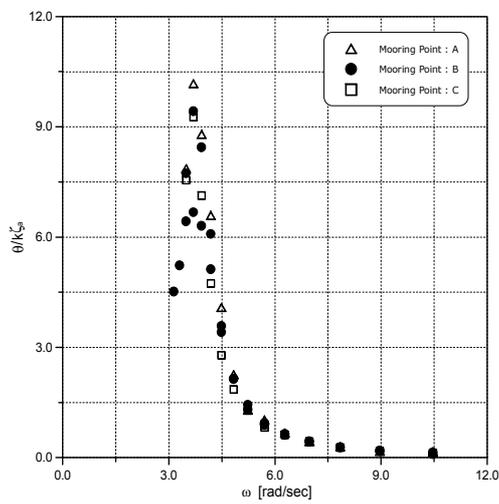


Fig.4.2.19 Pitch Response of Truss Spar Changing the Mooring Points

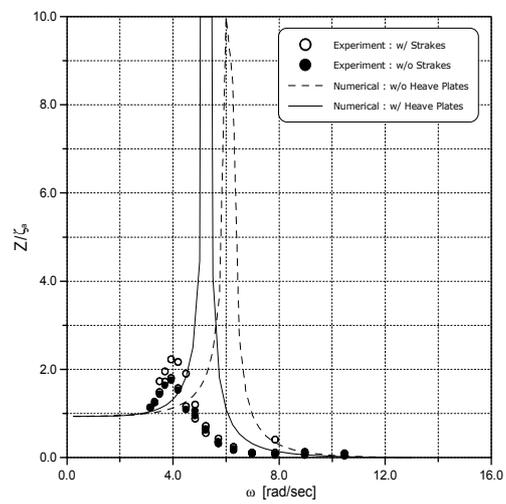


Fig.4.2.20 Measured & Simulated Heave Response of Truss Spar with & without Strakes & Plates

4.2.3 불규칙파중의 운동응답

시간영역 운동방정식은 동적 유체력을 기억영향함수(Memory Effect Function)와 속도의 중첩적분으로 나타내어진다. 따라서 다음과 같이 Strakes를 부착하지 않았을 때 Classic 및 Truss Spar의 운동 모드별 기억영향함수를 나타낸다 (Fig.4.2.21~4.2.26). 이에 따르면 대부분 6초 정도이면 유체력의 기억영향함수는 거의 사라지고 Heave의 경우는 2초 정도에 사라지지만 Truss의 경우가 더욱 빨리 사라져 가는 것을 확인 할 수 있다.

(1) Memory Effect Function

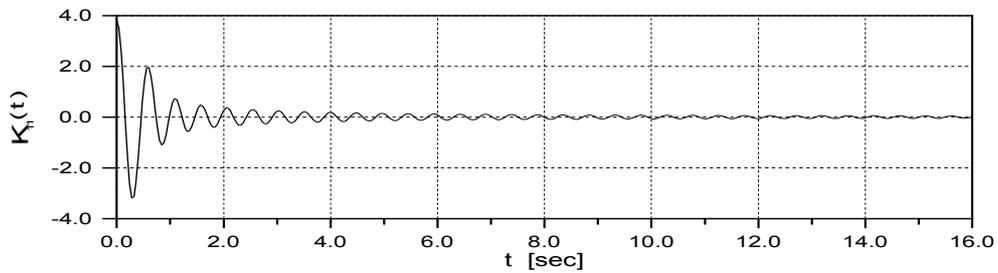


Fig.4.2.21 Surge Memory Effect Function - Classic Spar

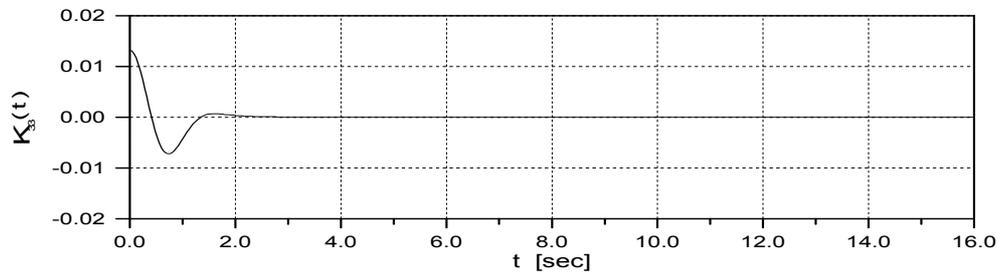


Fig.4.2.22 Heave Memory Effect Function - Classic Spar

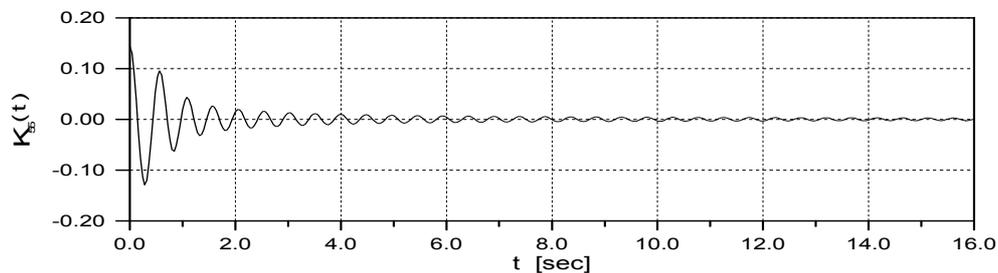


Fig.4.2.23 Pitch Memory Effect Function - Classic Spar

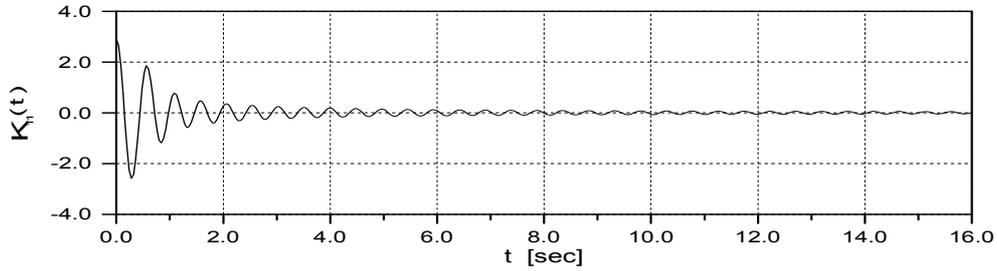


Fig.4.2.24 Surge Memory Effect Function - Truss Spar

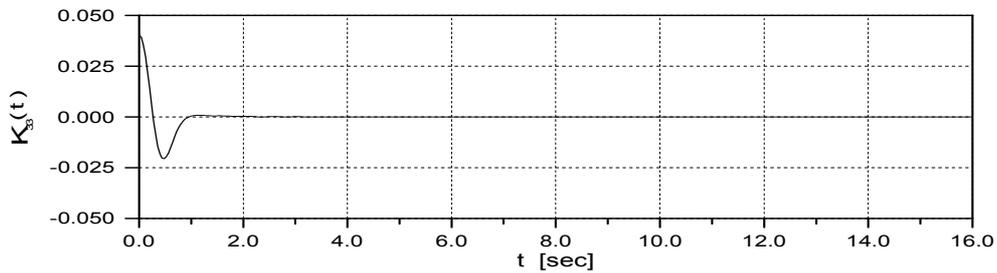


Fig.4.2.25 Heave Memory Effect Function - Truss Spar

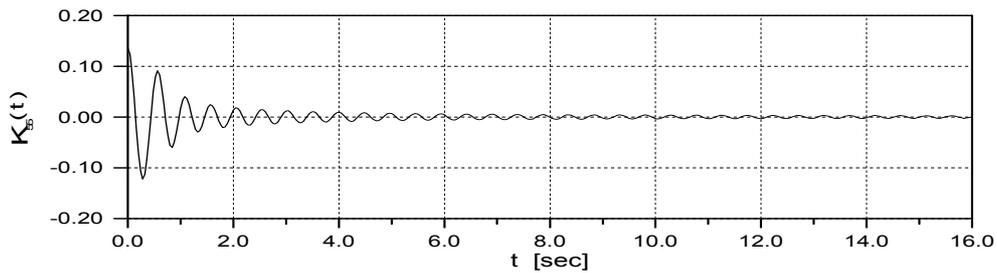


Fig.4.2.26 Pitch Memory Effect Function - Truss Spar

(2) 운동응답의 시간력

Fig.4.2.27에서는 수조시험에서 생성한 평균주기 1.2초 유의파고 4cm의 불규칙파의 시간력을 나타내고 Fig.4.2.28~33은 이 파중에서 Truss Spar의 각 운동 모드별 시간력을 실험값과 이론값을 비교하면서 나타낸 것이다. 이에 의하면 Surge와 Pitch의 시뮬레이션 결과는 규칙파중에서 기술한 바와 같이 주기는 다소 길어지면 서 운동진폭은 증가하는 것으로 나타난다. 그리고 Heave의 시뮬레이션 결과는 이론계산에서 Heave Plate를 충분히 고려할 수 없는 관계로 주기가 짧아짐과 동시에 운동진폭은 상당량 증가하는 것을 보여주고 있다. 그리고 각 모드의 응답들은 운동의 진폭이 장주기로 변화하는 비트현상을 나타내고 있다.

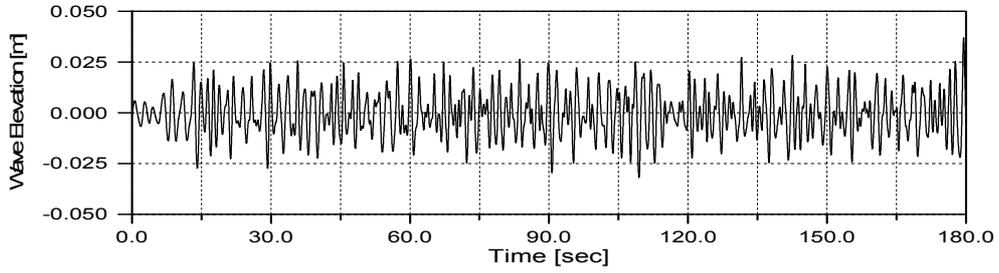


Fig.4.2.27 Time History of Wave ($H_{1/3} = 4\text{cm}$, $T = 1.2\text{sec}$)

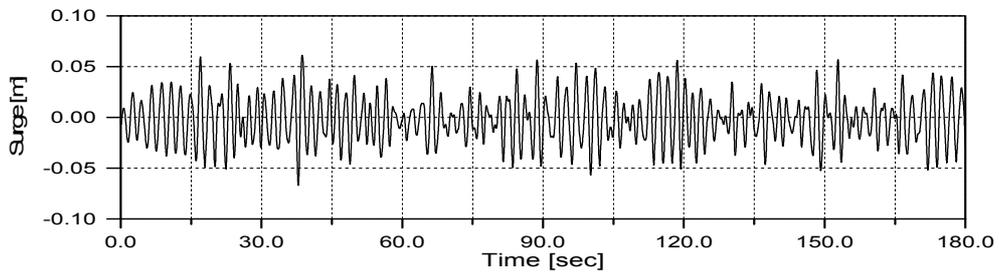


Fig.4.2.28 Time History of Surge Motion (Experiment)

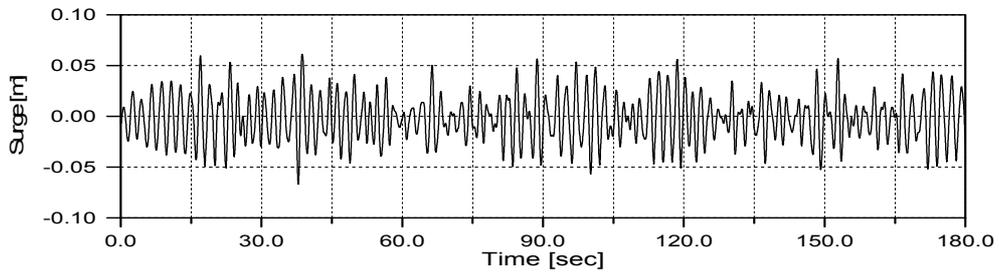


Fig.4.2.29 Time History of Surge Motion (Simulation)

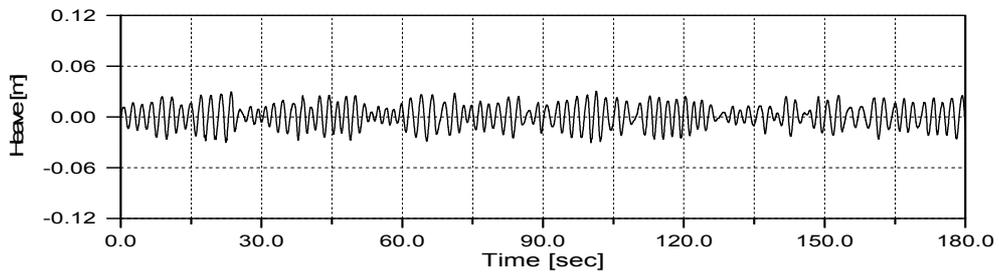


Fig.4.2.30 Time History of Heave Motion (Experiment)

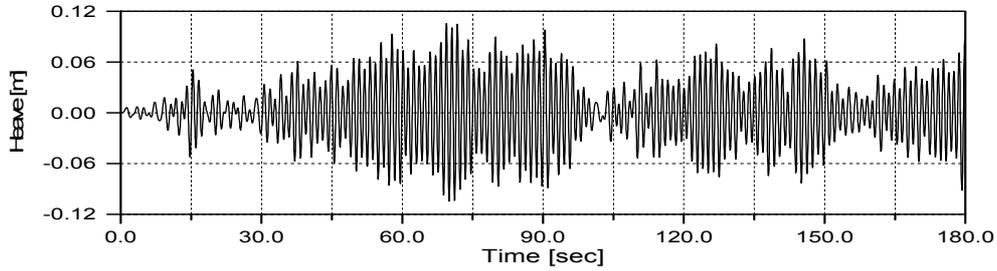


Fig.4.2.31 Time History of Heave Motion (Simulation)

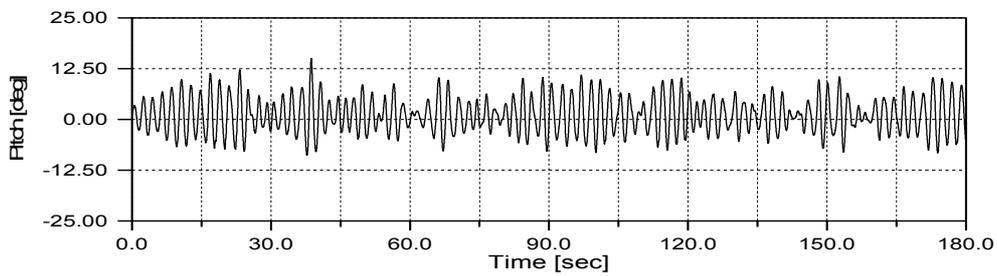


Fig.4.2.32 Time History of Pitch Motion (Experiment)

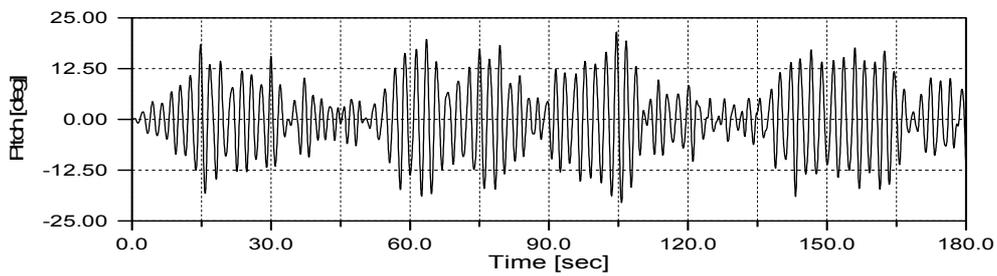


Fig.4.2.33 Time History of Pitch Motion (Simulation)

(3) 운동응답의 스펙트럼

여기서는 각 불규칙파중의 Truss Spar와 Classic Spar의 운동응답 특성을 파악하기 위하여 응답스펙트럼의 형상을 비교 조사한다. 그리고 각 구조물에 Strake 부착여부 및 계류지점 변화로 인한 응답스펙트럼의 변화도 비교한다. Fig.4.2.34와 Fig.4.2.35는 수조에서 생성한 주기 1.0sec, 유의파고 2cm와 주기 1.2sec, 유의파고 4cm의 불규칙파를 관측데이터로부터 얻은 스펙트럼을 나타낸다.

Fig.4.2.36~38은 주기 1.0sec, 유의파고 2cm의 불규칙파중에서 Strake를 부착하지 않은 Truss Spar와 Classic Spar의 운동응답 스펙트럼이다. Surge와 Pitch의

경우 피크치는 Truss에 비해 Classic Spar쪽에 높게 나타나면서 저주파수 영역으로 이동해 있다. 반면 Heave의 경우에는 같은 주파수 영역에서 피크치가 발생하지만 Truss Spar가 월등하게 낮은 값을 주고 있다.

Fig.4.2.39~41은 주기 1.0sec, 유의파고 2cm의 불규칙파중에서 Classic Spar의 Strake 부착여부에 따른 운동응답 스펙트럼을 비교한 것이다. 규칙파중의 실험 결과에 따르면 Surge와 Pitch의 경우 Strake의 부착여부에 관계없이 거의 유사한 값을 주지만 저주파수 영역에서 Strake를 부착함에 따라 응답이 다소 적게 나타나면서 공진점을 약간 저주파수로 가져가는 경향이 있다. 이러한 영향으로 인해 스펙트럼도 피크치가 조금 낮아지면서 저주파수 영역으로 약간 이동하는 것을 알 수가 있다. Heave의 경우에는 Strake를 부착한 경우 피크치가 조금 높아지지만 거의 유사한 값을 보여주고 있다. 그리고 규칙파중에서 나타나는 나선운동에 기인한 수직상승량이 불규칙파가 됨에 따라 줄어드는 것으로 판단된다.

Fig.4.2.42~44는 주기 1.0sec, 유의파고 2cm의 불규칙파중에서 Truss Spar의 Strake 부착여부에 따른 운동응답 스펙트럼을 비교한 것이다. 여기서도 규칙파중의 결과에서는 Surge와 Pitch의 경우 Strake의 부착여부에 관계없이 거의 유사한 값을 주지만 공진점 부근에서 Strake를 부착함에 따라 응답이 약간 적게 나타나는 경향이 있다. 이는 측정된 불규칙파 스펙트럼의 피크치가 이 부근에 달하고 있어 응답스펙트럼도 Strake를 부착함에 따라 다소 낮아진다는 것을 알 수가 있다. Heave의 경우 Strake의 부착여부와 관계없이 거의 유사한 값을 주고 있지만 Strake를 부착할 때 피크치가 조금 높아지는 경향을 보여주고 있다.

Fig.4.2.45~47은 주기 1.0sec, 유의파고 2cm의 불규칙파중에서 Classic Spar의 계류지점 변화에 따른 운동응답 스펙트럼을 비교한 것이다. 전 운동모드에 대한 규칙파중의 결과에서는 계류지점의 변화에 관계없이 거의 유사한 값을 주는 것으로 나타나지만 실제 Surge의 공진점 부근인 7초까지는 본 수조의 특성상 실험을 수행할 수 없었다. 따라서 여기에 나타나는 스펙트럼에 의하면 중심점에서 하방으로 5cm 이동한 C점의 경우 저주파수 영역에서 Surge와 Pitch 응답을 급격하게 감소시키는 것으로 나타난다. Heave의 경우에는 계류지점의 변화와 관계없이 거의 유사한 값을 주고 있지만 중심점에서 상방으로 5cm 이동한 A점의 경우 피크치가 조금 낮아지는 경향을 보여주고 있다.

Fig.4.2.48~50은 주기 1.0sec, 유의파고 2cm의 불규칙파중에서 Truss Spar의 계류지점 변화에 따른 운동응답 스펙트럼을 비교한 것이다. 여기서도 전 운동모드에 대한 규칙파중의 결과에서는 계류지점의 변화에 관계없이 거의 유사한 값을 주는 것으로 나타나지만, Surge와 Pitch는 계류지점을 하방으로 가져감에 따라 피크치가 감소하는 경향이 있다. Heave의 경우에는 계류지점의 변화와 관계없이 거의 유사한 값을 보여주고 있다.

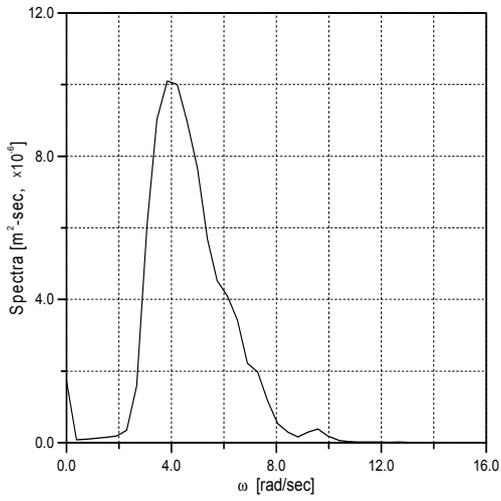


Fig.4.2.34 Wave Spectrum of Wave

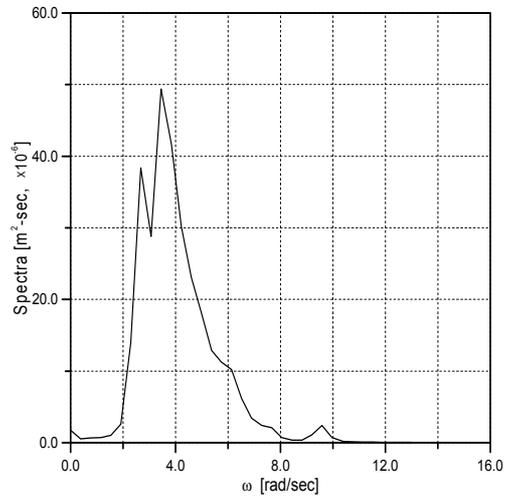


Fig.4.2.35 Wave Spectrum of Wave

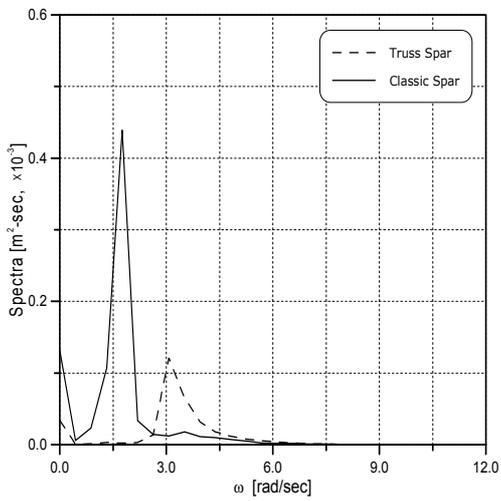


Fig.4.2.36 Spectra of Surge Motion between Classic and Truss Spar w/o Strake

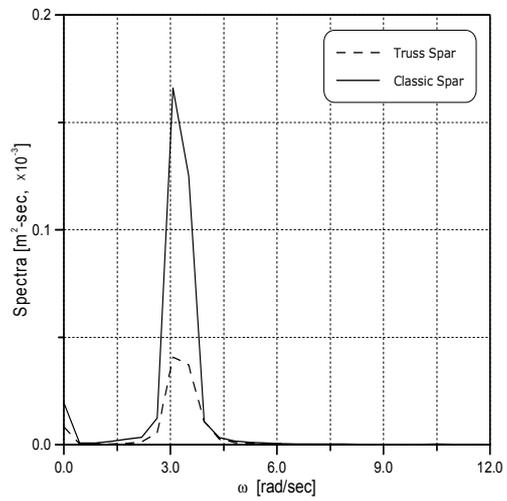


Fig.4.2.37 Spectra of Heave Motion between Classic and Truss Spar w/o Strake

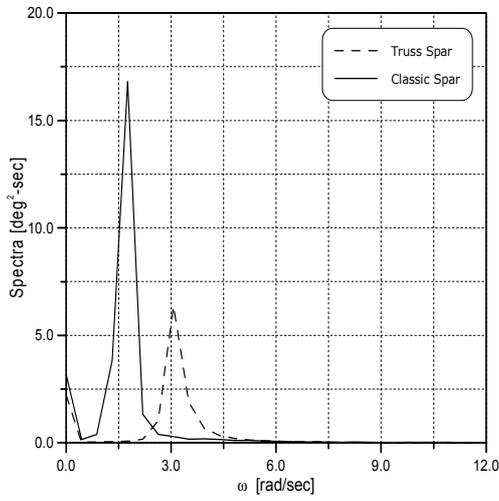


Fig.4.2.38 Spectra of Pitch Motion between Classic and Truss Spar w/o Strake

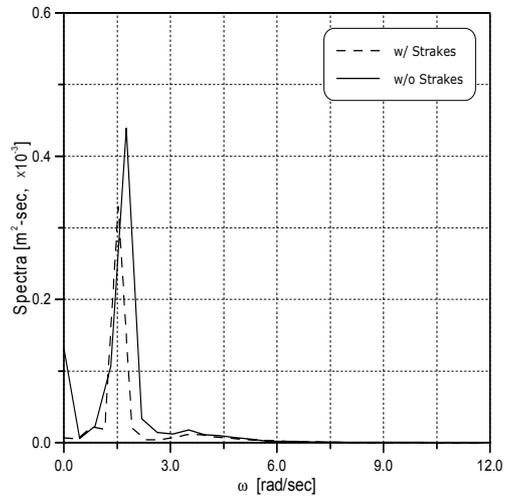


Fig.4.2.39 Spectra of Surge Motion between w/ and w/o Strake (Classic Spar)

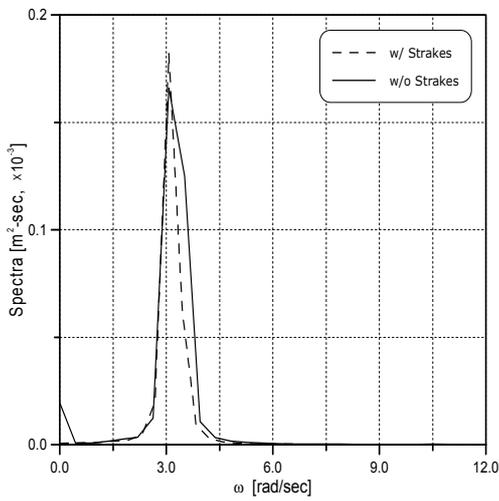


Fig.4.2.40 Spectra of Heave Motion between w/ and w/o Strake (Classic Spar)

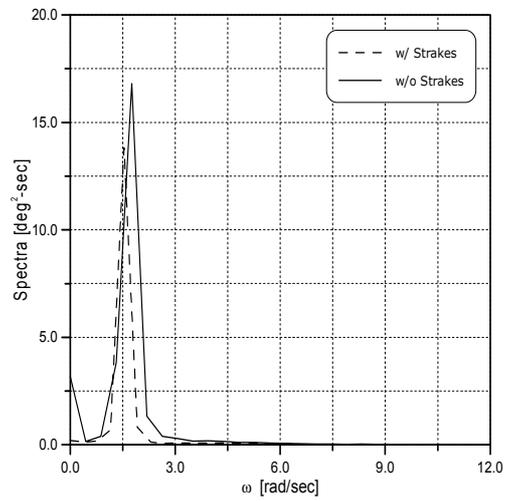


Fig.4.2.41 Spectra of Pitch Motion between w/ and w/o Strake (Classic Spar)

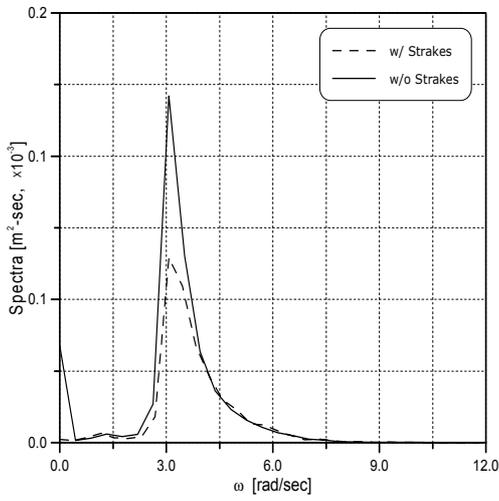


Fig.4.2.42 Spectra of Surge Motion between w/ and w/o Strake (Truss Spar)

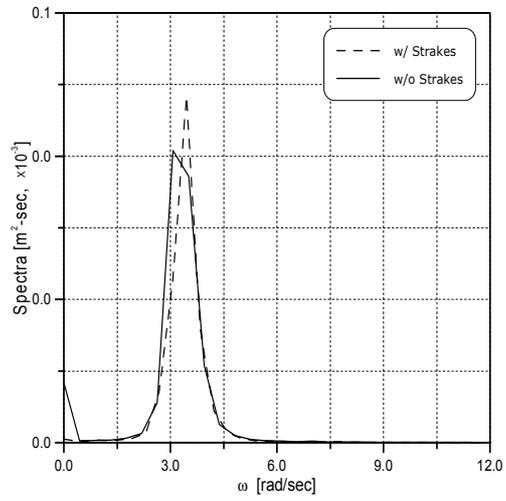


Fig.4.2.43 Spectra of Heave Motion between w/ and w/o Strake (Truss Spar)

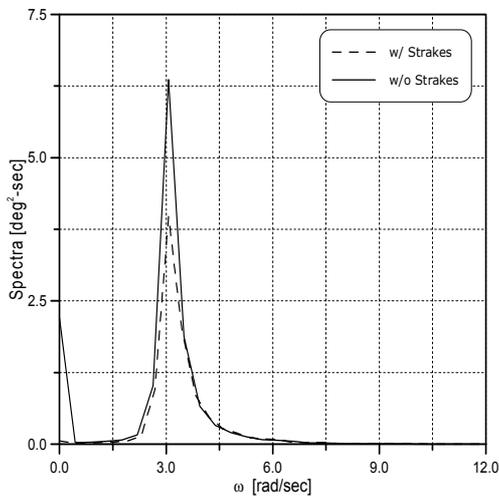


Fig.4.2.44 Spectra of Pitch Motion between w/ and w/o Strake (Truss Spar)

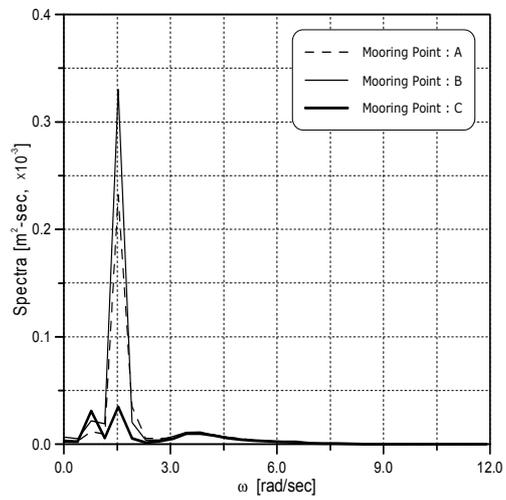


Fig.4.2.45 Spectra of Surge Motion according to Various Mooring Point (Classic Spar)

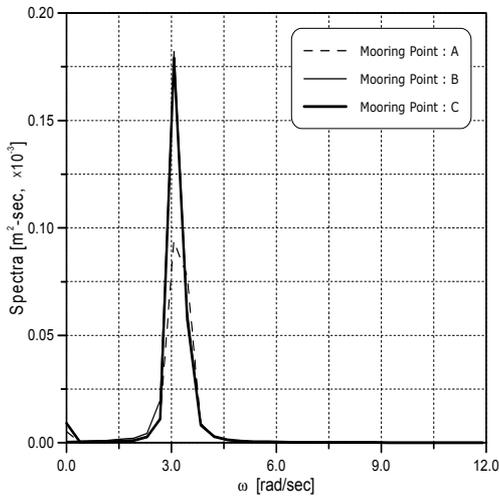


Fig.4.2.46 Spectra of Heave Motion according to Various Mooring Point (Classic Spar)

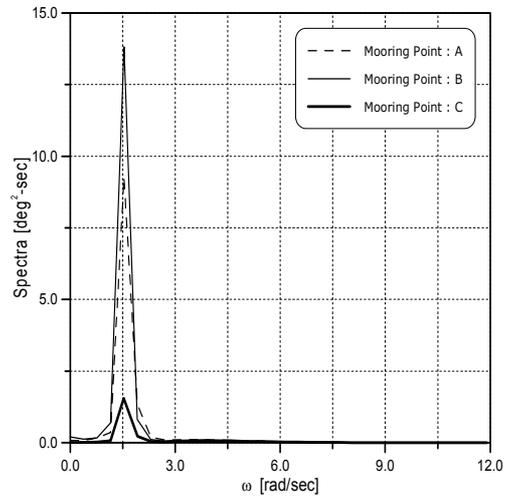


Fig.4.2.47 Spectra of Pitch Motion according to Various Mooring Point (Classic Spar)

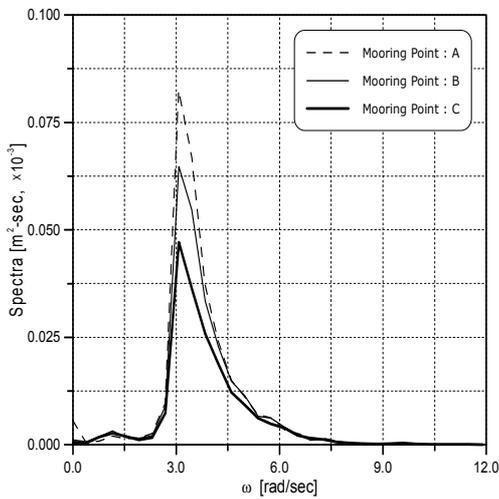


Fig.4.2.48 Spectra of Surge Motion according to Various Mooring Point (Truss Spar)

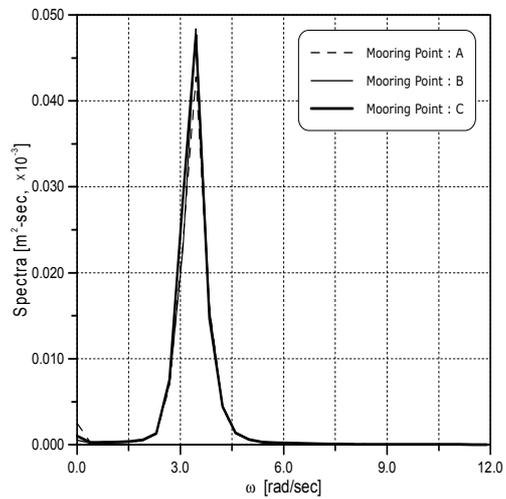


Fig.4.2.49 Spectra of Heave Motion according to Various Mooring Point (Truss Spar)

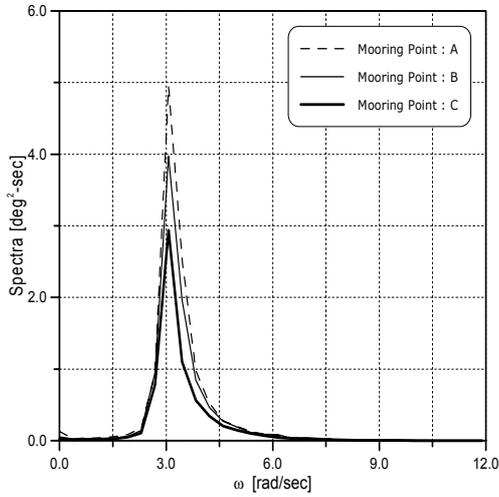


Fig.4.2.50 Spectra of Pitch Motion according to Various Mooring Point (Truss Spar)

(4) 유의치 비교

여기서는 앞에서 언급한 스펙트럼으로부터 각 모형의 운동응답에 대한 유의치를 비교한다. 불규칙파중의 스펙트럼 해석법을 통한 일반적인 운동응답의 유의치는 아래의 수식과 같이 규칙파중의 운동의 주파수 전달함수와 파 스펙트럼을 이용하여 산정할 수 있다.

$$R_{1/3} = 2.0\sqrt{m_0} = 2.0\sqrt{\int S_s(\omega)d\omega} = 2.0\sqrt{\int |H(\omega)|^2 S_\zeta(\omega)d\omega} \quad (4.1)$$

여기서, $R_{1/3}$ 는 운동응답의 유의치이고, m_0 는 분산(variance), $S_s(\omega)$ 는 운동의 응답스펙트럼, $S_\zeta(\omega)$ 는 입사파 스펙트럼, $H(\omega)$ 는 운동의 주파수 전달함수이다. 여기서는 실험에서 얻어진 응답스펙트럼을 직접 적분하여 유의치를 추정하였다.

Fig.4.2.51은 평균주기 1sec, 유의파고 2cm인 불규칙파중의 각 운동응답의 유의치를 나타내고 있다. 본 실험에 사용한 불규칙파중에서는 전 운동 응답이 Truss Spar가 다소 적게 나타나는 것을 확인할 수 있다.

Fig.4.2.52~53에서는 Classic과 Truss Spar의 Strake 부착여부에 따라서 평균주기 1sec, 유의파고 2cm인 불규칙파중의 각 운동응답의 유의치가 어떻게 변화하는

지를 각각 나타내고 있다. 여기서도 이 불규칙파중에서는 Strake의 영향으로 전 운동 응답이 다소 적게 나타나지만 Truss Spar는 감소량이 상대적으로 적다는 것을 알 수 있다.

Fig.4.2.54~55에서는 Classic과 Truss Spar의 계류지점을 변화시키면서 평균주기 1sec, 유의파고 2cm인 불규칙파중의 각 운동응답의 유의치를 각각 비교하고 있다. 이 결과에 따르면 계류지점의 변화는 Classic이나 Truss Spar 어느 쪽도 운동응답의 유의치에 그다지 큰 영향을 미치지 않지만 Classic Spar의 Pitch와 Surge의 경우에만 중심으로부터 5cm 하방 즉 C점에서 유의치가 줄어들고 있음을 알 수 있다. 이는 앞의 응답스펙트럼에서 설명한 바와 같이 계측파랑과 Spar의 응답함수의 피크치의 위치에 관계되는 것으로 사료된다.

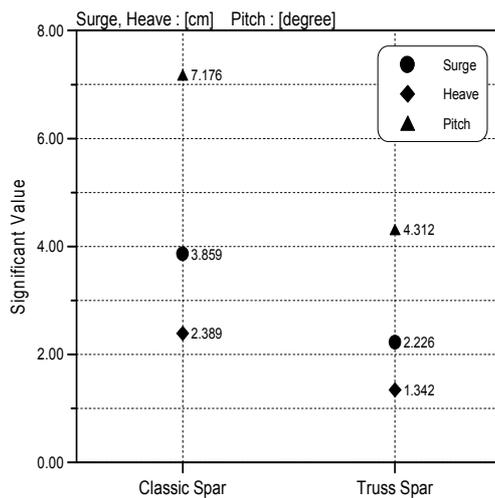


Fig.4.2.51 Signification Value of Each Motion between Classic and Truss Spar

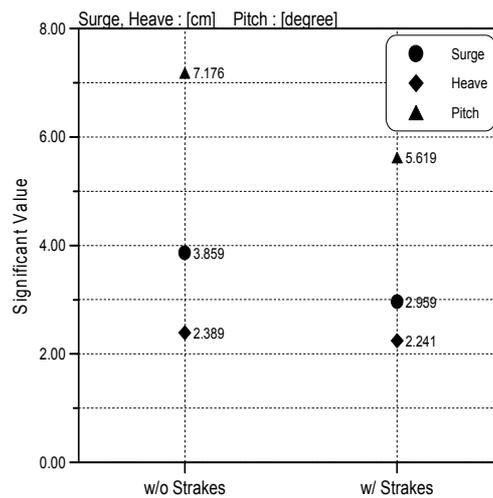


Fig.4.2.52 Signification Value of Each Motion between w/ and w/o Strake (Classic Spar)

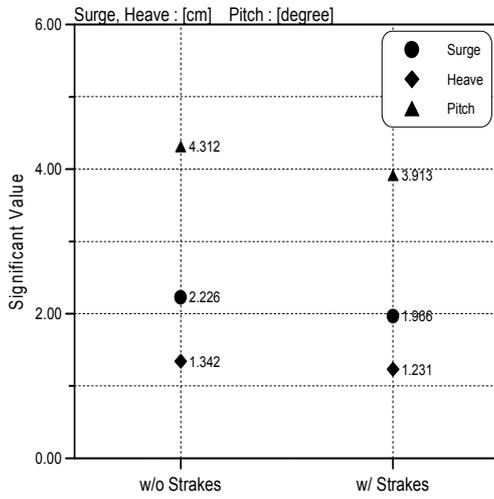


Fig.4.2.53 Signification Value of Each Motion between w/ and w/o Strake (Truss Spar)

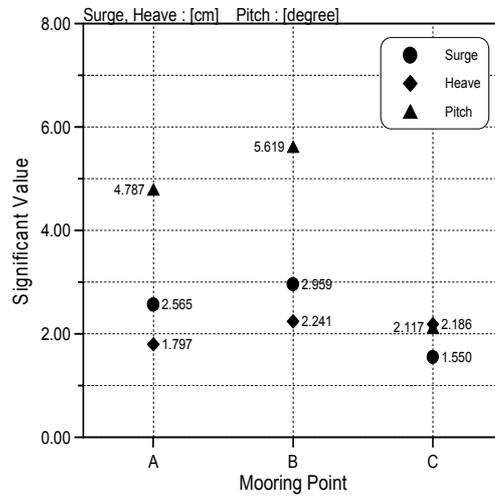


Fig.4.2.54 Significant Value of Each Motion according to Various Mooring Point (Classic Spar)

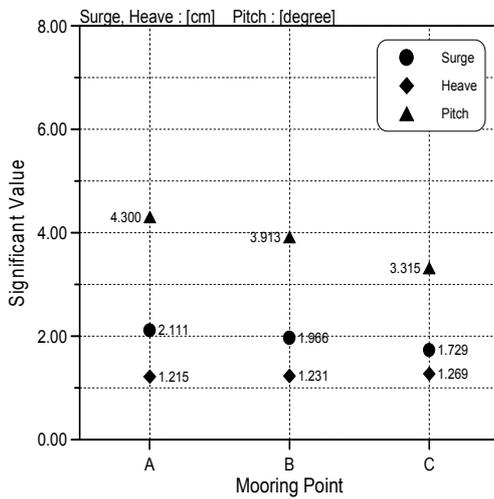
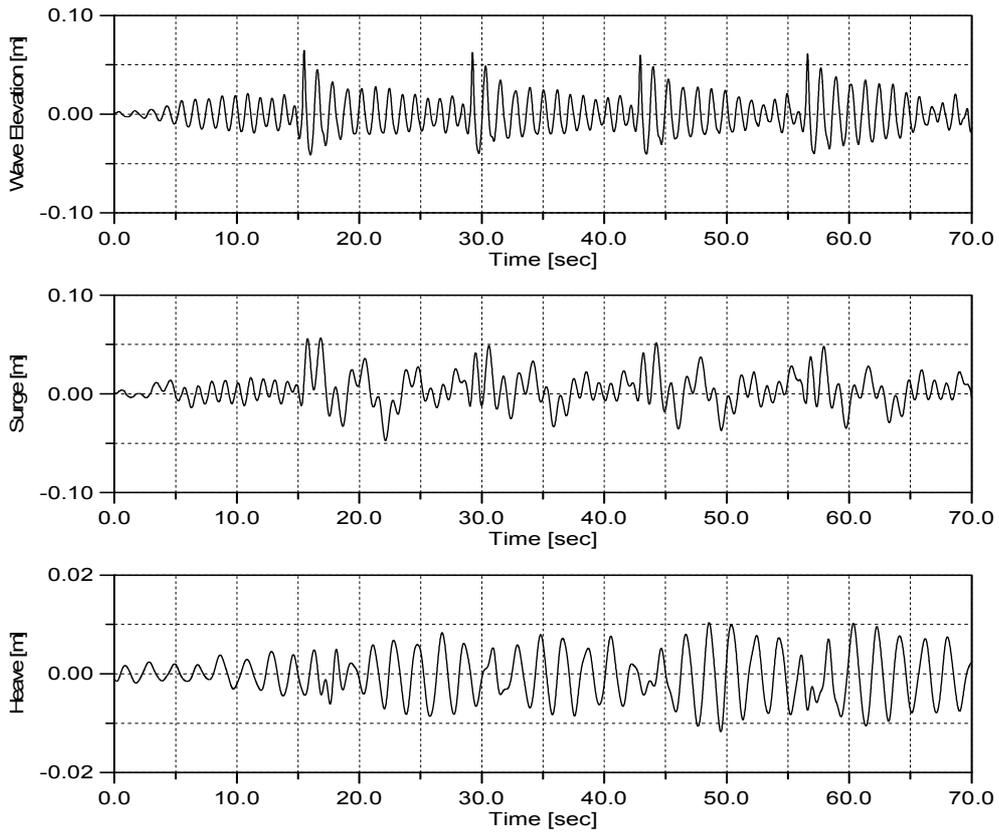


Fig.4.2.55 Significant Value of Each Motion according to Various Mooring Point (Truss Spar)

4.2.3 과도수파중의 과도운동

본 연구에서는 수조시험에서 과도수파 발생법을 이용한 집중파를 재현하여 대파고 비선형 파랑중의 각 모형의 응답특성을 조사하였다. Fig4.2.56에는 과도수파의 시간력과 Classic Spar의 운동모드별 응답을 나타낸다. Surge와 Pitch는 쇄파된 직후 크게 응답하면서 연성운동에 의하여 더블 피크를 발생시킨다. 쇄파순간 정지 수면에서 6.5cm의 수면 상승량에 대하여 6cm와 8°정도의 응답을 주고 있다. Heave는 쇄파 직후에도 과도 응답은 나타내고 있지는 않지만, 시간지연을 가지고 응답이 증가하는 것을 알 수 있다. Fig4.2.57에서는 Truss Spar의 운동모드별 응답을 나타낸다. Surge와 Pitch는 쇄파된 직후 Classic Spar에 비해서 약간 크게 응답하면서 점차적으로 감쇠해 가는 반면, Heave는 역시 Heave Plate의 영향으로 운동의 감쇠속도가 빨라지는 경향을 보여주고 있다.



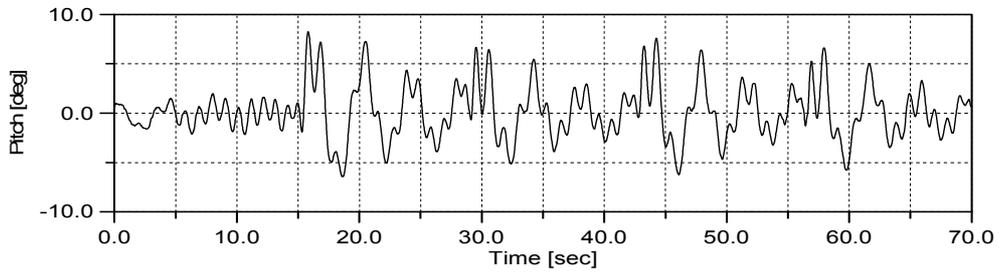


Fig.4.2.56 Transient Wave and Transient Motions of Classic Spar with strake (Moored at Point B)

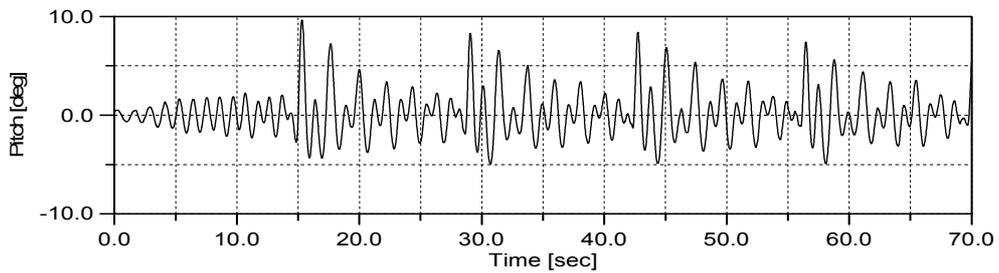
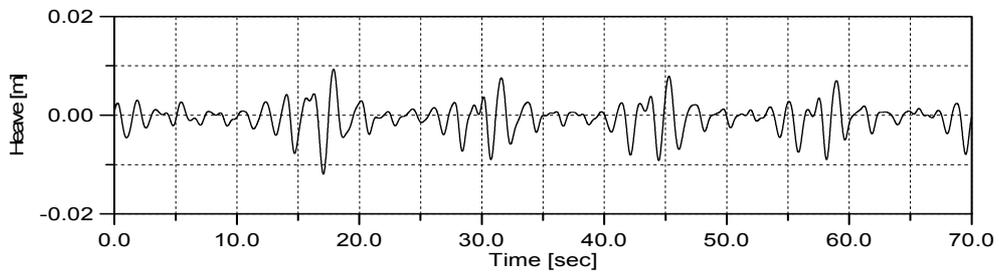
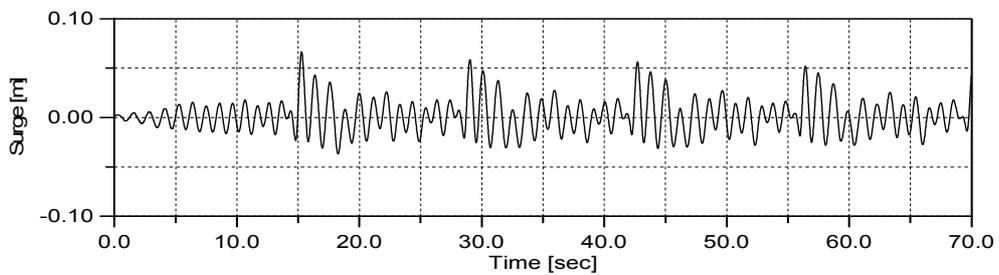


Fig.4.2.57 Transient Wave and Transient Motions of Truss Spar with strakes (Moored at Point B)

4.3 계류력

본 절에서는 불규칙파중에서 계류라인에 작용하는 장력을 조사한다. 계류라인은 3장 실험방법에서 설명한 바와 같이 파상측과 파하측에 Semi-Taut 계류를 하여 계류라인 끝점에 설치한 수중 장력계로부터 장력을 측정하였다. Fig.4.3.1~6은 주기 1.0sec, 유의파고 2cm인 불규칙파중의 Classic Spar에서 계류라인 부착지점을 A, B, C점으로 변화시키면서 파상과 파하의 장력에 대한 시간력을 나타낸다. Fig.4.3.7~12는 마찬가지로 Truss Spar에서 계류라인 부착지점을 A, B, C점에 대한 시간력을 나타낸다.

Fig.4.3.13과 Fig.4.3.14는 Classic과 Truss Spar 각각의 계류라인의 부착지점에 따라 변화하는 장력의 시간력을 스펙트럼 분석하여 유의치를 추정하여 비교하였다. Classic Spar의 경우에는 계류지점을 아래쪽으로 가져감에 따라 장력이 감소하며, 파상측이 파하측에 비교하여 아주 큰 장력이 발생한다는 것을 알 수 있다. Truss Spar의 경우에도 계류라인 부착지점 A, B, C 순으로 감소해 가지만 파상과 파하의 장력의 차이가 상대적으로 적고 특히 A지점의 경우에는 파상과 파하가 거의 같은 정도의 장력이 작용한다는 것을 알 수 있다.

Fig.4.3.15는 Classic과 Truss Spar의 계류라인에 작용하는 장력을 서로 비교하였다. 이에 따르면 Classic Spar에서 파상과 파하의 장력차이가 크게 있는 반면 Truss의 경우에는 Classic의 파상 및 파하의 중간 정도의 값을 가지는 것으로 나타난다.

장력에 대해서는 장력의 평균변화량, 운동 모드와의 연관성 등에 대하여 보다 깊은 고찰이 필요할 것으로 사료된다.

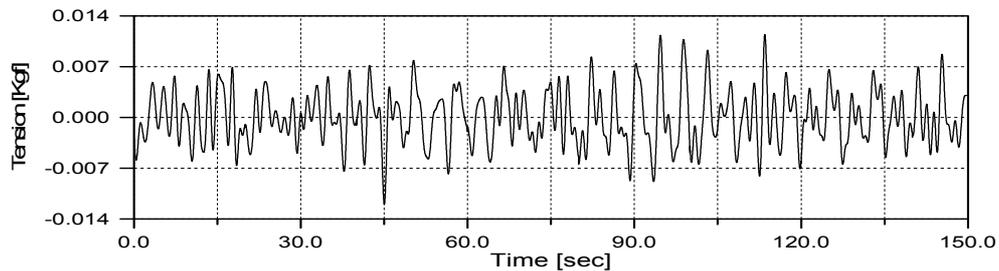


Fig.4.3.1 Tension Response I : Classic Spar, Mooring point A

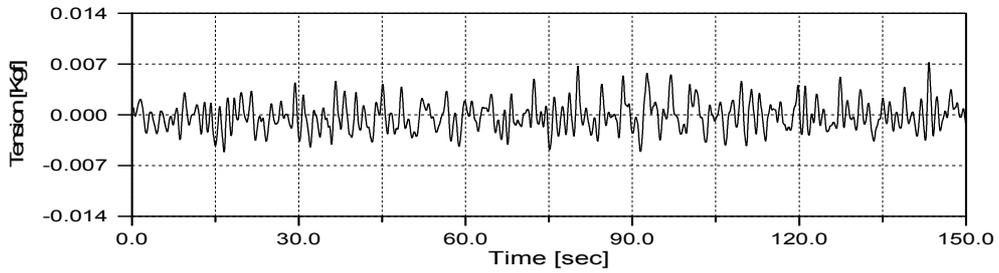


Fig.4.3.2 Tension Response II : Classic Spar, Mooring point A

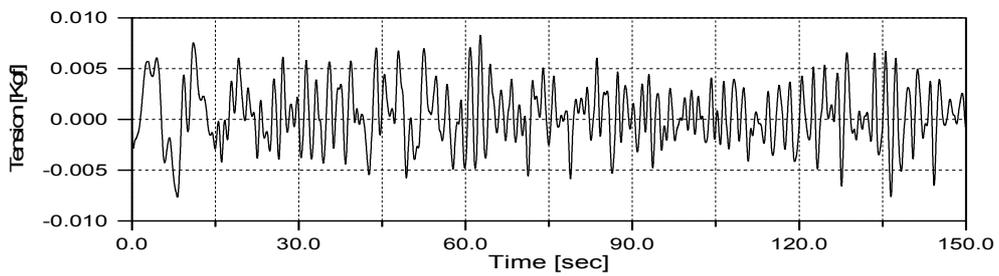


Fig.4.3.3 Tension Response I : Classic Spar, Mooring point B

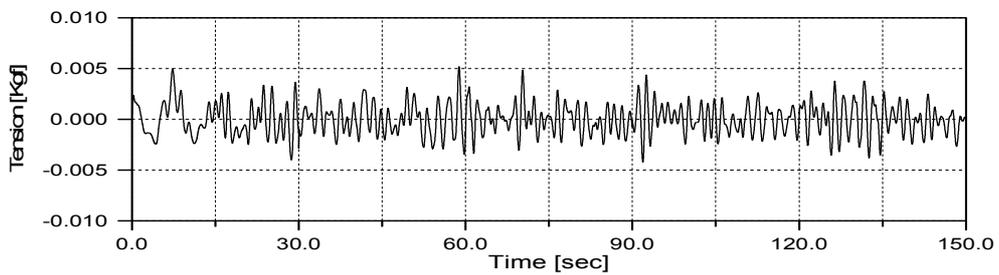


Fig.4.3.4 Tension Response II : Classic Spar, Mooring point B

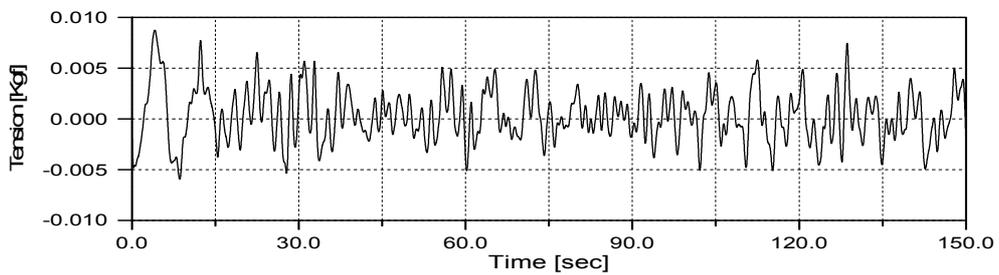


Fig.4.3.5 Tension Response I : Classic Spar, Mooring point C

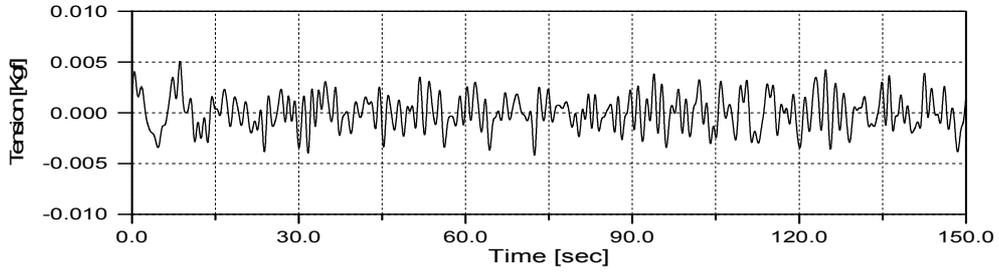


Fig.4.3.6 Tension Response II : Classic Spar, Mooring point C

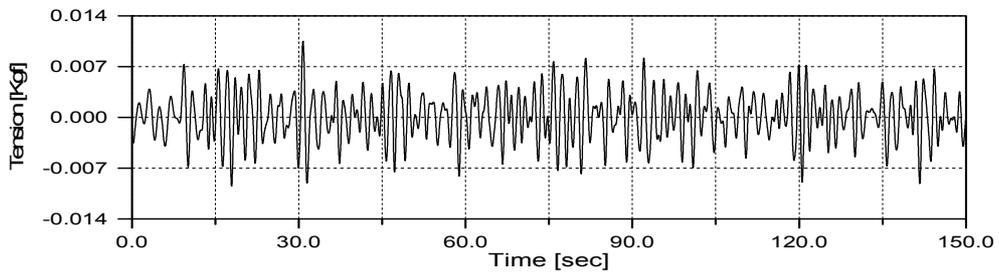


Fig.4.3.7 Tension Response I : Truss Spar, Mooring point A

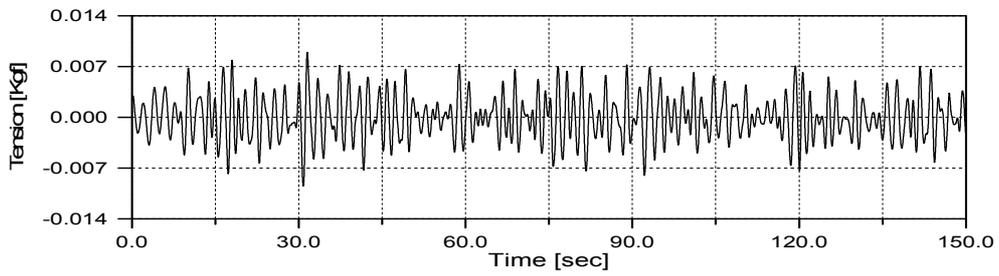


Fig.4.3.8 Tension Response II : Truss Spar, Mooring point A

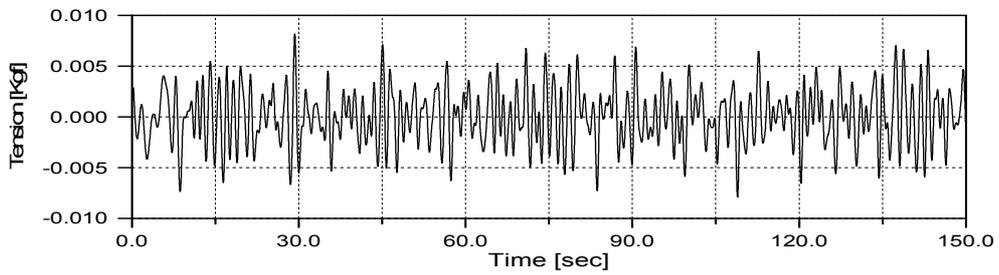


Fig.4.3.9 Tension Response I : Truss Spar, Mooring point B

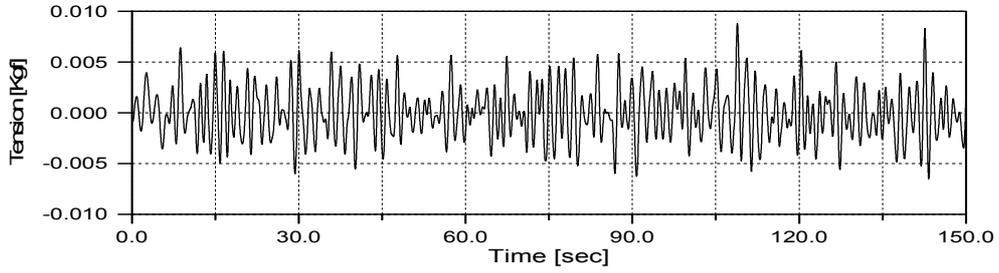


Fig.4.3.10 Tension Response II: Truss Spar, Mooring point B

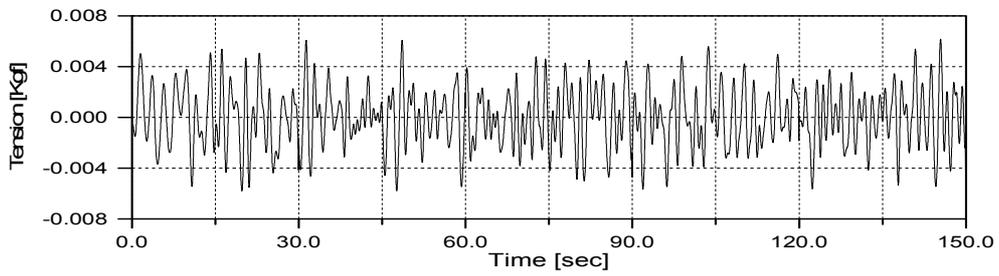


Fig.4.3.11 Tension Response I: Truss Spar, Mooring point C

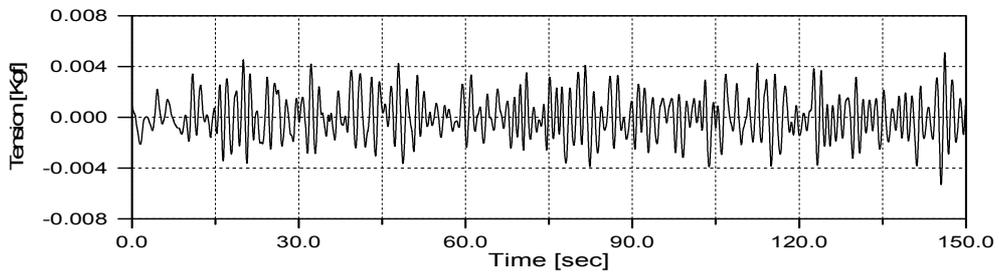


Fig.4.3.12 Tension Response II: Truss Spar, Mooring point C

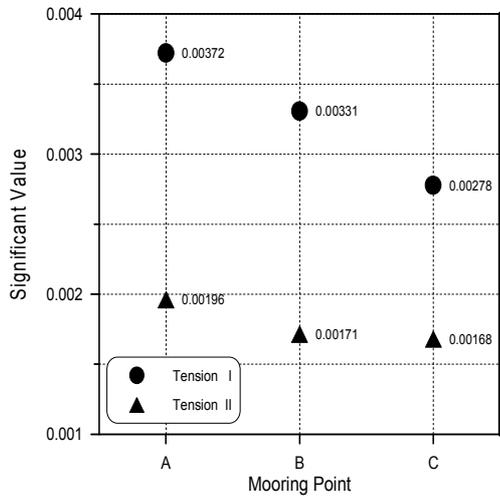


Fig.4.3.13 Significant Value of Tension Response according to Various Mooring Point (Classic Spar)

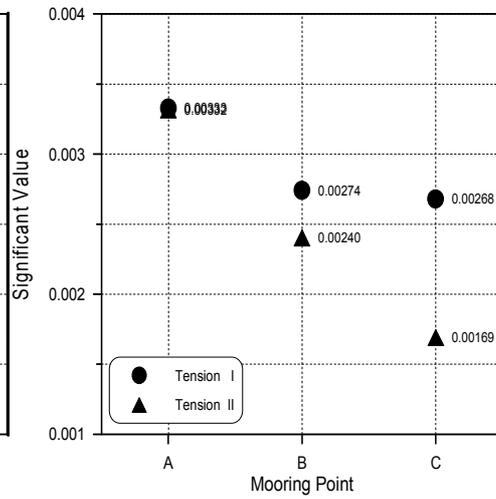


Fig.4.3.14 Significant Value of Tension Response according to Various Mooring Point (Truss Spar)

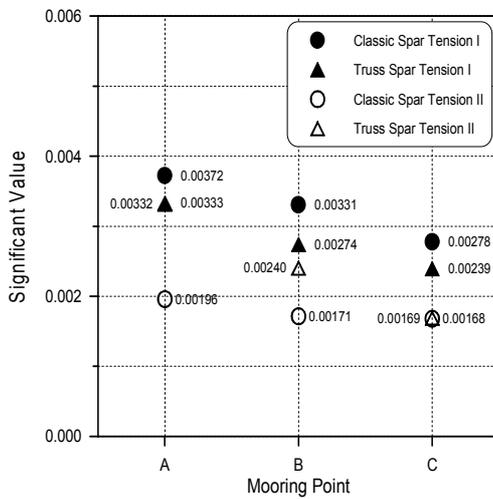


Fig.4.3.15 Significant Value of Tension Response according to Various Mooring Point (Truss vs Classic Spar)

5. 결 언

본 연구에서는 Classic Spar와 Truss Spar에 대한 파강제력과 운동응답 특성을 이론과 실험적 방법을 통하여 서로 비교 검토하였다. 일련의 연구수행 결과는 다음과 같다.

- (1) 파강제력은 Diffraction 이론에 의한 이론계산에 의해서 양호하게 추정할 수 있지만, Truss Spar와 같이 박판의 Heave Plate를 가지는 경우에는 이론계산에 의한 추정은 오차를 내포하고 있다.
- (2) Truss Spar의 경우 Heave Plate를 설치함에 따라 Heave 운동 감쇠력의 증대뿐만 아니라 파랑강제력도 상당량 감쇠시키며 Plate의 간격은 파강제력에 크게 영향을 미치지 않는다.
- (3) Classic Spar와 Truss Spar의 파강제력을 비교하면 Surge는 Truss가 현격하게 줄어드는 반면, Heave 강제력은 Truss의 경우 홀수가 알은 실린더가 있음에도 불구하고 Classic과 비슷한 크기를 준다.
- (4) 쇄파중의 수평방향 파강제력은 수직방향과 비교하여 상대적으로 짧은 순간의 임펄스형을 가진다.
- (5) Classic Spar와 Truss Spar의 고유주기는 전반적으로 전 모드의 운동에서 Truss Spar가 조금 짧게 나타나며, Strake는 전 모드의 운동 고유주기를 약간 길게 가져가는 것으로 나타난다.
- (6) 규칙파 중에서의 운동응답에서 Classic Spar의 Heave는 이론과 비교적 잘 일치하지만 공진에 있어서는 점성에 의한 감쇠력이 많이 작용하고 있는 것을 보여 준다. Truss Spar의 경우에는 Heave Plate의 영향으로 감쇠력과 공진점의 변화를 가져온다.
- (7) Classic Spar와 같이 무게중심과 부심의 위치가 비슷하면서 장대한 구조물의 경우에는 Surge 및 Pitch의 연성운동을 고려한 시뮬레이션에 문제점을 내포하고 있다.
- (8) Strake의 부착여부는 각 운동 모드에 그다지 영향을 미치지 않지만 규칙파중 Heave 응답은 나선운동으로 인하여 다소 Heave 응답이 증폭되는 경향이 있다. 단 불규칙파중에서는 Strake의 부착으로 전 운동응답의 유의치가 다소 감소하게 된다.
- (9) 계류지점의 변화에 따른 운동 응답은 규칙파중에는 거의 영향이 없는 것으로 나타나지만 Surge나 Pitch가 공진하는 저주파수 영역의 성분파를 포함하는 불규칙파중에서는 무게중심에서 약간 아래에 계류한 것이 운동응답이 다소 줄어든다.
- (10) 과도수파중의 응답은 과도응답으로 나타나지만 Truss Spar의 Heave는 Heave Plate의 영향으로 복잡한 거동을 나타내고 있다.

참 고 문 헌

- [1] Fisher, F.H., Spiess, F.N., 1963. Flip floating instrument platform. *Journal of the Acoustical Society of America* 35 (10), 1633 1644.
- [2] Bax, J.D., de Werk, K.J.C., 1974. A floating storage unit designed specifically for the severest environmental conditions. *Society of Petroleum Engineers* (SPE paper 4853).
- [3] Van Santen, J.A., de Werk, K., 1976. On the typical qualities of spar type structures for initial or permanent field development. *Offshore Technology Conference*, (OTC-2716), pp. 1105 1118.
- [4] Glanville, R.S., Halkyard, J.E., Davies, R.L., Frimm, F., 1997. Neptune project: spar history and design considerations. *Offshore Technology Conference*, (OTC-8382), Houston, Texas.
- [5] Glanville, R.S., Paulling, J.R., Halkyard, J.E., Lehtinen, T.J., 1991. Analysis of the spar floating drilling production and storage structure. *Offshore Technology Conference*, (OTC-6701), pp. 57 68.
- [6] Mekha, B.B., Johnson, C.P., Roesset, J.M., 1995. Nonlinear response of a spar in deep water: different hydrodynamic and structural models. *Proceedings of the Fifth International Offshore and Polar Engineering Conference* 111, 462 469.
- [7] E.B. Carpenter, J.W. Leonard and S.C.S. Yim, *Ocean Engng*, Vol. 22, No. 8, pp. 765-784, 1995
- [8] Mekha, B.B., Weggel, D.C., Johnson, C.P., Roesset, J.M., 1996. Effect of second order diffraction forces on the global response of spars. *Proceedings of the Sixth International Offshore and Polar Engineering Conference* 1, 273 280.
- [9] Halkyard, J.E., 1996. Status of spar platforms for deepwater production systems. *Proceedings of the Sixth International Offshore and Polar Engineering Conference* 1, 262 272.
- [10] Cao, P., Zhang, J., 1996. Slow motion response of compliant offshore structures. *Proceedings of the Sixth International Offshore and Polar Engineering Conference* 1, 296 303.
- [11] Ran, Z., Kim, M.H., 1996. Nonlinear coupled response of a tethered spar platform in waves. *Proceedings of the Sixth International Offshore and Polar Engineering Conference* 1, 281 288.
- [12] Jha, A. K., de Jong, P.R., Winterstein, S.R., 1997. Motion of spar buoy in random seas: comparing predictions and model test results. *Proceedings of the Behaviour of Offshore Structures*, pp. 333 347.

- [13] Fischer, F.J., Gopalkrishnan, R., 1998. Some observations on the heave behaviour of spar platforms. 17th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, (OMAE98), pp. 1–6.
- [14] Chitrapu, A.S., Saha, S., Salpekar, V.Y., 1998. Time domain simulation of spar platform response in random waves and current. 17th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, (OMAE98), pp. 1–8.
- [15] Ran, Z., Kim, M.H., Zhang, W., 1998. Coupled dynamic analysis of a moored spar in random waves and currents (time-domain vs. frequency-domain analysis). 17th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, (OMAE98), pp. 1–8.
- [16] Ye, Wei., Anam, I., Zhang, J., 1998. Effect of wave directionality on wave loads and dynamic response of a spar. 17th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, (OMAE98)
- [17] J.M. Niedzwecki, J.W. van de Lindt, J.H. Gage, P.S. Teigen, Design estimates of surface wave interaction with compliant deepwater platforms. *Ocean Engineering* 27 (2000) 867–888
- [18] Datta, I., Prislin, I., Halkyard, J.E., Greiner, W.L., Bhat, S., Perryman, S., Beynat, P.A., 1999. Comparison of truss spar model test results with numerical predictions. 18th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, (OMAE99), pp. 1–14.
- [19] Chitrapu, A.S., Saha, S., Salpekar, V.Y., 1999. Motion response of spar platform in directional waves and current. 18th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, (OMAE99), pp. 1–9.
- [20] Xiaohong Chen, Jun Zhang, Wei Ma, On dynamic coupling effects between a spar and its mooring lines, *Ocean Engineering* 28 (2001) 863–887
- [21] M.H. Kim, Z. Ran and W. Zheng, Hull/Mooring Coupled Dynamic Analysis of a Truss Spar in Time-Domain, International Offshore and Polar Engineering Conference Brest, France, May 30–June 4, 1999
- [22] M.J. Downie, J.M.R. Graham, C. Hall, A. Incecik, I. Nygaard, 2000. An experimental investigation of motion control devices for truss spars, *Marine Structures* 13(2000)75–90
- [23] Q.W. Ma, M.H. Patel, On the non-linear forces acting on a floating spar platform in ocean waves, *Applied Ocean Research* 23(2001)29–40
- [24] Xinyu Zhang and Jun Zou, Coupled Effects of Riser/Supporting Guide Frames on Spar Responses, International Offshore and Polar Engineering Conference Kitakyushu, Japan, May 26–31, 2002

감사의 글

무소의 빨처럼 혼자서 가라.....

모든 면에서 너무도 부족한 제가 논문을 완성할 수 있도록 지도 해주신 조효제 교수님께 깊은 감사를 드립니다. 그리고 논문을 심사해주신 손경호 교수님, 현범수 교수님, 학문적으로 많은 조언과 격려를 주신 해양시스템공학부 교수님들께 감사드립니다.

힘들 때 늘 웃는 모습으로 위로해주시던 광동형, 상길형, 태진이 형, 곁에서 함께 실험하고 연구하면서 큰 힘이 되어준 사랑하는 재혁이형, 동호형, 병성, 기석, 영택, 여러 선배님들과 동기들 후배들에게도 감사의 말을 전합니다.

무엇보다 제게 큰 힘이 되어주신 아버지, 어머니, 형님, 동생에게 감사드립니다.

밤도 잊고 실험하던 때가 그리워지겠죠.....

이제 무소의 빨처럼 당당히 혼자서 가겠습니다.