工學博士 學位論文

간섭패턴매칭을 이용한 수중 광대역 음원 위치 추정

Underwater Wideband Source Localization Using the Interference Pattern Matching

指導教授 金 基 萬

2007年 8月

韓國海洋大學校 大學院

電波工學科

千 承 容

本 論文을 千承容의 工學博士 學位論文으로 認准함.

위원	년장 : 공학박사	정 지 원	(9)
위	원 : 공학박사	김 재 수	(SI)
위	원 : 공학박사	홍 우 영	COL
위	원 : 공학박사	김 성 일	
위	원 : 공학박사	김 기 만	(१)

2007 년 8 월

한국해양대학교 대학원

전파공학과

천 승 용

목 차

Abstract	i
List of Figures	vi
List of Tables	x

I. 서 론	1
Ⅱ. 도파관 불변성 기반의 위치 추정	8
2.1 도파관 불변성 이론	9
2.2 도파관 불변성을 이용한 위치 추정	21
Ⅲ. 2개의 센서를 이용한 음원 위치 추정	24
3.1 간섭패턴매칭에 의한 위치 추정	26
3.2 TDOA에 의한 위치 추정	36
3.3 2개의 방정식을 이용한 음원 위치 추정	40
Ⅳ. 실험 및 고찰	44
4.1 모의실험 및 분석	45
4.2 해상실험 및 분석	65
V.결론	86
참고문헌	89
부 록	95

Underwater Wideband Source Localization Using the Interference Pattern Matching

by Chun, Seung Yong

Department of Radio Communication and Engineering Graduate School of Korea Maritime University

Abstract

The localization of acoustic source in a shallow water is an important problem in a passive sonar system. For several decades, it has been considered many times over the past years and in order to improve the performance many attempts has been achieved.

In order to localize the source in passive sonar system, several methods for a long range source can be categorized into two principles: one is based on the curved-wave-front beamforming, which issued in an array of sonar system. It can not estimate with accuracy because it is not consider multi-path effects in an ocean waveguide. The other is based on the waveguide invariant theory which is recently introduced and researched various areas. The waveguide invariant theory provides a descriptor of the broadband interference pattern on the ocean. The invariant parameter called β which is the slope of the interference pattern is useful for describing the acoustic interference pattern in a waveguide. The range of a source can sometimes also be estimated by the much simpler waveguide invariant method. However the waveguide invariant method requires knowledge of certain 'invariant' parameter, which unfortunately often vary significantly with ocean sound speed structure.

Recently many methods are proposed using the waveguide invariant theory in passive application and showed the enhanced performance in various area such as MFP based on acoustic propagation model in multi-path environment and a source ranging. But they are still dependent on the β and affect by ocean environment mismatch. So it is necessary to localize the source that independent of the β without the ocean environment information.

In this thesis, a source localization using two sensors in an ocean waveguide is proposed. The principle employed for a source localization is based on the IPM(Interference Pattern Matching) algorithm, which uses the unique characteristic of the ocean waveguide.

The interference pattern which seen in the sensor spectrogram collected from the moving ship-radiated noise arises from the mutual interference between modes reflected by the surface and the bottom. The interference pattern is directly

– iii –

proportional to the source position by the waveguide invariant theory. If two sensors are used to a source localization in identical acoustic propagation environment, the β has identically effect on the each sensor. Because it is possible to detect the target without regard for β . The proposed IPM algorithm estimates the ratio of each interference pattern from two spectrograms. Therefore the interference pattern ratio between two sensors is the source range ratio. The proposed algorithm requires no knowledge of the ocean environment and independents of the β , although the β varies on the ocean.

Finally, the source localization calculates simply the intersection point of two equations which utilized the Appolonius's circle and the time difference. The Appolonius's circle which defined as the locus of a point whose distance from a fixed point is derived the result from the IPM method and estimates the locus of a source using the circle equation. The time difference is derived the TDOA(Time Difference of Arrival) method and estimates the locus of a source using a hyperbolic equation.

We performed simulation of 3 scenarios to test the IPM algorithm and localization method proposed in this paper, and then practiced error analysis of the results. And finally we tested performance of a real-data collected during MAPLE-05 experiment applied to the proposed algorithm. In simulation result, the IPM algorithm seemed to have excellent performance whose mean error is within

– iv –

5%, also the localization performance has similar whose mean error within 10%. In the experimental result, proposed algorithm is even available in real ocean because the estimated position of target shows errors of within 10% which is similar to simulation results.

The suggested method can be applied to adapt sufficiently to the field of active sonar and passive sonar using the property of broadband signal.

List of Figures

Figure 2-1. A modeled intensity as a function of frequency and range for a single
receiver in the Pekeris waveguide
Figure 2-2. A modeled intensity and TL curve in the Pekeris waveguide.
(C=1500m/s, D=50m). (a) intensity (b) TL 14
Figure 2-3. A modeled intensity and TL curve in the Pekeris waveguide.
(C2=1500m/s, D=50m). (a) intensity (b) TL 15
Figure 2-4. A modeled intensity in a Pekeris waveguide(30m, 50m, 70m) 16
Figure 2-5. A plane view of the SWellEx-3 experiment
Figure 2-6. Ten-minute single-element pressure spectrum over the 70-170Hz
band 19
Figure 2-7. Plots of β^{-1} as function of time for each of the six tracks
Figure 2-8. The waveguide invariant parameters β calculated using the sound
speed profile. (a) Track 141(a)_1 (b) Track 141d_1 20
Figure 2-9. LOFARGRAM and image cleaning result. 22
Figure 2-10. The multi-stage localisation algorithm. 22
Figure 3-1. The concept of waveguide invariant characteristics from a target to
two sensors
Figure 3-2. Characteristics of the frequency and range variation as range between
target and sensor. 27
Figure 3-3. An IPM basic concept. (a) sensor 1 spectrogram (b) sensor 2
spectrogram and matching result. 31
Figure 3-4. The IPM(Interference Pattern Matching) process. (a) spectrogram of
sensor 1 and sensor 2 (b) Matching results from scaled spectrogram of

sensor 1.	33
Figure 3-5. Apollonius's circle.	35
Figure 3-6. The result of Apollonius's circle.	35
Figure 3-7. A basic concept of TDOA. (a) Acoustic source and sensors (b) Sou	rce
location and bearing-angle interpretation.	38
Figure 3-8. The range difference from a source to sensor 1 and sensor 2	38
Figure 3-9. A hyperbolic equation.	39
Figure 3-10. A range estimation result using TDOA.	39
Figure 3-11. A cross point between circle and hyperbolic curve.	41
Figure 3-12. Estimation result of the source position.	41
Figure 3-13. The proposed algorithm flow diagram.	43
Figure 3-14. Constraints of the source localization.	43
Figure 4-1. A simulation environment.	46
Figure 4-2. Three cases of source trajectory.	46
Figure 4-3. Distance from source to sensor 1 and sensor 2 (case 1)	48
Figure 4-4. Spectrograms of sensors (case 1). (a) sensor 1 (b) sensor 2	48
Figure 4-5. An example of the IPM result (case 1).	49
Figure 4-6. An example of the TDOA result (case 1).	49
Figure 4-7. An example of the source localization result (case 1).	50
Figure 4-8. A comparison of the true ratio and the estimated ratio using the IPM	М
(case 1)	50
Figure 4-9. A comparison of the true position and the estimated position using	
a source localization (case 1).	51
Figure 4-10. The estimation error rate of source position (case 1)	51

Figure 4-11. Distances from source to sensor 1 and sensor 2 (case 2). 53

Figure 4-12.	Spectrograms of sensors (case 2). (a) sensor 1 (b) sensor 2	53
Figure 4-13.	An comparison of the true ratio and the estimated ratio using	
	the IPM (case 2).	54
Figure 4-14.	A comparison of the true position and the estimated position	
	(case 2)	54
Figure 4-15.	An mismatch of the interference pattern (case 2).	55
Figure 4-16.	The result of IPM considering the source maneuver characteristic	
	in the ocean (case 2).	55
Figure 4-17.	A comparison of the true position and the estimated position using	
	a source localization (case 2).	56
Figure 4-18.	An estimation error rate of source position (case 2)	56
Figure 4-19.	Distances from source to sensor 1 and sensor 2 (case 3)	58
Figure 4-20.	Spectrograms of sensors (case 3). (a) sensor 1 (b) sensor 2	58
Figure 4-21.	A comparison of the true ratio and the estimated ratio using the II	PM
	(case 3)	59
Figure 4-22.	A comparison of the true position and the estimated position	
	(case 3)	59
Figure 4-23.	An estimation error rate of source position (case 3)	60
Figure 4-24.	Source positions for estimating to localization.	62
Figure 4-25.	Localization results for each source position.	62
Figure 4-26.	Error Distributions of IPM results for the ratio.	63
Figure 4-27.	Error sample distributions of IPM results.	63
Figure 4-28.	The figure of experimentation.	66
Figure 4-29.	The configuration of L type line array.	66
Figure 4-30.	A source trajectory of experimental area.	67
	Figure 4-12. Figure 4-13. Figure 4-14. Figure 4-14. Figure 4-15. Figure 4-16. Figure 4-17. Figure 4-18. Figure 4-19. Figure 4-20. Figure 4-21. Figure 4-22. Figure 4-22. Figure 4-22. Figure 4-22. Figure 4-22. Figure 4-24. Figure 4-24. Figure 4-24. Figure 4-26. Figure 4-26. Figure 4-27. Figure 4-28. Figure 4-28. Figure 4-29. Figure 4-30.	 Figure 4-12. Spectrograms of sensors (case 2). (a) sensor 1 (b) sensor 2 Figure 4-13. An comparison of the true ratio and the estimated ratio using the IPM (case 2) Figure 4-14. A comparison of the true position and the estimated position (case 2) Figure 4-15. An mismatch of the interference pattern (case 2) Figure 4-16. The result of IPM considering the source maneuver characteristic in the ocean (case 2) Figure 4-17. A comparison of the true position and the estimated position using a source localization (case 2) Figure 4-18. An estimation error rate of source position (case 2) Figure 4-19. Distances from source to sensor 1 and sensor 2 (case 3) Figure 4-20. Spectrograms of sensors (case 3). (a) sensor 1 (b) sensor 2 Figure 4-21. A comparison of the true position and the estimated position (case 3) Figure 4-22. A comparison of the true position and the estimated position (case 3) Figure 4-23. An estimation error rate of source position (case 3) Figure 4-24. Source positions for estimating to localization Figure 4-25. Localization results for each source position Figure 4-26. Error Distributions of IPM results for the ratio Figure 4-28. The figure of experimentation Figure 4-29. The configuration of L type line array

Figure 4-31.	Sound velocity characteristics for eight times.	67
Figure 4-32.	A source trajectory and spectrograms for each case. (a) source	
	trajectory for each case (b) spectrograms for each case	69
Figure 4-33.	The source range and the range rate for each sensor. (a) the source	e
	range from each sensor (b) the range rate from each sensor	70
Figure 4-34.	Sensor's spectrograms (case 1). (a) sensor 1 spectrogram	
	(b) sensor 2 spectrogram.	72
Figure 4-35.	Estimation results (case 1). (a) estimation results from IPM	
	(b) comparison of ratio results.	73
Figure 4-36.	Error analysis of frame 78 and frame 85 (case 1)	74
Figure 4-37.	Results of error analysis (case 1). (a) comparison of ratio between	
	real and estimation results (b) error ratio of estimation results	75
Figure 4-38.	Sensor's spectrograms (case 2). (a) sensor 1 spectrogram	
	(b) sensor 2 spectrogram.	77
Figure 4-39.	Estimation results (case 2). (a) estimation results from IPM	
	(b) comparison of ratio results.	78
Figure 4-40.	Results of error analysis (case 2). (a) comparison of ratio between	
	real and estimation results (b) error ratio of estimation results. $\cdots\!\!\!$	79
Figure 4-41.	Estimation results of source position.	81
Figure 4-42.	The distribution of range error and error ratio. (a) range error	
	distribution (b) error ratio distribution.	82
Figure 4-43.	Sample distributions of the localization error.	83
Figure A1-1.	A circle of apollonius.	96
Figure A2-1.	The range difference between source and 2 sensors.	98
Figure A2-2.	A hyperbolic equation.	100

List of Tables

Table	4-1.	Analysis results of simulation for 3 cases	60
Table	4-2.	Error analysis results for the range ratio between source and sensors	
			64
Table	4-3.	Error analysis results of the localization	84
Table	4-4.	Sample analysis results for the localization error	84

I. 서 론

한국 주변의 연안 해역은 다양한 어로 활동과 활발한 경제활동에 따른 해 상교통량의 빈도가 높고, 민감한 지정학적 특성 때문에 해상에서 지속적이고 빈번한 군사적 활동이 이루어진다. 지금까지 수중에서 기동하는 음원을 탐지 하기 위한 수단으로 음향, 자기, 전자파와 광학 등이 있으나, 수중 음파를 이 용하는 소나(SONAR: SOund Navigation And Ranging)가 가장 효과적인 탐지수 단으로 알려져 있다. 소나는 음원으로부터 발생하는 소음을 탐지하는 수동 소 나(Passive SONAR)와 음파를 송신하여 음원에서 반사되는 신호를 탐지하는 능 동소나(Active SONAR)로 구분된다. 능동 소나는 센서 구조상 수kHz의 주파수 를 사용하므로 탐지 거리에 제한이 있으며 음원의 반사강도(Target Strength)와 음파의 전달과정에서 발생하는 복반사음(reverberation noise) 등이 성능을 제한 하므로 수동 소나에 비해 탐지 성능이 떨어진다. 수동 소나는 음원에 발생하 는 신호가 공간적으로 떨어져 있는 2개 이상의 센서에 도달하는 시간 지연의 물리적 특성을 이용하여 음원의 위치 또는 방위를 추정한다[1-2].

천해에서 은밀하게 접근하는 수중 음원에 대한 탐지 및 위치 추정은 NCW(Network Centric Warfare)에서 매우 중요한 문제이다. 천해 환경은 대양과 달리 복잡한 음파의 다중경로에 의하여 음원의 정확한 위치 추정이 매우 어렵 다. 또한 긴 관측 시간을 요구하는 수동소나에서 음원의 위치 추정은 관측 시 간 동안에 발생하는 음원의 이동으로 인하여 음원의 에너지가 여러 개의 빔으 로 확산됨에 따라 출력 신호의 크기가 낮아져서 탐지 및 위치 추정 성능이 저

- 1 -

하된다.

일반적인 음원 위치 추정 기법은 음원에서 발생하는 신호를 평면파로 가 정하여 음원의 입사각을 추정하는 고전적인 빔형성(Conventional Beamforming) 기법[3], MUSIC (MUltiple Signal Classification)[4-5] 등이 있다. 이와 같은 음원 위치 추정 기법들은 해양 도파관에서 나타나는 다중경로 음파 전달현상을 고 려하지 않아 실제 해양에서는 위치 추정 오차가 발생한다[6-8].

지난 수십 년 동안 천해에서 음원 탐지와 위치 추정을 위하여 많은 연구 가 이루어졌으며, 최근 수동 소나는 위치 추정 성능 향상을 위하여 새로운 개 념들이 도입된 많은 연구가 수행되고 있다. 특히 수중에서 전달되는 음파전달 특성을 신호처리 기법에 적용하여 위치 추정 성능을 높이고자 하는 시도들이 이루어졌다[9-13].

대표적인 예는 수직 배열센서를 이용하여 음원의 위치를 추정하는 정합장 처리(MFP : Matched Field Processing)이며, 이 기법은 적절한 조향벡터(복제음 장)를 구성하기 위하여 음파전달 모델 기반의 해양의 다중 경로를 고려한 음 원의 위치 및 수심을 추정하는 기법으로 음원 위치 추정에 필요한 조향벡터에 음파전달 모델 결과를 이용한 최초의 방법이다[10-13]. 그러나 음파전달 모델 을 이용함에 따라 실제 환경과의 오정합(mismatch)이 발생하고, 3차원의 해양 환경 정보를 보유하여야 하며, 많은 수행 시간이 필요하다는 단점을 가지고 있다.

최근에는 1982년 S. D. Chuprov가 발표한 도파관 불변성(WI : Waveguide

- 2 -

Invariant)의 특성을 이용하여 다양한 분야에 음원의 위치 추정 기법 연구가 활 발하게 이루어지고 있다. 도파관 불변성은 음파가 전달되는 모드의 상호 간섭 에 의해 발생하는 광대역의 간섭 패턴에서 모드 강도의 기울기(β)가 시간과 주파수의 함수에서 음원의 거리에 비례하여 나타난다는 이론이다[14-16]. 일정 한 음속구조를 보이는 도파관에서 간섭패턴의 기울기는 모드의 개수, 주파수, 음원의 수심과 무관하다. 그러나 실제 해양의 음속구조에서 기울기는 모드의 개수, 주파수, 음원과 수신기의 수심에 따라 변한다[17-19]. 실제 해양에서의 기울기(β)에 대한 특성 연구는 이를 적용한 음원 위치 추정 연구가 동시에 활발히 이루어지고 있다[17-34].

G. L. D'Spain 등은 단일 센서에서 측정된 스펙트로그램으로부터 도파관 불변성의 특성을 확인하였으며, 또한 음원의 위치 추정을 위해서는 기울기의 값을 다르게 적용하여야 함을 확인하였다[17]. 또한 D. Rouseff는 기울기 값의 변화에 따른 범형성의 지향 방위와 음원의 방위에 대한 오차를 로파그램 (LOFARGRAM)으로 분석하였다[34].

T. C. Yang은 수평 배열 센서를 이용하여 도파관 불변성 이론을 관측 시
간 내에 발생하는 음원 이동 보상(motion compensation)에 적용하였다[24-25].
Yang의 기법은 인접한 표적에 대하여 탐지 성능이 6dB 이상 향상되었으나, 관
측 시간 내의 데이터에 대하여 기울기를 변화하면서 정합도가 높은 것을 찾아
야 하는 단점이 있다.

정합장처리 분야에서는 도파관 불변성 이론을 적용하여 계산 시간의 감소

- 3 -

와 위치 추정 성능 향상을 위한 많은 연구가 이루어졌다.

H. Cox는 도파관 불변성을 이용하여 150Hz 대역의 조향 벡터를 20Hz 간 격으로 계산 및 보상하여 정합장처리에 필요한 조향벡터 계산량을 30% 감소 시켰다[21]. J. S. Kim 등은 도파관 불변성(waveguide invariant)을 이용하여 거 리 방향으로 영(null)을 넓히는 시도를 하였다[28]. Song 등은 영(null) 확장이 천해에서 다중음원이 존재할 경우에 평면파 범형성에서 신호단편이 제한되어 도 저소음 음원 탐지에 매우 효과적임을 보였다[35]. A. M. Thode 등은 알고 있는 음원으로부터 측정된 결과를 토대로 도파관 불변성의 특성을 적용한 가 상 수신기(Virtual Receiver) 개념을 도입하여 음원 위치 추정 기법을 제시하였 다[20]. 또한 도파관 불변성의 특성을 정합처리의 음원 이동에 따른 이동 보상 에 적용하여 향상된 탐지 성능을 가지는 정합장처리 기법을 제시하였다[30]. 앞서 설명한 기법들은 도파관 불변성을 특성과 환경 정보를 최소한으로 이용 하여 탐지 성능의 향상 기법을 제시하였으나, 여전히 환경 정보의 정확성에 영향을 받는다.

가장 최근에는 광대역의 능동 소나 신호에 대하여 도파관 불변성을 적용 한 음원 위치 추정 기법들이 제시되었다. S. W. Lee 등은 β와 무관하게 음원 의 위치 추정을 위하여 수직 및 수평 배열에서 광대역 특성을 가지는 순간 소 음(transient signal)을 탐지하여 고차모드에서 발생하는 기울기 정보를 이용하는 기법을 제시하였다[19]. L. M. Zurk 등은 양상태에서 광대역 능동 신호를 시간 에 따라 관측한 스펙트로그램에 대하여 도파관 불변성을 이용한 추적 기법의

- 4 -

적용성을 제시하였다[29]. 이 기법은 시간에 따른 광대역 능동 신호가 거리에 따라 도파관 불변성의 특성이 나타나는 것을 확인하였으나, 연구 방향으로 서 로 다른 관측 시간에 따른 거리 변화 특성의 분석이 필요하다고 하였다.

상기 기술된 기법들은 기존의 위치 추정 기법에 도파관 불변성의 특징을 적용하여 향상된 위치 추정 성능을 제시하였으나, 실제 해양에서 나타나는 기 울기와 환경 특성의 영향을 여전히 받고 있다. 그러므로 음원의 위치 추정은 해양 환경 특성을 고려하되 환경정보와 무관하게 적용 가능하고, 짧은 관측 시간에 수행 가능하여야 하고, 실제 해양에서 변하는 기울기에 무관하게 적용 가능한 기법을 필요하다.

본 논문에서는 2개의 센서를 이용하여 각 센서에 나타나는 간섭패턴의 비 율을 추정하여 동일한 음장에서 기울기와 환경 정보에 무관한 음원의 위치를 추정하는 알고리즘을 제시한다.

도파관 불변성의 이론에 의해 음원의 거리에 따른 주파수 특성은 비례하 게 나타나므로 음원과 각 센서간의 거리의 비에 따라 각 센서에 탐지된 주파 수도 비례한다. 그러므로 센서 간 주파수 비율을 추정하면 센서로부터 상대적 인 음원의 거리를 추정할 수 있다. 실제 해양에서 나타나는 기울기가 변화하 여도 동일한 음장 내에서는 센서에 적용되는 기울기가 동일하므로 이와 무관 하게 적용할 수 있다.

2개의 센서에 나타나는 간섭패턴에 대한 비율은 간섭패턴 매칭(IPM : Interference Pattern Matching)으로 추정하고, 추정된 비율 결과는 아폴로니오스

- 5 -

의 원 방정식을 이용하여 상대적 음원 위치를 추정한다[36]. 아폴로니오스의 원(circle of apollonius)은 하나의 고정된 지점(A)으로부터 임의의 지점에 대한 (C) 거리 궤적은 또 다른 지점(B)에서의 거리에 일정한 값을 곱한 형태가 된 다는 이론으로, 각 센서로부터 음원까지의 추정된 거리 비는 음원이 존재하는 궤적을 유추할 수 있는 원의 방정식을 제공한다.

간섭 패턴 매칭에 의해 추정된 아폴로니오스의 원을 이용한 음원 위치 추 정의 성능은 3개의 센서를 이용한 경우에 대하여 원의 교점이 음원의 위치가 됨을 확인하였다[32]. 그러나 3개의 센서를 이용하는 경우는 최소 2개 이상의 원이 추정 가능하므로 교점을 구할 수 있지만, 2개의 센서를 이용하는 경우에 는 추정할 수 있는 원은 하나이므로 센서 거리 기준의 상대적 거리 밖에 추정 할 수 없으므로 또 하나의 방정식이 요구된다.

본 논문에서는 음원의 위치 추정을 위하여 기존의 고전적인 방법인 두 개 의 센서 시간지연 값을 추정하여 음원의 상대 거리를 추정하는 TDOA(Time Difference of Arrival)을 이용하여 쌍곡선 방정식을 도입하였다[37-40]. 최종적 인 음원 위치는 원의 방정식과 쌍곡선의 방정식에 이용하여 두 방정식으로부 터 계산되는 교점이 된다.

제2장에서는 본 연구의 기본이 되는 도파관 불변성에 대한 기본 이론과 pekeris 도파관 모델을 이용하여 음속에 따른 기울기(β)에 특성과 두 개의 센 서에서 나타나는 스펙트로그램 특성을 분석하였다. 또한 도파관 불변성의 특 성에 의해 2개의 센서에 나타난 주파수의 비율이 음원 거리의 비에 대응되는

- 6 -

것을 기술하였다.

제3장에서는 간섭패턴매칭 기법과 아폴로니오스의 원 이론, TDOA 기법과 쌍곡선 방정식 이론을 설명하고, 이를 이용한 음원 위치 추정 알고리즘을 설 명한다.

제4장에서는 본 논문에서 제안된 위치 추정 기법의 성능 분석을 위하여 모델 기반의 시뮬레이션 및 분석을 수행하여, 해상실험(MAPLE-05)에서 획득 한 신호에 적용하여 성능을 확인한다.

마지막으로 제 5장에서는 결론 및 향후 연구 방향에 대하여 기술한다.

Ⅱ. 도파관 불변성 기반의 위치 추정

도파관 불변성 이론은 1982년 S. D. Chuprov가 발표하였다[15]. 도파관 불 변성은 음파가 전달되는 모드의 상호 간섭에 의해 발생하는 광대역의 간섭 패 턴이 시간과 주파수의 함수에서 모드에 대한 강도의 기울기는 음원의 거리에 비례하여 나타난다는 이론이다. 일정한 음속구조를 보이는 도파관에서는 간섭 패턴의 기울기가 모드의 개수, 주파수, 음원의 수심과 무관하다. 그러나 실제 해양의 음속구조에서 기울기는 모드의 개수, 주파수, 음원과 수신기의 수심에 따라 변한다[17-19].

기울기의 변화는 단일 센서에서 측정된 스펙트로그램 및 로파그램으로부 터 도파관 불변성의 특성을 확인하였으며, 또한 음원의 위치 추정을 위해서 기울기의 값을 다르게 적용하여야 함을 확인할 수 있다.

본 장에서는 도파관 불변성의 기본 이론을 살펴보고, 모델 기반의 시뮬레 이션 및 기 제시된 해양 실험을 통한 기울기에 대한 특성을 분석하였다. 또한 해외 연구 사례를 통하여 도파관 불변성에 대한 연구 결과와 이를 이용한 위 치 추정 사례들을 살펴보았다.

- 8 -

2.1 도파관 불변성 이론

모드의 상호 간섭은 음파가 거리에 따라 전달하기 때문에 나타난다. 예를 들면, 협대역에서 조립모드(constructive mode)와 파괴모드(destructive mode)의 간섭 때문에 거리에 따라 전달손실이 마루(peak)와 골(valley)의 형태를 보인다. 일관성 광대역에서는 에너지가 모드의 군속도별로 전달된다. 심해에서는 저속 군속도를 갖는 저차 모드만으로 구성된 단일 모드 군이 형성된다. 반면에, 천 해 도파관에서는 반대의 현상이 나타나며 저차 모드가 빠르게 전달되어 고차 모드보다 일찍 도착한다. 모드의 도달과 분산 구조는 시간과 주파수 분석으로 알 수 있다. 시간과 주파수의 함수에서 모드에 대한 강도의 기울기는 음원의 거리에 비례한다[41-42].

일반적으로 개별적인 모드의 도달구조는 연속적인 광대역 신호의 도달구 조로부터 구분하기 어렵다. 그러나 주파수 성분들이 각각 비상관 결합이라 해 도 거리의 함수로 나타낸 광대역의 강도 스펙트럼에서는 모드의 간섭 구조를 볼 수 있다. 따라서 단일 센서에서 관측한 거리의 함수로 나타낸 스펙트로그 램으로부터 강도의 최대와 최소의 줄무늬 밴드를 볼 수 있다. 단일 센서에 나 타나는 줄무늬 형태의 기울기는 범형성 결과에서도 동일하고, 정상모드의 조 립모드와 파괴모드 간섭과 일치한다. 줄무늬의 기울기는 도파관에서 불변하다 고 밝혀졌으며, 스칼라 변수인 기울기(β)로 기술하며, 도파관 불변성이라 한다 [15-16]. 일정한 음속구조를 보이는 도파관에서는 줄무늬 형태의 기울기가 모 드의 개수, 주파수, 음원의 수심과 무관하다. 그러나 실제 해양의 음속구조에

- 9 -

서는 줄무늬 형태의 기울기가 모드 수, 주파수, 음원과 수신기의 수심에 따라 변한다[16].

도파관 불변성 β 의 유도는 Brekhovskikh 와 Lysanov의 기술방법을 따랐 다[14]. 거리 r 과 수심 d 에 있는 수신기에 수신되는 음장을 주파수의 함수 로써 정상모드로 나타내기 위하여 간단히 음압으로 표현하면 다음과 같다.

$$G(w) = \sum_{m=1}^{Q} A_m \exp(-jk_m r)$$
, (2.1)

여기서 모드 진폭 A_m 와 모드파수 k_m 은 주파수 w 의 함수이다. 음압의 세기는 다음과 같다.

$$I(w) = |\mathbf{G}(w)|^2$$

$$= \sum_{m=1}^{Q} |A_m| + \sum_{m \neq n}^{Q} A_m^* A_n \exp(j(k_m(w) - k_n(w))r) .$$
(2.2)

주파수와 거리에 따른 A_m 의 느린 변화를 무시하면 최대 음압의 세기는 다음과 같이 결정된다.

$$\delta \mathbf{I}(w) \approx j \sum_{m \neq n}^{Q} A_{m}^{*} A_{n} \exp(j(k_{m}(w) - k_{n}(w))r) \delta((k_{m}(w) - k_{n}(w))r) = 0.$$
(2.3)

식 (2.3)에서 동일 위상(stationary phase) 조건은 다음과 같다.

$$\delta((k_m(w) - k_n(w))r) = \left(\frac{dk_m(w)}{dw} - \frac{dk_n(w)}{dw}\right)r\,dw + (k_m(w) - k_n(w))r = 0$$
(2.4)

식 (2.4)를 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{dw/w}{dr/r} = \left(\frac{k_m(w) - k_n(w)}{w}\right) \swarrow \left(\frac{dk_m(w)}{dw} - \frac{dk_n(w)}{dw}\right)$$
(2.5)
$$= -\left(\frac{1}{v_m} - \frac{1}{v_n}\right) \swarrow \left(\frac{1}{u_m} - \frac{1}{u_n}\right)$$
$$\equiv \beta_{mn},$$

여기서 $v_m = w/k_m(w)$ 은 m번째 모드의 위상 속도이고 $u_m = dw/dk_m(w)$ 는 군속도이다. 단단한 해저면 위에 일정한 음속구조를 갖는 Pekeris 도파관에서 β_{mn} 는 모든 모드에서 똑 같다.

$$\beta_{mn}=\beta=1$$
 .

음속이 수심에 따라 선형적으로 증가함으로써 굴절 계수의 제곱 특성을 보이는 도파관에서는 다음과 같다.

$$\beta_{mn} = \beta = -3 \; .$$

이러한 도파관에서 기울기가 식 (2.5)의 왼편 항과 같이 표현되기 때문에

- 11 -

β는 불변하며, 모든 주파수와 모든 음원과 수신기의 수심에 대하여 불변이다.

실제 해양의 음속구조에서는 줄무늬 형태의 기울기가 모드 수, 주파수, 음 원과 수신기의 수심에 따라 변하므로 음향모델을 이용하여 수심과 수온, 거리 에 따른 특성을 살펴보았다.

그림 2-1은 수심이 100m 이고 음속이 1500m/s 로 일정한 pekeris 도파관에 서 음원과 수신기의 깊이가 50m 일 때 거리별 강도의 스펙트럼이다. 강도의 줄무늬가 일정한 기울기를 보이고 있음을 볼 수 있으며, 일정한 주파수 폭에 서는 인접 기울기가 거의 같다고 할 수 있다. 인접한 두 무늬 사이의 거리는 잘 알려진 바와 같이 모드의 순환 거리를 나타낸다.

그림 2-2는 수심 50m에 대하여 음속이 1500m/s 로 일정한 Pekeris 도파관 에서 수심별, 거리별 강도와 전달 손실을 나타낸 것이다. 강도의 줄무늬는 거 리와 수심에 따라 β=1의 일정한 기울기를 보이고 있음을 볼 수 있다.

그림 2-3은 수심 50m에 대하여 수심에 따라 음속이 증가하는 Pekeris 도파 관에서 수심별, 거리별 강도를 나타낸 것이다. 강도의 줄무늬는 거리와 수심에 따라 일정한 기울기를 보이고 있으나 서로 다른 기울기가 혼합되어 있는 형태 로 나타난다.

그림 2-4는 그림 2-3의 조건에서 수심 30m, 50m, 70m에 대하여 수심에 따 라 음속이 증가하는 pekeris 도파관에서 수심별, 거리별 강도를 나타낸 것이다. 강도의 줄무늬는 일정한 기울기를 보이고 있으나 수심이 깊을수록 도파관 불 변성의 기울기 특성이 잘 나타남을 알 수 있다.

- 12 -



Figure 2-1. A modeled intensity as a function of frequency and range for a single receiver in the Pekeris waveguide.







(b)

Figure 2-2. A modeled intensity and TL curve in the Pekeris waveguide. (C=1500m/s, D=50m). (a) intensity (b) TL.



(a)



(b)

Figure 2-3. A modeled intensity and TL curve in the Pekeris waveguide. (C1=1450m/s, C2=1500m/s, D=50m). (a) intensity (b) TL.



Figure 2-4. A modeled intensity in the Pekeris waveguide(30m, 50m, 70m).

그림 2-2에서 그림 2-4의 시뮬레이션 결과에서 기울기는 수심, 수심별 온 도, 거리 등에 따라 변한다.

G. L. D'Spain과 W. A. Kuperman은 San Diego에서 측정한 SWellEx-3의 해 상실험 자료를 이용하였으며, 그림 2.5에 나타난 것처럼 "a" ~ "f"의 각 트랙에 대하여 기울기 특성을 분석하였다[17]. 그림 2-6은 "a" 트랙과 "b"에 대한 기울 기 특성을 살펴본 스펙트로그램 결과이며, 그림 2.7은 각 트랙에 대하여 시간 의 함수로 β⁻¹를 계산한 결과이다. 그림 2-6에서 기울기는 트랙의 거리가 멀 어짐에 따라 주파수의 변화도 일정한 기울기로 커짐을 알 수 있다. 그림 2-7에 서 기울기는 각 트랙에 따라 다르게 추정됨을 볼 수 있어 시간 및 수온의 변 화에 많은 영향을 받고 있음을 알 수 있었다. 이와 같은 결과를 토대로 각 트 랙에 대하여 예측되는 수식을 제시하였다.

S. W. Lee와 N. C. Makris는 2003년 Main Acoustic Clutter Experiment의 해 상실험에서 기울기와 무관한 위치 추정을 위하여 사전에 시간에 따른 β를 측 정하였다[19]. 그림 2-8은 약 2시간 사이에 XBT를 통해 측정된 수온 값을 이 용하여 계산된 기울기를 모드 수에 따라 나타낸 그림이며, 그림에서 보는 바 와 같이 기울기는 시간에 따라 변화되고 있음을 알 수 있다.

또한 D. Rouseff와 R. C. Spindel은 천해에서 기울기의 값을 음원과 수신기 간의 깊이, 거리, 대역폭, 해저면 반사 계수에 따라 일정한 값으로 유지하지 못함을 수치적 시뮬레이션으로 확인하였다[34].

- 17 -



Figure 2-5. A plane view of the SWellEx-3 experiment. (J.A.S.A., vol. 106, No.5, Nov 1999)



Figure 2-6. Ten-minute single-element pressure spectrum over the 70-170Hz band. (J.A.S.A., vol. 106, No.5, Nov 1999)



Figure 2-7. Plots of β^{-1} as function of time for each of the six tracks. (J.A.S.A., vol. 106, No.5, Nov 1999)

- 19 -



Figure 2-8. The waveguide invariant parameters β calculated using the sound speed profile. (a) Track 141(a)_1 (b) Track 141d_1.

2.2 도파관 불변성을 음원 위치 추정

2.1장에서 유도한 도파관 불변성 이론을 간략하게 정리하면 다음과 같이쓸 수 있다.

$$\frac{dw}{w} = \beta \frac{dr}{r} \tag{2.6}$$

식 (2.6)을 살펴보면 음원 거리 추정을 위하여 필요한 변수는 β, r, dr은 미지수이며, ω와 dω는 센서로부터 측정된 스펙트로그램에서 알 수 있는 값이 다. 즉 실제 스펙트로그램으로부터 ω와 dω를 계산하여도 음원 거리는 β값과 연관되어 있어 음원의 위치 추정은 어렵다.

해양에서 나타나는 간섭패턴의 전형적인 패턴은 다중경로에 의하여 발생 하는 Lloyd's mirror 현상이며, S. T. Stacey는 Lloyd's mirror 현상을 이용하여 음원 위치 추정을 시도하였다[31].

그는 그림 2-9에 나타난 CPA(Closet Point Approach) 부근의 자료에 대하여 측정된 스펙트로그램과 모델을 이용한 잡음이 없는 간섭패턴을 서로 비교하면 서 그림 2-10의 과정을 통하여 위치 추정 변수를 찾았다. 이 기법 또한 모델을 이용하였기 때문에 모델에 의한 정확도에 영향을 받지만 간섭 패턴이 음원 위 치 추정에 중요한 요소임을 제시하고 있다.



Figure 2-9. LOFARGRAM and image cleaning result.



Figure 2-10. The multi stage localisation algorithm.

도파관 불변성의 특성을 이용한 음원의 위치 추정을 위한 시도는 서론에 서 기술한 바와 같이 다양하게 수행하였었다.

T.C Yang은 빔영역에서 관측시간 내에서 β값을 변화하면서 가장 잘 정합 된 값을 찾아 적용하는 음원 운동 보상(motion compensation) 빔형성 기법을 제 시하였다[24-25]. 그러나 앞절에 기술한 바와 같이 기울기 값은 수온과 수심 등에 따라 선형적인 변화량이 아니므로 정확한 기울기에 의한 보상은 어렵다.

A. M. Thode는 알고 있는 음원으로부터 측정된 자료를 이용하여 가상 수 신기(virtual receiver)를 도파관 불변성의 특성에 따라 도입하였다[20]. 그러나 알고 있는 음원으로부터 획득한 자료를 이용하는 것은 이미 환경 정보를 적용 한다는 의미이므로 환경 정보의 정확성에 영향을 받는다.

S. W. Lee와 N. C. Makris는 2003년 Main Acoustic Clutter Experiment의 해 상실험에서 기울기와 무관한 위치 추정을 시도 하였다[18-19]. 음파가 전달되 는 고차 모드는 일정한 각을 이루게 된다는 사실을 이용하여 음원 거리를 추 정하는 간단한 알고리즘을 제안하였다. 그러나 신호대 잡음비가 낮은 경우에 대한 시뮬레이션 결과에서 이 기법은 위치 추정오차는 크게 나타나는 단점을 확인하였다[33].

이외에도 많은 연구가 이루어지고 있지만 대부분의 시도들은 단일 센서 혹은 단일 배열센서 구조를 이용하기 때문에 기울기의 변화 및 최소의 환경정 보를 사용하여야 하는 단점을 가지고 있다.

- 23 -

Ⅲ. 2개의 센서를 이용한 음원 위치 추정

2장에서 살펴본 바와 같이 기존의 음원 위치 추정 기법들은 도파관 불변 성을 이론을 적용하였으나 환경 정보를 이용하였으며, 실제 해양에서 변하는 기울기에 의해 기울기에 대한 정합도에 대한 추정이 필요함을 알 수 있다. 단 일 센서를 이용하여 음원 위치 추정은 기울기에 대한 정보가 필요하지만, 동 일한 음장에서 수신되는 두 개의 센서를 이용하면 센서에 수신되는 신호는 동 일한 기울기의 특성에 영향을 받으므로 기울기와 무관하게 적용 가능하다.

본 논문에서는 동일한 음장에서 두 개의 센서를 이용하여 기울기의 변화 와 무관하게 적용 가능한 간섭패턴매칭(Interference Pattern Matching) 기법과 음원의 위치 추정 기법을 제안하였다.

제안한 간섭패턴매칭 기법은 2개의 센서에 나타나는 간섭 패턴에 대하여 도파관 불변성의 이론에 따라 각 센서에 동일한 기울기가 적용되므로 간섭 패 턴을 상호 비교함으로써 기울기 영향을 서로 상쇄시켜 기울기와 무관하게 거 리 비율을 추정할 수 있으며, 간섭패턴 매칭을 통하여 구해진 거리 비율은 아 폴로니오스의 원 이론에 따라 음원의 위치가 존재하는 궤적을 추정하였다.

제안한 음원 위치 추정 기법은 추정된 2개의 거리 방정식을 이용하여 두 방정식의 교점을 음원의 위치로 추정한다. 간섭패턴매칭에 의하여 추정된 음 원의 위치 궤적은 2개의 센서를 이용함에 따라 하나의 방정식이 유도된다. 그 리므로 또 하나의 방정식이 필요하다. 이를 위하여 2개의 센서에 도달하는 음 파의 시간지연 값을 계산하여 위치를 추정하는 기법인 TDOA(Time Difference

- 24 -
Of Arrival) 이론을 이용하여 유도하였다. TDOA에 의해 구해진 음원의 위치 제적은 쌍곡선의 방정식으로 대응된다. 따라서 최종적인 음원의 위치 추정은 원 방정식과 쌍곡선의 방정식의 교점이 된다. 본 논문에서 제안하는 위치 추 정 기법은 음원 위치 값인 두 개의 변수(x, y)를 구하기 위하여 두 개의 방정 식을 이용하므로 매우 간단하고, 기울기의 변화와 무관하게 적용할 수 있는 장점이 있다.

본 장에서는 도파관 불변성의 특성을 이용한 간섭패턴매칭 기법과 시간 지연에 의한 TDOA 기법을 설명하고, 각각 기법들은 아폴로니오스의 원과 쌍 곡선 방정식에 대응됨을 설명하였다. 또한 두 방정식의 교점을 구하여 음원의 위치 추정하는 과정을 설명하였다.

3.1. 간섭패턴매칭에 의한 위치 추정

2.2장에서 기술한 도파관 불변성 이론식을 다시 기술하면 다음과 같다.

$$\frac{dw}{w} = \beta \frac{dr}{r} \tag{3.1}$$

또한 2.2장에서 기술한 바와 같이 실제 스펙트로그램으로부터 ω와 dw를 계산하여도 음원 거리는 기울기 값과 연관되어 있어 음원의 위치 추정은 어렵 다.

그림 3.1과 3.2는 음원으로부터 2개의 센서에 전달되는 신호에 대하여 도 파관 불변성 이론에 의한 관계를 표현한 그림이다. 그림 3.1은 동일한 음장에 서 센서에 수신된 신호는 음파 전달과정에서 기울기가 변하더라도 동일하게 영향을 받고 있는 것을 나타낸 그림이다. 그림 3.2는 음원과 각 센서간의 거리 에 따라 대응되는 주파수 특성을 β=1인 경우에 대하여 나타낸 그림으로 음 원의 거리가 멀수록 선형적으로 주파수는 크게 나타남을 알 수 있다.

그림 3-1과 3-2로부터 2개의 센서를 이용하여 이동하는 음원의 광대역 신 호는 스펙트로그램에 나타나는 최대 음압이 발생하는 줄무늬의 기울기와 주파 수축에서 천이된 비율이 음원과 두 센서들 간의 거리에 따라 각각 다르게 나 타남을 알 수 있다. 그러므로 두 센서의 간섭 패턴을 상호 비교하면 도파관 불변성의 기울기는 두 개의 센서에 동일한 영향을 미치기 때문에 서로 상쇄가 가능함을 알 수 있다.

- 26 -



Figure 3-1. The Concept of waveguide invariant Characteristics from a target to two sensors.



Figure 3-2. Characteristics of the frequency and range variation as range between target and sensors.

- 27 -

도파관 불변성 특성에 기반으로 2개의 센서에 간섭 패턴에 대한 주파수 및 거리에 대한 특성을 살펴보았다.

먼저 음원의 위치가 (x_T, y_T) 이고, 두 개의 센서가 각각 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 이라 고 가정하면 각 센서로부터 음원간의 거리는 다음과 같다.

$$r_{1} = \sqrt{(x_{T} - x_{1})^{2} + (y_{T} - y_{1})^{2}}$$

$$r_{2} = \sqrt{(x_{T} - x_{2})^{2} + (y_{T} - y_{2})^{2}}$$
(3.2)

식 (3.2)의 r_1, r_2 는 각 센서에서 음원까지의 거리이므로, r_1, r_2 는 다음과 같 은 관계식을 가진다.

$$r_1 = nr_2 \tag{3.3}$$

식 (3.3)에서 n은 실수값이다.

그림 3.1과 그림 3.2로부터 음원 거리에 대한 각 센서의 주파수 특성은 거리에 비례하므로 다음과 같은 식을 적용할 수 있다.

$$\omega_1 = n \, \omega_2 \tag{3.4}$$

각 센서에 수신되는 신호에 대하여 도파관 불변성을 적용하면 센서별 관 계식은 다음과 같다.

$$\frac{dw_1}{w_1} = \beta \frac{dr_1}{r_1} \tag{3.5}$$

$$\frac{dw_2}{w_2} = \beta \frac{dr_2}{r_2} \tag{3.6}$$

- 28 -

두 개의 센서는 동일한 음장에 있으므로 기울기 값인 β는 동일한 값으로 적용 할 수 있으므로 두 센서간의 관계식은 다음과 같다.

$$\frac{r_1}{dr_1}\frac{dw_1}{w_1} = \frac{r_2}{dr_2}\frac{dw_2}{w_2}$$
(3.7)

거리와 주파수에 대한 연관 관계를 알아보기 위하여 식 (3.7)을 재정리하 면 다음과 같다.

$$\frac{r_1}{r_2} \frac{w_2}{w_1} = \frac{dr_1}{dr_2} \frac{dw_2}{dw_1}$$
(3.8)

식 (3.8)에서 거리와 주파수에 대한 관계식과 거리 변화량과 주파수 변화 량에 대환 관계식으로 구분하여 적용 가능하다. 이를 분리하여 정리하면 다음 과 같다.

$$n = \frac{r_2}{r_1} = \frac{w_2}{w_1} \tag{3.9}$$

$$n = \frac{dr_2}{dr_1} = \frac{dw_2}{dw_1} \tag{3.10}$$

식 (3.9)에서 2개의 센서를 이용하여 측정된 주파수의 비율을 구하면 도파 관 불변성 이론에 따라 센서로부터 거리 비율을 추정할 수 있다.

식 (3.10)은 주파수 변화량을 센서로부터 구하면 상대적 거리 변화량을 추 정할 수 있으나, 본 논문은 음원의 위치 추정이 목적이므로 적용하지 않았다.

본 논문에서는 2개의 센서에 나타나는 간섭패턴으로부터 거리 비율을 추 정하기 위하여 간섭 패턴 매칭(IPM : Interference Pattern Matching)을 제안하였

- 29 -

다.

간섭패턴매칭의 기본 개념은 그림 3-3을 이용하여 설명할 수 있다. 그림 3.3에 나타난 간섭 패턴은 2개의 센서 사이를 5KTS로 지나가는 음원의 신호 를 두 개의 센서에서 수신한 결과이며, KRAKEN 모델을 이용하였다. 두 개의 센서 중에서 2번 센서의 간섭패턴을 기준으로 하여 1번 센서의 간섭 패턴을 일정 크기만큼 조정하면서 비교하면 2번 센서의 간섭 패턴과 일치한다. 이때 조정된 크기 값은 센서로부터의 거리 비율 값이 된다.

본 논문에서 제안한 간섭패턴매칭은 관측시간(프레임)마다 두 개의 센서 중에서 1개의 센서를 기준 센서로 선정하고, 나머지 센서의 스펙트로그램의 크기를 조정하면서 정합도가 가장 높은 값을 찾아 비율을 추정하는 기법이다. 관측 시간마다 수행하는 이유는 관측 시간이 길수록 관측 시간 내에 식 (3.10) 의 변화량을 포함하게 되어 선형적 관계를 유지하지 못하므로 관측 시간에 의 해 변화량의 영향을 최소화하기 위해서이다. 또한 간섭 패턴을 적용한 이유는 하나의 토널 주파수를 사용하는 경우 비교하고자하는 주파수가 매우 많아 정 합도의 추정이 어렵고, 도파관 불변성의 특성은 기 언급한 바와 같이 스펙트 로그램의 전반에 나타나는 간섭 패턴에 대한 것이므로 광대역의 스펙트럼 신 호에 대하여 적용하여야 하기 때문이다.

- 30 -



Figure 3-3. The IPM basic concept. (a) sensor 1 spectrogram (b) sensor 2 spectrogram and matching result.

관측 시간 t_0 에서 기준 센서의 신호를 $S_1(\omega, r_1, t_0)$, 나머지 센서의 신호를 $S_2(\omega, r_2, t_0)$ 라 하면 각 센서에 나타나는 스펙트럼은 식 (3.11)과 같이 나타낼 수 있으며, 이들의 비율은 식 (3.12)와 같다.

$$S_{1}(\omega, r_{1}, t_{0}) = n \times S_{2}(\omega, r_{2}, t_{0})$$
(3.11)

$$n = \frac{S_1(\omega, r_2, t_0)}{S_2(\omega, r_1, t_0)}$$
(3.12)

본 논문에서는 비율 값인 n을 추정하기 위하여 기준 센서의 스펙트럼에 대하여 $S_2(\omega, r_2, t_0)$ 의 스펙트럼에 대한 크기를 그림 3-4와 같이 조정하면서 정 합도가 가장 높은 비율 값을 추정하였다.

$$R(n) = S_1(\omega, r_1, t_0) - n \times S_2(\omega, r_2, t_0)$$
(3.13)

식 (3.13)에서 n은 실수 값이다.

식 (3.13)에서 구해지는 R(n)은 정합도의 차이며, R(n)이 최소가 되는 n의 값이 정합도가 가장 높은 값이 된다.

그림 3-4는 스펙트럼 크기 조정 과정을 그림으로 표현한 것으로 조정된 스펙트럼은 기준 스펙트럼과 정확하게 일치하지 않는다. 그 이유는 음파 전달 모델을 시용하지 않고 선형적으로 조정하였기 때문이며, 이로 인한 오차가 나 타난다 하더라도 간섭 패턴의 주요 주파수 성분은 그대로 유지하고 있으므로 조정 비율이 거리의 비율과 일치하면 오차 크기는 최소가 된다.



Figure 3-4. The Interference pattern matching process. (a) spectrogram of sensor 1 and sensor 2 (b) Matching results from scaled spectrogram of sensor 1.

식 (3.13)로부터 추정된 거리 비율은 센서로부터 음원 거리의 상대적 거리 가 되며, 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$r_1: r_2 = 1: n \tag{3.14}$$

식 (3.14)의 추정된 거리 비율은 두 센서의 위치를 두 정점으로 음원에 이 르는 거리의 비가 일정한 궤적이 된다.

아폴로니오스의 원은 음원에서 두 센서에 이르는 거리간의 비를 이용하여 음원의 거리를 유추할 수 있는 방정식을 제공한다. 아폴로니오스의 원은 두 정점에 이르는 거리의 비가 일정한 값을 가지며 운동하는 점의 자취로 정의된 다[36]. 즉 그림 3-5와 같이 추정된 거리의 비를 이용하여 중심점이 *K*, 반지름 이 *r*인 원의 방정식으로 변환 가능하다는 의미가 된다.

본 논문에서는 센서의 위치와 간섭패턴매칭에 의해 추정된 거리 비율을 알고 있으므로, 아폴로니오스의 원에 적용하여 상대적 거리를 원의 방정식으 로 변환하면 식 (3.15)가 되며, 이에 대한 유도 과정은 부록 1에 기술하였다.

$$(x-e)^2 + y^2 = r (3.15)$$

 $e = (m^2 + n^2)a/(m^2 - n^2) \;, \; r = (2mna)/(m^2 - n^2)$

그림 3-6은 두 개의 센서에 수신된 간섭 패턴에 대하여 간섭 패턴 매칭을 적용하여 추정한 음원의 거리 추정 결과 예제이다.



Figure 3-5. Apollonius's circle.



Figure 3-6. The result of Apollonius's circle.

3.2 TDOA에 의한 위치 추정

3.1절에서 두 센서에 의하여 추정된 거리 결과인 아폴로니오스의 원은 1개 의 방정식을 제공하기 때문에 음원의 위치 궤적을 추정할 수 있으나, 정확한 음원의 위치는 추정하기 어렵다. 그러므로 정확한 위치 추정을 위해서는 또 하나의 위치 궤적을 구할 수 있는 방정식이 필요하다.

TDOA(Time Difference Of Arrival)에 기반을 둔 위치추정의 기본 개념은 다수의 센서를 사용하는 범형성 기법이나 MUSIC 기법에 비해 적은 센서와 계산량을 요구하므로 현재 많은 응용분야에 적용되고 있으며[37-40], 기본 개 넘에 대한 그림은 그림 3-7과 같다.

앞 절에서 설명한 아폴로니오스의 원은 음원과 두 센서에 이르는 거리의 비가 일정한 궤적을 가지는 원의 방정식으로 나타나지만, TDOA 기반의 위치 추정 기법은 음원에서 두 센서에 이르는 거리의 차에 따른 시간 지연 값을 이 용하면 상대적 음원 위치는 거리의 차가 일정한 쌍곡선의 방정식이 된다.

음원과 두 개의 센서가 그림 3-8과 같이 위치할 때, 센서 1, 센서 2에 수 신된 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$x_1(t) = \alpha_1 s(t - \tau_1) , \ x_2(t) = \alpha_2 s(t - \tau_2)$$
(3.16)

여기서 α_1, α_2 는 감쇠정수를 τ_1, τ_2 는 각각 센서1과 센서2에 수신되는 신호 의 지연 시간을 의미한다.

- 36 -

두 수신 신호간의 시간 지연 TDOA를 구해보면 다음과 같다.

$$\tau = \tau_1 - \tau_2 \tag{3.17}$$

수중에서 음속 c에 대한 거리차 △d는 다음과 같다.

$$\Delta d = \tau c \tag{3-18}$$

센서1의 위치는 (-k,0), 센서2의 위치는 (k,0), 음원의 위치 (x, y)에서 센서 간의 거리차가 △d이면 상대적 음원 거리는 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{x^2}{\frac{(\tau c)^2}{4}} - \frac{y^2}{\frac{4k^2 - (\tau c)^2}{4}} = 1$$
(3-19)

식 (3.19)은 △d=τc의 거리차를 유지하는 쌍곡선의 방정식이며, 이에 대 한 유도 과정은 부록 2에 나타내었다.

TDOA에 의해 구해진 거리 궤적은 그림 3-9와 같이 나타나며, 추정 결과 예는 그림 3-10에 나타내었다.

이상의 결과에서 TDOA 기반의 위치 추정 기법은 정확한 음원의 위치를 쌍곡선의 방정식으로 추정할 수 있는 단서를 제공한다. 그러므로 음원의 위치 추정은 앞 절의 추정한 아폴로니오스의 원의 궤적과 쌍곡선의 궤적의 교점을 구하면 된다.



Figure 3-7. A basic concept of TDOA. (a) Acoustic source and sensors (b) Source location and bearing-angle interpretation.



Figure 3-8. The range difference from a source to sensor 1 and sensor 2.



Figure 3-9. A hyperbolic equation.



Figure 3-10. A range estimation result using TDOA.

3.3 2개의 방정식을 이용한 음원 위치 추정

3.1절과 3.2절에서 간섭패턴매칭 기법에 의해 추정한 음원과 센서간의 거 리 비율을 이용한 원의 궤적과 두 센서의 시간 지연 값을 이용하는 TDOA 기 법에 의한 쌍곡선의 궤적은 음원의 정확한 위치를 추정 할 수 있는 단서를 제 공한다.

본 논문에서는 간섭 패턴 매칭에 의하여 추정된 거리 궤적과 TDOA에 의 해 구한 거리 궤적을 이용하여 정확한 음원의 위치를 추정하는 기법을 제안한 다. 즉 간섭 패턴 매칭으로부터 원의 방정식을 구하고, TDOA의 결과로부터 쌍곡선의 방정식을 구하여 두 방정식의 공통 해가 되는 교점을 음원의 정확한 위치로 추정한다.

음원의 위치 (x, y)를 구하기 위하여 적용되는 원의 방정식과 쌍곡선의 방 정식은 다음과 같다.

$$(x-e)^2 + y^2 = r (3.20)$$

$$\frac{x^2}{\frac{\Delta d^2}{4}} - \frac{y^2}{\frac{4k^2 - \Delta d^2}{4}} = 1$$
(3.21)

식 (3.20)과 식 (3.21)은 음원의 위치로 추정된 거리의 궤적이므로 음원의 위치는 두 방정식이 일치하는 교점이 된다.

이에 대한 방정식은 식 (3.22)에 표현하였으며 상관관계는 그림 3-11에 나타내었다.

- 40 -



Figure 3-11. A cross point between circle and hyperbolic curve.



Figure 3-12. An estimation result of the source position.

$$\frac{x^{2}}{a} - \frac{y^{2}}{b} = \frac{(x-e)^{2} + y^{2}}{r}$$
(3.22)
$$\Rightarrow 7 |\lambda| \ a = \frac{\Delta d^{2}}{4}, b = \frac{4k^{2} - \Delta d^{2}}{4} \ \text{ord}.$$

식 (3-22)을 연립하여 해를 구하면 음원 위치 (x, y)는 각각 식 (3.23)과 식 (3.24)이 된다.

$$x = \frac{a^2 K + a \sqrt{a^2 K^2 - (a^2 + b^2)(e^2 - b^2 - r^2)}}{a^2 + b^2}$$
(3.23)

$$y = \pm \sqrt{\frac{b^2}{a^2}e^2 - b^2}, \text{ if } x^2 > a^2$$
 (3.24)

이상의 결과로 부터 본 논문에서 제시한 위치 추정 기법은 두 개의 방정 식으로부터 음원의 위치를 매우 간단하게 구할 수 있음을 알 수 있다.

본 논문에서 제안한 알고리즘의 흐름도는 그림 3-13과 같다. 그러나 그림 3-14와 같이 거리의 비율이 1:1인 경우에는 원과 쌍곡선이 모두 수직 이등분 선이 되어 무한 해를 가지며, 센서의 위치와 수평방향으로 동일 선상에 있는 경우에는 음원의 위치와 상관없이 시간 지연 값이 일정하게 되어 음원 위치 추정이 매우 어려워진다. 본 논문에서는 위의 제한 사항을 극복하기 위하여 해양에서의 음원 기동 특성을 고려하였다. 즉 해양에서 음원의 위치는 급격한 변화가 없으므로 현재 추정된 결과와 이전 추정 결과가 크게 변하지 않는 조 건을 식 (3.25)와 같이 두어 음원의 이동 특성을 유지하도록 하였다.

$$n(t_m) = \alpha \times n(t_{m-1}) \tag{3.25}$$



Figure 3-13. The proposed algorithm flow diagram.



Figure 3-14. Constraints of the source localization.

Ⅳ. 실험 및 고찰

3장에서는 도파관 불변성을 특성에 따라 동일한 음장에서 두 개의 센서에 수신되는 신호가 동일한 기울기(β)의 영향을 받으므로, 기울기(β)와 무관하게 두 센서의 간섭 패턴 비율을 추정하여 음원의 거리 비율 및 원의 방정식에 의 한 음원의 거리 궤적을 추정할 수 있는 간섭 패턴 매칭(Interference Pattern Matching) 알고리즘을 제안하였다. 또한 시간 지연 값에 의해 음원의 거리를 산출하는 TDOA 기법에 의한 쌍곡선의 방정식을 도입하여 두개의 방정식으로 부터 음원 궤적이 교차하는 지점을 음원의 위치로 추정하는 위치 추정 알고리 즘을 제안하였다.

본 장에서는 본 논문에서 제안한 간섭 패턴 매칭 알고리즘 및 음원 위치 추정의 성능과 적용성을 확인하기 위하여 다양한 시나리오의 모의실험 및 해 상실험 자료를 이용하였다. 모의실험은 3가지의 시나리오 대한 실험과 센서 간 거리에 대한 음원 거리 비율이 1~10인 영역에 대하여 수행하였으며, 해상 실험 자료는 MAPLE-05 해상실험 자료를 이용하였다. 간섭 패턴 매칭과 위치 추정 성능 확인을 위하여 TDOA에 의한 시간 지연 오차는 없는 것으로 가정 하였다.

- 44 -

4.1 모의실험 및 분석

성능 검증을 위하여 적용한 모의실험 환경은 그림 4-1과 같이 거리 독립 모델(Range Independent Model)인 KRAKEN 모델을 이용한 pekeris waveguide에 서 수행하였다[43]. 이때 음속은 1500m/s, 수심은 100m, 센서 및 음원 수심은 각각 50m로 가정하여 모의실험 자료는 10~800Hz에 대하여 0.1Hz 간격으로 10Km까지 생성하였다.

첫 번째 모의실험은 그림 4-1과 같은 3가지 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다. 두 센서간의 간격은 5km이고, 음원은 3가지 경우에 대하여 동일 하게 5KTS의 속도로 이동하면서 1~800Hz의 광대역 소음을 방사한다고 가정 하였다. 센서에 수신되는 스펙트로그램 자료는 약 2초 간격으로 거리에 따른 모의신호를 생성하여 이용하였으며, 간섭 패턴 매칭 및 음원 위치 추정은 3가 지 case에 대하여 음원의 이동 시작점으로부터 250m 간격으로 수행하였다. 오 차를 분석하기 위하여 음원의 위치는 센서의 중간 지점인 (0, 0)을 기준으로 하였다.

Case 1은 음원이 센서 사이를 기동하는 경우이며, 이동거리는 5km이다. Case 2는 음원이 두 센서의 밖으로 기동하는 경우이며, 총 이동거리는 case 1 과 동일하다. Case 3은 음원이 두 센서가 이루는 축과 나란한 방향의 궤적을 가지며 센서 사이의 중심을 기점으로 해서 서로 대칭되는 형태로 기동하며, 총 이동거리는 8km이다. 이에 대한 그림은 그림 4-2와 같다.

- 45 -



Figure 4-1. A simulation environment.



Figure 4-2. Three cases of source trajectory.

Case 1에서 시간에 따른 음원과 두 센서간의 거리는 그림 4-3과 같으며, 두 센서의 스펙트로그램은 그림 4-4에 나타나 있다. 그림 4-3를 보면 음원이 이동을 시작해서 두 센서에 점점 접근하다가 CPA를 기점으로 다시 멀어지며, 센서 2번의 경우 센서 1번에 비해 상대적으로 음원이 가깝게 이동하고 시간에 따른 거리변화율은 센서 1번에 비해 큰 것을 확인할 수 있다. 이는 그림 4-4의 스펙트로그램에서도 나타나는데, 간섭 줄무늬 패턴의 기울기가 시간에 따른 음원과 센서간의 거리에 따라 비례 관계를 가지고 있다.

그림 4-5와 그림 4-6은 음원의 시작점에서 간섭 패턴 매칭에 의해 추정된 음원 거리 궤적 및 TDOA에 의해 추정된 거리 궤적이며, 그림 4-7은 두 음원 궤적으로부터 추정된 음원 위치 결과이다.

그림 4-8는 간섭 패턴 매칭을 이용하여 음원과 두 센서간의 거리 비율을 추정한 결과이며, 추정 오차가 1% 이내이다.

그림 4-9는 추정된 음원의 위치에 대한 결과와 실 음원의 위치에 대한 결 과를 나타낸 그림이며, 실 음원의 궤적과 매우 유사하다. 그림 4-10은 두 센서 의 중심 (0, 0)에서 실 음원의 위치에 대한 거리와 추정된 음원의 위치에 대한 거리에 대한 오차율 나타낸 그림이며, 거리 추정 오차는 전체적으로 10% 이내 이다. 단 10% 이상의 위치 추정 오차가 나타나는 구간은 음원의 거리를 (0, 0) 기준으로 함에 따라 작은 오차에도 민감하게 나타났다.

- 47 -



Figure 4-3. Distance from source to sensor 1 and sensor 2 (case 1).



Figure 4-4. Spectrograms of sensors (case 1). (a) sensor 1 (b) sensor 2.



Figure 4-5. An example of the IPM result (case 1).



Figure 4-6. An example of the TDOA result (case 1).



Figure 4-7. An example of the source localization result (case 1).



Figure 4-8. A comparison of the true ratio and the estimated ratio using the IPM (case 1).

- 50 -



Figure 4-9. A comparison of the true position and the estimated position using a source localization (case 1).



Figure 4-10. The estimation error rate of source position (case 1).

Case 2에서 시간에 따른 음원과 두 센서간의 거리는 그림 4-11과 같으며, 두 센서의 스펙트로그램은 그림 4-12에 나타내었다. case2의 경우도 case1과 동 일하게 음원이 이동을 시작해서 두 센서에 점점 접근하다가 CPA를 기점으로 다시 멀어지는 형태이다. 단, 음원이 센서 2번의 2배 이상의 거리로 센서 1번 에 대하여 이동을 하고 있기 때문에 시간에 따른 거리의 변화율이 크며, 그림 4-12의 두 센서 스펙트로그램을 통해 확인할 수 있다.

두 센서의 간섭 패턴 매칭을 이용하여 음원과 두 센서간의 거리 비율과 위치 추정 결과는 그림 4-13과 그림 4-14와 같다. case 2의 간섭 패턴 매칭 결 과는 CPA부근의 지점에서 0.5의 큰 오차가 발생한다. 이는 그림 4-15와 같이 센서 1과 센서 2의 정확한 간섭 패턴 매칭이 직선과 같이 되어야 하나, 최소 오차가 나타나는 비율이 점선으로 매칭되었기 때문이다. 그러나 3장에서 기술 한 바와 같이 해양에서의 음원 기동 특성을 고려하면 그림 4-16의 흑색 원과 같이 음원 기동 특성을 유지하고 있음을 볼 수 있다. 적색 원은 최소 추정 오 차가 나타난 비율을 표시한 것이다.

그림 4-17은 해양에서의 음원 기동 특성을 고려한 최종 위치 추정 결과이 며, 실 음원 위치와 매우 유사하게 음원의 위치를 추정하고 있다. 그림 4-18은 위치 추정 결과에 대한 오차율을 나타낸 그림이며, 제안한 위치 추정 알고리 즘은 6%이내의 오차를 가지는 성능을 보이고 있다.



Figure 4-11. Distances from source to sensor 1 and sensor 2 (case 2).



Figure 4-12. Spectrograms of sensors (case 2). (a) sensor 1 (b) sensor 2.



Figure 4-13. An comparison of the true ratio and the estimated ratio using the IPM (case 2).



Figure 4-14. An comparison of the true position and the estimated position (case 2).



Figure 4-15. The mismatch of the interference pattern (case 2).



Figure 4-16. The result of IPM considering the source maneuver characteristic in the ocean (case 2).

- 55 -



Figure 4-17. A comparison of the true position and the estimated position using a source localization (case 2).



Figure 4-18. An estimation error rate of source position (case 2).

Case 3에서 시간에 따른 음원과 두 센서간의 거리를 나타내는 그림 4-19 와 같으며, 두 센서의 스펙트로그램은 그림 4-20에 나타나 있다. 음원의 이동 경로는 두 센서가 이루는 축과 나란한 방향의 궤적을 가지며, 각 센서와 음원 과의 거리는 센서 사이의 중심을 기점으로 해서 서로 대칭되는 형태를 가진 다. 그러므로 두 센서에 수신된 스펙트로그램은 마치 상하 대칭 구조를 가지 고 있는 것으로 나타난다.

간섭 패턴 매칭 결과는 그림 4-21과 같으며, 추정된 거리 비율은 실제 거리 비율에 대하여 1% 이내의 오차로 실제 거리 비율과 거의 일치함을 알 수있다.

위치 추정 결과는 그림 4-22와 같으며, 음원의 위치 추정 결과는 간섭 패 턴 매칭 결과와 마찬가지로 실제 음원 위치와 거의 일치한다. 위치 추정 오차 는 그림 4-23과 같으며, 최대 추정 오차율이 7% 정도로 매우 우수한 성능을 보이고 있다.

세 가지 경우에 대한 모의실험에서 제안한 간섭 패턴 매칭 및 위치 추정 알고리즘은 각각 5% 및 10%이내의 오차율을 가지는 양호한 결과가 나타났으 며, 표 4-1에 나타난 바와 같이 각 case별 평균 위치 추정 오차율은 5% 이내 로 우수한 성능을 보였다. 단 case 2의 경우 일정한 bias에 의해 10% 이상의 오차를 가지지만 음원의 거리 비율 추정 경향은 실제 거리 비율 경향을 유지 하고 있다.

- 57 -



Figure 4-19. Distances from source to sensor 1 and sensor 2 (case 3).



Figure 4-20. Spectrograms of sensors (case 3). (a) sensor 1 (b) sensor 2.



Figure 4-21. A comparison of the true ratio and the estimated ratio using the IPM (case 3).



Figure 4-22. A comparison of the true position and the estimated position (case 3).

- 59 -



Figure 4-23. An estimation error rate of source position (case 3).

Table 4-1. Analysis results of simulation for 3 cases

구 분	간섭 패턴 매칭	거리추정 평균오차(m)	거리추정 평균 오차율(%)
case 1	0.0031	47.37	4.14
case 2	0.1787	210.87	4.39
case 3	0.0133	96.91	2.46
센서 거리와 음원 거리 비에 대한 간섭 패턴 매칭 및 위치 추정 성능을 분석하기 위하여 센서의 위치를 고정하고, 음원의 위치를 변화하면서 추정하 였다. 센서의 위치는 좌표 (0, 0) 기준으로 각각 (-2000,0), (2000,0)이며, 센서 간격은 4km이다. 추정하고자하는 음원은 x축은 200m에서 4km까지 100m 간격 으로 하였으며, y축은 200m에서 5km까지 100m 간격으로 하였다. 그림 4-24는 센서 위치와 음원의 위치를 나타낸 그림이며, 그림 4-25는 위치 추정 결과이 다. 그림 4-24와 그림 4-25에 나타난 원은 음원 거리와 센서 거리의 비율을 1~10까지 표현한 것이다. 위치 추정 결과를 살펴보면 거리 비율이 높을수록 위치 추정 오차가 커지는 경향을 볼 수 있다. 이는 음원과 센서 간의 거리 차 가 커져 음장 특성이 동일하게 유지되지 못하기 때문으로 판단된다.

그림 4-24의 시나리오에 대하여 거리 비율별 간섭 패턴 매칭 성능과 오차 율에 대한 분포를 알아보았다. 그림 4-26과 그림 4-27은 각각 거리 비율별 간 섭 패턴 매칭의 오차율 분포이며, 오차율 분포를 5% 간격으로 나타낸 것이다. 각각의 그림에서 보는 바와 같이 오차율 분포는 전반적으로 10% 이내에 분포 하고, 전체 샘플 수의 85% 이상이 10% 이내의 오차율을 가지고 있으므로 제 안 알고리즘의 성능이 우수함을 알 수 있다. 또한 표 4-2와 같이 거리 비율별 평균 오차율을 통하여 제안한 알고리즘의 거리 비율에 따른 성능을 알아보았 으며, 거리 비율이 3 이하 영역에서는 오차 10%이내의 우수한 성능을 보이고 있으나 3 이상 영역에서는 성능이 떨어졌다. 이는 기 언급한 바와 같이 거리 비율이 높아짐에 따라 동일 음장 특성을 유지하지 못하기 때문으로 판단된다.

- 61 -



Figure 4-24. Source positions for estimating to localization.



Figure 4-25. Localization results for each source position.



Figure 4-26. Error Distributions of IPM results for the ratio.



Figure 4-27. Error sample distribution of IPM results.

구 분	간섭 패턴 매칭 평균 오차	간섭 패턴 매칭 평균 오차율(%)	우치추정 평균오차(m)	위치 추정 평균 오차율(%)	
1 ~ 2	0.0212	1.1637	130.69	4.88	
2 ~ 3	0.1850	7.53	285.67	9.96	
3 ~ 4	0.3727	10.90	240.99	8.95	
4 ~ 5	0.4409	10.07	167.35	7.32	
5 ~ 6	0.3229	5.94	77.72	3.64	
6 ~ 7	0.2309	3.63	39.92	2.02	
7 ~ 8	0.4600	5.99	52.54	2.48	
8~9	0.3200	3.7	28.99	1.42	
9 ~ 10	0.6436	6.61	42.71	2.04	

Table 4-2. Error analysis for the range ratio between source and sensors

4.2 해상실험 및 분석

본 논문에서 제안한 간섭 패턴 매칭 알고리즘과 위치추정 알고리즘의 실 적용성 및 성능을 검증하기 위하여 2005년 5월에 실시한 MAPLE 실험 자료를 이용하였다.

MAPLE 실험은 L형 선배열센서 1조를 수심 180m 해역에 설치하고, 예인 함은 약 4kts 속력으로 수심 약 50m로 저주파 고출력 수중음원을 예인하였다. 이때 수중 음원은 160dB의 광대역(100~400Hz) 신호를 송신하였다. 실험 구성 도 및 개념은 그림 4-28과 같다.

설치된 L형 선배열센서의 구조는 그림 4-29와 같으며, 수직배열의 센서 간 격은 2.5m이며, 수평 배열의 센서 간격은 11m이다. 실험 해역 및 실험에서 측 정한 음속은 각각 그림 4-30, 그림 4-31과 같다. 그림 4-30의 시험 해역에서 예 인함의 기동은 등심으로 기동하였으므로 기울기는 1에 가까울 것으로 판단된 다. 그러나 그림 4-31의 음속 특성을 보면 시간과 수심에 따라 음속이 다르게 나타나, 기울기 값을 상수로 선택할 수 없음을 알 수 있다.

본 논문에 적용한 실험 자료는 수평배열센서에서 측정된 센서별 스펙트로 그램을 분석하여 동일 음장으로 판단되는 가장 거리가 먼 49번과 55번 센서를 각각 센서 1, 센서 2로 선정하였으며, 센서 간의 거리는 66m이다.

- 65 -



Figure 4-28. The figure of experimentation.

정합장 선배열 센서 위치도



Figure 4-29. The configuration of L type line array.



Figure 4-30. A source trajectory of experimental area.



Figure 4-31. Sound velocity characteristics for eight times.

본 논문에서는 49번 센서(이하 센서 1)와 55번 센서(이하 센서 2)의 스펙 트로그램에 나타나는 간섭 패턴에 대하여 2단계로 나누어 실험하였다. 또한 음원 위치 추정을 위하여 필요한 TDOA 기법은 오차가 없다는 가정 하에 음 원 거리로부터 직접 시간 지연 값을 계산하여 간섭 패턴에 의한 성능과 위치 추정 성능을 분석 할 수 있도록 하였다.

그림 4-32는 case 1과 2에 대한 음원의 기동과 적용한 스펙트로그램을 나 타낸 그림이며, 그림 4-33은 음원으로부터 각 센서까지의 거리와 이에 대한 센 서간 거리 비율을 나타내었으며, 그림 4-33(b)에서 적색 선은 센서 1을 기준으 로 거리 비율을 나타낸 것이다. 거리 비율이 1보다 크면 센서 2를 중심으로 원의 음원 궤적이 추정되고, 1보다 작은 영역에서는 센서 1을 중심으로 원의 음원 궤적이 추정된다.

첫 번째(case 1)는 두 센서의 스펙트로그램에서 광대역 간섭 패턴이 뚜렷 하게 나타나는 시간 대역과 주파수 대역을 50~750Hz으로 수행하였으며, 두 번 째(case 2)는 수신된 전 시간 대역에 대하여 주파수 대역을 50~750Hz로 하여 수행하였다. case 1은 두 센서의 간섭 패턴이 뚜렷한 구간으로 제안한 알고리 즘의 보다 정확한 성능 분석을 위하여 이용하였으며, case 2는 스펙트로그램에 서 알 수 있듯이 음장의 변화가 발생하더라도 두 센서의 스펙트로그램 입장에 서는 동일 음장의 영향을 받으므로 제안한 알고리즘이 기울기에 무관하게 적 용 가능한지를 분석하기 위하여 이용하였다.







Figure 4-32. A source trajectory and spectrograms for each case. (a) source trajectory for each case (b) spectrograms for each case.

- 69 -







(b)

Figure 4-33. The source range and the range rate for each sensor. (a) the source range from each sensor (b) the range rate from each sensor.

- 70 -

case 1에 대한 제안한 간섭 패턴 매칭의 성능 분석을 위하여 적용한 두 센 서의 스펙트로그램은 그림 4-34와 같으며, 각 센서에 나타난 스펙트로그램의 간섭 패턴이 비교적 뚜렷한 구간이다. 성능 검증을 위해 수행 주파수 대역은 50 ~ 750Hz로 하였으며, 그 이유는 500Hz 이상의 대역에 있는 간섭 패턴도 간섭 패턴 매칭 알고리즘에 중요한 요소로 작용하기 때문이다.

그림 4-35는 case 1의 센서 스펙트로그램에 대하여 제안한 간섭 패턴 매칭 알고리즘을 적용한 결과이다. 그림 4-35(a)에서 흰 선은 실제거리 비율이며, 그 림 4-35(b)의 적색과 동일하고, 그림 4-35(b)에서 청색 점은 최소 오차 추정 비 율 값으로 추정한 결과이다. 추정 결과를 살펴보면 특정 구간에서 오차가 크 게 발생하고 있으나, 모의실험 결과와 마찬가지로 그림 4-36의 각 프레임별 오 차 분석 결과에 나타난 바와 같이 실제 거리 비율과 유사한 거리 비율에서 최 소 오차를 가지고 있음을 알 수 있다. 그러므로 본 논문에서는 해양에서의 음 원 기동 특성을 고려하여 추정하였으며, 최종 추정 결과는 그림 4-37과 같다.

그림 4-37(a)의 최종 추정 결과는 실 거리 비율과 매우 유사하게 나타나고 있으며, 그림 4-37(b)에 나타난 것처럼 오차 범위가 5% 이내의 우수한 성능을 보였다.

- 71 -







(b)

Figure 4-34. Sensor's spectrograms (case 1). (a) sensor 1 spectrogram (b) sensor 2 spectrogram.



Figure 4-35. Estimation results (case 1). (a) estimation results from IPM (b) comparison of ratio results.

- 73 -



Figure 4-36. Error analysis of frame 78 and frame 85 (case 1).



Figure 4-37. Results of error analysis (case 1). (a) comparison of ratio between real and estimation results (b) error ratio of estimation results.

- 75 -

case 2에 대한 제안한 간섭 패턴 매칭의 성능 분석을 위하여 적용한 두 센 서의 스펙트로그램은 그림 4-38과 같다. 그림 4-38에 나타난 각 센서의 스펙트 로그램은 시간에 따라 음장 변화가 3번 정도 발생하고 있음을 알 수 있다. 그 러나 동일 시간대에서 두 센서의 스펙트로그램은 센서별 거리에 대하여 간섭 패턴의 특성이 다르게 나타나지만, 유사한 패턴을 가지고 있다. 이는 3장에서 기술한 바와 같이 음장 변화가 발생하더라도 두 센서에 수신되는 신호는 동일 한 음장으로 적용할 수 있다.

그림 4-39는 case 2의 센서 스펙트로그램에 대하여 제안한 간섭 패턴 매칭 알고리즘을 적용한 결과이다. 그림 4-39(a)에서 흰 선은 실제거리 비율이며, 그 림 4-38(b)의 녹색과 동일하다. 그림 4-39(b)에서 청색 점은 최소 오차 추정 비 율 값이며, 적색 점은 최소 오차가 존재하는 비율 값들에 대하여 해양에서의 음원 기동 특성을 고려한 추정 결과이다.

그림 4-40은 음원 기동 특성을 고려한 최종 추정 결과와 실 거리 비율에 대한 오차율을 나타낸 그림이다.

그림 4-39와 그림 4-40에서 제안한 간섭 패턴 알고리즘은 5% 이내의 오차 를 가지는 우수한 성능을 보였다.







Figure 4-38. Sensor's spectrograms (case 2). (a) sensor 1 spectrogram (b) sensor 2 spectrogram.

- 77 -







(-)

Figure 4-39. Estimation results (case 2). (a) estimation results from IPM (b) comparison of ratio results.

- 78 -



Figure 4-40. Results of error analysis (case 2). (a) comparison of ratio between real and estimation results (b) error ratio of estimation results.

- 79 -

그림 4-41은 최종 추정된 음원의 위치 값과 실제 음원의 위치 값을 좌표 에 나타낸 것이며, 서로 비교하여 보면 매우 유사하게 음원의 위치가 추정되 고 있다. 그림 4-42는 위치 추정 결과와 실제 위치에 대하여 시간에 따른 오차 거리와 오차율을 나타낸 그림이며, 표 4-3은 평균 오차거리와 평균 오차율을 나타낸 표이다. 대부분의 오차는 50m 이내의 오차 거리와 10% 이내의 오차율 을 나타내고 있으며, 평균 오차 거리는 41m, 평균 오차율은 7.3%로 10% 이내 의 오차 성능을 가졌다.

또한 그림 4-42의 결과에 대하여 5% 오차 간격으로 오차율에 대한 샘플 분포를 알아보았으며, 분석한 결과는 각각 그림 4-43과 표 4.4에 나타내었다. 10% 이내의 오차율을 가지는 샘플 수는 전체 396개 샘플에 대하여 80% 이상 인 318개로 나타났다.



Figure 4-41. Estimation results of source position.







Figure 4-42. The distribution of range error and error ratio. (a) range error distribution (b) error ratio distribution.



Figure 4-43. Sample distributions of the localization error.

Table 4-3. Error analysis results of the localization

구 분	위치추정 평균오차(m)	위치 추정 평균 오차율(%)		
추정 결과	41.00	7.3259		

Table 4-4. Sample analysis results for the localization error

구 분	0~5	5~10	10~15	15~20	20~25	25~30	30~35	35~40	40~45	45~50	50>
샘플 수	263	55	28	19	10	9	5	3	1	1	2

본 논문에서는 도파관 불변성의 특성을 이용하여 기울기와 무관하게 적용 가능한 간섭 패턴 매칭 알고리즘을 제안하였고, 두 개의 방정식으로부터 교점 을 구하여 음원의 위치를 간단하게 추정하는 알고리즘을 제안하였다. 두 개의 방정식은 원의 방정식과 쌍곡선의 방정식이며, 원의 방정식은 제안한 간섭 패 턴 매칭 알고리즘에 의해 구해진 거리 비율을 아폴로니오스의 이론에 따라 구 했고, 쌍곡선의 방정식은 기존의 TDOA 기법에 의한 시간 지연 값으로부터 구 하였다.

본 장의 모의실험과 해상 실험 결과에서 본 논문이 제안한 간섭패턴매칭 알고리즘은 오차가 5% 이내로 나타났으며, 위치 추정 알고리즘은 오차 10%이 내의 성능을 나타내었다. 그러므로 제안한 간섭패턴매칭 알고리즘과 위치 추 정 알고리즘은 오차 10% 이내의 우수한 성능을 보유하고 있으며, 또한 해상 실험 결과로부터 실제 적용성 또한 우수함을 알 수 있었다.

V.결 론

본 논문에서는 천해 환경에서 두 개의 센서에 나타나는 간섭 패턴을 서로 비교하여 거리를 추정하는 간섭 패턴 매칭(IPM) 알고리즘과 두 개의 방정식을 이용하여 간단하게 수중 음원의 위치 추정을 위한 기법을 제안하였다.

간섭패턴매칭(Interference Pattern Matching)은 동일한 음장에서 두 개의 센 서를 사용하여 기울기 β의 변화와 무관하게 거리를 추정하는 기법이다. 동일 한 음장에서는 도파관 불변성의 이론에 의해 주파수의 비율이 거리의 비율과 선형적인 비례 관계와 두 센서에 수신된 신호는 β가 변하여도 동일하게 영향 을 받는 특성을 이용하여 두 센서의 간섭패턴을 상호 비교함으로써 β와 무관 하게 적용 가능하였다. 거리 추정은 두 센서에 수신된 간섭 패턴에 대하여 간 섭 패턴의 크기 조정을 통하여 패턴의 오차가 최소가 되는 비율을 추정하고, 추정된 비를 원의 방정식(circle of apollonius)에 대응하여 거리를 추정하였다. 제안한 간섭 패턴 매칭은 광대역의 스펙트럼 패턴을 이용하기 때문에 하나의 주파수를 사용할 때보다 강건하게 비율을 추정할 수 있으며, 관측 시간마다 수행 가능하므로 실시간 적용의 장점을 가지고 있다.

두 개의 방정식을 이용한 음원 위치 추정 기법은 각각 간섭패턴 매칭과 시간 지연 값에 의해 구해지는 원의 방정식과 쌍곡선의 방정식의 교점을 구하 여 추정한다. 원의 방정식은 간섭 신호 매칭 기법에 의해 추정된 거리 비율에 대응되며, 쌍곡선의 방정식은 시간 지연 값에 의해 추정된 거리에 대응된다.

- 86 -

제안한 음원 위치 추정 기법은 간단한 두 개의 방정식을 이용하여 위치 추정이 가능한 장점을 가지고 있다.

본 논문에서 제안한 간섭 패턴 매칭 및 음원의 위치 추정 성능을 검증하 기 위하여 모의실험 및 해상실험 자료를 이용하여 거리를 추정하였으며, 각각 10%이내의 오차를 가지는 우수한 성능을 확인할 수 있었다.

모의실험 및 해상실험 결과에서 간섭 패턴 매칭(IPM) 결과는 크기 조정에 따른 오차 패턴을 살펴보면 실 거리 비율에 가까울수록 최소값을 형성하지만 다른 비율에서도 최소값의 패턴이 나타나, 항상 실 거리 비율에서 가장 낮은 최소값을 형성하지는 않고 있음으로 볼 수 있었으며, 추정 과정에서 수행하고 자 하는 주파수 대역에 따라 성능의 차이가 나타났다. 그러나 해양에서 급격 하게 변하지 않는 수중 음원의 기동 조건을 적용함으로써 실 거리 비율 추정 이 가능하였다.

제안한 간섭 패턴 매칭 알고리즘과 음원 위치 추정 알고리즘은 동일 음장 에서 β와 무관하게 적용 가능하여 환경 정보가 필요 없고, 두 개의 센서만으 로 음원의 위치 추정이 가능하므로 광대역 특성을 이용한 수동 소나 체계의 음원 위치 추정 분야와 센서 위치 추정 분야에 많은 활용이 가능할 것으로 판 단된다. 또한 광대역 능동 신호를 이용한 양상태 및 다중상태 능동 소나 체계 의 음원 위치 추정 및 추적 등에 활용 가능할 것으로 판단된다.

향후 연구 내용으로 간섭 패턴 매칭 과정에서 나타난 최소값 분포에 대하 여 해양 및 음원의 기동 특성을 고려한 추적 기법 등을 적용하면 보다 더 정

- 87 -

확한 비율을 추정함으로써 위치 추정의 정확도가 향상될 것으로 기대된다. 또 한 거리 종속(range dependant) 환경 및 음속 구조 변화 등의 다양한 시나리오 를 통하여 간섭 패턴 매칭 알고리즘의 성능 분석이 필요하다. 본 논문에서는 두 개의 센서를 이용하여 깊이 정보가 없는 음원의 위치 추정을 제안하였으 나, 3개의 센서를 이용하여 깊이 정보를 포함한 3차원의 위치 추정 기법 연구 도 향후 수행하여야 할 분야이다.

참고문헌

- [1] 노정호, "수중감시체계의 연구개발 동향," 제1회 해상무기체계 발전 세미
 나, 국방과학연구소, pp. 37-60, 1996.
- [2] 심태보, "미래전장 환경 하에서 해양감시체계 발전 방향 음향 탐지 체 계," 국방과 기술, pp. 32-43, 2005.
- [3] J. C. Hassab, Underwater Signal Processing and Data Processing, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida, 1989.
- [4] R. D. Degroat, E. M. Dowlong and D. A. Linebarger, "The Constrained MUSIC Problem", *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 41, pp. 1445-1449, Mar. 1993.
- [5] S. K. Oh and C. K. Un, "Improved MUSIC Algorithm for High Resolution Array Processing," *Electronics Letters*, vol. 25, pp. 1523-1525, Oct. 1989.
- [6] 박정수, 천승용, 이성은, 심태보, "다중경로 음파전달이 HLA의 근거리 방 위탐지에 미치는 영향," 한국음향학회지 vol. 16, no. 6, pp. 100-105, 1997.
- [7] W. Carey and H. Bucker, "Environmental acoustic influence on array beam response," J. Acoust. Soc. Am., vol. 104, pp. 133-140, 1987.
- [8] J. Park, S. Kim, Y. Na, Y. Kim, T. Oh, and J. Na, "Measurement of horizontal coherence using a line array in shallow water," J. Acoust. Soc. Kor., vol. 22, pp. 78-86, 2003.

- [9] J. Park, S. Kim, Y. Na, Y. Kim, T. Oh, and J. Na, "Measurement of horizontal coherence using a line array in shallow water," J. Acoust. Soc. Kor., vol. 22, pp. 78-86, 2003.
- [10] A. Tolstoy, Matched-field processing for underwater acoustics, World Scientific, Singapore, 1993.
- [11] A. B. Baggeroer, W. A. Kuperman, and P. N. Michalevsky, "An overview of matched field methods in ocean acoustics," *IEEE J. Ocean. Eng.*, vol. 18, pp. 401-424, 1993.
- [12] A. B. Baggeroer, W. A. Kuperman, and H. Schmidt, "Matched field processing: source localization in correlated as an optimum parameter estimation problem," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 83, pp. 571-587, 1988.
- [13] C. Feuillade, D. R. DelBalzo, and M. M. Rowe, "Environmental mismatch in shallow-water matched-field processing: Geoacoustic parameter variability," J. Acoust. Soc. Am., vol. 85, pp. 2180-2185, 1989.
- [14] L. M. Brekhovskikh and Y. P. Lysanov, Fundamentals of ocean acoustics, AIP Press, 2003.
- [15] S. D. Chuprove, "Interference structure of a sound field in a layed ocean," Acoustics of the ocean: Current Status(in Russian), edited by L. M. Brekhovskikh and I. B. Andreevoi (Nauka, Moscow, 1982), pp. 71-91.
- [16] G. A. Grachev, "Theory of acoustic field invariants in layed waveguide,"

Acoust. Phys., vol. 39, pp. 33-35, 1993.

- [17] G. L. D'Spain and W. A. Kuperman, "Applications of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth," J. Acoust. Soc. Am., vol. 106, pp. 2454-2468, 1999.
- [18] S. Lee and N. C. Makis, "A new invariant method for instantaneous source range estimation in an ocean waveguide from passive beam-time intensity data," J. Acoust. Soc. Am., vol. 116, p. 2646, 2004.
- [19] S. W. Lee, and N. C. Makris, "Array invariant," J. Acoust. Soc. Am. vol.
 119, pp. 336-351, 2006.
- [20] A. M. Thode, "Source Ranging with minimal environmental information using a virtual receiver and waveguide invariant theory," J. Acoust. Soc. Am., vol. 108, pp. 1582-1594, 2000.
- [21] K. D. Hearney, and H. Cox, "Complex Spatial Envelops, invariants and Matched Field Processing," J. Acoust. Soc. Am., vol. 111, pp. 2439, 2002.
- [22] L. M. Zurk, N. Lee, and B. Tracey, "Robust adaptive processing in littoral regions with environmental uncertainty," *Impact of Littoral Environmental Variability on Acoustic Predictions and Sonar Performance*, edited by N. G. Pace and F. Jensen (Kluwer, 2002), pp. 515-522.
- [23] L. M. Zurk, "Source motion compensation using waveguide invariant theory," J. Acoust. Soc. Am., vol. 110, pp. 2717, 2001.

- [24] T. C. Yang, "Beam intensity striations and applications," J. Acoust. Soc. Am., vol. 113, pp. 1342-1352, 2003.
- [25] T. C. Yang, "Motion compensation for adaptive horizontal line array processing," J. Acoust. Soc. Am., vol. 113, pp. 245-260, 2003.
- [26] A. M. Richardson and L. W. Nolte, "A posteriori probability source localization in an uncertain sound speed, deep ocean environment," J. Acoust. Soc. Am., vol. 89, pp. 2280-2284, 1991.
- [27] E. Shang, C. Clay, and Y. Wang, "Source depth estimation in waveguide," J. Acoust. Soc. Am., vol. 77, pp. 1413-1418, 1985.
- [28] J. S. Kim, W. S. Hodgkiss, W. A. Kuperman, and H. C. Song, "Null-broadening in a waveguide," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 88, pp. 1851-1862, 2001.
- [29] J. E. Quijano, and L. M. Zurk, "Use of the invariance principle for target tracking in active sonar geometries," J. of Ocean Engineering conference, 2006.
- [30] 박정수, "이동하는 다중음원의 정합장처리," 한국해양대학교, 박사학위논 문, 2006.
- [31] P. J. Stacey, "Localisation from Lloyd's mirror feature," UDT Europe, pp. 91-95, 1998.
- [32] 김세영, 천승용, 김기만, "3개 센서의 스펙트로그램에 나타나는 간섭패턴

을 이용한 수중 광대역 표적의 위치 추정," 한국음향학회지, vol. 26, pp. 173-181, 2007.

- [33] 김세영, 천승용, 김기만, 김부일, "Array Invariant를 이용한 수중 광대역 음
 원의 거리 추정성능 분석," 한국음향학회지, vol. 25, pp. 305-311, 2006.
- [34] W. A. Kuperman, Ocean Acoustic Interference Phenomena and Signal Processing, AIP Conf proceeding(621), ch. 5, pp. 137-148, 1985.
- [35] H. C. Song, W. A. Kuperman, W. S. Hodgkiss, P. Gerstoft, and J. S. Kim,
 "Null broadening with snapshot-deficient covariance matrices in passive sonar," *IEEE J. Oceanic Eng.*, vol. 28, pp. 250-261, 2003.
- [36] Georgia University dept. of mathematics education, http://jwilson.coe.uga.edu
- [37] D. Starter and A. Nehorai, "Passive Localization of Near-field Source by Path Following," *IEEE Trans. on. Signal Processing*, vol. 42, pp. 677-680, Mar. 1994.
- [38] A. J. Weiss and E. Weinstein, "Fundamental Limitation in Passive Time Delay Estimation-Part I : Narrow-band System," *IEEE Trans. on. Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 31, pp. 472-485, Apr. 1983.
- [39] B. G. Ferguson, "Improved time-delayed estimated of underwater acoustic signal using beamforming and prefiltering techniques," *IEEE J. Ocean. Engineering.* vol. 14, pp. 238-244, 1989.
- [40] A. Fertner and A. Sjolund, "Comparison of various time delay estimation

methods by computer simulation," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* ASSP-34(5), pp. 1329-1330, 1986.

- [41] 오철민, 오선택, 나정열, 이성욱 "해저면 경사가 일정한 천해에서의 광대
 역 간섭 유형" 한국음향학회지, vol. 21, pp. 485-493, 2002.
- [42] 나영남 "천해 내부파에 의한 음파의 모드 간섭," 한국음향학회 학술대회지, vol. 17, pp. 125-128, 1998.
- [43] M. B. Porter, "The KRAKEN normal mode program," *Tech. Rep.* 6920, Naval Research Laboratory, 1992.

부 록

1. 아폴로니오스의 원(Apollonius's Circle)

2. TDOA(Time Difference Of Arrival)

1. 아폴로니오스의 원(Apollonius's Circle)

두 정점 A와 B에서 P까지의 거리의 비가 m:n인 경우 거리의 관계식은 (A1-1)가 되며, 점 P의 자취는 반지름이 KP인 원이 된다.

$$m: n = AP; BP = AC: BC$$

$$m: n = AP; BP = AD: BD$$
(A1-1)



Figure A1-1. A circle of apollonius.

두 정점의 좌표를 A(-a,0), B(a,0)라 두면 (단 a>0), AP:BP=m:n (단 m≠n)을 만족하는 점 P(x,y)의 자취를 구할 수 있다.

P점으로부터 A, B 정점에 이르는 거리는 (A1-2)와 같다.

$$AP = \sqrt{(x+a)^2 + y^2}$$
, $BP = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}$ (A1-2)

AP:BP=m:n 이면 nAP=mBP 가 되므로, 이들의 관계식은 다음과 같이 성립 된다.
식 (A1-4)에 대하여 중심점과 반지름은 각각 (A1-5)와 같이 구할 수 있다. $K = (m^2 + n^2)a/(m^2 - n^2), r = (2mna)/(m^2 - n^2)$ (A1-5)

식 (A1-5)에서 점 P의 자취는 중심이 (K,0)이고, 반지름이 r인 원이 된다.

$$(x-K)^2 + y^2 = r^2 (A1-6)$$

2. TDOA에 의한 위치 추정

음원과 두 개의 센서가 그림 (A2-1)과 같이 위치할 때, 센서1, 센서2에 수 신된 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$x_1(t) = \alpha_1 s \left(t - \tau_1 \right), \ x_2(t) = \alpha_2 s \left(t - \tau_2 \right) \tag{A2-1}$$

여기서 α_1, α_2 는 감쇠정수를 τ_1, τ_2 는 각각 센서1과 센서2에 수신되는 신 호의 지연 시간을 의미한다.

두 수신 신호간의 시간 지연 및 거리차 △d는 다음과 같다.

 $\tau = \tau_1 - \tau_2 \tag{A2-2}$

 $\Delta d = \tau c \tag{A2-3}$

여기서 c는 수중에서의 음속이다.



Figure A2-1. The range difference between source and 2 sensors.

센서 1 및 센서 2의 좌표는 각각 (-k, 0), (k, 0)로 가정하고 거리차 △d인 음원의 좌표가 (x, y)일 때, 이에 대한 관계식은 다음과 같다.

$$\therefore \sqrt{(x+k)^2 + y^2} - \sqrt{(x-k)^2 + y^2} = \pm \Delta d$$
 (A2-4)
 $\sqrt{(x+k)^2 + y^2} = \sqrt{(x-k)^2 + y^2} \pm \Delta d$
양변을 제곱하여 정리하면 다음과 같다.
 $(x+k)^2 + y^2 = (x-k)^2 + y^2 + \Delta d^2 \pm 2\Delta d \sqrt{(x-k)^2 + y^2}$ (A2-5)
 $4xk - \Delta d^2 = \pm 2\Delta d \sqrt{(x-k)^2 + y^2}$
 $16k^2x^2 - 8kx\Delta d^2 + \Delta d^4 = 4\Delta d^2(x^2 - 2xk + k^2 + y^2)$ (A2-6)
 $4\Delta d^2x^2 - 8kx\Delta d^2 + 4\Delta d^2k^2 + 4\Delta d^2y^2$
 $\therefore (16k^2 - 4\Delta d^2)x^2 - 4\Delta d^2y^2 = (4k^2 - \Delta d^2)\Delta d^2$

$$4k^2 - \Delta d^2 = X^2 \quad e = \ \mbox{$\stackrel{>}{$>$}$} \$$

양변을 $X^2 \Delta d^2$ 으로 나누면 다음과 같다.

$$\frac{x^{2}}{\left(\frac{\Delta d}{2}\right)^{2}} - \frac{y^{2}}{\left(\frac{X}{2}\right)^{2}} = 1$$
(A2-8)
$$\frac{x^{2}}{\left(\frac{X}{2}\right)^{2}} - \frac{y^{2}}{\left(\frac{X}{2}\right)^{2}} = 1$$
(A2-9)

$$\frac{\frac{x}{(\tau c)^2}}{\frac{4k^2 - (\tau c)^2}{4}} = 1$$
(A2-

여기서 Δd/2=a, X/2=b로 놓으면 식(A2-10)을 만족하므로 Δd=τc의 거리차를 가지는 음원은 다음과 같은 쌍곡선의 방정식으로 나타낼 수 있고, 그림 A2-2에 나와 있다

$$a^{2} + b^{2} = \frac{\Delta d^{2}}{4} + \frac{X^{2}}{4} = \frac{\Delta d + 4k^{2} - \Delta d^{2}}{4} = k^{2}$$
(A2-10)



Figure A2-2. A hyperbolic equation.