工學博士 學位論文

가변 파라미터를 갖는 비선형 퍼지 PID 제어기의 설계방법에 관한 연구

A Study on the Design Method of a Nonlinear Fuzzy PID Controller with Variable Parameters

指導教授 金 鍾 和

2004年 8月

韓國海洋大學校 大學院

制御計測工學科

金仁煥

목

차

Abstract	iv
Nomenclature	7ii
List of Figures	7ii
List of Tables x	v
제 1 장 서 론	1
1.1 연구 배경	1
1.2 관련 연구	4
1.3 연구 내용	7
제 2 장 퍼지 논리 시스템	9
2.1 퍼지 집합과 퍼지 관계	9
2.2 퍼지 논리와 퍼지 추론]	14
2.3 퍼지 시스템]	15
제 3 장 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기 2	27
3.1 기본 구조 2	27

	3.2 퍼지화 알고리즘	30
	3.3 퍼지 제어 규칙	32
	3.4 비퍼지화 알고리즘	34
	3.5 고정 파라미터 퍼지 PID제어기 제어칙	38
	3.6 고정 파라미터 퍼지 PID제어기 설계 절차 ·····	41
	3.7 안정도 분석 ·····	42
제	4 장 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기	52
	4.1 고정 파라미터 퍼지 PID제어기 분석	52
	4.2 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 파라미터 가변	54
	4.3 가변 파라미터 퍼지 PID제어기의 기본 구조 및 설계 절차 ··	57
제	5 장 시뮬레이션 및 고찰	60
	5.1 선형 시스템 적용	60
	5.2 비선형 시스템 적용	69
	5.3 비선형 유압시스템의 위치 제어	81
제	6장결 론	111
참	고 문 헌	113

- ii -

A Study on the Design Method of a Nonlinear Fuzzy PID Controller with Variable Parameters

In Hwan Kim

Department of Control & Instrumentation Engineering, Graduate School, Korea Maritime University

Abstract

PID controllers have been widely used for industrial processes due to its simplicity and effectiveness. They provide high sensitivity and stability of the overall feedback control system and reduce overshoot and steady-state error. It has been well known that PID controllers can be effectively used for 1st and 2nd-order linear systems, but they can suffer from problems on higher-order and nonlinear systems.

On the other hand, fuzzy controllers in general are suitable for many nontraditionally modeled industrial processes such as linguistically controlled devices and systems that cannot be precisely described by mathematical formulation, have significant unmodeled effects and uncertainties.

There are several types of control systems that adopt a fuzzy logic controller as an essential system component. The majority of applications during the past two decades belong to the class of fuzzy PID controllers. This thesis describes the design principle, tracking performance, and stability analysis of a nonlinear fuzzy PID controller with fixed parameters and a nonlinear fuzzy PID controller with variable parameters.

Firstly, the fuzzy PID controller with fixed parameters is derived from the design procedure of fuzzy control. The resulting controller is a discrete-time fuzzy version of the conventional PID controller, which has the same linear structure in proportional, derivative and integral parts but has nonconstant gains, all the gains of fuzzy PID controller are nonlinear function of the input signals. The new fuzzy PID controller has a simple structure of the conventional PID controller but posses its self-tuning control capability. To increase the applicability of the fuzzy PID controller to digital computer, a simplified fuzzy PID controller is introduced. After a detailed stability analysis using 'small gain theorem', from which a simple and practical sufficient condition for the bounded-input/bounded-output stability of the overall feedback control system is derived.

Secondly, the fuzzy PID controller with variable parameters is proposed to improve the fuzzy PID controller with fixed parameters. The fuzzy PID control action is not used at all or cannot be operated accurately when the input is much greater than or much smaller than the reference input decided at design procedure. If parameters are adjusted by comparing magnitude among the inputs of fuzzy controller at each sampling time, the partitions of all the fuzzy input converge within variable normalization parameters and the resultant fuzzy PID controller with variable parameters can always be applied precisely regardless of the magnitude of inputs.

Finally several computer simulations are executed to confirm the effectiveness of the fuzzy PID controller with variable parameters. To verify the performance of nonlinear control, the position control of the hydraulic system is simulated for fuzzy PID controller. The outputs of the suggested control system are compared with those of the conventional linear PID controller and the fuzzy PID controller with fixed parameters.

Nomenclature

<i>A</i> , <i>B</i>	set
е	error
r	rate of error(rate)
a	accelerated rate of change of error (acc)
e(n T)	error at <i>nT</i>
r(nT)	rate of error at nT (rate)
d(nT)	accelerated rate of change of error at nT (acc)
e*	normalized error $(GE \times e(nT))$
r*	normalized rate $(GR \times e(nT))$
<i>a</i> *	normalized acc $(GA \times e(nT))$
$e_{Ti}(nT)$	tuning error at nT
$r_{Ti}(nT)$	rate of tuning error at nT
$a_{Ti}(nT)$	accelerated rate of change of tuning error at nT
$\Delta e_{Ti}(nT)$	<i>i</i> th slave cylinder's incremental position error for
	position tuning at $(n+1)T$
$\Delta_{\mathcal{C}}$	change of error
$\Delta^2 e$	rate of change of error
$\Delta_{\mathcal{U}_{pid}}$	incremental PID control input
$\Delta_{\mathcal{Y}}$	change of plant of response
dU_1	output of fuzzy control block 1
dU_2	output of fuzzy control block 2

$\mathbb{Y}_{1\not} = \mathbb{Y}_{\rho}(S_1)$	gain of system 1
$\mathbb{Y}_{2p} = \mathbb{Y}_{p}(\mathbb{S}_{2})$	gain of system 2
GE	fuzzifier gain of error
GR	fuzzifier gain of rate
GA	fuzzifier gain of acc
GU	fuzzifier gain of input
GE(nT)	variable fuzzifier gain of error
GR(nT)	variable fuzzifier gain of rate
GA(nT)	variable fuzzifier gain of acc
GU(nT)	variable fuzzifier gain of input
K_p^c	proportional gain of conventional PID controller
K_i^c	integral gain of conventional PID controller
K^c_d	derivative gain of conventional PID controller
K_{p}	proportional gain of fuzzy PID controller
K_i	integral gain of fuzzy PID controller
K_d	derivative gain of fuzzy PID controller
$K^{*}_{ ho}$	steady-state proportional gain of fuzzy PID controller
K_i^*	steady-state integral gain of fuzzy PID controller
K_{d}^{*}	steady-state derivative gain of fuzzy PID controller
L	normalized fuzzy space
L(nT)	variable normalized fuzzy space at nT
$\mu_A(x)$	membership value of x in A

N	nonlinear system		
$ \mathcal{N} $	norm of nonlinear system		
N	number of rule		
ref(nT)	reference input		
R, S	fuzzy set		
\$	Laplace operator		
supp(A)	support of fuzzy set A		
S ₁ , S ₂	system 1, 2		
sup	abbreviation of 'superium'		
Т	sampling time		
u(n T)	control input at nT		
$U_{\it pid}$	conventional PID control law / input		
U_{fpid}	fuzzy PID control law / input		
U	universe of discourse		
w _i	ith element of fuzzy set		
y(n T)	output of the process at nT		
y	plant response		
Z	Z-transform operator		

[Hydraulic System]

A_1 hea	ad sid	le area	of	piston
-----------	--------	---------	----	--------

 A_2 rod side area of piston

A_{me}	average area of piston
A_{p}	area of piston
β _e	effective bulk modulus of fluid
B_{p}	viscous damping coefficient
C_d	discharge coefficient of orifice
Сер	external leakage coefficient of piston
C_{ip}	internal leakage coefficient of piston
C_{tp}	total leakage coefficient of piston
F_{e}	external disturbance force include external load disturbance,
	coulomb friction force, friction force of piston and etc
F_{g}	force generated by piston
K _a	gain of position transformer
K _{ca}	flow-pressure coefficient of servo valve
K_m	gain of servo amp
K_{qa}	gain of servo valve
K _{tm}	gain of torque motor
K_t	gain of electronic proportional control valve
L	spring constant
M_t	total mass of system
P_1	head side pressure of cylinder
P_2	rod side pressure of cylinder
P_L	load pressure between head side and rod side
P_s	supply pressure

Q_1	head side flow of cylinder
Q_2	rod side flow of cylinder
Q_L	load flow of cylinder
T_t	time constant of electronic proportional control valve
V_1	head side volume of cylinder
V_2	rod side volume of cylinder
V_e	total volume of cylinder
X_p	displacement of piston
\mathcal{X}_{v}	spool displacement of control valve

List of Figures

- Fig. 2.1 Membership functions of 3 fuzzy sets for the speed of a car
- Fig. 2.2 Basic operations on fuzzy sets
- Fig. 2.3 Fuzzy implication $A \rightarrow B$
- Fig. 2.4 Configuration of a pure fuzzy logic system
- Fig. 2.5 Configuration of the TSK fuzzy system
- Fig. 2.6 Configuration of a fuzzy system with fuzzifier and defuzzifier
- Fig. 2.7 Fuzzy singleton
- Fig. 2.8 A fuzzy inference method
- Fig. 2.9 Graphical representation of the center of gravity method
- Fig. 2.10 Graphical representation of the center average method
- Fig. 3.1 Structure of a fuzzy PID control system with fixed parameters
- Fig. 3.2 Input fuzzifications of FLC e^* , r^* and a^*
- Fig. 3.3 Output fuzzification for fuzzy control block 1
- Fig. 3.4 Output fuzzification for fuzzy control block 2
- Fig. 3.5 Possible input combinations of e^* and r^*
- Fig. 3.6 Possible input combinations of r^* and a^*
- Fig. 3.7 A nonlinear feedback system
- Fig. 3.8 An equivalent closed-loop control system
- Fig. 4.1 Possible input combinations of e^* and r^*
- Fig. 4.2 Possible input combinations of r^* and a^*

- Fig. 4.3 Structure of a fuzzy PID control system with variable parameters
- Fig. 4.4 Design procedure of a fuzzy PID controller with variable parameters
- Fig. 5.1 Unit step response of nominal closed-loop system
- Fig. 5.2 Response curves of controllers in case of reference 0.5
- Fig. 5.3 Response curves of controllers in case of reference 1
- Fig. 5.4 Response curves of controllers in case of reference 3
- Fig. 5.5 Response curves of controllers in case of reference 5
- Fig. 5.6 Unit step response of nonlinear system
- Fig. 5.7 Response curves of controllers in case of reference 1
- Fig. 5.8 Response curves of controllers in case of reference 10
- Fig. 5.9 Response curves of controllers in case of reference 30
- Fig. 5.10 Response curves of controllers in case of reference 35
- Fig. 5.11 Responses of control systems and changes of controller parameters in case of reference 1
- Fig. 5.12 Responses of control systems and changes of controller parameters in case of reference 5
- Fig. 5.13 Response of control systems and changes of controller parameters in case of reference 10
- Fig. 5.14 Schematic diagram of a hydraulic cylinder position control system
- Fig. 5.15 Combination of a valve, a cylinder and loads
- Fig. 5.16 Step response of the feedback system

- Fig. 5.17 Response of control system and changes of controller parameters in case of reference 5cm
- Fig. 5.18 Response of control system and changes of controller parameters in case of reference 20cm
- Fig. 5.19 Response of control system and changes of controller parameters in case of reference 50cm
- Fig. 5.20 Block diagram of a position tuning controller
- Fig. 5.21 Configuration diagram of a tuning control system
- Fig. 5.22 Response of position tuning control system in case of reference 20cm
- Fig. 5.23 Response of position tuning control system in case of reference 40cm
- Fig. 5.24 Response of position tuning control system in case of reference 20cm
- Fig. 5.25 Response of position tuning control system in case of reference 40cm

List of Tables

- Table 1.1 Different fuzzy PID structures in the literature
- Table 3.1 The incremental output of fuzzy control block 1 when e^* and /or r^* are not within the interval [-L, L] of a fuzzification algorithm
- Table 3.2 The incremental output of fuzzy control block 2 when r^* and /or a^* are not within the interval [-L, L] of a fuzzification algorithm
- Table 3.3 Fuzzy spaces generated by fuzzifier
- Table 5.1 Parameters of linear digital PID, fuzzy PID with fixed parameters and fuzzy PID with variable parameters for linear system
- Table 5.2 Parameters of linear digital PID, fuzzy PID with fixed parameters and fuzzy PID with variable parameters for nonlinear system
- Table 5.3 Parameters of hydraulic system
- Table 5.4 Parameters of hydraulic systems for tuning control(1)
- Table 5.5 Parameters of hydraulic systems for tuning control(2)

제1장서론

1.1 연구 배경

PID제어기는 구조가 간단하여 적용이 쉽고, 제어 성능이 우수하며 제 어이득 조정이 비교적 쉽기 때문에 산업현장에서 80% 이상을 차지할 정 도로 많이 사용되고 있다. PID제어기가 갖는 우수한 성능에도 불구하고 단일 입출력 시스템에만 적용가능하고 선형제어기로서 비선형성이 강한 플랜트에서 적용시 만족할 만한 성능을 얻기가 어렵다는 단점을 가지고 있다.

최근에는 현대제어이론의 발전에 따라 PID제어기를 다변수 시스템이나 비선형 시스템에 적용하려는 연구가 진행되고 있다. PID제어기를 다변수 시스템에 적용하기 위해 다변수 시스템의 입력과 출력을 일대일로 대응시 키는 분해과정을 거쳐 여러 개의 단일 입출력 모델을 구하고 각각에 대해 PID제어기를 설계하여 적용하는 연구들이 이루어져 왔다^[1,2]. 그러나 이 모델 분해과정은 대부분의 경우에 매우 어려워 직접 적용할 수 있는 현대 제어기법이 주로 사용되고 있다.

비선형 시스템을 제어하는 방법으로는 퍼지 이론을 응용한 연구들이 진행되고 있다^[3,4]. 퍼지제어기는 전문가의 언어적 정보를 제어기에 포함시 킬 수 있을 뿐만 아니라 그 자체의 비선형적 특성으로 훌륭한 비선형 제 어기가 된다. 퍼지제어기의 도입시 논의가 되었던 안정도 문제가 여러 연 구자들에 의해 해석됨에 따라 실제 플랜트에 적용을 위한 연구들이 수행 되고 있다^[5].

퍼지제어기는 초창기 퍼지이론만으로 구성한 퍼지제어기에서 적응알고

리즘을 도입하거나 강인성을 포함하는 퍼지제어기들로 연구 분야들이 확 장되고 있다^[6]. 퍼지로 PID제어기를 구현하여 실제 플랜트에 적용한 연구 결과들이 보고되고 있다^[7,8,9,10]. 퍼지제어기나 적응퍼지제어기는 우수한 성 능에도 불구하고 제어기의 복잡성으로 실시간 제어에 컴퓨터 연산이 증대 되고, 현장에서 주로 사용되는 PID제어기와 구조가 다른 단점을 갖는다. 퍼지PID제어기는 PID제어기와 동일한 형태를 가지면서 비선형성이 강한 시스템에 적용이 가능하다.

퍼지 PID제어기는 오차 신호와 오차의 변화율을 입력으로 실시간으로 퍼지 규칙(rule)과 추론을 거쳐 제어 출력을 결정하는 제어기이다. 퍼지 PID제어기는 제어 출력값을 직접 결정하는 위치형^[11,12,13,14]과 제어 출력의 증감을 결정하는 속도형^[10]이 있다. 또한, 두 형태를 합성하는 몇 가지 방 법의 퍼지PID제어기가 제안되었다^[9,15,16]. 제안된 제어기들은 우수한 성능 을 나타내었지만, 퍼지추론을 위한 비선형 계산이 포함되므로써 PID제어 기에 비해 복잡해 제어기 구현을 위한 컴퓨터 연산이 증대될 수 밖에 없 는 단점을 갖고 있다. 연산 시간을 줄이기 위해 정규화를 통해 변수를 줄 이거나 퍼지규칙 의 수를 제한하는 형태로 간략화된 퍼지 PID제어기가 제안되었다. 그러나 여전히 PID제어기에 비해 복잡한 형태의 제어칙을 갖 게 되어 연산 시간을 감소시킬 수 있는 더욱 간단한 형태의 제어칙이 요 구된다.

일반화된 퍼지 PID제어기는 퍼지화기, 제어 규칙 베이스, 비퍼지화기로 구성되고 일반적인 퍼지제어기의 설계 과정에 따라 유도된다. 유도된 퍼 지 PID제어기는 일반적인 PID제어기의 이산시간 퍼지형 제어기가 되고, 선형PID제어기와 동일한 제어기 구조를 갖지만 제어기의 게인은 고정되 지 않는다. 퍼지 PID제어기의 게인은 입력신호에 대한 비선형 함수형태가 된다. 그러므로 퍼지 PID제어기는 단순한 선형 구조를 갖는 일반적인 선

- 2 -

형 PID제어기에 비해 향상된 비선형 보상 능력과 자기동조(self-tuning) 능력을 갖는다. 이러한 퍼지 PID제어기의 각 파라미터들이 고정되므로 우

리는 이 제어기를 고정 파라미터 퍼지 PID제어기^[10,17,18] 라 부른다. 고정 파라미터 비선형 퍼지 PID 제어기는 제어기의 파라미터가 한 번 결정되면 고정됨으로써 초기 설계 시 적용되었던 기준값 보다 넓은 동작 범위의 입력이 인가될 경우에는 설계 시 고려된 퍼지 PID 제어동작의 적 용범위를 벗어나게 되어 제대로 효능을 발휘하지 못하게 되고, 이와는 반 대로 설계시의 기준값보다 작은 범위의 입력이 인가될 경우에도 그 순간 요구되는 PID 제어동작에 따른 제어입력이 정확하게 생성되지 않아 정교 한 제어가 이루어지지 않는 단점을 갖고 있다. 따라서 본 논문에서는 제 어기 입력 변수의 변화를 실시간으로 측정하고 입력 변수들의 상호관계를 비교하여 때 샘플링 시간마다 제어기의 주요 파라미터를 가변시킴으로써 동작입력의 범위에 영향을 받지 않고, 보다 빠르고 정밀한 제어가 가능하 도록 제어기 파라미터가 가변되는 비선형 퍼지 PID 제어기법을 제안하고 자 한다.

1.2 관련 연구

지난 20년 동안 퍼지제어기는 많은 산업 응용 분야에서 큰 폭으로 확 장되어 사용되고 있다. 퍼지제어기는 언어적 표현에 의해 제어되는 시스 템, 수식에 의해 표현하기 힘든 시스템, 중요하지만 모델링되지 않는 요소 를 갖는 시스템, 불확실성이나 상반되는 조건을 갖는 시스템 등에 적용하 기에 적절하다.

퍼지 이론은 1965년 Zadeh에 의해 제안되었고^[19], 1974년에 Mamdani가 퍼지 이론을 바탕으로 동적 플랜트를 제어하는 연구 결과를 발표함으로써 퍼지 제어분야가 개척되었다^[20]. 1년후 Mamdani와 Assiliand는 첫 번째 퍼지논리제어기(FLC: Fuzzy Logic Controller)를 개발하고 그것을 성공적 으로 연구실 스팀엔진 플랜트를 제어하는 데 적용하였다^[21]. 이 첫번째 퍼 지제어기는 오차와 오차의 변화율을 추론의 입력으로 사용하는 두 개의 입력을 갖는 퍼지 PI제어기였다. Mamdani는 Zadeh-Mamdani min-max 무게중심 추론으로 불리는 가장 일반적이고 강인한 퍼지 추론 방법을 도 입하였다. Takagi-Sugeno는 출력 퍼지 집합에 대한 다른 언어적 표현과 퍼지 제어기의 구조를 설계하는 수식적 최적화 접근 방법을 발표하였다 ^[22]. 기초적인 시스템 요소로서 FLC를 사용하는 몇 가지 다른 종류의 제 어시스템이 있다. 지난 20년간 FLC의 주요 응용분야는 퍼지 PID제어기의 종류에 속한다. 이러한 퍼지 제어기들은 제어 입력 직접 결정형(direct action)과 게인 스케줄링형(gain scheduling), 앞의 두 방법을 통합한 형태 로 분류할 수 있다. 퍼지 PID 제어기의 주요 응용분야는 제어동작을 직접 결정하는 형태에 속한다. 여기서 퍼지 PID제어기는 피드백 제어루프 안에 위치하고 퍼지 추론을 통하여 PID 제어동작을 계산하다. 게인 스케줄링형 제어기에서 퍼지 추론은 각 PID 게인을 계산하는 데 사용되고, 추론은 자

기동조^[23]나 성능기반 감독 동조^[24]에 의해 유도된다. 일반적인 Mamdani 형 PI구조 외에 하나나 세 개의 입력을 갖는 몇 개의 다른 종류의 제어기 가 보고되었다. 비교를 위해 몇 개의 선택된 오차에 의해 유도되는 퍼지 PID제어의 응용 예들을 표 1.1에 나타내었다. 표 1.1에서 '#'은 게인 스 케줄링형 제어기, '*'는 제어 입력 직접 결정형에 게인 스케줄링 기법을 도입한 제어기, 나머지는 제어 입력 직접 결정형 제어기이다.

표 1.1 다양한 종류의 퍼지 PID제어기 구조 Table 1.1 Different fuzzy PID structures in the literature

Input Conditions			PID Type	References
3-input FLCs		$e, \Delta e, \Delta^2 e$	PID	[25] [*] ,[26],[27]
		$e, \Delta e, \int e dt$	PID	[28]
2-input FLCs	1+1 input	е, Δе	PI	[11]~[14], [29]~[39]
		е, Δе	PD	[40]~[44]
		е, Δе	PID	[7],[45],[46]
		е, Δе	$\operatorname{PID}^{\#}$	[8],[28]
	2+2 input	$(e^+ \Delta e), (y^+ \Delta y)$	PI+D	[15]
	2+1 input	$(e^+\Delta e), e$	PD+I	[9],[16]
		е	Р	[30]
		е	Ι	[30]
1-mp	ut FLUS	e	PI	[47]
		Δ_{e}	Р	[34]

퍼지 제어기의 안정도를 해석하기 위한 많은 노력이 있었다^[48~52]. 또한, 소이득 정리(small gain theorem)^[53,54]를 이용하여 퍼지 PI^[55]와 퍼지 PD^[5] 의 전역 안정도를 다루는 연구들도 이루어졌다.

1.3 연구내용

본 논문에서의 연구내용은 첫째는 고정 파라미터 퍼지 PID제어기에 대 한 설계 방법을 기술하고 컴퓨터 연산시간을 줄일 수 있는 간결한 형태의 제어기를 설계하는 것이고, 둘째는 소이득 정리를 이용하여 전체 피드백 시스템에 대한 BIBO 안정도에 대한 필요 충분조건을 유도하는 것이고, 셋째는 제어입력의 범위에 영향을 받지 않고 제어동작을 실행하도록 제어 기 파라미터를 가변시키는 가변 파라미터 퍼지 PID제어기를 유도하는 것 이다.

비선형성이 강한 유압 시스템에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 성능과 가변 파라미터 퍼지 PID제어기의 향 상된 성능을 확인한다. 이를 위한 논문의 구성은 다음과 같다.

2장에서는 일반적인 퍼지 논리 시스템에 대하여 설명한다. 퍼지논리 시 스템은 퍼지시스템의 구성 요소와 특징에 따라 입력과 출력이 순수한 퍼 지집합인 순수 퍼지논리 시스템, 입력은 퍼지이지만 출력이 일반값인 Takagi-Sugeno 퍼지시스템, 입력과 출력이 일반 값인 퍼지화기와 비퍼지 화기를 갖는 일반적인 퍼지논리 시스템에 대한 분류할 수 있다^[3]. 이 중 일반적인 퍼지화기와 비퍼지화기를 갖는 퍼지논리 시스템의 각 요소에 대 하여 설명한다. 먼저 퍼지 집합과 퍼지 논리에 대하여 설명한 후, 퍼지 시 스템의 중심적인 역할을 하는 퍼지 규칙 베이스에 대하여 설명한다. 퍼지 규칙 베이스에 기초하여 입력에서 출력으로의 사상을 결정하는 퍼지 추론 엔진에 대하여 알아보고 퍼지 논리 시스템의 입력 측에서 일반적인 값을 퍼지값으로 변환하는 퍼지화기와 출력측에서 퍼지값을 일반값으로 변환하 는 비퍼지화기에 대하여 설명한다.

3장에서는 퍼지 논리시스템의 논리 전개에 따라 고정 파라미터 퍼지

- 7 -

PID제어기^[51]를 설명하고 제어기 설계절차에 대하여 알아본다. 설계된 고 정 파라미터 퍼지 PID제어기의 안정도를 분석한다.

4장에서는 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 단점을 극복하기 위해 설 계된 가변파라미터 퍼지 PID제어기를 설명하고 특성을 분석한다.

5장에서는 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통해 퍼지 PID제어기와 일반적인 PID제어기의 성능을 비교해본다. 퍼지 PID제어기와 선형 PID제어기를 정 확하게 비교하는 것이 힘든 일 이지만, 퍼지 PID제어기의 성능을 확인하 는 차원에서 일반적인 선형 PID제어기와 비교하는 일은 의미 있는 일이 될 것이다. 이러한 이유로 선형 시스템과 비선형 시스템을 대상으로 선형 PID제어기와 퍼지 PID제어기에 대한 시뮬레이션을 통해 제어기의 성능을 확인할 것이다. 아울러 시뮬레이션 결과를 통해 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기와 가변 파라미터 퍼지 PID제어기의 특성을 분석할 것이다. 퍼지 PID제어기의 현장에서 사용 가능성을 검증하기 위해 비선형 유압 실린더 의 위치제어와 동조제어에 대하여 시뮬레이션을 실시하고 그 결과를 고찰 한다.

마지막으로 6장에서는 제안된 제어기의 성능평가를 위해 실시한 시뮬 레이션에 대하여 종합적으로 평가하고 결론을 맺는다.

제 2 장 퍼지 논리 시스템

이 장에서는 이후 두 장에서 다루게 될 퍼지 PID 제어기 설계와 관련하여 그 기본 지식이 되는 퍼지이론과 퍼지시스템에 대해 간단히 살펴본다.

2.1 퍼지집합과 퍼지관계

2.1.1 보통집합과 퍼지집합

모든 원소를 포함하는 전체집합을 *C*라 하면, 보통집합 *A*는 조건제시 법이나 원소나열법 둘 중 하나로 표현된다. 원소나열법은 집합에 포함되 는 모든 원소를 나열하는 방법이고, 조건제시법은 조건식을 통해 표현하 는 방법이다. 일례로 조건제시법으로 표현된 보통집합 *A*는 다음과 같다.

$$A = \{ x \in U \mid x \text{ meets some conditions} \}$$
(2.1)

한편 퍼지집합은 원소 $_{\mathcal{X}}$ 와 [0,1]사이 값을 갖는 소속함수 $\mu_{A}(_{\mathcal{X}})$ 에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in U \}$$

$$(2.2)$$

여기서, 소속함수 µ₄(x)는 x가 집합 A에 속할 가능성이 된다.

그림 2.1은 속도에 대한 3개의 퍼지집합의 소속함수를 나타낸다. 전체집 합은 자동차의 가능한 모든 소속 범위 $U = [0, V_{max}]$ 를 나타내고, 자 동차 속도 70km/h에서 ' slow'인 경우 소속함수의 값은 $\mu_{slow}(70) = 0.5$, '

- 9 -

medium'인 경우는 μ_{medium}(70)=0.5 그리고 ' *fast* 인 경우는 μ_{fast}(70)=0.0 을 나타낸다.



그림 2.1 속도에 대한 3개의 퍼지집합의 소속함수

Fig. 2.1 Membership functions of 3 fuzzy sets for the speed of a car

특히 소속 함수값이 $\mu_A(x) = 1$ 인 x가 단일 요소인 경우, 퍼지 싱글톤 (fuzzy singleton)이라고 한다.

2.1.2 퍼지집합의 연산

전체집합 *U*에서 정의된 퍼지집합 *A*, *B*에 대한 교집합, 합집합, 여집합 에 대한 소속함수의 정의는 다음과 같다.

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$
(2.3)

$$\mu_{A\cup B}(x) = max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

$$(2.4)$$

$$\mu_{A}(x) = 1 - \mu_{A}(x) \tag{2.5}$$

그림 2.2는 위의 식 (2.3)~식 (2.5)의 연산 예를 도식적으로 보여주고 있다.





한편 I = [0,1]로 나타낼 때, 함수 T : I×I→I가 정의되고 식 (2.6)의 4가지 사실을 만족할 때 이 함수를 T-노옴(norm)이라고 한다.

T(x, 1) = x, T(x, 0) = 0: boundary condition (2.6a)

 $x_1 \le x_2$ 이면 $T(x_1, y) \le T(x_2, y)$: non-decreasing (2.6b)

T(x, y) = T(y, x) : commutative (2.6c)

$$T(x, T(y, z)) = T(T(x, y), z) \qquad : \qquad \text{associative}$$
(2.6d)

식 (2.6)을 만족하는 대표적인 T-노옴은 식 (2.7)과 같다. $T_{min}(x, y) = min(x, y) = x \wedge y$ Minimum (2.7a) $T_{ab}(x, y) = x \cdot y$ Algebraic product (2.7b) $T_{bb}(x, y) = 0 \lor (x + y - 1)$ Bounded product (2.7c) $T_{dp}(x, y) = \begin{cases} x & if \ y=1 \\ y & if \ x=1 \\ 0 & if \ x, \ y < 1 \end{cases}$ product Drastic

(2.7d)

일반화된 보통집합의 수학적 개념으로부터 퍼지집합에 적용시키는 원리 를 확장원리라 한다. 함수 f: U → V에 대한 전체집합 U에서 정의된 퍼지집합 A에 대하여 V에서 정의된 퍼지집합 B의 소속함수는 식 (2.8) 으로 정의한다.

$$\mu_{B}(v) = \begin{cases} sup_{u \in f^{-1}(v)} & [\mu_{A}(u)] & if f^{-1}(v) \neq \Phi \\ 0 & otherwise \end{cases}$$
(2.8)

위 식에서 sup는 'superium'의 약자로서 f⁻¹(v)집합에서 가장 큰 값을 취하는 연산자이다.

2.1.3 퍼지관계 및 퍼지합성

퍼지관계 R은 전체집합 U와 V에 대하여 카르테시안 적(Cartesian product) 공간 $U \times V$ 에서 정의되는 퍼지집합으로 P의 소속함수는 $u \in U$,

- 12 -

v∈ V에 대하여 µ_P(u, v)로 표현된다.

또한 R과 S가 각각 U×V와 V×W 공간에서 정의된 두 퍼지관계일 때, R과 S의 sup-* 합성은 R o S로 표기되는 퍼지관계이고 식 (2.9)로 정의 된다.

$$\mu_{R\circ S}(u, w) = \sup_{v \in V} \left[\mu_R(u, v) * \mu_S(v, w) \right]$$
(2.9)

위 식에서 가장 일반적으로 사용되는 *sup-** 합성으로는 *sup-min*과 *supproduct*가 있다.

2.1.4 퍼지함의

다음과 같은 퍼지규칙을 생각하자.

 IF x is A THEN y is B
 (2.10)

 여기서 A와 B는 U및 V^M 소속되어 있는 퍼지집합이고, x와 V^는 언어

 적 변수이다. 흔히 'x is A'를 전제부(premise) 'x is A'를 결론부

 (consequence)라 부른다. 위의 규칙을 간단히 A→B로 표현되는 퍼지함의

 (fuzzy implication)는 U× V공간에서 정의되는 퍼지관계이다. 퍼지함의

 A→B는 직관적 범주나 일반적 논리에 기초하여 언어변수로 표현된 퍼지

 규칙을 번역하는 작업이다.

대표적인 퍼지함의 함수로는 다음 식의 것들이 있다.

 $Minimum \ \mu_{A \to B}(u, v) = \mu_{A(u)} \wedge \mu_{B(v)}$ (2.11)

 $Product \qquad \qquad \mu_{A \to B(u, v)} = \mu_{A(u)} \cdot \mu_{B(v)}$

(2.12)

다음 그림은 그림 2.2(a)와 같이 주어지는 퍼지집합 A, B에 대해 식 (2.11)과 (2.12)의 연산으로 퍼지함의를 구해 그린 것이다.





2.2 퍼지논리와 퍼지추론

2.2.1 퍼지논리

논리는 주어진 전제로부터 새로운 명제를 얻는 추론의 방법과 원칙에 관련된 것이다. 일반적인 논리의 명제는 참 또는 거짓이 되고, 진리값은 0 또는 1이 된다. 이에 비해 퍼지논리에서 명제의 진리값은 [0,1]사이의 값 을 갖게 되고, 이것은 퍼지논리에서 근사추론을 가능하게 하고, 이를 통해 불확실한 퍼지 전제 집합으로부터 불확실한 퍼지 명제를 추론할 수 있다.

2.2.2 GMP : Generalized Modus Ponens

전제부와 결론부가 퍼지명제로 된 *IF-THEN* 표현을 퍼지규칙이라고 한다. '*IF* x₁ *is* A₁ *and* x₂ *is* A₂ *THEN* y *is* B'가 전형적인 퍼지규칙이 다. 이 퍼지규칙을 하나의 관계 R로 보고 이것을 나타내는 표현식을 R= Λ T(A₁, A₂), B)라 한다. 여기에서 T는 T-노옴을 나타내고, F는 퍼지 함의 함수이다. 즉 퍼지 IF-THEN규칙은 하나의 퍼지관계 R로 표현될 수 있으며, A₁, A₂ 및 B의 소속함수를 각각 μ_{A1}(x₁), μ_{A2}(x₂) 및 μ_B(y)라 할 때 퍼지관계 R의 소속함수는 다음 식으로 주어진다.

$$\mu_{R}(x_{1}, x_{2}, y) = I(T(\mu_{A_{1}}(x_{1}), \mu_{A_{2}}(x_{2})), \mu_{B}(y))$$

(2.13)

퍼지논리 및 근사추론에서 식 (2.13)과 같은 GMP의 퍼지 추론규칙이 있다. Premise 1 : *x is A'* (2.14) Premise 2 : *IF x is A, THEN y is B* (2.15) Consequence : *y is B'* (2.16)

여기에서 A', A, B 및 B'는 퍼지집합이고, x 및 y는 언어적 변수이다. 전제 1에서 x = A'는 입력 또는 함의함수의 입력변수로 본다. 따라서 출 력 y = B'는 합성연산자 "o"를 사용하면 B' = A'oR로써 나타낸다. 구 체적인 계산은 함의연산자와 합성연산자를 어떤 방법으로 선택하느냐에 따라서 여러 가지 계산 방법이 가능하다.

2.3 퍼지시스템

옥스퍼드 사전은 퍼지를 'blurred, instinct; imprecisely defined; confused, vague'로 정의한다. 퍼지를 이용하는 분야마다 다른 정의가 있 을 수 있지만, 제어적인 측면에서 퍼지는 비선형 제어의 하나로 인식된다. 퍼지 시스템을 사용하는 큰 이유는 다음 두 가지이다.

- (1) 실세계는 너무 복잡하여 정확한 묘사를 하기가 어렵다. 그래서 합 리적이고 취급할 수 있는 모델을 얻기 위해 퍼지(근사)적인 방법을 사용한다.
- (2) 정보 영역에서 인간의 지식은 참으로 중요하다. 이런 인간 지식을 시스템적인 방법으로 형상화하고 수학모델이나 측정데이터와 함께 공학시스템에 적용시킬 이론이 필요하다.

첫 번째 정의는 거의 모든 공학에서 사용하는 이론들이 실세계를 근사 적으로 취급하기 때문에 퍼지이론만이 갖는 독특한 특성이라고 보기는 어 립다. 예를 들면, 실제의 시스템은 대부분 비선형이지만, 선형이론의 영역 에서 다루려고 애를 쓴다. 좋은 공학이론은 수학적 해석이 가능하고 실세 계의 특성을 잘 특징지을 수 있어야 한다. 이런 측면에서 퍼지 이론은 다 른 공학 이론과 구별되지 않는다. 두 번째 정의는 퍼지시스템의 특징을 잘 나타내고 다른 공학 이론과 차이점을 잘 드러낸다. 일반적으로 좋은 공학 이론은 유용한 정보를 효과적으로 활용할 수 있어야 한다. 실제 시 스템에 있어서 중요한 정보는 전문가가 시스템에 관하여 자연언어로 묘사 하는 정보와 물리적 법칙 속에서 유도되는 모델과 측정 데이터이다. 그 러므로 중요한 것은 두 종류의 다른 정보를 하나의 시스템 설계에 통합하 는 것이다. 통합의 중요한 요소는 "인간의 지식을 수학 모델과 측정 데이 터에 사용되어지는 구조로 어떻게 변환할 것인가?"에 있다. 기본적으로 퍼지 시스템은 이러한 변환을 수행하도록 설계되었다.

퍼지시스템은 지식베이스 또는 규칙베이스 시스템이다. 퍼지시스템의 심장 은 퍼지 *IF-THEN*규칙으로 구성되는 규칙베이스라 할 수 있다. 퍼지 *IF-THEN*규칙은 연속적인 소속함수를 갖는 언어 표현으로 구성된 *IF-THEN*문장이다. 예를 들면 다음과 같다.

IF the speed of a car is high,

여기서, ' high'나 ' less'는 소속함수에 의해 표현된다. 퍼지시스템은 이러 한 IF-THEN규칙의 집합으로 구성된다.

퍼지시스템을 구성하는 출발점은 전문가의 지식과 경험으로부터 퍼지 *IF-THEN* 집합을 얻는 것이다. 다음 단계는 이러한 규칙들을 단일 시스 템으로 조합하는 것이다. 이런 조합에 대한 원칙에 따라 퍼지시스템은 다 음과 같은 세 종류의 퍼지시스템으로 구분할 수 있다^{[3],[4]}.

- (1) 순수한 퍼지시스템
- (2) Takagi-Sugeno-Kang(TSK) 퍼지시스템
- (3) 퍼지화기와 비퍼지화기를 갖는 퍼지시스템

순수한 퍼지 시스템은 입력과 출력이 모두 퍼지집합, 즉 자연 언어로 된 단어이다. 그러나, 공학 시스템에 사용되는 입력과 출력은 보통값이므 로 이러한 문제를 해결하기 위해 Takagi 등은 입력과 출력 값이 보통값 인 퍼지시스템을 제안했다. 그림 2.4는 순수 퍼지시스템에 대한 개념도이 다. 퍼지규칙 베이스는 *IF-THEN*규칙들로 구성되고, 퍼지 추론엔진은 이 러한 규칙들을 사용하여 입력 공간에서 정의되는 퍼지집합으로부터 출력 공간에서 정의되는 퍼지집합으로 사상한다.



그림 2.4 순수 퍼지시스템의 개념도

Fig. 2.4 Configuration of a pure fuzzy logic system

순수 퍼지시스템은 전문가의 언어적 정보를 이용할 수 있는 검증된 일 반적인 구조이고, 언어정보를 조직적으로 사용할 수 있는 장점을 갖고 있 지만 출력값이 퍼지집합이라 공학시스템에 적용하기가 곤란하다. 이러한 결점을 극복하기 위하여 Takagi-Sugeno-Kang은 결론부가 입력변수의 함수로 기술되는 새로운 퍼지시스템을 제안하였다^[22]. TSK 퍼지시스템은 다음과 같은 형태를 갖는다.

IF the speed x of a car is high

THEN the force to the accelerator y = cx

(2.18)

여기에서, ' high'는 퍼지집합이고 c는 상수이다.

식 (2.17)과 식 (2.18)를 비교해 보면 결론부가 언어를 이용한 묘사에서 입력변수의 함수로 변환되었음을 알 수 있다. 이 변화는 규칙들을 좀 더 쉽게 조합할 수 있도록 한다. 실제로 TSK 퍼지 시스템은 중심평균법을 이용하여 결론부의 값을 계산한다. 그림 2.3은 TSK 퍼지시스템에 대한 개념도이다. TSK 퍼지시스템은 많은 실제 문제에 있어서 성공적으로 적 용되고 있다.



그림 2.5 TSK 퍼지시스템의 개념도 Fig. 2.5 Configuration of the TSK fuzzy system

TSK 퍼지시스템의 문제는 다음 두 가지이다.

- (1) THEN 부분이 수식형태로 표현됨으로써 인간의 지식을 표현할 수 있는 구조를 제공하지 않는다.
- (2) 퍼지논리에 다른 원리들을 적용할 자유도가 많이 없다.

이러한 문제를 해결하기 위해 퍼지화기와 비퍼지화기를 갖는 퍼지시스 템을 사용한다. 순수한 퍼지시스템을 공학 시스템에 적용하기 위해 입력 측에 실제값을 퍼지집합으로 변환하는 퍼지화기와 출력측에 퍼지집합을 실제값으로 변환하는 비퍼지화기를 추가한다. 이런 퍼지화기와 비퍼지화 기를 갖는 퍼지시스템은 순수 퍼지시스템과 TSK 퍼지시스템의 단점을 극복할 수 있다. 퍼지 규칙 베이스 및 퍼지 추론엔진은 순수 퍼지시스템 과 동일하고, 퍼지시스템이 제어기로 사용될 때 퍼지논리제어기라고 부른 다. 이러한 방법은 Mamdani가 최초로 제안하여^[20,21] 산업체에 성공적으로 다양하게 적용되고 있다.

퍼지화기 및 비퍼지화기를 갖는 퍼지시스템이 갖는 장점은 다음과 같다.

(1) 입출력 변수가 보통값을 갖기 때문에 공학시스템에 적용이 쉽다.
(2) 전문가의 지식을 퍼지*IF-THEN*규칙으로 표현할 수 있는 구조이다.
(3) 퍼지화기, 퍼지추론엔진 및 비퍼지화기의 선택 방법이 다양하다

그림 2.6은 퍼지화기와 비퍼지화기를 갖는 퍼지시스템에 대한 개념도이다.



그림 2.6 퍼지화기와 비퍼지화기를 갖는 퍼지시스템의 개념도 Fig. 2.6 Configuration of a fuzzy system with fuzzifier and defuzzifier

따라서 본 논문에서도 퍼지화기와 비퍼지화기를 갖는 퍼지시스템과 같 은 구조의 FLC를 설계하게 되므로, 여기서는 FLC의 구성부분에 대해 간 단히 알아본다.

2.3.1 퍼지화기(fuzzifier)

퍼지화기는 보통값 *x*^{*} ∈ *U*을 퍼지집합 *A*′⊂*U*으로 사상한다. 퍼지화 기는 입력 값이 보통값 *x*^{*}이므로 퍼지집합 *A*′은 *x*^{*}에서 소속 함수값이 최대가 되도록 설계되어야 한다. 또한, 퍼지추론 엔진과 관련된 연산을 단 순화시킬 수 있어야 한다. 퍼지 추론 엔진에서 가장 복잡한 연산은 $sup_{X \in U}$ 이므로 이와 관련된 연산을 단순화하는 것이 필요하다. 자주 사용되는 퍼지화기는 싱글톤 퍼지화기, 종형 퍼지화기, 삼각 퍼지화기이다.

본 논문에서는 싱글톤 퍼지화기를 사용하며, 이는 실제값 *x**∈*U*를 퍼지 싱글톤 *A′*⊂*U*으로 사상한다. 퍼지 싱글톤은 *x**에서 소속 함수값이 1이 고 다른 곳에서는 소속함수값이 0이다. 그림 2.7은 이를 보여주고 있다.

$$\mu_{A'}(x) = \begin{cases} 1 & if \ x = x^* \\ 0 & otherwise \end{cases}$$
(2.19)



그림 2.7 퍼지 싱글톤 Fig. 2.7 Fuzzy singleton

2.3.2 퍼지 규칙 베이스(fuzzy rule base)

퍼지 규칙 베이스는 퍼지 논리시스템의 심장과 같은 역할을 한다. 퍼지 추론엔진, 퍼지화기, 비퍼지화기는 퍼지 규칙 베이스의 규칙들을 단순히
번역하고 특정한 문제에 적용 가능하도록 하는 역할을 한다. 식 (2.16)과 같은 퍼지 *IF-THEN* 규칙들은 전문가의 지식을 표현하는 데 편리한 구 조이다.

> R': IF x_1 is F'_1 and \cdots and x_n is F'_n , THEN y is G'(2.20)

여기에서 F'_i 및 G'은 각각 U_i∈ R 및 V∈ R에서 정의된 퍼지집합이 고, x = (x₁, …, x_n)^T ∈ U₁× … × U_n 및 y ∈ V는 언어적 변수이다. 이러한 퍼지 규칙 베이스를 구축함에 있어 관심사항은 다음과 같다.

(1) 퍼지 *IF-THEN* 규칙을 어디에서 구할 것인가?

(2) F /과 G'에 대한 소속함수를 어떻게 결정할 것인가?

일반적으로 퍼지 IF-THEN 규칙을 얻는 두 가지 주요한 방법으로는

(1) 전문가의 경험과 지식의 이용,(2) 측정된 데이터에 기초한 트레이닝 알고리즘을 이용하는 방법이다.

전문가의 견해를 활용하는 것은 가장 직접적인 방법이지만, 충분한 수의 규칙을 구하지 못할 수도 있다. *F (*과 *G'*에 대한 소속함수를 결정하는 방법은 퍼지 규칙을 구한 방법에 따라 다르다. 전문가의 경험에서 얻어진 퍼지 규칙의 경우에는 퍼지 규칙 자체가 전문가의 축적된 경험에서 나오 기 때문에 소속함수 μ_{F} 과 $\mu_{G'}$ 도 전문가에 의해 결정되어야한다. 수치 데이터에 의해 결정되는 퍼지 규칙의 경우에는 먼저 소속함수 $\mu_{F'}$ 과 $\mu_{C'}$ 의 형태를 선택하고, 측정된 데이터를 기초하여 트레이닝을 통해 소 속함수 μ_F,과 μ_G,의 값을 결정한다. 일반적으로 사용되는 함수의 형태 는 종형, 삼각형, 사다리꼴이다. 이중 삼각형과 사다리꼴은 컴퓨터 연산에 유용한 형태이다.

2.3.3 추론엔진(inference engine)

퍼지 추론엔진은 퍼지논리 원칙을 사용하여 퍼지 규칙 베이스의 퍼지 *IF- THEN* 규칙을 따라 *U*= *U*₁×…×*U*_n공간에서 정의된 퍼지 집합 *A*' 을 *V* 공간에서 정의되는 퍼지 집합 *B*'으로 사상하는데 사용된다. 즉 퍼 지 *IF- THEN* 규칙을 입출력 프로덕트 공간 *U*× *V*안에서 퍼지 관계로 번역한다. 퍼지 *IF- THEN*규칙은 *U*× *V*공간에서 정의된 퍼지함의 *F*₁[']×…×*F*'_n→*G*'로써 해석된다. 퍼지제어기의 전체적인 성능은 퍼지 규칙 들의 모임인 퍼지 규칙 베이스에 의해 결정된다. 이러한 퍼지관계를 결 정하는 퍼지 함의 방법은 여러 종류가 있다. 하나의 규칙을 갖는 퍼지규 칙 베이스에서는 *GMP*를 이용하여 퍼지집합 *A'*에서 퍼지 집합 *B'*으로 사상시킨다.

앞서 언급하였듯이 퍼지함의의 소속함수는 min 또는 product 연산자로 계산될 수 있으므로 식 (2.21) 또는 식 (2.22)와 같이 표현된다.

$$\mu_{A \to B}(x, y) = \min\{ \mu_A(x), \mu_B(y) \}$$
(2.21)

$$\mu_{A \to B}(x, y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)$$
(2.22)

여기에서 A는 $F'_1 \times \cdots \times F'_n$ 을, B는 G'을 나타낸다. A의 소속함수 $\mu_A(x) = \mu_{F'_1 \times \cdots \times F'_n}(x)$ 는 min 또는 product 연산자를 이용하여 계산될 수 있으며 다음 식과 같이 정의된다.

$$\mu_{F_{1}' \times \cdots \times F_{n}'}(x) = \min\{\mu_{F_{1}'}(x_{1}), \cdots, \mu_{F_{n}'}(x_{n})\}$$
(2.23)

$$\mu_{F'_{1} \times \cdots \times F'_{n}}(x) = \mu_{F'_{1}}(x_{1}), \quad \cdots, \mu_{F'_{n}}(x_{n})$$
(2.24)

본 연구에서는 전제부의 'and' 연산에 식 (2.23)의 min 연산자를, 퍼지함 의 연산에 식 (2.21)의 min 연산자를, 합성 연산으로 sup-min법^[2]을 사용 하며 이 때의 추론결과인 *B*'는 식 (2.25)과 같이 계산된다.

$$B' = A' \circ (A \to B) \tag{2.25}$$

따라서 출력의 소속함수는 다음 식과 같다.

$$\begin{split} \mu_{B'(y)} &= \bigvee \{ \mu_{A'}(x) \land \mu_{R}(x, y) \} \\ &= \bigvee \{ \mu_{A'}(x) \land (\mu_{A}(x) \land \mu_{B}(y)) \} \\ &= \bigvee \{ (\mu_{A'}(x) \land \mu_{A}(x)) \land \mu_{B}(y) \} \\ &= \omega \land \mu_{B}(y) \end{split}$$
(2.26)

여기에서 ∨는 최대 연산자, ∧는 최소 연산자, 그리고 ω=∨ {µ_A(*x*) ∧ µ_A(*x*)}를 나타낸다. ω를 *A*와 *A*'의 적합도라고 한다.

그림 2.8은 다음과 같은 2개의 규칙에 대해 식 (2.26)의 추론 방법을 도 식적으로 보여주고 있다.

 $R_1 : IF x is A_1 \text{ and } y is B_1 \quad THEN z is c_1 \text{ also}$ $R_2 : IF x is A_2 \text{ and } y is B_2 \quad THEN z is c_2$



그림 2.8 퍼지추론 방법 Fig. 2.8 A fuzzy inference method

2.3.4 비퍼지화기(defuzzifier)

비퍼지화기는 퍼지 추론엔진의 출력인 퍼지집합 B'을 보통값 y^{*}∈ V으 로 사상한다. 비퍼지화기는 퍼지집합 B'을 가장 잘 대표하는 V안의 한 점을 결정하는 것이다. 비퍼지화기는 y^{*}점이 직관적 관점에서 B'을 대표 할 수 있는 값을 선택해야 하고, 실시간으로 작동해야함으로 계산의 단순 성이 확보되어야 한다. 또한 B'에서의 작은 변화가 y^{*}의 큰 변화를 야기 해서는 안 된다. 일반적으로 많이 사용되는 비퍼지화기에는 무게중심법과 중심 평균법, 최대값 비퍼지화기가 있다.

무게중심법은 다음과 같이 *B*'의 소속함수가 차지하는 면적 중심에 *y** 을 결정한다.

$$y^{*} = \frac{\int_{V} y^{\mu}_{B'}(y) \, dy}{\int_{V} \mu_{B'}(y) \, dy}$$
(2.27)

여기서, \int_{V} 는 면적 적분이다. 다음 그림은 무게중심법을 도식적으로 나타 낸 것이다. 무게중심법의 장점은 직관적 적절성에 있다. 단점은 다른 방법 에 비해 상대적으로 컴퓨터 계산량이 많다는 것이다.







중심평균법은 무게중심법의 컴퓨터 계산량을 줄이기 위해 식 (2.27)을 간략화하여 단수화한 형태이다. 퍼지집합 *B*'이 *M*개의 퍼지집합의 합집 합이나 교집합이므로 식 (2.27)의 적절한 간략화는 각 퍼지집합의 높이를 가중치로 하여 M개의 퍼지집합의 중심을 가중 평균하는 것이다. y'과 w_{j} 을 /번째 퍼지집합의 중심과 높이라 하면 중심평균법은 y^* 을 다음과 같이 결정한다.

$$y^{*} = \frac{\sum_{l=1}^{M} \frac{w_{l}}{y' w_{l}}}{\sum_{l=1}^{M} w_{l}}$$
(2.28)

그림 2.7은 중심평균법을 도식적으로 나타낸 것이다.



그림 2.10 중심평균법의 도식적 표현 Fig. 2.10 Graphical representation of the center average method

최대법은 µ_B(y)값이 최대가 되는 y*값을 선택하는 다음과 같이 표현 되는 비퍼지화기이다.

$$hgt(B') = \{ y \in V \mid \mu_{B'}(y) = \sup_{y \in V} \mu_{B'}(y) \}$$

$$(2.29)$$

여기서 hgt(B')은 µ_{B'}(y)가 최대값을 갖는 모든 점의 집합이다. 최대법 비퍼지화기는 y*를 hgt(B')중 임의 원소로 정의한다.

제 3 장 고정 파라미터 퍼지 PID제어기

본 장에서는 파라미터가 고정되는 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 설 계 과정과 설계방법을 기술하고 컴퓨터 연산 시간을 줄일 수 있는 간결한 형태의 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 제어칙을 제안한다. 또한 소이득 정리를 이용하여 안정한 선형 디지털 PID제어기로부터 전체 피드백 시스 템의 BIBO 안정도를 보장하는 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 필요 충 분 조건을 유도한다.

3.1 기본구조

비선형 퍼지 PID 제어기를 구성하는 퍼지 논리제어기는 전형적인 제어 시스템보다 자연언어와 인간의 생각에 더욱 가까운 퍼지 논리를 기본으로 하고 있다. 시스템이 비선형이거나 플랜트가 크고 복잡하여 시스템의 모 델링을 위한 파라미터의 추출이 어려운 경우, 수학모델을 기초로 한 기존 의 제어기 설계방법으로는 제어기의 설계가 어렵거나 만족할 만한 제어성 능을 기대하기 어려우므로 전문가의 지식과 숙련자의 경험적 지식을 활용 하는 지능제어 기법을 고안하게 되었다. FLC는 이와 같은 대표적인 지능 제어기법의 하나로 숙련자의 경험적 지식과 제어 전문가의 지식을 활용하 여 시스템 제어에 필요한 제어규칙을 기술하고 제어기 스스로가 시스템의 동작상태에 따라 제어능력을 보유하도록 고안된 것이다. FLC는 숙련자의 경험과 제어 전문가의 지식을 규칙 베이스 또는 데이터 베이스 형태로 가 지게 되며, 제어기가 규칙베이스를 활용하여 주어진 오차에 대한 조작량 을 판단 결정하는 기능을 가진다.



그림 3.1 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 구조

Fig. 3.1 Structure of a fuzzy PID control system with fixed parameters

그림 3.1은 퍼지 논리제어기로 구성된 고정 파라미터 퍼지 PID제어 시 스템의 구성도이다^[10,17,18].

FLC는 목표값에 대한 오차와 오차의 변화율 그리고 오차의 변화율에 대한 변화율을 입력으로 사용하고, 이 세 입력과 퍼지 제어규칙과 비퍼지 화기를 각각 포함하는 서로 다른 두 개의 퍼지 제어 블록으로 구성된다. 따라서 FLC의 출력은 두 퍼지 제어블럭의 출력 값을 더함으로써 구할 수 있다. 그림 3.1에서 F(·)는 스케일 된 입력신호(·)의 퍼지화를 의미한 다.

$$e(nT) = ref(nT) - y(nT)$$
(3.1)

$$e^* = GE \times e(nT) \tag{3.2}$$

$$r(nT) = \left[e(nT) - e(nT - T) \right] / T$$
(3.3)

$$r^* = GR \times r(nT) \tag{3.4}$$

$$a(nT) = [r(nT) - r(nT - T)]/T$$
(3.5)

$$= [e(nT) - 2e(nT - T) + e(nT - 2T)]/T^{2}$$
(3.6)

$$a^* = GA \times a(nT) \tag{3.7}$$

$$u(nT) = du(nT) + u(nT - T), \quad du(nT) = GU \times dU(nT)$$
(3.8)

$$dU(nT) = dU_1(nT) + dU_2(nT)$$
(3.9)

여기서 n은 양의 정수를 나타내며 T는 샘플링 시간을 나타낸다. 그리고 y(nT), e(nT), r(nT), a(nT) 는 각각 샘플링 시각 nT에서 프로세스 의 출력, 오차(error), 오차의 시간 변화율(rate), 오차의 시간 변화율의 변 화율(acc)을 나타내며 GE, GR, GA, GU는 각각 error, rate, acc, u 의 퍼지화 스케일 상수이며, 퍼지 PID제어기의 제어 이득이 된다. dU_1 , dU_2 는 퍼지 제어블록 1, 2에서의 출력을 표시하고, u는 제어 입력을 의 미한다.

3.2 퍼지화 알고리즘

그림 3.2는 스케일된 입력변수들의 퍼지화를 보여 준다.

error는 그림 3.2와 같이 EP(error_positive)와 EN(error_negative)의 두 개의 멤버를 갖고, rate는 RP(rate_ positive)와 RN(rate_negative)의 두 개의 멤버, acc는 AP(acc_positive)와 AN(acc_negatve)의 두 개의 멤 버를 갖는다^{[10],[17]}. output1은 그림 3.3에서 보는 것과 같이 OP(output_ positive), OZ(output_zero)와 ON(output_ negative)의 세 개의 멤버를 갖고, output2는 그림 3.4에서 보는 것과 같이 OPM(output_positive_middle)과 ONM(output_ negative_middle)의 두 개의 멤버를 갖는다.





Fig. 3.3 Output fuzzification for fuzzy control block 1



그림 3.4 퍼지 제어블록 2에 대한 출력 퍼지화 알고리즘 Fig. 3.4 Output fuzzification for fuzzy control block 2

3.3 퍼지 제어규칙

퍼지 제어규칙은 숙련작업자의 풍부한 경험적 지식과 제어 엔지니어의 전 문가적 지식을 기초하여 만들어진다. 이 퍼지 제어규칙은 'IF~THEN~' 형식으로 표현된다.

퍼지 제어블록1에 대한 4개의 퍼지 제어규칙은 다음과 같다^{[10],[17]}.

$$(R1)_1$$
: IF error = EP and rate = RP THEN output = OP
 $(R2)_1$: IF error = EP and rate = RN THEN output = OZ
 $(R3)_1$: IF error = EN and rate = RP THEN output = OZ
 $(R4)_1$: IF error = EN and rate = RN THEN output = ON

퍼지 제어블록2에 대한 퍼지 제어규칙은 다음과 같다. $(R1)_2$: IF rate = RP and acc = AP THEN output = OPM $(R2)_2$: IF rate = RP and acc = AN THEN output = ONM $(R3)_2$: IF rate = RN and acc = AP THEN output = OPM $(R4)_2$: IF rate = RN and acc = AN THEN output = ONM

제어규칙 $(R1)_1 \sim (R4)_1$, $(R1)_2 \sim (R4)_2$ 에서는 Zadeh의 AND 논리가 적용되었다. 이는 두 개에 대한 최소값을 찾는 min 연산이다^{[3],[4]}.

퍼지 추론논리를 제어블록1, 2에 적용하기 위한 입력공간은 각각 서로 다른 조건을 갖는 8개로 그림 3.5와 그림 3.6과 같이 분할된다. 그림 3.5는 제어블록1의 *error와 rate*에 대하여 그림 3.6은 제어블록2에서의 *rate와 acc*에 대한 입력공간 분할을 나타낸 것이다.



그림 3.5 e*와 **에 대한 입력 공간 분할

Fig. 3.5 Possible input combinations of e^* and r^*



그림 3.6 r^* 와 a^* 에 대한 입력 공간 분할 Fig. 3.6 Possible input combinations of r^* and a^*

3.4 비퍼지화 알고리즘

비퍼지화는 식 (2.28)의 중심평균법을 사용하였다. 비퍼지화된 출력은 식 (3.10)과 같이 정의된다^{[3],[4]}.

$$dU = \frac{\sum_{i=0}^{n} \mu_{output}(w_i) \times w_i}{\sum_{i=0}^{n} \mu_{output}(w_i)}$$
(3.10)

여기서 n은 규칙의 수, w_i는 멤버의 값, 그리고 µ_{output}(w_i)는 소속정도를 나타낸다.

퍼지 제어블록1, 2에 대해서 출력 퍼지집합을 L의 구간 내에서 비퍼지 화하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$IF \quad GR \times |r(nT)| \le GE \times |e(nT)| \le L, \qquad (3.11)$$

$$dU_1(nT) = \frac{0.5 \times L}{2L - GE \times |e(nT)|} [GE \times e(nT) + GR \times r(nT)]$$

$$IF \quad GE \times |e(nT)| \le GR \times |r(nT)| \le L, \qquad (3.12)$$

$$dU_1(nT) = \frac{0.5 \times L}{2L - GE \times |r(nT)|} [GE \times e(nT) + GR \times r(nT)]$$

위의 조건에 벗어나는 범위, 즉 *e**나 *r**이 [-*L*, *L*]의 구간 밖에 존재 하는 경우에 대한 출력값은 표 3.1에 나타내었다.

같은 방법으로 퍼지 제어블록2에 대하여 출력 퍼지집합을 비퍼지화하 면 다음 식과 같이 나타낼 수 있으며 이 조건에 해당하지 않는 경우 즉, *나 a*의 값이 구간[-L, L]의 범위를 벗어나는 경우에 대해서는 표 3.2
에서 나타내었다.

$$IF \quad GA \times |a(nT)| \leq GR \times |r(nT)| \leq L,$$

$$dU_2(nT) = \frac{0.25 \times L}{2L - GR \times |r(nT)|} [GA \times a(nT)] \quad (3.13)$$

$$IF \quad GR \times |r(nT)| \leq GA \times |a(nT)| \leq L,$$

$$dU_2(nT) = \frac{0.25 \times L}{2L - GA \times |a(nT)|} [GA \times a(nT)] \quad (3.14)$$

따라서 FLC의 출력 *dU(nT*)는 퍼지 제어블록1의 출력 *dU*₁(*nT*)와 퍼지 제어블록2의 출력 *dU*₂(*nT*)를 합하여 구해지고, 여기에 출력 스케 일러 *GU*를 곱하면 플랜트에 인가 할 수 있는 제어신호의 증분 *u(nT*) 를 생성할 수 있다.

결과적으로 FLC의 출력 dU(nT)는

 $dU(nT) = dU_1(nT) + dU_2(nT)$ (3.15)

이고, 출력 dU(nT)에 대한 제어입력의 증분 du(nT)는

$$du(nT) = GU \times dU(nT) \tag{3.16}$$

이다.

표 3.1 e*와 *가 퍼지화 알고리즘의 [-L, L] 구간을 벗어난 경우의 퍼지 제어블록1에 대한 증분 출력

Table 3.1 The incremental output of fuzzy control block 1 when e^* and/or r^* are not within the interval [-L, L] of the fuzzification algorithm

$(IC9)_1$, $(IC10)_1$ $[GR \times r(nT) + L]/2$ $(IC11)_1$, $(IC12)_1$ $[GE \times e(nT) + L]/2$ $(IC13)_1$, $(IC14)_1$ $[GR \times r(nT) - L]/2$ $(IC15)_1$, $(IC16)_1$ $[GE \times e(nT) - L]/2$ $(IC17)_1$ L $(IC18)_1$, $(IC20)_1$ 0	Input combinations of $e^* \& r^*$	Output of fuzzy control block 1, $dU_1(nT)$
	$(IC9)_1$, $(IC10)_1$ $(IC11)_1$, $(IC12)_1$ $(IC13)_1$, $(IC14)_1$ $(IC15)_1$, $(IC16)_1$ $(IC17)_1$ $(IC18)_1$, $(IC20)_1$ $(IC19)_1$	$[GR \times r(nT) + L]/2$ $[GE \times e(nT) + L]/2$ $[GR \times r(nT) - L]/2$ $[GE \times e(nT) - L]/2$ L 0 $-L$

표 3.2
 **와 a*가 퍼지화 알고리즘의 [-L, L] 구간을 벗어난 경우의
 퍼지 제어블록2에 대한 증분 출력

Table 3.2 The incremental output of fuzzy control block 2 when r^{*} and/or a^{*} are not within the interval [-L, L] of the fuzzification algorithm

Input combinations of $r^* \& a^*$	Output of fuzzy control block 2, $dU_2(nT)$
(IC9) ₂ , (IC10) ₂ , (IC13) ₂ , (IC14) ₂	0.5× <i>GA×a</i> (<i>nT</i>)
(IC11) _{2,} (IC12) _{2,} (IC17) _{2,} (IC18) ₂	0.5 imes L
(IC15) _{2,} (IC16) _{2,} (IC19) _{2,} (IC20) ₂	-0.5 imes Z

3.5 고정 파라미터 퍼지 PID제어기 제어칙

제어블록 1, 2로 구분되는 병렬구조를 가진 퍼지 PID제어기의 제어칙 은 조건에 따라 다음과 같이 네 가지의 형태로 구분할 수 있다.

1) IF
$$GR \times |r(nT)| \le GE \times |e(nT)| \le L$$
 and $GA \times |e(nT)| \le GR \times |r(nT)| \le L$,

$$du(nT) = \frac{0.5 \times L \times GU}{2L - GE^{\times} |e(nT)|} [GE^{\times} e(nT) + GR^{\times} r(nT)] + \frac{0.25 \times L \times GU}{2L - GR^{\times} |r(nT)|} [GA \times a(nT)]$$
(3.17)

2) IF
$$GR \times |r(nT)| \leq GE \times |e(nT)| \leq L$$
 and $GR \times |r(nT)| \leq GA \times |a(nT)| \leq L$,
 $du(nT) = \frac{0.5 \times L \times GU}{2L - GE \times |e(nT)|} [GE \times e(nT) + GR \times r(nT)]$
 $+ \frac{0.25 \times L \times GU}{2L - GA \times |a(nT)|} [GA \times a(nT)]$
(3.18)

3) IF $GE \times |e(nT)| \le GR \times |r(nT)| \le L$ and $GA \times |e(nT)| \le GR \times |r(nT)| \le L$,

$$du(nT) = \frac{0.5 \times L \times GU}{2L - GR^{\times} |r(nT)|} [GE \times e(nT) + GR^{\times} r(nT)] + \frac{0.25 \times L \times GU}{2L - GR^{\times} |r(nT)|} [GA \times e(nT)]$$
(3.19)

4) IF $GE \times |e(nT)| \le GR \times |r(nT)| \le L$ and $GR \times |r(nT)| \le GA \times |d(nT)| \le L$,

$$du(nT) = \frac{0.5 \times L \times GU}{2L - GR^{\times} |r(nT)|} [GE^{\times} e(nT) + GR^{\times} r(nT)] + \frac{0.25 \times L \times GU}{2L - GA^{\times} |a(nT)|} [GA^{\times} a(nT)]$$
(3.20)

위의 식 (3.17)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$du(nT) = \frac{-0.5 \times L \times GU \times GE}{2L - GE \times |e(nT)|} e(nT) + \frac{-0.5 \times L \times GU \times GR}{2L - GE \times |e(nT)|} r(nT) + \frac{-0.25 \times L \times GU \times GA}{2L - GR \times |r(nT)|} a(nT)$$
(3.21)

$$du(nT) = K_i e(nT) + K_p r(nT) + K_d a(nT)$$
(3.22)

여기서 비례게인 K_{ρ} , 적분게인 K_{i} 그리고 미분게인 K_{a} 는 다음과 같다.

$$K_{i} = \frac{0.5 \times L \times GU \times GE}{2L - GE \times |e(nT)|}$$
(3.23)

$$K_{p} = \frac{0.5 \times L \times GU \times GR}{2L - GE \times |e(nT)|}$$
(3.24)

$$K_{d} = \frac{0.25 \times L \times GU \times GA}{2L - GR \times |r(nT)|}$$
(3.25)

위의 식에서 보는 바와 같이 앞에서 구한 퍼지 PID 제어기는 error, rate, acc의 값에 따라서 변화하는 비례게인 K_{ρ} , 적분게인 K_i 그리고 미분 게인 K_a 를 가지는 비선형 퍼지 PID 제어기라고 할 수 있다. 같은 방법 으로 다른 구간의 게인 K_{ρ} , K_{ρ} , K_{a} 는 식 (3.18), (3.19), (3.20)을 통하여 구 할 수 있다. 또한 error, rate, acc가 0에 아주 가까운 값을 가질 때, 즉 정상상태에서의 상수 값을 가지는 비례게인 K_{ρ}^{*} , 적분게인 K_{i}^{*} 그리고 미 분게인 K_{a}^{*} 를 식 (3.26)과 같은 형태로 유도 할 수 있다.

$$K_{\rho}^{*} = \frac{GU \times GR}{4}, \quad K_{i}^{*} = \frac{GU \times GE}{4}, \quad K_{d}^{*} = \frac{GU \times GA}{8}$$
(3.26)

설계 시, 퍼지화 과정에서 표 3.3과 같이 입력공간이 생성된다.

표 3.3 퍼지화기에 의해 분할되는 퍼지 입력공간

	below $-L$	between $- \mathcal{L}$ and \mathcal{L}	above <i>L</i>
e*	-L	$GE \cdot e$	L
<i>v</i> *	- <i>L</i>	$GR \cdot r$	L
a*	- <i>L</i>	$GA \cdot a$	L

Table 3.3 Fuzzy spaces generated by fuzzifier

위의 제한된 입력 조건 하에서 표 3.1, 3.2와 식 (3.17)~(3.20)을 포함하 는 다음과 같은 간단한 형태의 퍼지 PID제어기 제어칙을 유도할 수 있다.

 $IF \ GE \cdot |e| > L \quad THEN \quad GE \cdot |e| = L$ $IF \ GR \cdot |r| > L \quad THEN \quad GR \cdot |r| = L$ $IF \ GA \cdot |a| > L \quad THEN \quad GA \cdot |a| = L$

$$du(nT) = \frac{0.5 \times L \times GU \times GE}{2L - max(GE \times |e(nT)|, GR \times |r(nT)|)} e(nT) + \frac{0.5 \times L \times GU \times GA}{2L - max(GE \times |e(nT)|, GR \times |r(nT)|)} r(nT)$$
(3.27)
$$+ \frac{0.25 \times L \times GU \times GA}{2L - max(GR \times |r(nT)|, GA \times |a(nT)|)} a(nT)$$

3.6 고정 파라미터 퍼지 PID제어기 설계 절차

일반적으로 모델링을 기반으로 한 대부분의 제어기법은 높은 비선형성 을 가지는 시스템이나 선형화 과정에서 생기는 모델링 오차, 그리고 수학 적으로 정확히 모델링될 수 없는 시스템에 대해서는 적용하기가 어렵다. 그러나 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기는 정확한 모델링이 어렵거나, 불 확실성이 많더라도 시스템의 입출력 데이터만을 바탕으로 설계시 만족할 만한 상수 비례게인 K_{ρ}^{*} 를 선택한다면 충분히 적용이 가능하다. 고정 파라 미터 퍼지 PID제어기의 설계하는 방법은 2가지이다. 첫째는 직접적으로 퍼지 PID제어기의 게인을 결정하는 방법이고, 두 번째는 선형 PID제어기 의 게인을 구하고 이를 퍼지 PID제어기의 게인으로 간단한 대수식을 통 해 변환하는 방법이다. 여기에서는 먼저 첫 번째 방법을 설명한다. 두 번 째 방법은 3.7절에서 설명한다.

고정 파라미터 퍼지 PID 제어기의 설계 절차는 다음과 같다.

step 1	제어하고자 하는 시스템의 입출력 데이터를 바탕으로 각각의
	error, rate, acc에 대한 입력 스케일러 GE, GR, GA를 선택한다.
step 2	만족할 만한 상승시간을 갖는 상수 비례게인 $K_{ ho}^*$ 를 선택한다.
step 3	그러면 출력 스케일러 GU가 결정되어지고 상수 적분게인 K*** 와
	상수 미분게인 K_{d}^{*} 가 식 (3.26)에 의해 결정되어진다.
step 4	보다 나은 응답을 얻을수 있도록 step 2와 step 3로부터 얻어진 선 형 PID 제어기의 파라미터들을 조정한다.
step 5	상수 PID게인이 적당히 조정되면 이 파라미터들을 식 (3.17)~ (3.20)에 나타낸 비선형 퍼지 PID 제어기에 대입한다.

3.7 안정도 분석

소이득 정리에 의한 안정도 분석은 퍼지 제어시스템에 대한 전역 안정 도를 다룰 수 있다^[5,53,54,55]. 이론적인 관점에서 더 넓은 영역에 대한 안정 도가 보장될 수 있다면 제어 시스템의 출력 응답은 더 나아질 것이다. 제 어기 설계 시, 안정한 영역이 넓다는 것은 시스템이 좀 더 안정적이고 더 신뢰할 수 있다는 것을 말한다. 소이득 정리는 이러한 목적에 부합하는 것으로 판명되었다^[53,54].

3.7.1 소이득 정리



그림 3.7 비선형 피드백 시스템

Fig 3.7 A nonlinear feedback system

그림 3.7과 같은 시스템에서 *p*∈[1,∞)에 대하여 *n*₁개의 요소를 갖는 벡터 *u*₁, *e*₁, *y*₁와 *n*₂개의 요소를 갖는 벡터 *u*₂, *e*₂, *y*₂는 각각 *u*₁, *e*₁, *y*₂ ∈ *L*^{*n*₁}_{*p*e}, *u*₂, *e*₂, *y*₁ ∈ *L*^{*n*₂}_{*p*e} 이다.

그리고, 그림 3.7의 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \tilde{I} \\ -I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$
(3.28)

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$
(3.29)

i=1,2에 대하여 *u_i*∈ *L^{n_i*라면 *e*₁, *y*₂∈ *L^{n₁}*이고 *e*₂, *y*₁∈ *L^{n₂}*이다. *G_i*가 causal이고 *L_p*-*stable wb* 이므로 식 (3.29)에 노옴을 취하면 식 (3.30)과 같다.}

$$\begin{bmatrix} \|\boldsymbol{y}_1\|_{\mathcal{I}_p} \\ \|\boldsymbol{y}_2\|_{\mathcal{I}_p} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_{1,p} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{y}_{2,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\boldsymbol{e}_1\|_{\mathcal{I}_p} \\ \|\boldsymbol{e}_2\|_{\mathcal{I}_p} \end{bmatrix} , \quad \forall \mathcal{I} \geq 0,$$
(3.30)

여기서, ¥₁는 제어기 G₁의 게인이고, ¥₂는 비선형 플랜트 G₂의 게인이 다.

식 (3.28)에 노옴을 취하고 정리하면 식 (3.31)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \|e_1\|_{T_{\ell}} \\ \|e_2\|_{T_{\ell}} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \|u_1\|_{T_{\ell}} \\ \|u_2\|_{T_{\ell}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|y_1\|_{T_{\ell}} \\ \|y_2\|_{T_{\ell}} \end{bmatrix} , \quad \forall \ T \ge 0$$
(3.31)

식 (3.30)을 식 (3.31)에 대입하면 식 (3.32)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \|e_1\|_{\mathcal{I}_{p}} \\ \|e_2\|_{\mathcal{I}_{p}} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \|u_1\|_{\mathcal{I}_{p}} \\ \|u_2\|_{\mathcal{I}_{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \mathbb{V}_{2p} \\ \mathbb{V}_{1p} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|e_1\|_{\mathcal{I}_{p}} \\ \|e_2\|_{\mathcal{I}_{p}} \end{bmatrix} , \quad \forall \mathcal{I} \geq 0$$
(3.32)

또는

$$\begin{array}{ccc} 1 & - \mathfrak{V}_{2\rho} \\ - \mathfrak{V}_{1\rho} & 1 \end{array} \right| \begin{bmatrix} \|e_1\|_{\mathcal{I}\rho} \\ \|e_2\|_{\mathcal{I}\rho} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \|u_1\|_{\mathcal{I}\rho} \\ \|u_2\|_{\mathcal{I}\rho} \end{bmatrix} , \quad \forall \mathcal{I} \geq 0$$
(3.33)

- 45 -

좌변 첫째항의 행렬 $M := \begin{bmatrix} 1 & -\mathfrak{V}_{2\rho} \\ \\ -\mathfrak{V}_{1\rho} & 1 \end{bmatrix} \in R^{2\times 2}$ 에서 $\mathfrak{V}_{1\rho}\mathfrak{V}_{2\rho} < 1$ 이라면, 행 렬 M은 nonsingular이고 역행렬은 식 (3.34)와 같다.

$$\mathcal{M}^{-1} = \frac{1}{1 - \mathfrak{V}_{1\rho} \mathfrak{V}_{2\rho}} \begin{bmatrix} 1 & \mathfrak{V}_{2\rho} \\ \mathfrak{V}_{1\rho} & 1 \end{bmatrix}$$
(3.34)

식 (3.34)의 역행렬을 식 (3.33)의 양변에 곱한 후 정리하면 식 (3.35)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \|e_{1}\|_{T_{p}} \\ \|e_{2}\|_{T_{p}} \end{bmatrix} \leq \frac{1}{1 - \mathbb{Y}_{1p} \mathbb{Y}_{2p}} \begin{bmatrix} 1 & \mathbb{Y}_{2p} \\ \mathbb{Y}_{1p} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|u_{1}\|_{T_{p}} \\ \|u_{2}\|_{T_{p}} \end{bmatrix} , \quad \forall T \geq 0$$
(3.35)

$$i = 1, 2 \, \mathcal{M} \quad \mathfrak{H} \stackrel{\text{def}}{\Rightarrow} d \qquad u_i \in L_{\rho}^{n_i} \mathfrak{H} \mathfrak{E}$$

$$\begin{bmatrix} \|u_1\|_{\mathcal{I}_{\rho}} \\ \|u_2\|_{\mathcal{I}_{\rho}} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \|u_1\|_{\rho} \\ \|u_2\|_{\rho} \end{bmatrix}, \quad \forall \mathcal{I} \geq 0 \tag{3.36}$$

$$\begin{array}{c} 4 (3.35) \mathfrak{P} \ 4 (3.36) \mathfrak{E} \ 4 (3.37) \mathfrak{E} \ \mathfrak{P} \ \mathfrak{P} \ \mathfrak{P} \\ \left[\begin{array}{c} \|e_1\|_{\mathcal{I}_{p}} \\ \|e_2\|_{\mathcal{I}_{p}} \end{array} \right] \leq \frac{1}{1 - \mathbb{V}_{1p} \mathbb{V}_{2p}} \left[\begin{array}{c} 1 & \mathbb{V}_{2p} \\ \mathbb{V}_{1p} & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \|u_1\|_{p} \\ \|u_2\|_{p} \end{array} \right], \quad \forall \ \mathcal{I} \geq 0 \end{array}$$
(3.37)

식 (3.37)과 식 (3.30)을 결합하면 식 (3.38)을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \|\nu_{1}\|_{\mathcal{I}_{p}} \\ \|\nu_{2}\|_{\mathcal{I}_{p}} \end{bmatrix} \leq \frac{1}{1 - \aleph_{1,p} \aleph_{2,p}} \begin{bmatrix} \aleph_{1,p} & \aleph_{1,p} \aleph_{2,p} \\ \aleph_{1,p} \aleph_{2,p} & \aleph_{2,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|u_{1}\|_{p} \\ \|u_{2}\|_{p} \end{bmatrix}$$
(3.38)

식 (3.38)은 y₁ ∈ L^{n₂}_ρ, y₂ ∈ L^{n₁}_ρ임을 나타낸다. 식 (3.37)과 식 (3.38)은 시스템이 L_ρ-stable wb 라는 것을 나타낸다.

- 46 -

3.7.2 이산형 PID제어기와 고정 파라미터 퍼지 PID제어기

고정 파라미터 퍼지 PID제어기를 일반적인 선형 PID제어기와 비교함 으로써 퍼지 PID제어기의 안정도를 분석한다. 이를 위해 선형 PID제어기 의 증분형 이산시간 PID제어기를 유도한다.

선형 PID제어기의 제어규칙을 라플라스 변환하면 식 (3.39)와 같다.

$$U_{pid}(s) = (K_{p}^{c} + sK_{d}^{c} + \frac{K_{i}^{c}}{s}) E(s)$$
(3.39)

위 제어규칙을 미분하면 다음과 같다.

$$sU_{pid}(s) = (sK_{p}^{c} + s^{2}K_{d}^{c} + K_{i}^{c}) E(s)$$
 (3.40)

샘플링 시간이 T일 때, 식 (3.41)과 같은 backward difference^[56]를 적 용하여 *z*-영역으로 사상하면 식 (3.42)와 같다.

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T}$$

$$\frac{1 - z^{-1}}{T} U_{pid}(z) = \left\{ \frac{1 - z^{-1}}{T} K_{\rho}^{e} + \left(\frac{1 - z^{-1}}{T}\right)^{2} K_{d}^{e} + K_{i}^{e} \right\} E(z)$$
(3.42)

여기서, K_{ρ}^{c} , K_{σ}^{c} , K_{i}^{c} 는 선형PID제어기와 디지털 PID제어기의 비례, 미 분, 적분 게인이다.

역 z-변환을 하고,

$$\frac{u_{pid}(nT) - u_{pid}(nT-T)}{T} = K_{p}^{c} \underbrace{e(nT) - e(nT-T)}_{T} + K_{d}^{c} \underbrace{e(nT) - 2e(nT-T) + e(nT-2T)}_{T^{2}} + K_{d}^{c} \underbrace{e(nT)}_{T}$$

(3.43)

증분 제어입력 Δ_{U pid} 오차의 변화율 p(nT), 오차의 변화율의 변화율 a(nT)를 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta u_{pid}(nT) = \frac{u_{pid}(nT) - u_{pid}(nT - T)}{T}$$
(3.44)

$$r(nT) = \frac{-d(nT) - d(nT - T)}{T}$$
(3.45)

$$a(nT) = \frac{r(nT) - r(nT - T)}{T} = \frac{a(nT) - 2a(nT - T) + a(nT - 2T)}{T^2}$$

(3.46)

식 (3.44), (3.45), (3.36)을 식 (3.43)에 대입하면 다음과 같은 증분형 제 어규칙을 얻을 수 있다.

$$\Delta u_{pid} = K_i^c e(nT) + K_p^c r(nT) + K_d^c a(nT)$$
(3.47)

증분형 제어동작은 오차, 오차의 변화율, 오차의 변화율의 변화율에 대 한 가중합의 형태가 된다. 일반적인 디지털 PID 제어기의 제어입력은 다 음과 같다.

$$u_{pid}(nT) = u_{pid}(nT - T) + T \cdot \Delta u_{pid}(nT)$$
(3.48)

식 (3.47)을 식 (3.33)의 퍼지 PID제어기와 비교해보면 입력에 대해 게 인이 고정되었다는 차이점이 있지만 동일한 형태가 됨을 확인할 수 있다.

3.7.3 소이득 정리에 의한 안정도 분석



그림 3.8 페루프 제어 시스템 Fig. 3.8 An equivalent closed-loop control system

『소이득 정리 (Small Gain Theorem)』

그림 3.8과 같은 시스템에서 S_1 과 S_2 가 causal이고 L_{ρ} - stable wb(wb : with finite gain and zero bias)이라면 $v_{1\rho} = v_{\rho}(S_1), v_{2\rho} = v_{\rho}(S_2)$ 일 때, 그림 3.8의 시스템은 식 (3.49)를 만족하면 L_{ρ} - stable wb이다.

 $V_{1p}V_{2p} < 1$

(3.49)

비선형 제어대상 플랜트 N, 식 (3.33)의 증분형 퍼지 PID 제어칙과 기 준입력 *ref(n1*)에 대하여 다음과 같이 정의하면^{[53],[54]},

$$\begin{cases} e_{1}(nT) = e(nT) \\ e_{2}(nT) = u_{fpid}(nT) \\ u_{1}(nT) = ref(nT) \\ u_{2}(nT) = u_{fpid}(nT - T) \\ S_{1}(e_{1}(nT)) = GU^{\Delta}u_{fpid}(nT) \\ S_{2}(e_{2}(nT)) = M(e_{2}(nT)) \end{cases}$$
(3.50)

그림 3.8의 폐루프 시스템에서 다음을 구할 수 있다.

$$\begin{cases} u_{1}(nT) = ref(nT) = e(nT) + M(u(nT)) \\ = e_{1}(nT) + S_{2}(e_{2}(nT)) \\ u_{2}(nT) = u_{jpid}(nT - T) = u_{jpid}(nT) + GU\Delta u_{jpid}(nT) \\ = e_{2}(nT) + S_{1}(e_{1}(nT)) \end{cases}$$
(3.51)

퍼지 PID제어기의 제어칙에 대한 노옴은 식 (3.52)와 같다.

$$\begin{split} ||S_{1}(e_{1}(n\mathcal{I}))|| &= \left| \frac{L \cdot GU \cdot (GE \cdot e(n\mathcal{I}) + GR \cdot r(n\mathcal{I}))}{2(2L - max(GE|e(n\mathcal{I})|), GR|r(n\mathcal{I})|))} + \frac{0.5L \cdot GU \cdot GA \cdot a(n\mathcal{I})}{2(2L - max(GR|r(n\mathcal{I})|), GA|a(n\mathcal{I})|))} \right| \\ &\leq \left| \frac{L \cdot GU \cdot (GE \cdot e(n\mathcal{I}) + GR \cdot r(n\mathcal{I}))}{2(2L - max(GE|e(n\mathcal{I})|), GR|r(n\mathcal{I})|))} \right| \\ &+ \left| \frac{0.5L \cdot GU \cdot GA \cdot a(n\mathcal{I})}{2(2L - max(GR|r(n\mathcal{I})|), GA|a(n\mathcal{I})|))} \right| \\ &\leq \frac{L \cdot GU \cdot (GE \cdot |e(n\mathcal{I})| + GR \cdot |r(n\mathcal{I})|)}{2(2L - max(GE|e(n\mathcal{I})|), GR|r(n\mathcal{I})|))} \\ &\leq \frac{L \cdot GU \cdot (GE \cdot |e(n\mathcal{I})| + GR \cdot |r(n\mathcal{I})|)}{2(2L - max(GE|e(n\mathcal{I})|), GR|r(n\mathcal{I})|))} \\ &+ \frac{0.5L \cdot GU \cdot GA \cdot |a(n\mathcal{I})|}{2(2L - max(GR|r(n\mathcal{I})|), GA|a(n\mathcal{I})|))} \end{split}$$

$$\leq \frac{L \cdot GU \cdot (GE \cdot |a(nT)| + GR \cdot |n(nT)|) + 0.5 GA \cdot |a(nT)|}{2(2L - max(GE|a(nT)|), GR|n(nT)|, GA|a(nT)|))}$$

$$\leq \frac{L \cdot GU \cdot (GE + \frac{2GR}{T} + \frac{2GA}{T^{2}})}{2(2L - max(GE|e(nT)|), GR|r(nT)|, GA|a(nT)|))} \cdot |e(nT)|$$

$$\leq \aleph_{1p} \cdot |e(nT)|$$

(3.52)

$$\begin{aligned} \alpha[\mathcal{T}]\mathcal{M}, \quad \aleph_{1p} &= \frac{L \cdot GU \cdot (GE + \frac{2GR}{T} + \frac{2GA}{T^2})}{2(2L - \max(GE|e(nT)|), GR|r(nT)|, GA|a(nT)|))} \\ sup|r(nT)| &= sup \Big| \frac{e(nT) - e(nT - T)}{T} \Big| = sup \frac{2}{T} |e(nT)| \\ sup|a(nT)| &= sup \Big| \frac{r(nT) - r(nT - T)}{T} \Big| = sup \frac{4}{T^2} |e(nT)|^{\circ} |\mathsf{T}|. \end{aligned}$$

일반적으로 목표치 추종문제에서 *sup* | e(nT)|는 목표치나 최대 오버슈 트값이 될 것이다.

$$|1/1, 3_{2p} = ||2/||^{\frac{1}{1-2}} ||2/||^{\frac{1}{2}} - (0.04)^{\frac{1}{2}} + (0.04)^{\frac{1}{2}} + (0.04)^{\frac{1}{2}}$$

$$||N|| := \sup \frac{|M(v_1(nT)) - M(v_2(nT))|}{|v_1(nT) - v_2(nT)|}$$
(3.54)

소이득 정리의 정의에 의하여 비선형 퍼지 PID제어 시스템에 대한 BIBO(bounded-input bounded-output) 안정도의 필요충분조건은 다음과 같다.

(1) 비선형 플랜트의 노옴이 유한하다.

$||N|| < \infty$

(2) 퍼지 PID제어기의 파라미터 GU, GE, GR, GA가 식 (3.55)를 만

족한다.

$$\frac{L \cdot GU \cdot (GE + \frac{2GR}{T} + \frac{2GA}{T^2})}{2(2L - G_{max})} \cdot ||\mathcal{N}|| < 1$$

$$(3.55)$$

 $(d 7) \mathcal{H}, \quad G_{max} = max (GE|e(nT)|), GR|r(nT)|, GA|a(nT)|) \cap \mathcal{H}.$

비선형 퍼지 PID 제어기의 설계 조건으로부터 0≤G_{max} ≤L가 됨을 알 수 있다. GU= T로 선택하고, GE, GR, GA를 식 (3.55)를 만족하도록 결정하면 된다. GU가 고정되지 않을 경우, GU는 강인성이나 적응 파라 미터로 사용되어질 수 있다. 식 (3.55)에서 <u>L</u> 2(2L-G_{max}) 의 최소값은 <u>1</u> 이 된다. 이 최소값은 a(nT)=0, r(nT)=0, a(nT)=0이 되는 경우 즉, 정상 상태에서 얻어지는 값이다. 이 때의 조건을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{GU}{4} \cdot \left(GE + \frac{2GR}{T} + \frac{2GA}{T^2}\right) \cdot ||N|| < 1$$
(3.56)

선형 PID제어기에 대하여 소이득 정리를 만족하는 조건을 식 (3.49)~ (3.55)의 과정을 거쳐 구하면 식 (3.57)과 같다.

$$(K_{i}^{c} + \frac{2}{T}K_{\rho}^{c} + \frac{4}{T^{2}}K_{d}^{c}) \cdot ||N|| < 1$$
(3.57)

식 (3.56)의 퍼지 PID제어기의 파라미터들을 다음과 같이 놓으면 식 (3.57)의 선형 디지털 PID제어기와 동일한 형태가 된다.

$$\frac{-GU \cdot GE}{4} = K_i^c, \quad \frac{-GU \cdot GR}{4} = K_{\rho}^c, \quad \frac{-GU \cdot GA}{8} = K_d^c$$
(3.58)

$$GU = T, \quad GE = \frac{4K_i^c}{T}, \quad GR = \frac{4K_{\phi}^c}{T}, \quad GA = \frac{8K_{d}^c}{T}$$
(3.59)

만약, 비선형 플랜트 N을 안정하도록 하는 선형 디지털 PID제어기의 게인을 결정할 수 있다면, 그 게인들은 식 (3.57)의 조건을 만족할 것이다. 아울러 식 (3.58)을 통해 식 (3.56)의 안정도 조건을 만족하는 퍼지 PID제 어기의 게인을 결정할 수 있다. 결과적으로 퍼지 PID제어기는 선형 PID 제어기와 동일한 안정도를 갖게 되는 것이다. 이것은 제어 대상 플랜트의 선형, 비선형에 관계없이 성립한다.

만약 선형 PID 제어기의 안정도를 보장하면서 더 나은 제어 성능을 얻 을 수 있는 퍼지 PID제어기를 설계하고자 한다면 부가적인 제어기에 대 한 분석이나 계산 없이 식 (3.57)을 통해 퍼지 PID제어기의 파라미터를 결정할 수 있다. 여기서 퍼지 PID제어기가 정상상태에서 선형 PID제어기 와 동일한 안정도를 가지면서 더 나은 성능을 발휘할 수 있는 이유는 퍼 지 PID제어기가 가지고 있는 게인을 조정하는 게인스케줄링 기능을 갖기 때문이다.

제 4 장 가변 파라미터 비선형 퍼지 PID 제어기의 제안

본 장에서는 3장에서 설계한 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기의 단점을 보완해 모든 동작범위에서 제어동작을 행하는 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기를 제안한다.

4.1 고정 파라미터 퍼지 PID제어기 분석

고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 현재의 기준 입력 변수의 크기에 따 라 PID 제어기의 비례, 적분, 미분 게인 K_{ρ} , K_{ρ} , K_{a} 의 값이 변화하는 자 기 동조 능력을 갖고 있다. 이 동조 능력은 비선형 시불변 시스템뿐만 아 니라 비선형 시변 시스템의 제어에 대해서도 만족할 만한 제어성능을 발 휘할 수 있도록 해준다. 고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 퍼지 분할 변 수 L과 error, rate, acc의 각 입력에 대한 스케일 파라미터 GE, GR, GA와 출력 스케일 파라미터 GU를 사용함으로써 식을 간략화하였다. 간 략화된 식은 마이크로프로세서와 같은 디지털제어기에 활용 시 컴퓨터 연 산 시간을 절약시키는 장점을 얻게 한다. 하지만, 파라미터가 정규화됨으 로써 퍼지 PID제어기의 성능에 한계를 발생한다. 따라서 본 장에서는 고 정 파라미터 퍼지 PID 제어기법에서 파라미터의 고정으로 인해 발생할 수 있는 퍼지 PID제어기의 단점을 구체적으로 분석하고, 단점을 보완하여 향상된 제어 성능을 발휘할 수 있는 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기를 제안한다.

고정 파라미터 퍼지 PID제어기가 안고 있는 문제점^[52,54]은 크게 다음과 같은 2가지가 있다^[17,57,58]. (1) 작동범위에 따른 퍼지 PID 제어동작의 효능 저하

퍼지 분할 변수와 스케일 파라미터로 인해 제어기 입력이 제한되는 문 제가 발생한다. 즉, 퍼지 분할 변수 L을 벗어난 제어기 입력에 대하여 제 어기는 언제나 퍼지 분할 변수 L을 제어기 입력으로 받아들이게 되는 것 이다. 제어기 설계 시 충분히 큰 L을 고려하지 않는다면 이 문제는 언제 나 발생할 수 있고, 그 결과는 충분한 제어기 출력 즉, 플랜트 제어입력을 인가하지 못하게 되고 이는 상승시간을 지연시키는 결과를 가져오게 된 다. 만약, 우리가 퍼지 분할 변수 L값을 크게 결정하면, 제어기 입력 측의 작은 변화에 대한 민감도가 떨어지게 된다. 외란이 발생할 경우 이를 적 시에 보상하지 못하거나, 정상상태 오차가 발생할 수 있다. 정상 상태 오 차의 경우 퍼지 제어기의 특성상 발생할 확률이 더욱 증대된다.

(2) 설계 시 퍼지 P, I, D 제어동작 사이의 불균형성

고정 파라미터 퍼지 PID 제어기는 error, rate, acc 등 세 개의 입력 변수를 사용하여 FLC를 구성하고 있다. 제어기 입력 변수 error, rate, acc가 L을 벗어나고 각각 크기가 차이가 나는 경우를 가정하자. 모두 L을 벗어나 있으므로 각 P, I, D 출력은 각각 L에 대한 출력을 발생할 것이 다. 현재 시점에서 가장 큰 제어기 입력에 대한 보상이 제대로 이루어지 지 못하게 된다. 최우선으로 부여해야 되는 제어 동작이 무엇인지 결정할 수 있는 방법을 갖고 있지 못함으로써 P, I, D 제어 동작 사이의 불균형 이 초래된다.

이러한 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 성능 저하는 퍼지 PID제어기 자체의 문제라기보다는 파라미터인 L이 고정됨으로써 나타나는 현상이다.

4.2 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 파라미터 가변

가변 파라미터 퍼지 PID 제어기법은 기준 입력값과 시스템의 출력값 사이에서 발생하는 error, rate, acc를 매 샘플링 시간마다 측정하여 이 중 가장 큰 값을 기준으로 제어기의 입력을 정규화시키기 위한 퍼지 분할 변수 L의 값을 가변시켜 정규화변수 e^{*}, r^{*}, a^{*}가 항상 구간 [-L, L]의 범위 에 속하게 하는 방법이다. 이때 모든 정규화변수는 항상 퍼지 분할 변수 내에 존재하게 된다.

퍼지 입출력 집합을 결정하는 L은 다음과 같은 규칙에 의해 결정된다. IF e(nT) = max[e(nT), r(nT), a(nT)] THEN $L(nT) = GE \times e(nT)$ IF r(nT) = max[e(nT), r(nT), a(nT)] THEN $L(nT) = GR \times r(nT)$ IF a(nT) = max[e(nT), r(nT), a(nT)] THEN $L(nT) = GA \times a(nT)$ (4.1)

따라서 가변되는 *L(nT*)로 인해 제어블록1, 2에 대한 입력공간은 그림 4.1 , 4.2와 같이 [-*L*, *L*]구간내의 (*IC*1)₁~(*IC*8)₁, (*IC*1)₂~(*IC*8)₂만으로 분 할된다.

이것은 분할된 변수들의 입력 공간 수를 대폭 줄이는 효과를 가져올 뿐만 아니라, 제어기의 초기 설계 당시에 사용되는 기준입력보다 큰 동작 범위를 가진 입력이 인가되더라도 항상 정규화 범위 내에서 제어동작이 이루어짐을 의미한다. 따라서 제어기의 형태가 PID인 본 논문의 경우에는 플랜트 동작입력의 범위에 관계없이 항상 PID 제어동작을 수행할 수 있 음을 의미한다.



그림 4.1 e^* 와 r^* 에 대한 입력 공간 분할 Fig. 4.1 Possible input combinations of e^* and r^*



그림 4.2 /*와 a*에 대한 입력 공간 분할 Fig. 4.2 Possible input combinations of r* and a*

- 57 -
매 샘플링 시간에 *L(nT)*를 결정하고, 이를 이용하여 나머지 파라미터 인 스케일 파라미터 *GE(nT), GR(nT), GA(nT), GU(nT)*를 재조정한다 면, 식 (4.2)~(4.5)에서 항상 등호만 성립하게 된다. 또한 식 (4.2) ~(4.5) 에서 PID 게인들의 분모는 매 샘플링 시간마다 항상 *L(nT)*가 된다. 1) *If GR×|r(nT)*|≤ *GE×|e(nT)*|≤ *L(nT) and GA×|a(nT)*|≤ *GR×|r(nT)*|≤ *L(nT)*,

$$du(nT) = \frac{-0.5 \times L(nT) \times GU \times GE}{2L(nT) - GE \times |e(nT)|} e(nT) + \frac{-0.5 \times L(nT) \times GU \times GR}{2L(nT) - GE \times |e(nT)|} r(nT) + \frac{-0.25 \times L(nT) \times GU \times GA}{2L(nT) - GR \times |r(nT)|} a(nT)$$

$$(4.2)$$

2) If $GR \times |r(nT)| \le GE \times |e(nT)| \le L(nT)$ and $GR \times |r(nT)| \le GA \times |a(nT)| \le L(nT)$,

$$du(nT) = \frac{0.5 \times L(nT) \times GU \times GE}{2L(nT) - GE \times |e(nT)|} e(nT) + \frac{0.5 \times L(nT) \times GU \times GR}{2L(nT) - GE \times |e(nT)|} r(nT) + \frac{0.25 \times L(nT) \times GU \times GA}{2L(nT) - GA \times |a(nT)|} a(nT)$$

$$(4.3)$$

3) If $GE \times |e(nT)| \le GR \times |r(nT)| \le L(nT)$ and $GA \times |a(nT)| \le GR \times |r(nT)| \le L(nT)$,

$$du(nT) = \frac{0.5 \times L(nT) \times GU \times GE}{2L(nT) - GR \times |r(nT)|} e(nT) + \frac{0.5 \times L(nT) \times GU \times GR}{2L(nT) - GR \times |r(nT)|} r(nT)$$

$$+ \frac{0.25 \times L(nT) \times GU \times GA}{2L(nT) - GR \times |r(nT)|} a(nT)$$

$$(4.4)$$

4) If $GE \times |e(nT)| \le GR \times |r(nT)| \le L(nT)$ and $GR \times |r(nT)| \le GA \times |a(nT)| \le L(nT)$,

$$du(nT) = \frac{0.5 \times L(nT) \times GU \times GE}{2L(nT) - GR \times |r(nT)|} e(nT) + \frac{0.5 \times L(nT) \times GU \times GR}{2L(nT) - GR \times |r(nT)|} r(nT) + \frac{0.25 \times L(nT) \times GU \times GA}{2L(nT) - GA \times |a(nT)|} a(nT)$$

$$(4.5)$$

따라서, 조건이 필요 없고 결론부는 다음과 같이 하나의 형태로 간단히 표시됨을 알 수 있다.

$$du(nT) = K_{i}(nT) \times e(nT) + K_{p}(nT) \times r(nT) + K_{a}(nT) \times a(nT)$$

$$(4.6)$$

$$c \neq 7 \mid \lambda \mid, \quad K_{i}(nT) = 0.5 \times GU(nT) \times GE(nT), \quad K_{p}(nT) = 0.5 \times GU(nT) \times GR(nT),$$

 $K_a(nT) = 0.25 \times GU(nT) \times GA(nT)$ 이다.

4.3 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기의 구조 및 설계절차

그림 4.3은 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기의 구조를 나타내고 있다. 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기는, 비록 FLC의 설계과정을 따르지만, 매 샘플링 시간마다 파라미터들을 가변시킴으로써 전건부의 조건이 필요 없 고 하나의 결론부만 가지는 아주 단순한 형태가 되고, 시스템의 동작상황 이 어떻게 변하든 간에 항상 최적의 PID 제어입력을 생성하게 함을 알 수 있다. 또한 매 샘플링 시간마다 입력들의 대소를 판단하는 알고리즘이 추가되는 반면, 퍼지화 입력의 조합에 대응하여 출력을 결정하는 조건이 없어지기 때문에 오히려 연산량이 줄어들게 되어 실제 구현의 측면에서도 유리함을 알 수 있다. 그림 4.4는 이와 같은 가변 파라미터 퍼지 PID 제 어기의 설계 절차를 보여 주고 있다



그림 4.3 설계 파라미터 퍼지 PID제어기의 구조 Fig. 4.3 Structure of a fuzzy PID control system with variable parameters



그림 4.4 설계 파라미터 퍼지 PID제어기의 설계 절차 Fig. 4.4 Design procedure of a fuzzy PID controller with variable parameters

제 5 장 시뮬레이션 및 고찰

가변 파라미터 퍼지 PID 제어기의 성능을 검증하기 위하여 2차 선형 시스템과 비선형 시스템에 적용하여 각각 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하 였다^[59]. 먼저 단위 계단입력에 대한 각각의 시스템들의 응답을 살펴본 후 제어기 설계 절차를 거쳐서 비례게인 K_{ρ} , 적분게인 K_{r} , 그리고 미분 게인 K_{q} 의 값들을 결정한다. 이렇게 해서 결정된 게인들을 선형 PID 제 어기, 고정 파라미터 퍼지 PID제어기, 가변 파라미터 퍼지 PID제어기에 대입하여 각각의 시스템의 응답곡선을 통해 각 제어기의 성능을 비교 분석해 본다. 또한 각 제어기마다 목표값을 가변시켜 이때의 응답 특성 에 대해서도 비교해 본다.

5.1 선형 시스템에 대한 적용

식 (5.1)과 같은 플랜트 전달 함수 *G(s)*를 가지는 선형 시스템을 고 려해 보자.

$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$
(5.1)

식 (5.1)의 시스템은 부족 감쇠 성질을 가지는 안정한 2차 선형시스 템으로 단순 피드백에 의한 단위 계단입력에 대한 응답 특성은 그림 5.1과 같다. 그림 5.1 선형 시스템에 대한 단순 피드백 단위 계단응답 Fig. 5.1 Unit step response of nominal closed-loop system

식 (5.1)의 시스템에 대해서 목표값을 0.5, 1, 3, 5로 변경하여 선형 디 지털 PID제어기, 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 Z값이 100인 경우 와 300인 경우, 그리고 가변 파라미터 퍼지 PID제어기에 대한 출력을 그림 5.2에서부터 그림 5.5까지 나타내었다.

식 (5.1)과 같은 선형 시스템에 대해서는 선형 디지털 PID 제어기, 고 정 파라미터 퍼지 PID제어기, 가변 파라미터 퍼지 PID제어기 모두 좋 은 응답을 나타낸다. 고정 파라미터 퍼지 PID제어기에서 Z값이 100인 경우는 기준입력이 1인 경우에 대하여 설계한 것이고, Z값이 300인 경 우는 기준입력이 5인 경우에 대하여 설계한 것이다.

그림 5.2는 목표값이 0.5인 경우의 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이다. 선형 디지털 PID제어기, 고정 파라미터 퍼지 PID제어기, 가변 파라미터 퍼지 PID제어기의 응답이 동일하다. 이는 정상 상태 즉, 작은 입력 공 간에서 퍼지 PID제어기와 선형 디지털 PID제어기의 게인이 동일하도록 설계되어 L값에 비하여 목표값이 작은 영역에서는 고정 파라미터나 가 변 파라미터 퍼지 PID제어기의 게인 스케줄링 범위가 감소하여 선형 디지털 PID제어기의 게인과 동일하기 때문이다.

그림 5.3은 목표값이 1인 경우의 시뮬레이션 결과이다. 가변 파라미 터 퍼지 PID제어기와 L값이 100인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 응 답이 동일하게 나타나고, L값이 300인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기와 선형 디지털 PID제어기의 응답이 동일하게 나타난다. 고정 파라미터 퍼 지 PID제어기에서 L값이 300인 경우 L값이 100인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기에 비해 목표값 1은 작은 범위에 속하게 된다. L값이 100인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 L값이 300인 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기에 비해 게인 스케줄링 기능이 크게 작용하고 초기에 큰 게인을 갖게되어 빠른 응답 특성을 나타낸다. 가변 파라미터 퍼지 PID제어기는 게인 스케줄링이 동작하도록 파라미터가 가변된다.

그림 5.4는 목표값이 3인 경우의 시뮬레이션 결과이다. 각 제어기의 특성을 한 눈에 알아 볼 수 있다. L값이 100인 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기의 성능이 현저하게 떨어지는 것은 입력 e, r, a에 비해 L값이 작아 입력 퍼지공간이 제한되기 때문이다. 제한된 입력 퍼지공간은 제 어시스템 출력이 제한되는 제어입력을 생성한다. 이에 비해 L값이 300 인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 충분한 입력 퍼지공간을 갖고 게 인 스케줄링이 작용하여 선형 디지털 PID제어기보다 나은 제어기 성능 을 보여준다. 가변 파라미터 퍼지 PID제어기는 고정 파라미터 퍼지PID 제어기에 비해 더 큰 게인 스케줄링 범위를 갖고, 입력 공간에 따라 적 절한 제어입력을 생성하여 더 나은 시스템 응답을 나타낸다. 그림 5.5는 목표값이 5인 경우의 시뮬레이션 결과이다. 목표값이 증 가됨에 따라 L값이 100인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 응답이 더 욱 제한됨을 알 수 있다. L값이 300인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 성능이 목표값이 3인 경우에 비해 향상된 것은 목표값 5에 대하여 고정 파라미터 퍼지 PID제어기가 설계되었기 때문이다.

고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 L값에 따라 제어기의 성능이 영향 을 받고, 설계시 보다 큰 입력이 들어올 경우 제어기의 제어동작이 제 대로 동작하지 못하는 문제점을 갖는다. 이에 비해 가변 파라미터 퍼지 PID제어기는 더 넓은 영역에서 우수한 제어 성능을 갖는 것을 확인할 수 있다.

시뮬레이션은 MATLAB을 이용하여 실시하였고, 샘플링 타임은 0.01 초로 하였다. 시뮬레이션에 사용한 제어기의 파라미터는 표 5.1과 같다. 여기서, 선형 디지털 PID제어기의 게인은 선형시스템을 안정하게 제어 하는 게인을 선택한 것이고, 고정 파라미터 퍼지 PID제어기와 가변 파 라미터 퍼지 PID제어기의 게인은 식 (3.58)에서 *GU*를 1로 두고 계산한 게인들이다. 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 *L*값은 기준입력에 따라 설계자가 결정한 값이다. 표 5.1 선형 시스템의 시뮬레이션에 사용한 제어기 파라미터

Table 5.1 Parameters of linear digital PID, fuzzy PID with fixed parameters and fuzzy PID with variable parameters for linear system

	Parameters									
	K_i^c	K_p^c	K_d^c	GE	GR	GA	GU	L		
Linear Digital PID Controller	25	12.5	1.25							
Fuzzy PID Controller with Fixed Parameters				100	50	10	1	100		
				100	50	10	1	300		
Fuzzy PID Controller with Variable Parameters				100	50	10	1	variab le		



Fig. 5.2 Response curves of controllers in case of reference 0.5



Fig. 5.3 Response curves of controllers in case of reference 1



Fig. 5.4 Response curves of controllers in case of reference 3



Fig. 5.5 Response curves of controllers in case of reference 5

5.2 비선형 시스템에 대한 적용

5.2.1 비선형 시스템에 대한 시뮬레이션

식 (5.2)와 같은 미분 방정식을 가지는 비선형 시스템에 대해서 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 각 제어기들의 응답 특성을 비교해 본다.

$$\ddot{y} + \dot{y} = 0.5y^2 + 2u \tag{5.2}$$

식 (5.2)의 시스템은 그림 5.6에서 보는 바와 같이 단순 피드백을 통한 단위 계단입력에 대한 시스템의 출력은 목표값에 수렴하지 못하고 발산하 는 불안정한 시스템임을 알 수 있다.



Fig. 5.6 Unit step response of the nonlinear system

그림 5.6의 불안정한 비선형 시스템에 대해 선형 디지털 PID제어기, *L* 값이 각각 1500과 3000인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기, 가변 파라미터 퍼지 PID제어기에 대하여 다른 목표값을 주었을 때 얻어지는 각 제어기 의 응답곡선을 그림 5.7에서 그림 5.10까지 나타내었다. 고정 파라미터 퍼 지 PID제어기의 *L*값은 기준입력 15와 30에 대하여 설계한 것이다. 비선 형 시스템에 대한 시뮬레이션은 정상상태 성능을 중심으로 시스템의 목표 치를 잘 추종하는지 여부를 평가하였다.

그림 5.7과 5.8의 목표값이 1이나 10인 경우, 선형 디지털 PID제어기, 고정과 가변 파라미터 퍼지 PID제어기 모두 비슷한 제어 성능을 가진다. 그림 5.9의 목표값이 30인 경우, 선형 디지털 PID제어기와 L값이 1500과 3000인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 부족감쇠가 되고, 가변 파라미터 는 임계감쇠가 된다. L값이 1500인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기의 오 버슈트가 선형 디지털 PID제어기의 오버슈트보다 큰 것은 입력 퍼지공간 이 제한되어 초기에 충분한 제어입력을 생성하지 못하기 때문이다.

그림 5.10의 목표값이 35인 경우, 선형 디지털 PID제어기는 발산하기 시작한다. *L*값이 1500인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 입력 퍼지공간 이 제한되어 충분한 제어 입력을 생성하지 못하고 초기에 발산하지만 *L* 값이 3000인 고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 정상상태에서 진동하는 안 정한 부족감쇠가 된다. 가변 파라미터 퍼지 PID제어기의 응답은 임계감쇠 하는 형태를 보인다. 시뮬레이션에 사용한 제어기의 파라미터는 표 5.2와 같다. 표 5.2 비선형 시스템의 시뮬레이션에 사용한 제어기 파라미터

Table 5.2 Parameters of linear digital PID, fuzzy PID with fixed parameters and fuzzy PID with variable parameters for nonlinear system

	Parameters										
	K_i^c	K_p^c	K_d^c	GE	GR	GA	GU	L			
Linear digital PID controller	25	20	2.5								
Fuzzy PID controller with fixed parameters				100	80	20	1	1500			
				100	80	20	1	3000			
Fuzzy PID controller with variable parameters				100	80	20	1	varia ble			



그림 5.7 기준 입력 1에 대한 제어시스템의 응답

Fig. 5.7 Response curves of controllers in case of reference 1



Fig. 5.8 Response curves of controllers in case of reference 10



Fig. 5.9 Response curves of controllers in case of reference 30



Fig. 5.10 Response curves of controllers in case of reference 35

5.2.2 고정 파라미터 퍼지 PID제어기와 가변 파라미터 퍼지 PID제어 기의 성능 비교

식 (5.2)와 같은 미분 방정식으로 표현되고, 그림 5.6과 같이 발산하는 불안정한 비선형 시스템에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 각 제어기의 성능을 비교한다.

동작 범위의 변화에 따른 제어기의 성능을 평가하기 위해 기준입력이 1과 5, 10인 경우에 대한 시뮬레이션을 실시하였다. 그 결과는 그림 5.11, 5.12, 5.13에 나타내었다.

그림 5.11에서 고정 파라미터 퍼지 PID제어기와 가변 파라미터 퍼지 PID제어기가 약 0.7초의 빠른 상승시간을 가지면서 오버슈트가 발생하지 않고 목표값에 정착함으로써 불안정 비선형 시스템임에도 불구하고 만족 할만한 제어 성능을 나타냄을 볼 수 있다. 목표값이 1인 경우, 가변 파라 미터 퍼지 PID제어기와 고정 파라미터 퍼지PID 제어기와 동일한 응답 성 능을 나타낸다. 이는 목표값이 1인 경우, 퍼지 분할변수 L에 비해 입력공 간이 작아 퍼지 PID제어기의 게인 스케줄링이 작게 발생하여 제어기의 설계 기준인 안정한 선형 디지털 PID제어기와 동일한 게인을 갖기 때문 이다. 고정 파라미터 퍼지 PID제어기와 가변 파라미터 퍼지 PID제어기의 파라미터 $K_{,K_{,0}}K_{,d}$ 는 그림 5.11에서 보는 것처럼 게인 스케줄링이 발생하 지만 변화량이 적어 선형 디지털 PID제어기의 게인과 거의 일치함을 확 인할 수 있다.

그림 5.12의 기준입력이 5인 경우, 고정 파라미터 퍼지PID 제어기와 가 변 파라미터 퍼지PID 제어기 모두 파라미터 K_{ρ} , K_i , K_d 가 초기 시간부터 동작을 하고 있음을 확인할 수 있다. 또한 초기에 게인 스케줄링 기능이 작동하여 게인이 조정됨을 확인할 수 있다. 이 게인 스케줄링으로 인해 선형 디지털 PID제어기에 비해 나은 성능을 발휘한다.

그림 5.13의 기준입력이 10인 경우, 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기에 서는 설계조건 보다 큰 값이 입력으로 작용했을 때에는 파라미터 K_{μ} K_{μ} K_{μ} 에 의한 PID 제어기에 대해서는 초기시간 이후 다소 지연되어 그 동작특성이 나타남을 알 수 있다(:::부분). 이는 파라미터에 대한 초기 입 력이 고정 파라미터 퍼지PID 제어기의 동작범위 밖에 존재하여 파라미터 K_{μ} K_{μ} K_{μ} 의 동작이 제대로 이루어지지 않기 때문이다. 가변 파라미터 퍼지PID 제어기는 기준입력의 변화에 따라 퍼지분할 변수 L을 변화하여 제어동작이 퍼지 PID 제어기 동작범위 내에서 이루어지도록 하고 있다.



Fig. 5.11 Responses of control systems and changes of controller parameters in case of reference 1



그림 5.12 기준입력이 5인 경우의 제어기 파라미터 변화와 제어시스템 응답 Fig. 5.12 Responses of control systems and changes of controller parameters in case of reference 5



그림 5.13 기준입력이 10인 경우의 제어기 파라미터 변화와 제어시스템 응답 Fig. 5.13 Response of control systems and changes of controller parameters in case of reference 10

5.3 비선형 유압시스템의 위치제어

5.3.1 비선형 유압시스템 모델링

유압기술은 액체를 동력전달의 매체로 사용하는 기술이며, 예로부터 동 력원이나 동력전달기구로 물을 이용하는 기본적인 개념에서 발전되었다. 최근에 들어서는 좋은 윤활유가 만들어지고 내유성 및 내구성이 우수한 합성고무로 된 시일(seal)의 출현에 의해 물대신 기름을 사용하는 유압기 기가 제작되어 그 이용가치가 증대됨으로써 유압기술의 기반이 만들어졌 다. 이와 같은 각종의 유압펌프, 모터 등도 처음에는 주로 군사용으로 사 용되었으며 이미 제 1차 세계대전에는 군함이나 전차의 포의 구동장치, 항공기 등에 사용되어 그 성능이 높이 평가되었다. 제 2차 세계대전에는 각종 병기용으로 고도로 발전하여 오늘의 산업용 유압기술의 기반이 될 수 있었다. 그 후 산업부흥에 따른 설비의 근대화, 자동화에 수반되어 유 압동력의 수요가 급속히 증대했으며 다양한 분야에서 그 응용이 확대되고 있다.

유압시스템은 전기 또는 내연기관에 의해 생성되는 에너지를 유체에너지로 변환하는 유압동력 발생부와 사용조건에 맞도록 유체에너지를 조절하는 유압동력 조절부, 유체에너지를 궁극적인 기계적인 에너지로 변환하는 유압동력 전달부로 구성된다^[60].

본 논문에서는 유체에너지를 제어하기 위한 제어요소로 4포트 전자비 례제어밸브를 사용하였고, 유압 액츄에이터로는 직선 왕복운동을 하는 편 로는 유압실린더를 사용하였다. 유압동력장치로는 전동기에 연결된 정용 량형 베인 유압 펌프를 사용하였다. 유압실린더의 위치제어시스템의 구성은 그림 5.14와 같다. 유압실린더 를 구동하기 위한 에너지는 유압원에 의한 유체로부터 주어지며 이 유체 의 흐름을 제어하는 것이 전자비례제어밸브이다^[61,62].

그림에서 흰 실선으로 표시한 것은 유압의 흐름이며 검은 실선으로 표 시한 것은 전기신호의 흐르는 모양을 나타낸 것이다. 유압실린더의 피스 톤 위치를 위치 검출기에 의하여 전기적인 신호로 검출하고, 기준입력과 비교함으로써 그 차에 해당되는 크기의 오차신호를 발생시킨다. 이 오차 신호는 제어기를 거쳐 밸브를 구동하는 구동회로를 통하여 밸브에 인가된 다. 따라서 밸브에서는 유압펌프에서 발생된 고압의 작동유를 오차신호에 비례한 유량을 유압실린더로 보내어 피스톤 위치를 수정한다. 이와 같은 과정을 반복하여 오차 신호가 0이 될 때, 즉 기준입력 값과 출력 값이 일 치될 때까지 제어동작을 계속하게 된다.



그림 5.14 유압 위치제어 시스템의 구성도

Fig. 5.14 Schematic diagram of a hydraulic position control system

그림 5.15는 유압 구동부의 구성을 해석하기 위하여 유압제어밸브의 일 부와 편로드 실린더의 조합을 간략하게 나타낸 구성도이다. 밸브-실린더-부하 시스템의 수학모델은 제어밸브의 스풀변위 x_{ν} 와 피스톤의 변위 x_{ρ} 사이의 관계를 나타낸다.



그림 5.15 밸브, 실린더, 부하의 구성도

Fig. 5.15 Combination of a valve, a cylinder and loads

수학모델을 구하기 위하여 다음을 가정한다.

1) 밸브는 대칭이고 임계센터이다.

- 2) 공급압력은 일정값 P,를 유지하고 귀환압력은 0 이다.
- 3) 캐비테이션은 일어나지 않는다.
- 4) 실린더의 내부 및 외부누설은 0이다.

(1) 전자 비례제어 밸브

전자비례 제어밸브는 일반 유압제어밸브에 전기제어부를 부가시킨 것 으로, 입력신호에 비례한 출력(압력, 유량)의 제어가 가능한 밸브이다. 압 력, 유량 등의 출력을 전기적으로 제어하는 점에서는 유압서보밸브와 동 일하지만 서보밸브만큼 고정밀도가 아닌 일반제어밸브를 개루우프로 원격 제어할 수 있는 점에 특징이 있다. 특히, 작동유의 오염에 민감하지 않게 직접 제어 스풀을 구동하는 고 흡인력의 전자코일을 채용하여 전류의 제 어를 쉽게 할 수 있는 직류의 전자코일로 이루어진 것이 특징이다^[61].

전자비례제어밸브에 관한 식은 주파수 응답곡선 비교법에 의하여 입력 *น*와 스풀의 변위 *x_v*에 관한 전달함수는 식 (5.3)과 같이 1차 시스템으로 근사될 수 있다.

$$\dot{x}_{v} = \frac{1}{T_{t}} x_{v} + \frac{K_{t}}{T_{t}} u$$
(5.3)

여기서, T,는 시정수이고, K,는 입력 전압 값으로부터 실제 스풀 변위 사이의 변환 게인이다.

(2) 편로드 유압 실린더

그림 5.16에서 밸브 좌우 양실의 오리피스를 통한 흐름 Q_{1,Q_2} 는 식 (5.4), (5.5)와 같다.

$$Q_{1} = C_{d} u x_{v} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{s} - P_{1})}$$
(5.4)

$$Q_2 = C_d w x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} P_2}$$
(5.5)

여기서 C_a 는 스풀의 오리피스 유량계수, P_s 는 공급압력, P_1 과 P_2 는 유압실 린더 좌우 양실의 압력, u는 포트 단면적의 구배, x_u 는 중립위치로부터 스풀의 변위를 나타낸다.

연속 방정식을 실린더 좌·우 양실에 적용하면 다음을 얻을 수 있다^[60].

$$Q_1 - C_{ip}(P_1 - P_2) - C_{ep}P_1 = \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1 dP_1}{\beta_e dt}$$
(5.6)

$$C_{ip}(P_1 - P_2) - C_{ep}P_2 - Q_2 = \frac{dV_2}{dt} + V_2 \frac{dP_2}{\beta_e dt}$$
(5.7)

여기서, C_i는 내부 누설계수, C_e는 외부 누설계수, β_e는 작동유의 체적 탄성계수, V₁과 V₂는 공급측과 귀환측의 체적이다.

I) 피스톤의 속도 *x_p* > 0 인 경우

실린더 좌우양실의 유량비를 n로 하면

$$n = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\sqrt{P_2}}{\sqrt{P_s - P_1}} = \frac{\left| \frac{C_{i\rho}(P_1 - P_2) - C_{e\rho}P_2 - \frac{V_2}{\beta_e}\dot{P}_2 - \dot{V}_2}{C_{i\rho}(P_1 - P_2) + C_{e\rho}P_1 + \frac{V_2}{\beta_e}\dot{P}_1 + \dot{V}_1} \right| (5.8)$$

누유나 액체용적탄성에 의한 유량은 피스톤운동에 의한 유량보다 훨씬 적기 때문에 상기의 식을 다음과 같이 나타낸다.

$$n = \frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{\frac{P_2}{P_s - P_1}} = -\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1}$$
(5.9)

여기서,

$$V_1 = V_{10} + A_1 x_{\rho} \tag{5.10}$$

$$V_2 = V_{20} - A_2 x_{\rho} \tag{5.11}$$

이다. V_{10} 와 V_{20} 는 각각 피스톤이 균형을 얻어 정지된 초기상태에서의 좌 우양실의 용적이고, A_1 과 A_2 는 각각 좌우양실의 유효단면적이다.

식 (5.10)과 (5.11)을 1차 미분하면,

$$\dot{V}_1 = A_1 \dot{x}_{\rho} \tag{5.12}$$

$$\dot{V}_2 = -A_2 \dot{x}_\rho \tag{5.13}$$

- 89 -

식 (5.12),(5.13)을 식 (5.9)에 대입하면

$$n = \sqrt{\frac{P_2}{P_s - P_1}} = \frac{A_2}{A_1}$$
(5.14)

또 실린더 좌우양실의 부하압력을

$$P_L = P_1 - P_2 \tag{5.15}$$

로 하면 식 (5.12),(5.13)과 식 (5.15)에서

$$P_{1} = \frac{n^{2} P_{s} + P_{L}}{1 + n^{2}}$$

$$P_{2} = \frac{n^{2} (P_{s} - P_{L})}{1 + n^{2}}$$
(5.16)

을 얻는다. 또 부하유량을

$$Q_L = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \tag{5.17}$$

로 정의하면, 식 (5.16),(5.17)에서

$$Q_L = \alpha C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{p} (P_s - P_L)}$$
(5.18)

여기서,

$$a = \frac{1+n}{\sqrt{2(1+n^2)}} \le 1$$
(5.19)

이다.

피스톤의 속도 : xp < 0 인 경우,

서보밸브의 유량식은

$$Q_1 = C_d w x_p \sqrt{\frac{2}{\rho} P_1}$$
(5.20)

$$Q_{2} = C_{d}wx_{p}\sqrt{\frac{2}{p}(P_{s}-P_{2})}$$
(5.21)

이다, 그러므로 유량비는

$$\eta = \frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{\frac{P_s - P_2}{P_1}} = \frac{A_2}{A_1}$$
(5.22)

이다. 식 (5.15), (5.20), (5.21)에서

$$P_1 = \frac{P_s + P_L}{1 + n^2}$$
(5.23)

$$P_2 = \frac{P_s - P_L \mathfrak{n}^2}{1 + \mathfrak{n}^2}$$

이다. 식 (5.17), (5.20), (5.21), (5.23)에서

$$Q_L = a C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s + P_L)}$$
(5.24)

식 (5.18)과 식 (5.24)를 동시에 표현하여 편로드 실린더의 서보밸브의 부하유량식을 나타내면 식 (5.25)와 같다.

$$Q_L = a C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - (x_v) P_L)}$$
(5.25)

편로드 실린더의 부하유량식을 얻기위해 식 (5.6),(5.7)과 식 (5.17)에서,

$$Q_{L} = \frac{\dot{V}_{1} - \dot{V}_{2}}{2} + (C_{ip} + \frac{C_{ep}}{2})P_{L} + \frac{1}{2\beta_{e}}(V_{1}\dot{P}_{1} - V_{2}\dot{P}_{2})$$
(5.26)

이다. 식 (5.16)과 식 (5.22)에서 P_1 와 P_2 를 구하면,

$$\dot{P}_1 = \frac{\dot{P}_L}{1+n^2} \tag{5.27}$$

$$\dot{P}_2 = -\frac{n^2 \dot{P}_L}{1+n^2}$$
(5.28)

유압실린더의 최대행정을 L_s, 유압실린더의 최대용적을 V라고 하면,

$$V = L_s \mathcal{A}_1 \tag{5.29}$$

$$V_2 = (V - V_1)\eta$$
 (5.30)

이다. 식 (5.12), (5.13), (5.27), (5.28), (5.30)을 식 (5.26)에 대입해서 편로

드 유압실린더의 부하 유량식이 얻어진다.

$$Q_L = A_{me}\dot{x}_p + C_{tp}P_L + \frac{V_e}{4\beta_e}\dot{P}_L$$
(5.31)

여기서, $C_{ip} = C_{ip} + \frac{C_{ep}}{2}$ 는 피스톤 전체 누유계수이다.

위 식에서 Ame는 평균피스톤단면적으로 식 (5.32)와 같이 표시되고,

$$A_{me} = \frac{A_1 + A_2}{2} = \frac{(1+n)A_1}{2} = \frac{(1+n)a}{2(1-n)}$$
(5.32)

또, V_e 는 유압실린더의 등가용적으로 식 (5.33)과 같이 표시된다.

$$V_{e} = \frac{2 \,\mathcal{V}[n^{3} + \frac{\mathcal{V}_{1}}{\mathcal{V}}(1 - n^{3})]}{1 + n^{3}} \tag{5.33}$$

등가용적 V_e 는 변량 V_1 을 포함하고 있기 때문에 변동값이다. $V_1 = 0$ 인 경우 $V_e = \frac{2V\Lambda^3}{(1+\eta^2)}$ 이고, $V_1 = V$ 인 경우 $V_e = \frac{2V}{1+\eta^2}$ 이므로 평 균치를 취하면 식 (5.34)와 같이 된다.

$$V_e = \frac{(1+n^3) V}{1+n^2} = \frac{(1+n^3) A_1 L_s}{1+n^2} = A_e L_s$$
(5.34)

여기서

$$A_{e} = \frac{(1+n^{3})A_{1}}{1+n^{2}}$$
(5.35)

이다. 식 (5.31)에서, 편로드실린더의 부하유량식은 피스톤의 방향과 관계 없는 것으로 묘사 되었다.

(3) 부하 구동부

부하를 구동하기 위한 편로드실린더의 피스톤 운동방정식 식 (5.36)과 같이 묘사될 수 있으며

$$F_{g} = M_{t} \dot{x}_{p} + B_{p} \dot{x}_{p} + L x_{p} + F_{e}$$
(5.36)

이때

$$F_{g} = A_{1}P_{1} - A_{2}P_{2} \tag{5.37}$$

이다. 여기서 F_g 는 피스톤력, M_i 는 피스톤 및 부하를 포함한 전체 질량, B_b 는 피스톤과 부하의 점성 마찰계수, L은 스프링부하의 스프링 상수, F_e 는 등가외란력으로 외부 부하력과 쿨롱 마찰력, 정지 마찰력등이 포함 된다.

식 (5.16)을 식 (5.36)에 대입하면, $\dot{x}_{p} > 0$ 때의 운동방정식을 얻는다.

$$A_{e}P_{L} = M_{t}x_{p} + B_{p}x_{p} + Lx_{p} + F_{e}$$
(5.38)

식 (5.22)를 식 (5.36)에 대입하면 : *x_p* < 0 때의 운동방정식을 구해보면 식 (5.38)과 같음을 알수 있다.

(4) 밸브-실린더-부하시스템의 동적 방정식

전자비례제어밸브에 관한 동적방정식 식 (5.3)과 식 (5.24)에 나타난 서 보밸브의 부하유량식과 편로드 유압실린더의 부하유량식 식 (5.31)을 조합 하여 정리하면 식 (5.39)와 같이 나타낼수 있다.

$$\dot{P}_{L} = \frac{4\beta_{e}}{V_{e}} \Big(-A_{me}\dot{x}_{p} - C_{tp}P_{L} + C_{d}ux_{v}\sqrt{\frac{1}{p}(P_{s} - sgn(x_{v})P_{L})} \Big)$$
$$= -\alpha \dot{x}_{p} - \beta P_{L} + \delta x_{v}\sqrt{P_{s} - sgn(x_{v})P_{L}}$$
(5.39)

 $\begin{array}{ccc} & \forall \mathcal{I} \\ \forall \mathcal{I} \\ & \alpha = \frac{4A_{me}\beta_{e}}{V_{e}} \\ & \beta = \frac{4C_{tr}\beta_{e}}{P_{L}} \\ & \gamma = \frac{4C_{du}\beta_{e}\sqrt{\frac{1}{p}}}{V_{e}} \\ & \gamma \\$

피스톤의 운동방정식 식 (5.38)을 정리하면 다음과 같고,

$$\dot{x}_{p} = \frac{1}{M_{t}} (-Lx_{p} - B_{p}x_{p} + A_{e}P_{L} - F_{e})$$
(5.40)
밸브, 실린더, 부하에 관한 방정식 식 (5.3), (5.39), (5.40)을 연립하여 식 (5.41)과 같은 비선형 동적방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{z}_{1} = z_{2}$$

$$\dot{z}_{2} = \frac{1}{M_{t}} (-Lz_{1} - B_{p}z_{2} + A_{e}z_{3} - F_{e})$$

$$\dot{z}_{3} = -\alpha \ z_{2} - \beta \ z_{3} + (\Im \sqrt{P_{s} - sgn(z_{4})z_{3}}) \ z_{4}$$

$$\dot{z}_{4} = -\frac{1}{T_{t}} \ z_{4} + \frac{K_{t}}{T_{t}} \ u$$

$$y = z_{1}$$
(5.41)

여기서 z_1 은 피스톤 로드의 변위, z_2 는 피스톤 로드의 위치의 변화율, z_3 는 실린더 좌우 양실의 압력차, z_4 는 전자비례제어밸브의 스풀의 변위 를 나타낸다.

제어목적은 식 (5.41)과 같이 묘사되는 비선형 유압시스템에서 피스톤 로드의 변위 x_{p} 를 목표하는 위치에 안정하게 도달하도록 전자비례밸브의 제어입력 χ 를 결정하는 것이다.

5.3.2 비선형 유압시스템 위치 제어

컴퓨터 시뮬레이션을 위하여 사용된 유압시스템의 각 파라미터들은 표 5.3과 같다.

표 5.3 유압시스템의 파라미터

Table 5.3 Parameters of the hydraulic system

Parameters	Dimension	Value	Description of parameters
A me	cm ²	33.07	Average area
V _e	cm ³	410	Average volume
A_1	cm ²	50.24	Head side area of piston
A_2	cm ²	15.9	Rod side area of piston
B_{p}	<i>kg _f · s</i> /cm	5.46	Viscous damping coefficient
L	<i>kg /</i> cm	55	Spring constant
β _e	<i>kg /</i> cm ²	12000	<i>E</i> ffective bulk modulus of fluid
M _t	$kg_f \cdot s^2/cm$	1500	Total mass of system
K _{ca}	$\mathrm{cm}^{5}/kg_{f}\cdot s$	1.252	Flow-pressure coefficient of servo-valve
K _a	<i>V</i> / cm	10	Gain of position transfoer
$K_m K_t K_{qa}$	$cm^3/V \cdot s$	91.97	Gain of servo amp, torque motor and servo valve

식 (5.41)로 표현되는 유압 시스템은 비선형 요소를 포함하고 그림 5.16 에서 보는 바와 같이 비례이득이 1인 단순 피드백을 통한 계단입력에 대 하여 시스템의 출력이 정상상태에서 목표값 20cm에 수렴하지 못하고 정 상상태오차를 갖는 시스템이다.



그림 5.16 유압시스템의 계단응답 Fig. 5.16 Step response of a hydraulic system

비선형 시스템으로 모델링된 유압시스템에 고정 파라미터 퍼지 PID 제 어기와 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기를 각각 적용하였으며, 시스템의 초기상태에 대하여 목표값이 5, 20, 50 cm인 경우 두 제어시스템의 응답 및 파라미터들의 변화를 살펴보았다.



그림 5.17 기준입력이 5cm인 경우의 제어시스템 응답과 제어기 파라미터의 변화 Fig. 5.17 Response of control system and changes of controller parameters in case of reference 5cm



그림 5.18 기준입력이 20cm인 경우의 제어시스템 응답과 제어기 파라미터의 변화 Fig. 5.18 Response of control system and changes of controller parameters in case of 20cm



그림 5.19 기준입력이 50cm인 경우의 제어시스템 응답과 제어기 파라미터의 변화 Fig. 5.19 Response of control system and changes of controller parameters in case of 50cm

그림 5.17 ~ 그림 5.19의 제어 시스템 응답을 통해 온라인으로 가변되는 파라미터에 의해 제어기의 제어파라미터인 $K_{\rho}(nT), K_{\rho}(nT), K_{\sigma}(nT)$ 가실시간으로 가변되어 PID 제어동작이 이루어짐을 알 수 있다.

그림 5.17과 같이 기준입력이 5cm인 작은 동작 범위에서는 고정 파라 미터 퍼지 PID제어기와 가변 파라미터 퍼지 PID제어기 모두 퍼지 분할 변수 *L* 구간 안에서 제어가 이루어져 제어기 게인의 변화가 동일하게 나 타나고 제어입력도 동일하게 나타남을 확인할 수 있다.

기준입력이 20cm로 커진 그림 5.18을 보면 초기 약 1.2초동안 퍼지 분 할 변수 *L* 구간 밖에서 제어기 입력이 인가된다. 고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 이 시간동안 PID 제어게인에 의한 제어입력은 없고 *L*이나 *L*/2이 제어입력으로 인가된다. 가변 파라미터 퍼지 PID제어기는 퍼지 분 할 변수 *L*이 가변되어 PID제어게인에 의해 제어입력이 생성된다. 따라서 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기는 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기보다 큰 제어입력을 생성하여 출력의 상승속도가 빨라진다. 오차가 줄어들어 작은 값으로 수렴될 경우에도 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기에 의한 PID 제어동작이 이루어져 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기보다 목표값에 빨리 도달하여 안정됨을 볼 수 있다.

기준입력이 40cm인 그림 5.19에서 고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 초 기에 충분한 제어입력이 인가되지 못해 시스템 출력이 지연됨을 볼 수 있 다. 가변 파라미터 퍼지 PID제어기는 초기에 충분한 제어입력을 생성하여 빠른 상승시간을 가져온다. 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기는 넓은 동작 범위에서 PID 제어동작을 수행함을 알 수 있다.

고정 파라미터 퍼지 PID제어기와 가변 파라미터 퍼지 PID제어기 모두 게인이 조정되는 게인 스케줄링 능력을 갖지만 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기는 제어기 입력 *e, r, a*가 퍼지분할 입력변수 *L*의 범위 안에 있을 때만 게인 스케줄링 기능이 동작하는 반면 가변 파라미터 퍼지 PID제어 기는 L이 가변되어 더 넓은 영역의 L에 대하여 게인 스케줄링 기능을 한 다. 고정과 가변 파라미터 퍼지 PID제어기 모두 정상상태에서는 설계 기 준이 되는 선형 디지털 PID제어기의 게인을 갖기 때문에 정상상태에서의 안정도가 보장된다.

5.3.3 비선형 유압시스템 동조 제어

복수의 액츄에이터를 동시에 동일한 속도로 지정한 위치에 도달하도록 작동시키는 것을 동조시킨다고 한다. 유압시스템에 있어서 크기가 같도록 제작된 두 실린더에 동일한 명령을 인가하더라도 실제로는 실린더를 제작 할 때 발생하는 치수 공차나 시일의 특성 차이로 인한 마찰력의 변화, 배 관의 길이 또는 배관저항 등으로 인한 공급유량 차이 때문에 실린더의 동 작이 다르게 나타난다.

특히 고출력 정밀 동작을 요구하는 특수유압실린더의 응용에 있어서는 반드시 실린더 사이의 위치동조 제어를 해 주어야한다. 만일 위치동조 제 어가 되지 않아 속도와 위치오차가 크게 발생할 경우에는 유압실린더에 의해 작동되는 부하의 뒤틀림으로 인해 부하가 제대로 작동되지 않을 수 있고, 구동 시스템 전체가 불안정해 질 수 있어 경우에 따라서는 막대한 손실을 초래할 수 있다.

지금까지 연구된 위치동조 제어의 방법에는 유량조절밸브를 사용하는 방법, 오일모터 및 분류밸브를 사용하는 방법, 동조실린더를 사용하는 방 법, 기계적인 결합에 의한 방법 등 여러 가지 방법이 있으나 유압장치에 의해 기계적인 결합에 의한 방법으로만 동조제어를 구현함으로써 정확한 위치제어의 구현이 매우 제한적이었다. 또한 기계적인 동조제어기를 구성 할 경우 고비용의 부담이 있다. 이에 기계적 방법이 아닌 마이크로프로세 서를 사용하여 주 실린더를 중심으로 부 실린더들이 차동적으로 움직이도 록 위치동조 제어신호를 생성할 수 있는 전자적인 방법의 개발 필요성이 강하게 제기되고 있다.

5.3.3.1 위치동조 제어기의 구현방법

유압시스템의 위치동조 제어기는 각 개별실린더로부터 현재 실린더의 각각의 위치정보를 획득하고 이를 이용하여 위치동조 제어기에서 각 실린 더에 해당하는 동조제어입력을 생성하여 각 개별제어기에 부과하는 과정 을 목표위치에 도달할 때까지 반복적으로 실행한다^{[17],[18],[58]}. 같은 위치로 도달되는 것이 목표라 하더라도 목표위치까지 도달하는 개별실린더의 속 도도 같도록 제어하는 것이 매우 중요하다.

우선 두개의 유압실린더를 대상으로 위치동조 제어를 행할 경우, 각각 의 실린더에서 나온 위치정보를 이용하여 응답이 느린 실린더를 주 실린 더로, 응답이 빠른 실린더를 부 실린더로 설정한다. 응답이 느린 실린더를 주 실린더로 정하는 이유는 유압시스템의 특성상 빠르게 움직이는 유압실 린더의 유량을 감소시키는 것이 느리게 움직이는 유압실린더의 유량을 증 가시키는 것보다 용이하고 응답성능이 더 좋게 나오기 때문이다. 이렇게 하여 주 실린더와 부 실린더가 결정되면, 주 실린더는 자체의 위치제어기 만에 의해 제어가 수행되며 부 실린더는 주 실린더와 부 실린더의 위치 값을 이용하여 주 실린더와 같은 속도로 원하는 위치에 도달할 수 있도록 요구되는 차동 제어입력을 생성하도록 구현하는 것이다. 그림 5.20은 위치 동조 제어기의 기본 블록선도이다.

위치동조 제어기로는 가변 파라미터 퍼지 PID 제어기를 사용하였고 두 유압실린더의 위치오차를 입력으로 사용한다. 여기서 두 유압실린더사이 의 위치오차 *e_T(nT*)는 주 실린더의 위치출력 *Y*₁(*nT*)와 부 실린더의 위치 출력 *Y*₂(*nT*)의 차이며 Δ*e_T*(*nT*)는 *nT*시각에 *i*번째 부실린더의 개별제어 기에 부가되는 위치동조 제어를 실현하기 위한 차동 동조입력이다.



그림 5.20 위치 동조제어기의 블록 다이어그램 Fig. 5.20 Block diagram of a position tuning controller

본 논문에서 위치동조 제어기로 사용한 가변 파라미터 퍼지 PID 제어 기의 내부구조는 다음과 같다. *nT* 시각에 인가될 위치동조 제어기의 출력 값, 즉 가변파라미터 퍼지 PID 제어기의 출력 값을 나타내면,

$$\begin{split} & \Delta e_{TT}(nT) = K_{p}e_{T}(nT) + K_{i}r_{T}(nT) + K_{a}a_{T}(nT) \\ & e_{T}(nT) = Y_{1}(nT) - Y_{2}(nT) \\ & r_{T} = \frac{e_{T}(nT) - e_{T}(nT - T)}{T} \\ & a_{T}(nT) = \frac{r_{T}(nT) - r_{T}(nT - T)}{T} \\ & \text{old} \quad \text{In all } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } \text{ old } \text{In all } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } \text{In all } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } \text{In all } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } \text{In all } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } \text{In all } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } \text{In all } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } \text{In all } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } \text{In all } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } \text{In all } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 2, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 3, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 3, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 3, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 3, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 3, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 3, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 3, 3, \cdots \text{ old } n = 1, 3, 3, \cdots \text{ o$$

5.3.3.2 위치동조 제어기의 전체 구성

보내진 위치정보는 동조제어기에서 주 실린더와 부 실린더를 선택한 후, 각 개별 제어기로 명령을 인가하게 된다. 실린더의 개별 제어기에서는 동조제어기에서 인가된 차동입력과 개별루프에서 위치오차를 합한 값을 제어기의 입력으로 받아 밸브구동을 위한 제어입력을 생성하게 된다.

위치동조 제어기의 구성도는 그림 5.21과 같고 그 구조로서는 위치 검 출센서에서 인가 받은 실린더의 위치 값을 입력으로 받아 위치동조 제어 알고리즘에 의해 차동 제어에 필요한 동조제어입력을 생성한 후, 부 실린 더 제어시스템의 오차신호와 합성되도록 피드백 시키는 구조를 가진다. 피드백 되는 차동 입력에 의해 부 실린더의 위치가 최대한 빠른 시간 내 에 주 실린더의 위치와 일치되도록 한 후, 부 실린더의 속도가 주 실린더 의 속도와 일치되도록 보상해 주는 역할을 한다.



그림 5.21 위치 동조제어 시스템의 구성도

Fig. 5.21 Configuration diagram of a tuning control system

5.3.3.3 위치동조 제어기의 시뮬레이션

위치동조 제어기의 효능을 검증하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시 하였다. 다음의 시뮬레이션 결과는 여러 조건에 대하여 실시한 것으로 서 로 다른 기준입력을 인가한 모든 경우에 있어서 두 실린더 사이의 위치동 조 제어가 잘 수행되었음을 알 수 있다. 먼저 사양이 동일한 두 개의 유 압실린더에 대하여 위치동조제어를 실시하고 다음으로 사양이 서로 다른 두 개의 실린더의 경우에 대하여 위치동조 제어를 실시하였다.

(1) 사양이 동일한 두 개의 유압실린더의 적용 예

유압시스템에 있어서 크기가 같도록 제작된 두 실린더에 동일한 명령 을 인가하더라도 실제로는 실린더를 제작할 때 발생하는 치수 공차나 시 일의 특성 차이로 인한 마찰력의 변화, 배관의 길이 또는 배관저항 등으 로 인한 공급유량 차이 때문에 실린더의 특성이 다르게 나타난다. 특히 부하질량은 유압시스템의 외부에서 특성 차이를 가져올 수 있는 요소이 다. 부하 질량이 다른 동일한 실린더에 대하여 위치동조 제어 시뮬레이션 을 실시한다. 시뮬레이션에 사용한 유압시스템의 파라미터는 표 5.4와 같 다. 동조제어에서 물리적 한계를 갖는 시스템을 주로하여 나은 성능을 보 이는 시스템을 동조하는 것이 유리하다. 부하질량이 큰 시스템의 경우 부 하 질량으로 인해 큰 제어입력이 인가되어도 출력에 한계가 존재한다. 그 리므로 부하 질량이 큰 시스템을 기준으로 부하질량이 작은 시스템을 동 조하는 것이 좋다.

그림 5.22와 그림 5.23의 시뮬레이션 결과는 기준입력을 인가한 경우에 있어서 두 실린더사이의 위치동조 제어가 잘 수행됨을 보여준다. 제안된

위치동조 제어기를 사용할 경우 부실린더는 주실린더의 위치와 속도를 동 시에 추종하여 위치동조오차 없이 위치동조가 잘 수행됨을 볼 수 있다.

표 5.4 동조제어 유압시스템의 파라미터(1)

Table 5.4 Parameters of hydraulic systems for tuning control(1)

	Dimension	Value		Description of
Parameters		Master	Slave	parameters
A_{me}	cm ²	33.07	33.07	Average area
V_e	cm ³	410	410	Average volume
A_1	cm ²	50.24	50.24	Head side area of piston
A_2	cm ²	15.9	15.9	Rod side area of piston
B_{p}	<i>kgf∙s</i> /cm	5.46	5.66	Viscous damping coefficient
L	<i>kgf</i> /cm	55	59	Spring constant
β _e	<i>kgf</i> / cm 2	12000	12000	<i>E</i> ffective bulk modulus of fluid
M_t	$kgf \cdot s^2/cm$	1500	1200	Total mass of system
K _{ca}	$\mathrm{cm}^{5}/kgf\cdot s$	1.252	1.279	Flow-pressure coefficient of servo valve
K _a	$V/{ m cm}$	10	10	Gain of position transfoer
$K_m K_t K_{qa}$	cm ³ / $V \cdot s$	91.97	93.42	Gain of servo amp, torque motor and servo valve



Fig. 5.22 Response of position tuning control system in case of reference 20cm



Fig. 5.23 Response of position tuning control system in case of reference 40cm

(2) 사양이 다른 두 개의 유압실린더의 적용 예

실제 시스템의 경우 동조제어를 수행하는 데 있어서 사양이 다른 복수 개의 유압실린더를 동조시킬 경우가 있다. 표 5.5와 같이 사양을 다른 두 실린더에 대하여 동조제어를 실시하였다. 이 때 그림 5.24와 그림 5.25에 서 보듯이 두 실린더의 응답은 크 차이가 나지만 동조제어가 잘 이루어짐 을 확인할 수 있다.

표 5.4 동조제어 유압시스템의 파라미터(2)

Table 5.4 Parameters of hydraulic systems for tuning control(2)

Parameters	Dimension	Value		Decemination of resummeters
		Master	Slave	Description of parameters
A_{me}	cm ²	33.07	63.17	Average area
V _e	cm ³	410	810	Average volume
A_1	cm ²	50.24	90.24	Head side area of piston
A_2	cm ²	15.9	45.9	Rod side area of piston
B_{p}	<i>kgf</i> ∙ <i>s</i> /cm	5.46	8.66	Viscous damping coefficient
L	<i>kgf</i> /cm	55	79	Spring constant
M _t	$kgf \cdot s^2/cm$	1500	1200	Total mass of system
K _{ca}	$cm^5/kgf\cdot s$	1.252	1.279	Flow-pressure coefficient of servo valve
$K_m K_t K_{qa}$	$cm^3/V \cdot s$	91.97	93.42	Gain of servo amp, torque motor and servo valve



그림 5.24 기준입력이 20cm인 경우의 위치 동조제어 시스템의 응답 Fig. 5.24 Response of position tuning control system in case of reference 20cm



그림 5.25 기준입력이 40cm인 경우의 위치 동조제어 시스템의 응답 Fig. 5.25 Response of position tuning control system in case of reference 40cm

제 6 장 결 론

본 논문은 파라미터의 고정 여부에 따라 구분되는 고정 파라미터 퍼지 PID제어기와 가변 파라미터 퍼지 PID제어기를 제안하였고, 새로운 퍼지 PID제어기에 대한 설계 절차를 기술하였으며 추종 성능과 안정도를 분석 하였다. 새로운 퍼지 PID제어기는 퍼지화기, 제어 규칙 베이스, 비퍼지화 기로 구성되고, 일반적인 퍼지 제어기의 설계 절차를 따라 설계되었다. 설 계된 퍼지 PID제어기에 대하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 퍼지 PID제어기는 일반적인 PID제어기의 이산시간 퍼지형 제어기가 되고, 선형 PID제어기와 동일한 제어기 구조를 갖지만 제어기의 게 인은 고정되지 않는다. 퍼지 PID제어기 게인은 입력신호에 대한 비 선형 함수 형태가 되고, 단순한 선형 구조를 갖는 일반적인 선형 PID제어기에 비해 향상된 비선형 보상 능력과 자기동조 능력을 갖는 다.
- (2) 전역 안정도를 다룰 수 있는 소이득 정리를 통해 선형 PID제어기와 연관하여 퍼지 PID제어기의 전체 피드백 시스템에 대한 BIBO 안정 도에 대한 필요 충분조건을 유도하였다. 유도된 안정 조건으로부터 설계되는 안정한 선형 PID제어기를 토대로 더 나은 제어 성능을 얻 을 수 있는 퍼지 PID제어기의 파라미터를 부가적인 제어기 분석이나 계산 없이 결정할 수 있다.
- (3) 고정 파라미터 퍼지 PID제어기는 퍼지 분할 변수 L과 입력 error, rate, acc, 스케일 파라미터 GE, GR, GA 및 출력 스케일 파라미터 GU를 사용하여 사용하기에 편리한 수식의 형태로 유도되는 제어칙

을 갖고 있다. 따라서 마이크로프로세서와 같은 디지털제어기에 응용 할 경우, 일반 퍼지 PID제어기의 제어칙과 달리 조건문이 적어 컴퓨 터 연산 시간을 절약시킬 수 있다. 그러나 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기는 파라미터가 고정됨으로써 작동범위에 따른 PID제어동작의 효능을 저하시키고 퍼지 PID 제어 동작 사이의 불균형성이 초래하는 단점을 갖고 있다.

- (4) 가변 파라미터 퍼지 PID제어기는 제어기의 파라미터를 온라인으로 변화시켜 기존의 고정 파라미터 퍼지 PID 제어기의 단점을 보완함으 로써 시스템의 동작 범위에 관계없이 항상 정확한 PID 제어동작을 수행하도록 설계되었다. 따라서 가변 파라미터 퍼지 PID제어기는 고 정 파라미터 퍼지 PID 제어기법에 비해 그 제어칙이 보다 간단한 형 태를 가지면서도 우수한 제어성능을 발휘할 수 있다.
- (5) 선형과 비선형 시스템 모델에 대한 시뮬레이션을 수행함으로써 설계 된 퍼지 PID 제어기가 선형 PID 제어기에 비해 우수한 제어 성능을 가짐을 확인할 수 있었다. 또한 가변 파라미터 퍼지 PID제어기가 고 정 파라미터 퍼지 PID제어기에 비하여 우수한 제어 성능을 가짐을 확인할 수 있었다. 마지막으로 비선형 유압 시스템의 위치제어와 동 조제어 문제를 대상으로 시뮬레이션을 수행함으로써 제안된 퍼지 PID제어기의 현장 사용 가능성을 제시하였다.

이상의 연구결과를 통해 퍼지 PID제어기가 일반적으로 현장에서 많이 사용되는 PID제어기를 대체하거나 PID제어기의 성능을 향상시킬 수 있는 하나의 대안이 됨을 확인할 수 있었다. 앞으로의 연구는 제안된 제어기의 타당성과 효용성을 실제 실험을 수행함으로써 확인하는 것이 필요하다.

참 고 문 헌

- K. J. Åstrom and T. Hagglund, *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*, Instrument Society of America, 1995.
- [2] K. J. Åstrom, K. H. Johansson, and Q. G. Wang. "Design of decoupled PID controllers for MIMO systems," American Control Conference, 2001.
- [3] L. Wang, A Course in Fuzzy Systems and Control, Prentice-Hall, 1997.
- [4] K. M. Passino and S. Yurkovich, *Fuzzy Control*, Addison Wesely, 1999.
- [5] A. Heidar, M. H. Li and G. Chen, "New Design and Stability Analysis of Fuzzy Proportional-Derivative Control Systems," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 2, pp 245~254, 1994.
- [6] L. Wang, Adaptive Fuzzy Systems and Contol : Design and Stability Analysis, Prentice Hall, 1994.
- [7] S. K. Nam and W. S. Yoo, "Fuzzy PID Control with Accelerated Reasoning for DC Servo Motors," *Engineering Application of Artificial* Intelligent, Vol. 7, pp. 559~569, 1994.
- [8] S. He, S. Tan, F. Xu and P. Wang, "Fuzzy Self-Tuning of PID Controllers," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 56, pp. 37~46, 1993.
- [9] H. A. Malki, D. Misir, D. Feigenspan and G. Chen, "Fuzzy PID Control of a Flexible-Joint Robot Arm with Uncertainties from Time-Varying Loads," IEEE Transactions on Control System Technology, Vol. 5, pp. 371~378, 1997.
- [10] J. H. Kim, "A Suggestion of Nonlinear Fuzzy PID Controller to

Improve Transient Responses of Nonlinear or Uncertain Systems," 한국퍼지 및 지능 시스템학회 논문지, Vol. 5, No. 4, pp. 87~100, 1995.

- [11] M. Braae and D. A. Rutherford, "Selection of Parameters for a Fuzzy Logic Controller," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 2, pp. 185~199, 1979.
- [12] H. Ying, W. Siler and J. J. Buckley, "Fuzzy Control Theory: A Nonlinear Case," Automatica, Vol. 26, pp. 513~520, 1990.
- [13] H. Ying, "The Simplest Fuzzy Controllers using Different Inference Methods are Different Nonlinear Proportional-Integral Controllers with Variable Gains," Automatica, Vol. 29, pp. 1579~1589, 1993.
- [14] C. L. Chen and F. C. Kuo, "Design and Analysis of a Fuzzy Logic Controllers," International Journal of System and Science, Vol. 29, pp. 1579~1589, 1995.
- [15] D. Misir, H. A. Malki and G. Chen, "Design and Analysis of a Fuzzy Proportional-Integral-Derivative Controller," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 79, pp. 297~314, 1996.
- [16] C. J. Harris, C. G. Moore and M. Brown, *Intelligent Control: Aspects of Fuzzy Logic and Neural Nets.*, World Scientific, 1993.
- [17] 박장호, "퍼지 PID 제어기의 성능개선과 비선형 유압실린더 위치제 어에의 응용," 한국해양대학교 碩士論文, 2001.
- [18] 김진규, "해수용 센서내장형 유압실린더와 다중실린더의 위치동조 제 어에 관한 연구," 한국해양대학교 碩士論文, 2001.
- [19] L. A. Zadeh, "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes," IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, Vol. SMC-3, pp. 28~44, 1973.
- [20] E. H. Mamdani, "Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple

Dynamic Plant," Proceeding of 1st Electric Engineering Control Science, Vol. 121, pp. 1585~1588, 1974.

- [21] E. H. Mamdani and S. Assilian, "An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller," International Journal of Man-Machine Studdies, Vol. 7, pp. 1~13, 1975.
- [22] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control," IEEE Transations on System, Man and Cybernetics, Vol. SMC-15, pp. 116~132, 1985.
- [23] Z. Y. Zhao, M. Tomizuka and S. Isaka, "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers," IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, Vol. 23, pp. 1392~1398, 1993.
- [24] C. W. de Silva, Intelligent Control: Fuzzy Logic Applications. New York CRC, 1995.
- [25] X. T. Peng, S. M. Liu, T. Yamakawa, P. Wang and X. Liu, "Self-regulating PID Controllers and Their Applications to a Temperature Controlling Process," Fuzzy Computing; Theory, Hardware and Applications, pp. 355~364, 1988.
- [26] K. Sugiyama, "Rule-based Self-organizing Controller," Fuzzy Computing; Theory, Hardware and Applications, pp. 341~353, 1988.
- [27] M. Maeda and S. Murakami, "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 51, pp. 29~40, 1992.
- [28] C. L. Chen, P. C. Chen and C. K. Chen, "Analysis and Design of Fuzzy Control Systems," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 57, pp. 125~140, 1993.
- [29] M. Mizumoto, "Realization of PID Controls by Fuzzy Control Methods," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 70, pp. 171~182, 1995.
- [30] W. J. M. Kickert and H. R. Van Nauta Lemke, "Application of a Fuzzy

Controller in a Warm Water Plant," Automatica, Vol. 12, pp. 301~308, 1976.

- [31] T. J. Procyk and E. H. Mamadani, "A Linguistic Self-organizing Process Controller," Automatica, Vol. 15, pp. 15~30, 1979.
- [32] G. Bartolini, G. Casalino, F. DaVoli. M. Mastretta, R. Minciardi and E. Morten, "Development of Performance Adaptive Fuzzy Controllers with Application to Continuous Casting Plants," Cybernetics and System Research, pp. 721~728, 1988.
- [33] Y. F. Li and C. C. Lau, "Development of Fuzzy Algorithms for Servo Sytems," IEEE Control System Magazine, pp. 65~71, 1989.
- [34] F. Matia, A. Jimnez, R. Galan and R. Sanz, "Fuzzy Controllers: Lifting the Linear-nonlinear Frontier," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 52, pp. 113~128, 1992.
- [35] J. Ambuel, L. Steenhoek, R, Smith and T. Colvin, "Control of Hydrostatic Transmission Output Speed: Development and Comparison of PI and Hybrid Fuzzy PI Controllers," American Society of Agricultural Engineering, Vol. 36, pp. 1057~1064, 1993.
- [36] S. Sugawara and T. Suzuki, "Application of Fuzzy Control to Air Conditioning Environment," Journal of Thermal boiler, Vol 18, pp. 465~472, 1993
- [37] S. J. Qin and G. Borders, "A Multi Region Fuzzy Logic Controller for Nonlinear Process Control," IEEE Transactions on Fuzzy System, Vol. 2, pp. 74~81, 1994.
- [38] S. Sheoni, K. Ashenayi and M. Timmerman, "Implementation of a Learning Controller," IEEE Control System Magazine, pp. 73~80, June 1995.

- [39] B. Armstrong, "FLC Design for Bounded Separable Functions with Linear Input-Output Relations as a Special Case," IEEE Transactions on Fuzzy System, Vol. 4, pp. 72~79, 1996,
- [40] J. R. Layne, K. M. Passino and S. Yurkovich, "Fuzzy Learning Control for Antiskid Braking Systems," IEEE Transactions on Control System Technology, Vol. 1, pp. 122~129, 1999.
- [41] S. Murakami, F. Takemoto, H. F. Fujimura and E. Ide, "Weld-Line Tracking Control of Arc Welding Robot using Fuzzy Logic Controller," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 32, pp. 221~237, 1989.
- [42] C. J. Li and J. C. Tzou, "A New Learning Fuzzy Controller Based on the P-Integrator Concept," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 48, pp. 297~303, 1992.
- [43] R. Palm, "Fuzzy Controller for a Sensor Guided Robot Manipulator,"
 Fuzzy Sets and Systems, Vol. 31, pp. 133~149, 1989.
- [44] S. M. Smith and D. J. Comer, "Automated Calibration of a Fuzzy Logic Controller using a Cell State Space Algorithm," IEEE Control System Magazine, pp. 18~28, August, 1991.
- [45] Z. Zhang and M. Mizumoto, "On Rule Self-Generating for Fuzzy Control," International Journal of Intelligent System, Vol. 9, pp. 1047~1057, 1994.
- [46] H. X. Li and H. B. Gatland, "Conventional Fuzzy Control and its Enhancement," IEEE Transactions on System Man and Cybernetics, Vol. 26, pp. 791~797, 1996.
- [47] B. Hu, G. Mann and R. G. Gosine, "Theoretic and Genetic Design of a Three-Rule Fuzzy PI Controller," Proceeding of 6th IEEE

International Conference on Fuzzy Systems, Vol. 1, pp. 489~496, 1997.

- [48] S. Kitamura and T. kurozumi, "Extended Circle Criterion and Stability Analysis of Fuzzy Control Systems," Proceeding of International Fuzzy Engineering Symposium, pp. 634~643, 1991.
- [49] E. Furutani, M. Saeki and M. Araki, "Shifted Popov Criterion and Stability Analysis of Fuzzy Control Systems," Proceeding of IEEE Control and Decision Conference, pp. 2709~2795, 1992.
- [50] S. Singth, "Stability Analysis of Discrete Fuzzy Control Systems,"
 Proceeding of 1st IEEE International Conference, pp. 527~534, 1992.
- [51] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 45. pp. 135~156, 1992.
- [52] K. H. Cho, C. W. Kim and J. T. Lim, "On Stability Analysis of Nonlinear Plants with Fuzzy Logic Controllers," Proceeding IFSA '93. pp. 1094~1097, 1993.
- [53] C. A. Desoer and M. Vidyasagar, Feedback Systems: Input- Output Properties, New York Academic, 1975.
- [54] R. J. P. de Figueiredo and G. Chen, Nonlinear Feedback Control Systems: An Operator Approach, New York Academic, 1993.
- [55] G. Chen and H. Ying. "Stability Analysis of Nonlinear Fuzzy PI Control Systems," Proceeding of 3rd International Conference on Fuzzy Logic Application, pp. 128~133, 1993.
- [56] K. J. Åstrom and B. Wittenmark, Computer-Controlled Systems Theory and Design, Prentice-Hall, 1990.
- [57] 김인환, 이병결, 김종화, "비선형 퍼지 PID제어기의 성능 개선에 관 한 연구," 한국박용기관학회 논문지, pp 852~661, 제27권 7호, 2003.

- [58] 김진규, 김인환, 김종화, "가변 설계파라미터 퍼지 PID제어기를 이용한 비선형 유압시스템의 위치제어," 한국박용기관학회 논문지, pp 852~661, 제27권 8호, 2003.
- [59] 오성권, 퍼지모델 및 제어이론과 프로그램, 技多利, 1999.
- [60] Herbert E. Merritty, Hydraulic Control Systems, John Wiley & Sons, 1976.
- [61] 전순용, "전자 비례 밸브를 갖는 펌프의 퍼지-동력제어기 설계," 제어자 동화시스템공학회 논문지, 제4권 4호, pp 441~447, 1998.
- [62] A. G. Alleyne and R. Liu, "Systematic Control of a Class of Nonlinear Systems with Application to Electro-hydraulic Cylinder Pressure Control," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 8, No. 4, 2000.